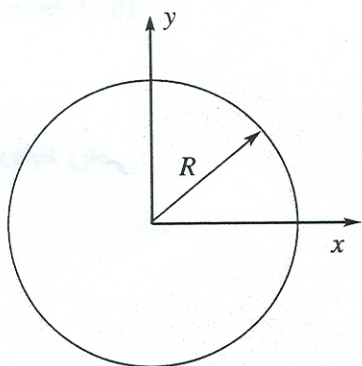


۱- از سازه‌ی کرونی شکل برج میلاد، تیله‌ای را رها می‌کنیم. ارتفاع نقطه‌ای که تیله از آن رها شده، ۳۲۰ متر است. قطر این تیله ۱.۶ cm و چگالی حجمی شیشه‌ای که تیله از آن ساخته شده، $2.5 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ است. چگالی هوا $\rho = 1.3 \text{ kg/m}^3$ و شتاب جاذبه $g = 9.8 \text{ N/kg}$ است. در رابطه‌ی مقاومت هوا ($F = \frac{1}{2} C \rho A v^2$)، ضریب $C = 0.60$

را برای این جسم در نظر بگیرید

(الف) سرعت حد این تیله چند متر بر ثانیه است؟

(ب) فرض کنید در زمانی که تیله به زمین می‌رسد، سرعتش تقریباً سرعت حد باشد. کاری که نیروی مقاومت هوا روی آن انجام داده، چه قدر است؟

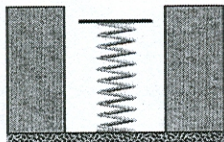


۲- جسمی به جرم m روی دایره‌ای به مرکز مبدأ مختصات و شعاع ثابت R می‌چرخد. این دایره روی صفحه‌ی xy قرار دارد. زاویه‌ی بردار مکان این جسم با محور x ، بر حسب زمان عبارت است از $\theta(t) = \omega_0 t + \alpha \cos \beta t$ که ω_0 ، α و β کمیت‌های ثابتی هستند.

(الف) بردار مکان این جسم را بر حسب زمان به دست آورید.

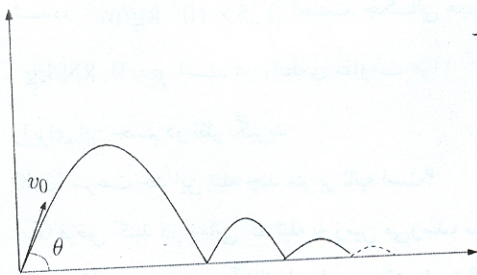
(ب) در زمان دلخواه t برآیند نیروهای وارد بر این جسم چه قدر است؟

۳- سنگی به جرم m از ارتفاع h روی فنری که جرمش ناچیز است، سقوط می‌کند. این فنر نه کشیده شده و نه فشرده شده است. محور عمودی را y بگیرید و جهت مثبت آن رو به بالا فرض کنید. مبدأ مختصات را نیز روی بالاترین نقطه فنر در همین حالت کشیده نشده و فشرده نشده، فرض کنید.



به محض اینکه سنگ به فنر می‌رسد به آن می‌چسبد. با فرض اینکه انرژی تلف شده ناچیز باشد، بیشترین ارتفاع و کمترین ارتفاعی که جسم بعد از برخورد با فنر خواهد داشت را به دست آورید.

۴- یک پرتابه با سرعت اولیه v_0 تحت زاویه θ نسبت به سطح افق پرتاب می‌شود. در هر برخورد پرتابه با سطح زمین، هر دو مولفه‌ی سرعت پرتابه β برابر می‌شوند ($\beta < 1$).



(الف) برد نهایی این پرتابه چه قدر است؟

(ب) مدت زمانی که طول می‌کشد تا این پرتابه بر روی سطح زمین متوقف شود را به دست آورید.

۵- برآورد کنید چه مقدار انرژی در ساختن برج میلاد، صرف غلبه بر گرانش شده است؟ کلیه پارامترهای عددی مورد نیاز را تخمین بزنید. جواب نهایی حتماً به صورت عددی باشد. جواب را در حد مرتبه‌ی بزرگی گزارش کنید. به عنوان مثال بنویسید $J \cdot 10^6$.

روابط ریاضی:

$$1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \dots = e^x$$

$$1 + x + x^2 + \dots = \frac{1}{1-x}, |x| < 1$$

موفق باشید