آزمایش شماره ۶

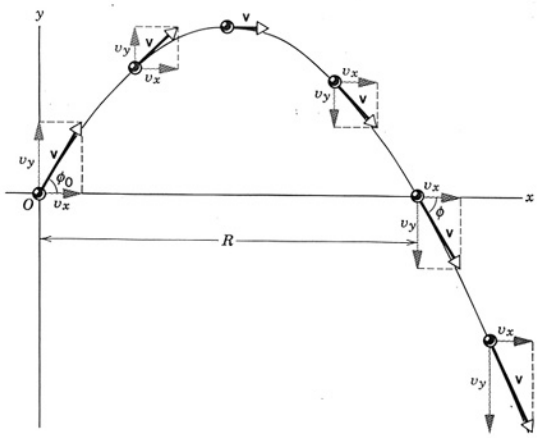
حرکت پرتابی

در آزمایش ۴، حرکت در یک بعد، شتاب و قانون دوم نیوتن مورد بررسی قرار گرفت. حرکت پرتابه در میدان گرانشی یکنواخت حرکتی در دو بعد است که مطالعه دقیق آن با توجه به کاربردهایی که دارد، مهم است. به‌علاوه حرکت پرتابی یکی ار مسائل معروف دینامیک کلاسیک به شمار می‌رود. اگر از مقاومت هوا چشم‌پوشی کنیم حرکت در راستای x یکنواخت و حرکت در راستای قائم y تحت شتاب ثقل خواهد بود. مطالعه حرکت پرتابه‌هایی مانند گلوله توپ پیچیده بوده و به طور کلی مقاومت هوا نقش مهمی در حرکت‌های پرتابی مربوط به صنایع نظامی ایفا می‌کند. در ادامه آزمایشی ساده از حرکت پرتابی گلوله فلزی انجام می‌شود و بستگی برد و بیشینه ارتفاع با زاویه پرتاب، و سرعت اولیه مورد بررسی قرار می‌گیرد.

هدف: بررسی حرکت پرتابی گلوله فلزی و بستگی برد و بیشینه ارتفاع به شرایط اولیه پرتاب.

نظریه

شکل ۱ نمائی از حرکت دو بعدی تحت گرانش را نشان می‌دهد. در شکل، سرعت هر نقطه با توجه به شتاب گرانشی نشان داده است. حال در این آزمایش می‌خواهیم حرکت دوبعدی مشابه شکل ۱ را بررسی و آزمایش کنیم.

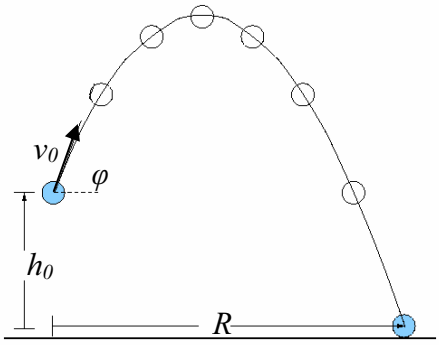


شکل ۱- پرتاب گلوله‌ای با زاویه ϕ و سرعت اولیه $v_\circ$

هرگاه از مقاومت هوا چشم‌پوشی کنیم و گلوله‌ای مطابق شکل ۲ با زاویه ϕ و سرعت اولیه $v_\circ$ از ارتفاع h_0 پرتاب شود معادلات حرکت آن عبارت است از:

$$m\ddot{x} = 0$$

$$m\ddot{y} = -mg$$



شکل ۲- پرتاب گلوله‌ای با زاویه ϕ و سرعت اولیه $v_\circ$ از ارتفاع h_0

اگر در $t=0$ داشته باشیم $x_\circ=0$ & $y_\circ=h_\circ$ آنگاه با توجه به روابط بالا:

$$\ddot{x}=0$$
$$\ddot{y}=-g$$
$$\dot{x}=v_\circ\cos\phi$$
$$\dot{y}=-gt+v_\circ\sin\phi$$
$$x=v_\circ t\cos\phi$$
$$y=-\frac{1}{2}gt^2+v_\circ t\sin\phi+h_\circ$$

با قرار دادن $y=0$ می‌توان زمان پرواز پرتابه تا رسیدن به زمین را بدست آورد. و با جایگذاری در معادلات فوق برای برد و بیشینه ارتفاع داریم:

در بیشینه x یعنی داریم $y=0$، که در این حالت :

$$R(\varphi)=v_\circ\cos\varphi\left(\frac{v_\circ\sin\varphi}{g}+\sqrt{\left(\frac{v_\circ\sin\varphi}{g}\right)^2+\frac{2h_\circ}{g}}\right)$$

اگر ارتفاع اولیه برابر با صفر باشد برد برابر خواهد بود با:

$$R=\frac{v_\circ^2\sin 2\phi}{g}$$
$$h=\frac{v_\circ^2}{2g}\sin^2\phi$$

که در عبارت‌های فوق R برد و h بیشینه ارتفاع است. با حذف پارامتر t بین روابط مربوط به x و y معادله مسیر حرکت که به شکل سهمی است بدست می‌آید.

اگر مقاومت هوا را به صورت $-mv\gamma$ و ارتفاع اولیه برابر با صفر در نظر بگیریم که v سرعت پرتابه است در این صورت برد عبارت است از:

$$R=\frac{v_\circ^2\sin 2\phi}{g}-\gamma\frac{4v_\circ^3\sin 2\phi\sin\phi}{3g^2}+\ldots$$

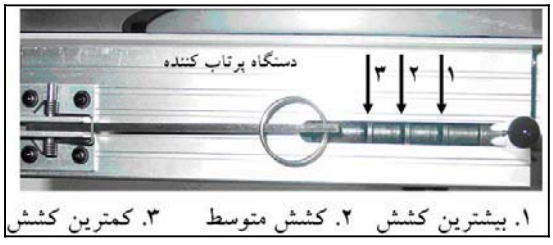
که جمله اول برد بدون مقاومت هوا و جملات بعدی اثر مقاومت هوا است.

مراحل انجام آزمایش

ابزار مورد نیاز: ۱- سیستم پرتاب کننده شامل تفنگ فنری سه حالته (شکل‌های ۲ تا ۴) ۲- صفحه تنظیم زاویه پرتاب ۳- سنسور اندازه‌گیری سرعت ۴- گلوله فلزی ۵- میز فرود ۵- خط‌کش مخصوص اندازه‌گیری ارتفاع ۶- کاغذ کاربنی نشان دهنده مکان فرود ۷- متر نواری.

همان‌طوری که از شکل ۳ پیداست پرتاب‌کننده (تفنگ فنری سه حالته)، سنسور اندازه‌گیری سرعت و صفحه تنظیم زاویه پرتاب، از قبل روی پایه اصلی دستگاه نصب شده است. شکل ۴ پرتاب‌کننده (تفنگ فنری سه حالته) را نشان می‌دهد که هر حالت، ۳ سرعت مختلف v_0 را ایجاد می‌کند. برای انجام آزمایش، دستگاه باید به میز آزمایشگاه محکم شده و در طول آزمایش جابجا نشود. میزهای فرود نیز در امتداد یکدیگر با اختلاف ارتفاع h_0 از محل پرتاب گلوله (دهانهٔ تفنگ) قرار دارد (شکل۴). روی میز فرود کاغذ کاربنی چسبانده شده و در اثر برخورد گلوله لکه تیره‌ای روی آن ایجاد می‌شود که مکان برخورد گلوله را نشان می‌دهد.

شکل۳- بخش پرتاب، اندازه‌گیری سرعت و تنظیم زاویه



شکل۴- دستگاه پرتاب کننده گلوله

شکل۵- دستگاه پرتاب به همراه میز فرود

اختلاف ارتفاع میز فرود با دهانهٔ تفنگ که گلوله روی آهن‌ربای آن قرار می‌گیرد ارتفاع اولیهٔ پرتابه می‌باشد. برای انجام آزمایش ابتدا گلوله فلزی را روی نگهدارنده مغناطیسی تفنگ فنری قرار داده و آن را در حالت بیشینه کشش قرار دهید (بالاترین زائده با ضامن تفنگ فنری درگیر شود). زاویه پرتاب را روی ۴۵ درجه تنظیم کنید. با رها کردن ضامن تفنگ فنری گلوله رها شده و اثر برخورد آن روی میز فرود ثبت می‌شود. حال فاصله بین نقطه پرتاب و نقطه فرود را با متر نواری اندازه گرفته و خط‌کش عمود اندازه‌گیری ارتفاع را در وسط آن روی میز فرود نصب کنید. به عبارتی فاصله خط‌کش عمودی تا نقطه پرتاب و نقطه فرود باید برابر باشد. آزمایش را ۳ بار تکرار کرده و میانگین برد، بیشینه ارتفاع و سرعت اولیه را در جدول ۱ یادداشت کنید. بعد از فرود گلوله و اندازه‌گیری برد آن، مکان فرود را علامت‌گذاری کنید. برای علامت‌گذاری از یک علامت × یا هر علامت کوچک دیگر مثل دایره و یا مربع و یا اشکال هندسی دیگر با رنگ‌های متفاوت می‌توانید استفاده کنید تا اندازه‌گیری شما از اندازه‌گیری‌های دیگران مشخص باشد. زاویه را به ترتیبی که در جدول ۱ آمده تغییر داده و نتایج را یادداشت کنید.

سرعت اولیه را با تغییر کشش فنر تفنگ پرتاب کننده مطابق جدول‌های ۲ و ۳ تغییر داده و آزمایش را تکرار کنید.

خواسته‌ها

۱. برد و ارتفاع بیشینه گلوله را با استفاده از رابطه‌های داده شده در بخش تئوری محاسبه کنید.

۲. برای هر یک از جدول‌های ۱ تا ۳ برد گلوله را بر حسب زاویه پرتاب رسم کنید. در مورد شکل منحنی‌ها و خطای آنها در مقایسه با مقدار محاسبه شده توضیح دهید. (منحنی‌های مربوط به کشش‌های مختلف (سرعت اولیه‌های مختلف) بدست آمده از آزمایش و مقدار محاسبه شده را در یک نمودار رسم کنید. به عبارتی هر نمودار باید **شامل منحنی محاسبه شده و سه منحنی شامل داده‌های آزمایش** در کشش‌های مختلف باشد.)

۳. منحنی بیشینه ارتفاع گلوله بر حسب زاویه پرتاب را برای هر یک از جدول‌های ۱ تا ۳ رسم کرده و در مورد شکل منحنی‌ها و خطای آنها نسبت به مقدار محاسبه شده توضیح دهید. (منحنی‌های مربوط به کشش‌های مختلف بدست آمده از آزمایش و مقدار محاسبه شده را در یک مختصات رسم کنید. به عبارتی هر نمودار باید شامل منحنی محاسبه شده و سه منحنی شامل داده‌های آزمایش در کشش‌های مختلف باشد.)

۴. برای هر کدام از جدول‌ها منحنی تمام لگاریتمی برد بر حسب سرعت اولیه را در زاویه‌های ۲۰، ۴۵ و ۷۰ درجه رسم کنید. در مورد شکل نمودار توضیح دهید. شتاب ثقل را با استفاده از منحنی فوق بدست آورده و با مقدار ۹/۷۸ متر بر مجذور ثانیه مقایسه کنید. چه خطاهایی در این روش وجود دارد؟

جدول‌های آزمایش ۶
حرکت پرتابی

جدول۱- (ضربه تفنگ پرتاب‌کننده: بیشینه)

زاویه(درجه)	۴۵	۳۰	۶۰	۲۰	۷۰	۱۰	۸۰
میانگین سرعت اولیه							
میانگین ارتفاع بیشینه							
میانگین برد							

h_0=.....

جدول۲- (ضربه تفنگ پرتاب‌کننده: متوسط)

زاویه(درجه)	۴۵	۳۰	۶۰	۲۰	۷۰	۱۰	۸۰
میانگین سرعت اولیه							
میانگین ارتفاع بیشینه							
میانگین برد							

h_0=.....

جدول۳ - (ضربه تفنگ پرتاب‌کننده: کمینه)

زاویه(درجه)	۴۵	۳۰	۶۰	۲۰	۷۰	۱۰	۸۰
میانگین سرعت اولیه							
میانگین ارتفاع بیشینه							
میانگین برد							

h_0=.....