به نام خدا

الکترونیک

فیلتر ها

توجه: این مبحث در آینده به صورت کاملتر و تایپ شده درخواهد آمد . صرفا جهت اطلاع از مباحث گفته شده در کلاس آنها را جمع آوری کرده ایم.

نظری

۱- فیلترها :-

مقدمه: فیلترها اصولاً در مدارهای الکترونیکی جهت حذف فرکانس هایی که مطلوب ما نیستند به کار می روند. مثلاً یکی از کاربردهای مهم آنها در رادیو و گیرنده های رادیویی است وقتی که شما تیونر (tunner) یا موج یک رادیو را می چرخانید، از یک فیلتری استفاده می کنید که دائماً درحال انتخاب طول موج یا فرکانس مورد نظر شما ست. در اصل با چرخانیدن تیونر رادیو یک سری از فرکانس های خاص را انتخاب و بقیه را حذف می کنید که بدین طریق رادیو قادر خواهد بود با فرکانسی که از طریق فرستنده ارسال می شود رزونانس کند؛ از این رو ایستگاه رادیویی مورد نظر از طریق رادیو قابل پخش خواهد شد.

در این فصل می خواهیم ساده ترین مدارهای فیلتر را مورد بررسی قرار دهیم بدین طریق چهار نوع کلی فیلترها را در نظر می گیریم:

۱- فیلتر بالاگذر: تنها فرکانس های بالاتر از f_0 را از خود عبور می دهد.

۲- فیلتر پائین گذر: تنها فرکانس های پائین تر از f_0 را از خود عبور می دهد.

۳- فیلتر میانگذر: فرکانس های بین f_L و f_H را از خود عبور می دهد.

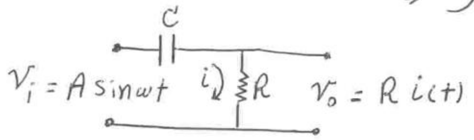
۴- فیلترمیان نگذر: فرکانس های بین f_L و f_H را از خود عبور نمی دهد.

در این فصل تنها به بررسی چهار مثال ساده از هرکدام از فیلترها خواهیم پرداخت و خواننده خود قادر خواهد بود که فیلترهای مختلفی را مثال بزند!

1

- فیلتر بالاگذر:

مدار سادهٔ زیر را در نظر بگیرید:



در این مدار که از یک خازن و مقاومت استفاده شده، می دانیم که سیگنالِ DC را نمی‌توان عبور داد چرا که خازن با امپدانس $Z_c=\frac{1}{C\omega}$ مانع از عبورِ فرکانسِ صفر از خود خواهد بود زیرا

اگر: $f=\frac{\omega}{2\pi}\to 0 \Rightarrow Z_c\to\infty$

در این صورت خازن در عمل به صورت اتصالِ باز open رفتار خواهد کرد و نمی‌توان جریانی را از آن عبور داد و چون جریانی از مقاومت R عبور نخواهد کرد بنابراین $V_o=R\,i(t)$ صفر خواهد شد یا به عبارتی سیگنالی که فرکانسِ آن نزدیک صفر باشد قادر به عبور از مدارِ بالا نخواهد بود.

حال فرکانس را رفته رفته افزایش می دهیم در این حال امپدانسِ خازن، $Z_c=\frac{1}{C\omega}$، از بی نهایت رفته رفته کم تر شده و اجازهٔ عبورِ جریان از خود را می دهد. حال که جریان از خازن عبور کرده، از مقاومت R نیز می‌گذرد و عبورِ جریان از مقاومت R همانا؛ و دیدن $V_o=R\,i(t)$ در خروجی هم همانا.

حال این سؤال را مطرح می‌کنیم که: در چه فرکانسی مقاومت (امپدانس) خازن

2

آن قدر کم شده است که ولتاژ مطلوبی به دو سر مقاومت R افتاده باشد؟

یا به عبارتی فرکانس قطع این مدار را چه چیزی تعریف کنیم که براساس آن فرکانس قطع (f_0) ادعا کنیم که مدار ما یک فیلتر بالا گذر است؟

جواب آن ساده است. و آن اینکه در ابتدا می پرسیم در مدار فوق چه وقتی توان (power) انتقالی از ورودی به خروجی max می شود؟

یقیناً جواب همه این است که این توان وقتی max است که مقاومت (امپدانس) خازن صفر شود. چراکه در این صورت هیچ اتلافی در دو سر خازن مشاهده نخواهد شد و همهٔ جریان (i_{max}) از R خواهد گذشت.

ولی می دانیم که خازن (C) در فرکانس بی نهایت دارای مقاومت ($Z_c = \frac{1}{C\omega}$) صفر خواهد شد واین برای ما معمولاً خیلی خوشایند نیز نیست. چراکه ما میل نداریم حتماً به فرکانس بسیار بالایی دست پیدا کنیم تا فیلتر واقعاً بالاگذر داشته باشیم. ازاین رو:

$\ast \leftarrow$ فرکانسی که در آن امپدانس خازن $\frac{1}{C\omega}$ با مقاومت R برابر شود را فرکانس قطع یا فرکانس نصف توان یا فرکانس نقطهٔ 3db تعریف می کنند.

بنابراین:

$$R = \frac{1}{C\omega_0} \Rightarrow \omega_0 = \frac{1}{RC}$$

و یا

$$f_0 = \frac{1}{2\pi RC}$$

3

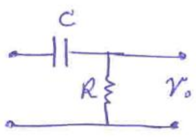
که f_c در اصل همان فرکانسی است که از آن به پائین را مدار ما قادر به عبورِ آن نخواهد بود؛ هرچند که این فرکانس ها هم از مدار گذر می کنند ولی چون که توانِ ارسالی در خروجی از نصفِ توانِ ماکزیمم کمتر است پس برای ما مطلوب نیستند چون ضعیف هستند و ما عملاً آنها را در نظر نمی گیریم.

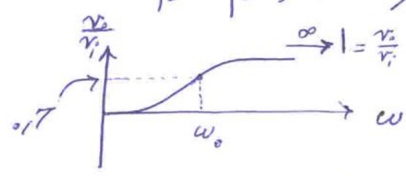
هرکدام از اسم های
- فرکانس قطع cutt off frequency
- فرکانس نصف توان half power frequency.
- فرکانس ۳ دسی بل (۳db) 3db frequency

برای خود معنا و مفهومی دارند و دلیلِ این نامگذاری ها را خواهیم گفت هرچند هر سه نامگذاری معادل هم اند.

فرکانس قطع: فرکانسی که از آن به بعد (در فیلتر پایین گذر) و یا قبل از آن (در فیلتر بالاگذر) را مدار نمی تواند از خود عبور دهد را فرکانس قطعِ مدار گویند.

مثلاً در فیلتری که مثال زدیم داریم:





$$\omega_0 = \frac{1}{RC}$$

که در آن ω_0 فرکانس قطع بیان می شود.

در نمودار $\frac{v_o}{v_i}$ برحسب فرکانس می بینیم که وقتی $\omega \to \infty$ در این صورت $\frac{v_o}{v_i} \to 1$ میل می کند و در ω_0 این مقدار یعنی $\frac{v_o}{v_i}$ به ۰٫۷ مقدار ماکسیمم $\frac{v_o}{v_i}$ (که 1 است) می رسیم.

4

برای بدست آوردن ۰٫۷= $\left.\frac{V_o}{V_i}\right|_{\omega_o=\frac{1}{RC}}$ می دانیم که :

1 $$V_o = V_R = R\, i(t)$$

و

$$\vec{V}_i = \vec{V}_c + \vec{V}_R = \vec{V}_c + \vec{V}_o$$

که در آن

$$V_c = \frac{1}{c}\int i\, dt$$

که V_c را بدین طریق بدست می آوریم:

بار موجود در خازن برابر با: $dQ = C\, dV$

از طرفی هم با توجه به تعریف جریان: $i = \frac{dQ}{dt} \Rightarrow dQ = i\, dt$

از دو رابطه اخیر داریم:

$$i_c = C\frac{dV}{dt} \Rightarrow V_c = \frac{1}{c}\int i\, dt \quad (2)$$

حال از رابطه $i = \frac{V_o}{R}$ رابطه 1 داریم:

$$i_c = i_R = i = \frac{V_o}{R}$$

بنابراین :

$$\vec{V}_i = \frac{1}{RC}\int \vec{V}_o dt + \vec{V}_o$$

که با در نظر گرفتن $V_i = V_m \sin\omega t$ وحل معادلهٔ دیفرانسیل فوق در $\omega_o = \frac{1}{RC}$ به مقدار ۰٫۷= $\left.\frac{V_o}{V_i}\right|_{\omega=\frac{1}{RC}}$ خواهیم رسید $= \frac{\sqrt{2}}{2}$ =۰٫۷

5

حال منظور از نصف توان هم همین است که :

$$③ \quad \frac{P_{out}}{P_{in}} = \frac{1}{2}$$

می دانیم که $P := \frac{\vec{V}^2}{|Z|}$ توان می باشد.

که داریم:

$$P_{out} = \frac{V_0^2}{R} \; *$$

و P_{in} برابر با

$$P_{in} = \frac{V_i^2}{Z_{tot}} = \frac{(\vec{V_C} + \vec{V_R})^2}{\sqrt{R^2 + (\frac{1}{iC\omega})^2}}$$

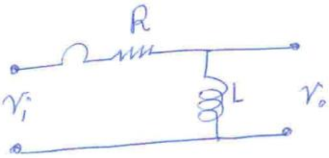
$i^2 = -1$

$i = \sqrt{-1}$

که باید دقت کنیم این مؤلفه‌ها به صورت برداری با هم جمع می‌شوند

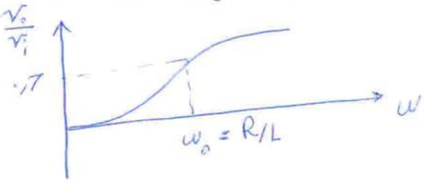
که با یافتن P_{in} می‌توان به رابطهٔ ③ رسید.

مثال دیگری از فیلتر بالاگذر:



$Z_L = iL\omega$

$\omega \to \infty \Rightarrow Z_L \to \infty$



$\omega_0 : \; Z_L = R$

$\Rightarrow L\omega_0 = R \Rightarrow \omega_0 = \frac{R}{L}$

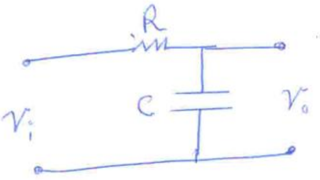
$Z_L = R$ وقتی است که فرکانس ۳db

حال به فیلترهای دیگر می پردازیم و فقط روابط حاکم بر آنها را بیان می‌کنیم.

به طور خلاصه؛ و اصلاً نیازی نیست که کار جدیدی در آنها انجام دهیم.

6

فیلتر پایین گذر:

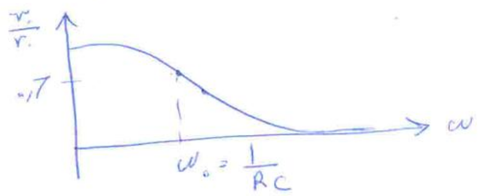


برای تعیین ω_0 باید: $Z_C = R$

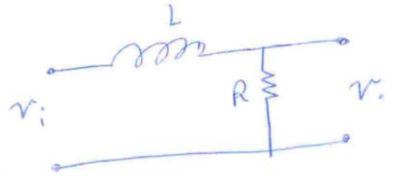
پس:

$$\frac{1}{C\omega_0} = R \Rightarrow \omega_0 = \frac{1}{RC}$$

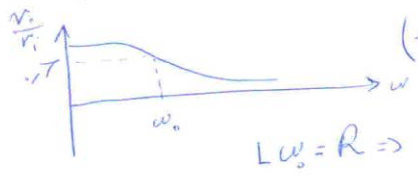
و مثل فیلتر بالاگذر ω_0 برابر $\frac{1}{RC}$ همینطور چون جای C و R را عوض کردیم پس فیلتر هم نقش خود را عوض می‌کند و به جای عبور فرکانس های بالا که خازن در آن اتصال کوتاه است $(Z_C = \frac{1}{C\omega})$ فرکانس های پایین را از خود عبور می‌دهد زیرا Z_C در فرکانس های پایین خیلی بزرگ خواهد بود.



و مثالی دیگر از پایین گذر:



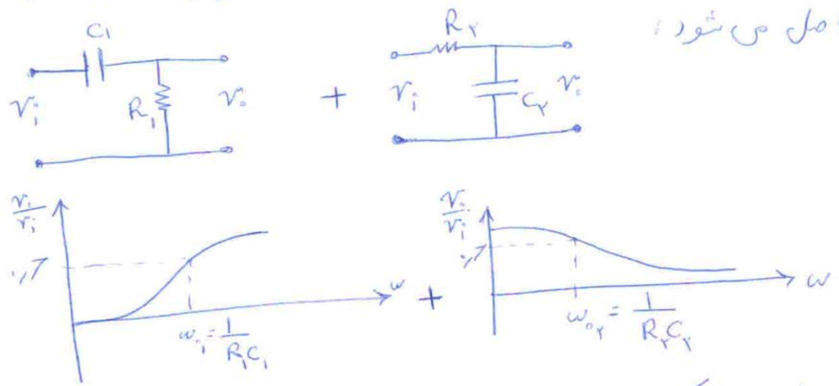
در فرکانس های پائین $Z_L = L\omega$ بسیار کم است و با افزایش ω Z_L قطع می‌شود (بی نهایت می‌شود)



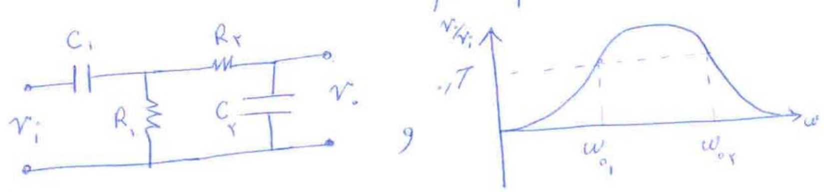
$$L\omega_0 = R \Rightarrow \boxed{\omega_0 = \frac{R}{L}}$$

(7)

فیلتر میان گذر: از اتصال دو فیلتر پائین گذر و بالا گذر فیلتر میان گذر حاصل می شود:

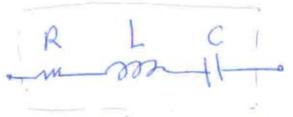


با فرض اینکه $\omega_{\circ 2} > \omega_{\circ 1}$ باشد اگر دو مدار بالا و دو نمودار بالا را در هم کوپل کنیم داریم:



حال می توانیم یک فیلتر میان گذر بهتری را بیان کنیم که خاصیت selectivity یا انتخاب گر نیز بتوانیم برای آن تعریف کنیم یعنی بتوانیم روی یک فرکانس خاصی که همان فرکانس رزونانس است فیلتر را تنظیم کنیم و فقط همان فرکانس را از مدار دریافت کنیم (البته در حالت ایده آل).

مدار LCR:



Z_{tot}

می دانیم که فرکانس رزونانس وقتی است که:

$$Z_C = Z_L$$

8

پس:

$$\left|\frac{1}{C\omega}\right| = |L\omega|$$

$$\Rightarrow \omega^2 = \frac{1}{LC}$$

و در این فرکانس امپدانس خازن اثر امپدانس سلف را از بین می برد و مقاومت کل مدار RLC برابر می شود با:

$$|Z_{tot}| = \sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}$$

رابطهٔ بالا از اینجا بدست می آید که:

$$\vec{V}_{tot} = \vec{V}_R + \vec{V}_C + \vec{V}_L$$

و چون جریان گذرنده از R و L و C باهم برابرند بنابراین:

$$\vec{I} Z_{tot} = R\vec{I} + Z_C\vec{I} + Z_L\vec{I}$$

$Z_C = \frac{1}{iC\omega}$ و $Z_L = iL\omega$

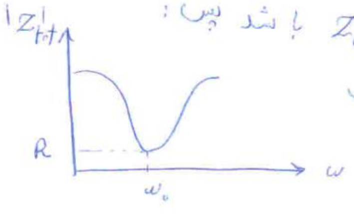
یا به عبارتی داریم:

$$Z_{tot} = \vec{R} + i\left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)$$

که برای بدست آوردن $|Z_{tot}|$ باید مربع آن بدست آوریم.

حال از خود می پرسیم در چه فرکانسی $|Z_{tot}|$ مینیموم است؟

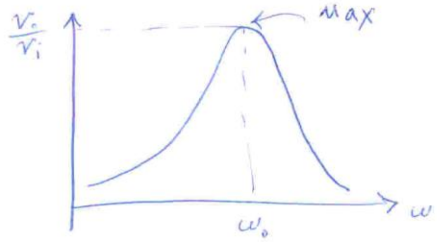
مشخصاً در ω_0 ای که $Z_C = Z_L$ باشد پس:



که در ω_0 امپدانس مدار به صورت خالص برابر با R است.

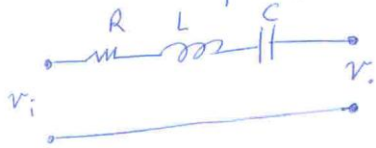
9

حال در همین فرکانس است که مدار در حالت رزونانس قرار می‌گیرد و :

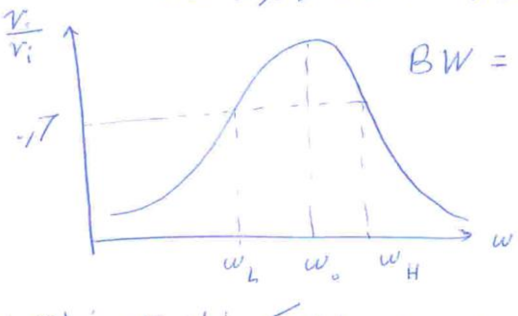


$$\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$$

حال اگر از این مدار یک فیلتر بسازیم داریم:



که در فرکانس‌های خیلی پایین امپدانس خازن $\frac{1}{C\omega}$ بی‌نهایت است و مدار اتصال باز است (open) و در فرکانس‌های خیلی بالا امپدانس سلف $L\omega$ بی‌نهایت است و باز هم مدار open است بنابراین فقط در فرکانس‌های میانی است که مدار حالت معمولی دارد و از خود توان (power) را عبور می‌دهد طبق آنچه که قبلاً در مورد فرکانس قطع تعریف کردیم [3db یا نصف توان] نمودار مربوط به فیلتر بالا به صورت زیر خواهد شد:



$$BW = \omega_H - \omega_L = \frac{R}{L}$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

که در آن BW یعنی پهنای باندی که فیلتر قادر خواهد بود از خود فرکانس‌ها را عبور دهد و برای بدست آوردن آن کافی است V_o را برحسب V_i حساب

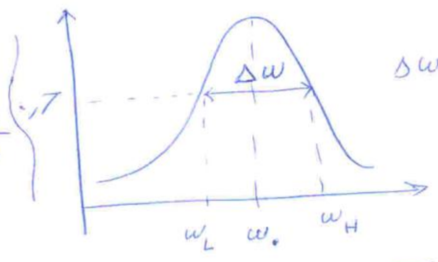
کنیم و به ازای ω هایی که $\frac{V_o}{V_i} = 0.7$ می شود معادله دیفرانسیل آن را حل کنیم که در نهایت به رابطه $BW = \omega_H - \omega_L = \frac{R}{L}$ خواهیم رسید.

خاصیتی را به عنوان ضریب کیفیت و یا سیلکتیویتی را به صورت زیر بیان می کنیم:

تعریف: $Q = \frac{\omega_0}{\Delta\omega} = \frac{Z_L}{R} = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}$

$\Delta\omega = \frac{R}{L}$

$Q = \frac{\omega_0}{R/L} = \frac{L\omega_0}{R} = \frac{Z_L}{R}$

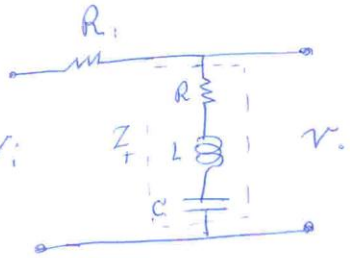


$\Delta\omega = \omega_H - \omega_L$

که اثبات آنهم از طریق روابط $Z_C = Z_L$ برای ω_0 و $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ به آسانی قابل دسترسی است.

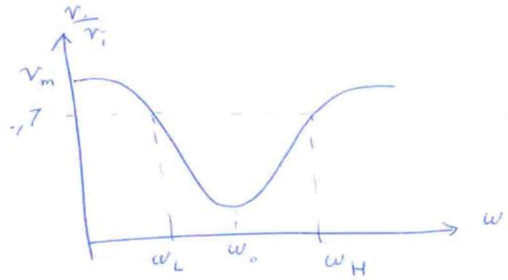
هرچه Q بزرگتر باشد نمودار خاصیت selectivity بیشتری دارد یعنی مدار ما در فرکانس مشخص تری رزونانس می کند به عبارتی $\Delta\omega$ هرچه کوچکتر شود Q بزرگتر می شود و این یعنی فیلتر روی فرکانس مشخص ω_0 قادر به عبور دادن ولتاژ خواهد بود. در رادیو کاری شبیه به این صورت می گیرد.

فیلتر میان گذر:



روابط حاکم برآن دقیقاً با میان گذر یکی است و فقط چون خروجی را از دو سر $Z_{tot}=Z_{RLC}$ گرفته‌ایم پس چون در ω_0، Z_{tot} مینیمم می‌شود بنابراین در ω_0 ولتاژ خروجی $V_o = Z_{tot} I$ نیز مینیمم می‌شود و برابر با $V_o|_{\omega_0} = RI$ خواهد شد (چرا؟)

و روابط حاکم برآن:



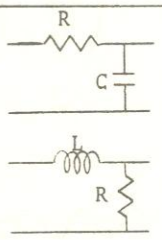
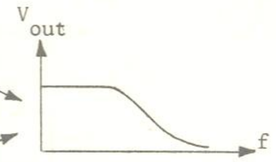
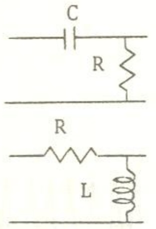
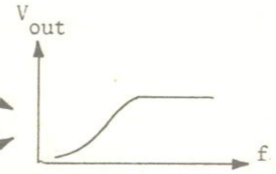
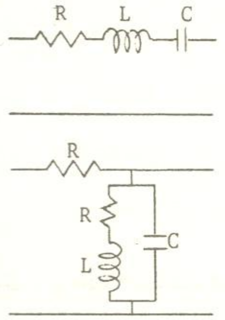
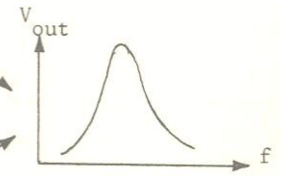
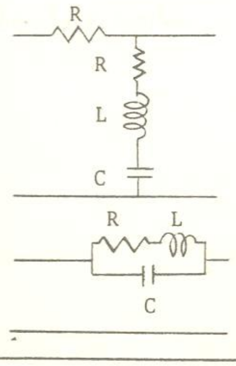
$$\omega_H-\omega_L=\Delta\omega=\frac{R}{L}$$

$$\omega_0 : \quad Z_C=Z_L$$

$$\omega_0=\frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$Q=\frac{\omega_0}{\Delta\omega}=\frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}$$

در صفحهٔ بعد مجموعه‌ای از فیلترها را به صورت یکجا مشاهده می‌کنید.

شکل فیلتر	نوع فیلتر	منحنی مشخصه
	پا ئین گذر پا ئین گذر	
	با لاگذر با لاگذر	
	میا ن گذر میا ن گذر	
	میا ن نگذر میا ن نگذر