آزمایش شمارهٔ ۴

سرعت، شتاب خطی و قانون دوم نیوتن

مقدمه

حرکت امری نسبی است. برای توصیف موقعیت و وضعیت حرکت یک جسم در فضا، تعریف یک دستگاه مختصات مرجع ضروری است. موقعیت یک نقطه در هر دستگاه مختصات با تعدادی مختصه معین می شود. مثلاً در دستگاه مختصات قائم، سه عدد یا به عبارتی دیگر سه مختصه x و y و z موقعیت یک نقطه را نسبت به مبدأ اختیار شده برای سه محور متعامد دستگاه مختصات مذکور معین می‌کند. واضح است مختصات یک نقطه که در حال حرکت است با زمان تغییر خواهد کرد. به عبارت دیگر مختصات آن نقطه تابعی از زمان می‌باشد. دو کمیت برداری مهم یعنی سرعت و شتاب می‌توانند تا حدودی چگونگی حرکت هر نقطه از فضا را تشریح کنند.

از دیدگاه عامه ممکن است استنباط‌های مختلفی از نیرو شود. ولی در فیزیک تعریف دقیق‌تری مورد نیاز است. نیرو تأثیری است که محیط بر جسم وارد می‌کند و آن را بر حسب شتابی که جسم در آن محیط می‌گیرد، اندازه می‌گیرند.

هدف آزمایش: اندازه‌گیری سرعت و شتاب در حرکت بر روی خط مستقیم و مطالعه رابطه بین نیرو، شتاب و جرم (قانون دوم نیوتن).

نظریه

اگر جسمی که بر روی یک خط مستقیم حرکت می‌کند در لحظهٔ t_0 در موقعیت x_0 (نسبت به مبدأ اختیار شده) باشد و در لحظه t در موقعیت x قرار گیرد، جابجایی آن $x\text{-}x_0$ خواهد بود. حال سرعت متوسط $(\overline{V})$و سرعت لحظه‌ای (V) جسم به ترتیب به صورت:

$$\overline{V} = \frac{x - x_\circ}{t - t_\circ} \qquad (۱)$$

$$V = lim_{t \to t_\circ} \frac{x - x_\circ}{t - t_\circ} = \frac{dx}{dt} \qquad (۲)$$

تعریف می‌شوند. اگر آهنگ جابجایی جسم در یک بازهٔ زمانی $(\overline{V})$ در هر لحظه (V) ثابت باشد در حالت $t_0=0$ داریم: $x(t) = x_\circ + Vt$

لذا در این حرکت که سرعت ثابت یا یکنواخت نامیده می‌شود، مکان (موقعیت) جسم به صورت خطی با زمان تغییر می‌کند. شتاب نیز آهنگ تغییر سرعت با زمان تعریف می‌شود. اگر سرعت جسم در لحظهٔ t_0 برابر V_0 و در لحظه t برابر V باشد، شتاب متوسط $(\overline{a})$ و شتاب لحظه‌ای (a) جسم به ترتیب به صورت:

$$\overline{a} = \frac{V - V_\circ}{t - t_\circ} \qquad (۴)$$

$$a = lim_{t \to t_\circ} \frac{V - V_\circ}{t - t_\circ} = \frac{dV}{dt} \qquad (۵)$$

تعریف می‌شوند.

اگر شتاب جسم ثابت باشد در حالت $t_\circ = 0$ برای سرعت لحظه‌ای جسم می‌توان نوشت:

$$V(t) = at + V_\circ \qquad (۶)$$

یعنی سرعت لحظه‌ای در حرکت شتاب ثابت تابعی خطی از زمان است

از این رابطه با توجه به تعریف سرعت می‌توان تابعیت مکان (موقعیت) جسم را با زمان به صورت زیر بدست آورد:

$$x(t) = x_\circ + V_\circ t + \frac{1}{2} a t^2 \qquad (۷)$$

طبق قانون اول نیوتن، اگر به جسمی نیرو وارد نشود و یا برآیند نیروهای وارد بر آن صفر باشد، در صورتی که جسم در یک دستگاه مختصات (لخت) در حال سکون باشد، در همان دستگاه مختصات مرجع همواره به حالت سکون باقی خواهد ماند و اگر در حال حرکت باشد به حرکت خود بر روی خطی راست با سرعت ثابت ادامه خواهد داد.

قانون دوم نیوتن نیز در مورد حرکت بیان می‌کند که اگر برآیند نیروهای وارد بر جسمی صفر نباشد چه اتفاقی برای آن می‌افتد. طبق این قانون اگر یک نیروی خالص غیر صفر بر جسمی وارد شود، به جسم شتابی در جهت نیرو می‌دهد که اندازهٔ آن با اندازهٔ نیرو متناسب و با جرم جسم نسبت عکس دارد. شتاب می‌تواند ثابت و یا متغیر باشد. تابعیت شتاب یک جسم به مختصه‌ها، همان تابعیت نیرو به آن مختصه‌هاست. نیرو حداکثر می‌تواند تابعی از مختصه‌های مکان، زمان و سرعت باشد.

$$\left.\begin{aligned} \vec{F} &= \vec{F}(\vec{x}, t, \vec{v}) \\ \vec{F} &= m\vec{a} \end{aligned}\right\} \quad \rightarrow \quad \vec{a} = \frac{\vec{F}(\vec{x}, t, \vec{v})}{m} = \vec{a}(\vec{x}, t, \vec{v}) \qquad (۸)$$

حال به یکی از آزمایش‌هایی که قانون دوم نیوتن را می‌توان از آن استنباط کرد، می‌پردازیم. جسمی را اختیار می‌کنیم و نیروی خالص و ثابت F را به آن وارد می‌کنیم، اندازه‌گیری شتاب مقداری برابر a_1 خواهد داد. اگر همان نیرو را بر جسم دیگری وارد کنیم، شتاب آن a_2 خواهد شد. حال اگر آزمایش را با نیروی دیگری تکرار کنیم، می‌بینیم که $\frac{a_2}{a_1} = \frac{a'_2}{a'_1}$ که در آن a'_1 و a'_2 شتاب دو جسم در مرحلهٔ فرضی قبل به همان ترتیب است. برای اجسام دیگر نیز می‌توان به این نتیجه رسید.

بنابراین برای یک جسم مشخص می‌توان نوشت:

$$\vec{F} \ \alpha \ \vec{a} \qquad (۹)$$

و لذا،

$$\vec{F} = m\vec{a} \ \rightarrow \vec{F} = m_1 \vec{a}_1 = m_2 a_2 \rightarrow \frac{a_2}{a_1} = \frac{m_1}{m_2} = const. \qquad (۱۰)$$

رابطهٔ $\vec{F} = m\vec{a}$ بیان ریاضی قانون دوم نیوتن می‌باشد که در آن $\vec{F}$ (بردار) برآیند نیروهای وارد بر جسمی به جرم m می‌باشد و $\vec{a}$ (بردار) شتابی است که جسم در اثر نیرو پیدا می‌کند.

اگر به جسم معیار استاندارد (واحد کیلوگرم) نیرویی وارد کنیم، بطوری که شتاب $1\frac{m}{s^2}$ پیدا کند، بزرگی این نیرو را بر حسب تعریف یک نیوتن ($1N$ در سیستم SI) انتخاب می‌کنیم.

مراحل انجام آزمایش

ابزار مورد نیاز:

۱- ریل هوا با پایه ۲- شیر اتصال به پمپ هوا ۳- آغازگر حرکت ۴- زمان‌سنج الکترونیکی ۵- سنسور نوری ۶- خرطومی اتصال به پمپ هوا ۷- سره ۸- خط‌کش با دقت نیم میلی‌متر ۹- تیغه پایه‌دار cm ۱۰ ، cm ۷ ، cm ۵ ، cm۲ (این اندازه‌ها تقریبی هستند و عرض قطعات را باید با خط‌کشی که در اختیارتان گذاشته شده است اندازه بگیرید) ۱۰- تعدادی وزنه سورخدار (g ۵۰) ۱۱- قرقره پایه‌دار ۱۱- نگهدارنده وزنه ۱۲- وزنه ۱۳- نخ .

برای آشنایی اولیه با روش انجام آزمایش به سایت آزمایشگاه مراجعه نموده و مراحل انجام آزمایش را در گزارش تصویری مشاهده نمایید. http://physics.sharif.edu/genphyslabs1/002.htm

حرکت با سرعت ثابت

روش کار با زمان‌سنج: زمان‌سنج مورد استفاده در این آزمایش چهار حالت (مد) کاری دارد و هر حالت وظایف زیر را انجام می‌دهد:

حالت ۱- اندازه‌گیری زمان سقوط آزاد گلوله

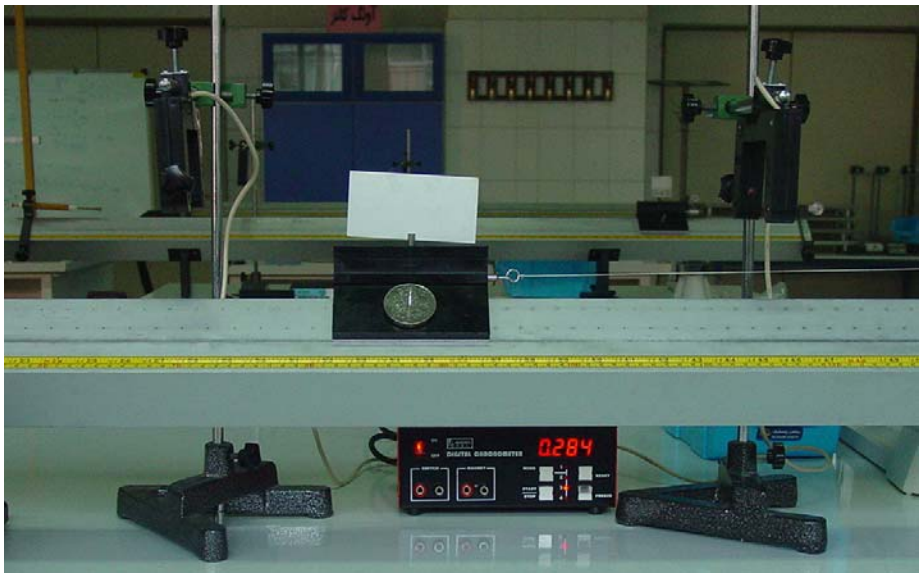
حالت ۲- اندازه‌گیری زمان عبور یک جسم بین دو مکان با استفاده از ۲ سنسور نوری

حالت ۳- اندازه‌گیری زمان عبور یک جسم از یک سنسور نوری

حالت ۴- اندازه‌گیری زمان توسط کلید استارت/ استاپ و فریز

در این آزمایش ما فقط با حالت ۲ و ۳ کار خواهیم کرد. شکل ۱ کلیات آزمایش و نحوهٔ قرار گرفتن سنسورهای نوری را نشان می‌دهد. شکل ۲ نمای مقابل و پشت زمان‌سنج را با توجه به حالت‌ها و اتصالات نشان می‌دهد. برای شروع آزمایش به ترتیب زیر عمل کنید.

۱. سنسورها به زمان‌سنج متصل کرده و سنسور اولی (سمتی که حرکت شروع می‌شود) را به *start* و دومی را به *stop* بزنید. دستگاه زمان‌سنج را روشن کرده و آن را *Reset* کنید.
۲. یکی از تیغه‌های پایه‌دار را بر روی یکی از سره‌ها سوار کنید، سره را بر روی ریل قراردهید.
۳. پمپ هوا را روشن کنید.
۴. ریل را با پیچاندن پیچ پایه‌ها، کاملاً تراز کنید. اگر ریل تراز باشد سره موجود بر روی ریل با وجود جریان هوا در ریل در هر مکانی ساکن می‌ماند.
۵. سنسور را با پایه و میله طوری آماده کنید که تیغه متصل به سره از میان دو شاخه سنسور عبور کند.
۶. دستگاه زمان‌سنج را روشن کنید و آن را *Reset* کنید.



شکل ۱- شمای کلی آزمایش

شکل ۲- نمای مقابل زمان‌سنج، نمای پشت زمان‌سنج

با پیچاندن پیچ‌های پایه‌های ریل هوا، آن را طوری تنظیم کنید که سره به حالت ساکن روی آن در هر نقطه دلخواه با وجود روشن بودن پمپ هوا، قرار گیرد.

تیغه ۲ سانتی‌متری را روی سره نصب کنید و زمان‌سنج را در ***حالت ۳*** قرار دهید. سره را مقابل آغازگر حرکت (تفنگ فنری) قرار دهید وتفنگ فنری به مقدار لازم بکشید و سره را در تماس با آن قرار دهید. آغازگر حرکت به سره نیرو (ضربه) وارد می‌کند و سره حرکت می‌کند. توجه کنید برآیند نیروهای وارد بر سره پس از آغاز حرکت صفر است. مدت زمان جابجایی تیغه (Δt)را یادداشت کنید، هر آزمایش را چند بار تکرار کنید.

در مراحل بعد آزمایش را برای تیغه های ۲، ۵ و ۱۰ سانتی‌متر تکرار و Δt را یادداشت کنید. نتایج آزمایش را در جدول ۱ ثبت کنید (این اندازه‌ها تقریبی هستند و عرض قطعات را باید با خط‌کشی که در اختیارتان گذاشته شده است اندازه بگیرید).

زمان‌سنج را در ***حالت ۲*** قرار داده و فاصله‌های دو سنسور را به ترتیب ۲۰، ۴۰ ، ۶۰ ، ۸۰ ، و ۱۰۰ سانتی‌متر قرار دهید و برای این حالت آزمایش را تکرار کنید. داده‌ها را در جدول ۲ وارد کنید.

حرکت با شتاب ثابت و قانون دوم نیوتن

دستگاه را مطابق آزمایش قبل آماده کنید و زمان‌سنج را در حالت ۳ قرار دهید. در این بخش از تفنگ فنری استفاده نمی شود. یک سر نخ را مطابق شکل ۱ به تیغه سوراخ‌دار و سر دیگر نخ را به نگهدارنده وزنه وصل کنید، طول نخ را طوری انتخاب کنید که نگهدارنده وزنه ضمن کشیدن سره از لبه میز تا کف آزمایشگاه جابه‌جا شود. وزنه شیاردار مناسب بر نگهدارنده وزنه و سره سوار کنید. تیغه ۲ سانتی متری را روی سره نصب کنید. سره را در نزدیکترین فاصله از سنسور نوری نگه دارید. به نحوی که بلافاصله پس از رها شدن سره، تیغه در جلوی سنسور قرار گیرد و شمارش زمان آغاز شود. پس از عبور از سنسور سره را با دست بگیرید که به مانع قرقره برخورد نکرده و نشکند. مدت زمان جابجایی تیغه (Δt)را در جدول ۳ یادداشت کنید، هر آزمایش را چند بار تکرار کنید. در مراحل بعد آزمایش را برای تیغه های ۲، ۵ و ۱۰ سانتی متر تکرار و Δt را یادداشت کنید. حال به هر طرف سره یک وزنهٔ ۵۰ gr قرار دهید و نتایج آزمایش را در جدول ۴ وارد کنید. سپس مقدار وزنه‌های هر طرف سره را به ۱۰۰ گرم افزایش دهید و جدول ۵ را کامل کنید.

جرم سره را همراه با تیغه‌های متصل به آن (M)، جرم وزنه‌های قرار داده شده روی سره (M_0)، جرم نگهدارنده وزنه (m_0) (جرمی که به سره شتاب می‌دهد) و جرم وزنه‌های قرار داده شده روی آن (m) را اندازه‌گیری و یادداشت کنید؛ بهتر است جرم شتاب دهنده کمتر از ۴۰ gr باشد.

زمان‌سنج را در ***حالت ۲*** قرار داده و فاصله‌های دو سنسور را به ترتیب ۲۰، ۴۰ ، ۶۰ ، ۸۰ ، و ۱۰۰ سانتی‌متر قرار دهید و برای این حالت آزمایش را با شتاب ثابت و وزنه‌های مرحلهٔ اخیر (جدول ۵) تکرار کنید. داده‌ها را در جدول ۶ وارد کنید.

خواسته‌ها

۱. با استفاده از جدول‌ها درباره سرعت ثابت، سرعت متوسط، سرعت لحظه‌ای بحث کنید.

۲. با استفاده از جداول ۱ و ۲ نمودار، مکان – زمان متحرک را رسم کنید. و شیب نمودارها را بدست آورید، درباره مفهوم بزرگی شیب نمودار و خطای آن بحث کنید.

۳. با استفاده از جداول ۳، ۴، ۵ منحنی‌های X بر حسب t و X بر حسب t^2 را رسم کنید. شیب نمودارها را بدست آورده، درباره شیب نمودار و خطای آن بحث کنید و با استفاده از منحنی X بر حسب t^2 شتاب حرکت را تعیین کنید.

۴. می‌توان نشان داد که شتاب سیستم طبق قانون دوم نیوتن از رابطه زیر بدست می‌آید

$$a = \frac{mg}{M + M_0 + m}$$

حال با توجه به فرمول مقدار تئوری را بدست آورده و با مقدار تجربی مقایسه کنید؛ خطای نسبی چقدر است و علت خطاها را ذکر کنید.

جدول‌های آزمایش ۴

سرعت، شتاب و قانون دوم نیوتن

جدول ۱

$\Delta X(cm)$												
Δt												
$\Delta \bar{t}$												
$\bar{\upsilon}$												

جدول ۲

$\Delta X(cm)$	۲۰	۲۰	۲۰	۴۰	۴۰	۴۰	۶۰	۶۰	۶۰	۸۰	۸۰	۸۰	۱۰۰	۱۰۰	۱۰۰
Δt															
$\Delta \bar{t}$															
$\bar{\upsilon}$															

جدول ۳

$\Delta X(cm)$												
Δt												
$\Delta \bar{t}$												

$M_0=$

$m =$

جدول ۴

$\Delta X(cm)$												
Δt												
$\Delta \bar{t}$												

$M+M_0=$

$m =$

جدول ۵

$\Delta X(cm)$												
Δt												
$\Delta \bar{t}$												

$M+M_0=$

$m =$

جدول ۶

$\Delta X(cm)$	۲۰	۲۰	۲۰	۴۰	۴۰	۴۰	۶۰	۶۰	۶۰	۸۰	۸۰	۸۰	۱۰۰	۱۰۰	۱۰۰
Δt															
$\Delta \bar{t}$															

$M+M_0=$