به نام خدا

الکترونیک I
دانشکده فیزیک

مبحث مدل های هیبرید ترانزیستوری
و
کاربردهای آن

اهداف این مبحث شامل موارد زیر می باشد:

۱- یادگیری مدلی ساده از ترانزیستور در مدارهای ترانزیستوری
۲- تعیین ضرایب تقویت ولتاژ و جریان A_v و A_i
۳- تعیین مقاومت ورودی و خروجی مدارهای ترانزیستوری

مقدمه:

در درس گذشته با ساختمان داخلی ترانزیستور ***BJT*** آشنا شدیم و سعی کردیم کـه بـا روش هـای ساده و تجربی، مدلی از ترانزیستور با استفاده از نوع کاربردی که ایـن قطعـه در مـدار دارد را بیـان کنیم.

فصل گذشته بر روی یک نکته مهم تمرکز کردیم و آن هم یافتن نقطه کار مناسب برای ترانزیستور بود که این کار را با یافتن نقطه وسط (معمولاً) خط بار ac انجام می دادیم که به این نقطه، بهترین نقطه کار، که در آن دامنه سیگنال ماکزیموم می شود اطلاق کردیم.

برای تعیین این نقطه نیاز به تحلیل ac داشتیم که در آن مدار را از دید سیگنال نگاه مـی‌کـردیم و سپس با استفاده از شهودی که از ترانزیستور پیدا کردیم، مدلی را از آن در مدار جایگزین کردیم که بتوانیم معادلات خط بار را نوشته و از روی آن نقطه کار را پیدا کنیم. کاری که در آنجا می کـردیم در اصل بر اساس درک فیزیکی ما از ترانزیستور بود که این کار را به طور مفصل تـر در ایـن بخـش هم به طور فیزیکی و هم به صورت کاملاً ریاضی ادامه می دهیم تا بدین منظور به اهداف گفته شده در ابتدای این درس، یعنی یافتن ضرایب تقویت (A_i, A_v) و مقاومت های ورودی و خروجی (R_0, R_i) نایل شویم.

به طور کلی اگر ترانزیستور را از روی فیزیک قطعه مدل کنیم طبق تعریف به آن مدل هیبرید پـای (π) می گویند که تا حدودی این مدل را در درس گذشته بیان کردیم ولی چون کامل نبود نامی از آن به میان نیاوردیم. در عوض در اینجا به تفصیل به معرفی آن می پردازیم.

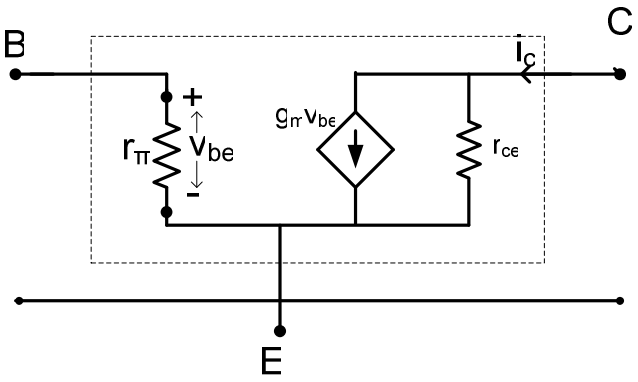
همچنین اگر ترانزیستور را از روی تحلیل هـای ریاضـی بـر اسـاس جریـان و ولتـاژ هـای ورودی و خروجی آن، مدل کنیم به آن مدل - در یک حالت خاص- مدل هیبرید گفته می‌شود.

پس اساس کار ما در این فصل، تحلیل مدارهای ترانزیستوری از روی مدل هیبرید π(روش تجربی) و مدل هیبرید (روش ریاضی) می باشد و منظور از تحلیل مدار یعنی تعیین کردن ضـرایب تقویـت ولتاژ و جریان ؛ و مقاومت ورودی خروجی مدار می باشد.

در ادامه، ابتدا به بررسی مدل هیبرید پای (π) که روش آشناتر است؛ می پردازیم و سپس مـدار را از دیدگاه هیبرید ریاضی بررسی می کنیم. خواهیم دید که این دو روش در نهایت به یـک موضـوع ختم می شوند و مدار را (با این شرط که سیگنال های ورودی کوچک باشد) بـا هـر مـدلی تحلیـل کنیم فرقی با هم نخواهد کرد هرچند که مدل هیبرید π کاربردی تر و مدل هیبرید ریاضی دقیـق تر است.

بررسی مدار با استفاده از هیبرید π:

در این روش، مدار معادلی که از فصل پیش آموخته ایم را در نظر می گیریم. این مدار معادل که در شکل (۱) آمده است در اصل بر پایه شهود ما از ترانزیستور با توجه به مباحث گذشته، بیان شد و کاملاً با آن آشنا هستیم.



شکل (۱): مدل هیبرید π

با مولفه های این شکل کاملاً آشنائیم و فقط در اینجا از برچسب جدید جهت حفظ قراردادها استفاده کرده ایم تا در این صورت بتوانیم صرفاً هیبرید π را معرفی کرده باشیم.

پس با این تفاصیل می دانیم که $g_m v_{be}$ همان βi_b است و r_π هم در نقش r_i در فصل قبل می‌باشد. و علامت + و- بر روی r_π به معنای ولتاژ بیس - امیتر v_{be} است که آن را طبق قرارداد این گونه نمایش می دهیم و علامت لوزی هم بیانگر همان منبع جریان وابسته است که در اینجا سعی کردیم که مقدار آن را بر حسب ولتاژ ورودی ($g_m v_{be}$) بیان کنیم.

حال به معرفی پارامترهای این مدل یعنی g_m، r_{ce} و r_π می پردازیم:

۱- **هدایت انتقالی یا g_m**: (*Transconductance*): برای تعیین میزان جریان ترانزیستور که از خروجی آن می گذرد از این کمیت بهره می بریم که به این صورت تعریف می شود:

$$g_m = \left.\frac{\partial i_c}{\partial v_{BE}}\right|_Q \qquad ۱)$$

که بیانگر تغییرات جریان خروجی بر حسب تغییرات ولتاژ ورودی ترانزیستور در نقطه کار Q می باشد. پس g_m برای هر نقطه کاری دارای مقداری مربوط به همان نقطه کار است.

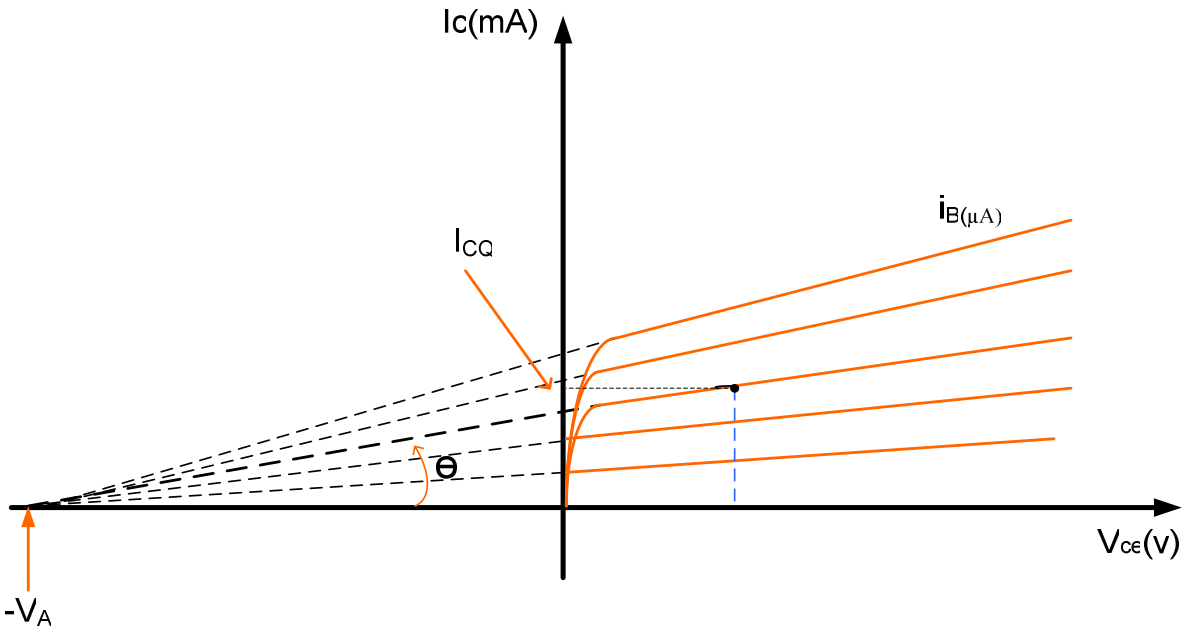
برای یافتن g_m می توانیم از این واقعیت نیز بهره ببریم که: اگر v_{BE} ولتاژ امیتر- بیس باشد پس این ولتاژ همان ولتاژ *Forward-Baise* در تغذیه بیس ترانزیستور می باشد که آن را (چون تغییرات زیادی ندارد) با V_T نمایش می دهیم، پس در این صورت جریان عبوری از کلکتور یعنی i_c مقدار معین خواهد گرفت که با توجه به نقطه کار مورد نظر می‌توانیم g_m را از راه ساده تر زیر نیز بیابیم که:

$$g_m = \frac{I_c}{V_T} \qquad ۲)$$

در اصل این رابطه بیان می کند که g_m چیزی نیست جز نسبت جریان کلکتور به ولتاژ بایاس مستقیم بیس - امیتر.

۲- **مقاومت امیتر-بیس**: r_{ce}: با این مولفه که مهمترین قسمت ترانزیستور در آرایش امیتر-مشترک است، آشنا هستیم و در اینجا می خواهیم تعریف ساده تری از آن با توجه به یکی دیگر از مشخصه های ترانزیستور بپردازیم که در اینجا لازم است موضوعی را به عنوان اثر ارلی (*early effect*) بیان کنیم.

بدین منظور منحنی مشخصه ترانزیستور در بایاس امیتر – مشترک را در نظر می‌گیریم.



شکل (۲): مشخصه خروجی ترانزیستور به منظور تعیین ولتاژ ارلی:

با توجه به شکل ۲ مشاهده می کنیم که نقطه حاصل از تلاقی امتداد تمام منحنی های مشخصه به ازای i_B های مختلف دارای یک مقدار مشخص می باشد که به آن ولتاژ ارلی می گویند که به نام کاشف آن ثبت شده است.

این ولتاژ هر چه بیشتر باشد ترانزیستور به حالت ایده آل تر خود نزدیکتر می باشد و سعی سازنده ها در زیاد کردن این مقدار است چرا که هرچه ولتاژ ارلی بیشتر، شیب منحنی های مشخصه کمتر و در نتیجه ترانزیستور خطی تر کار می کند. مقدار ولتاژ ارلی برای یک ترانزیستور خوب از ۱۵۰ تا ۲۰۰ ولت خواهد بود.

حال چرا به تعریف اثر ارلی و یا ولتاژ ارلی پرداختیم؟ جواب آن را با یافتن مقاومت کلکتور - امیتر (r_{ce}) خواهیم یافت که با توجه به تعریف r_{ce} داریم:

$$r_{ce} = \frac{\partial v_{CE}}{\partial i_C} \qquad (۳$$

این مقدار را می توان با توجه به شکل (۲) نیز از راه هندسی بدست آورد به طوری که از شکل پیداست داریم:

$$\cot\theta = \frac{\partial v_{CE}}{\partial i_C} \cong \frac{V_A}{I_{CQ}} \qquad ۴)$$

در رابطه اخیر توجه داریم که سمت راست آن را با فرض اینکه جریان نقطه کار (I_{CQ}) مشخص است نوشته ایم:

حال می توانیم از ترکیب (3) و (4) به مقدار زیر برسیم:

$$r_{Ce} = \frac{V_A}{I_{CQ}} \qquad ۵)$$

که این رابطه می گوید مقاومت کلکتور – امیتر، بسته به میزان جریان نقطه کار مقداری متناسب با عکس آن دارد.

۳- **مقاومت** r_π: از تعریف آن بر می آید که این مقاومت مخصوص هیبرید پای π در قسمت ورودی ترانزیستور باشد که اگر مقاومت re را که مقاومت پیوند امیتر است به صورت زیر تعریف کنیم:

$$r_e = \frac{V_T}{I_E} \qquad ۶)$$

در آن صورت r_π به صورت زیر خواهد بود:

$$r_\pi = (\beta+1) r_e \approx \beta r_e \quad , \quad \beta = \frac{I_c}{I_B} \qquad ۷)$$

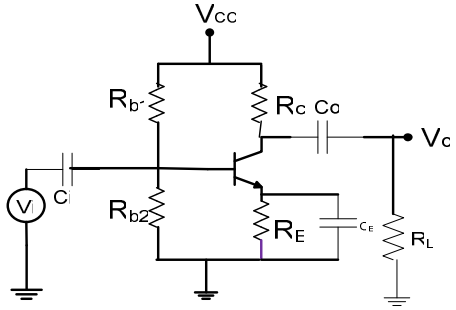
توجه کنید که اینها صرفاً نوعی تعریف هستند و بسته به نیاز در مدل هیبرید π ناگزیر از آنها بهره می بریم.

از اینجا به بعد؛ g_m و r_{ce} و r_π را به عنوان پارامترهای هیبرید π در نظر می گیریم و با توجه به ۳ مورد بالا که می دانیم که مقادیری مشخص اند؛ مدارها را تحلیل می کنیم.

بررسی مدار امیتر مشترک با استفاده از هیبرید پای π:

بدین منظور مدار کامل امیتر مشترک در شکل (۳) را در نظر می گیریم.

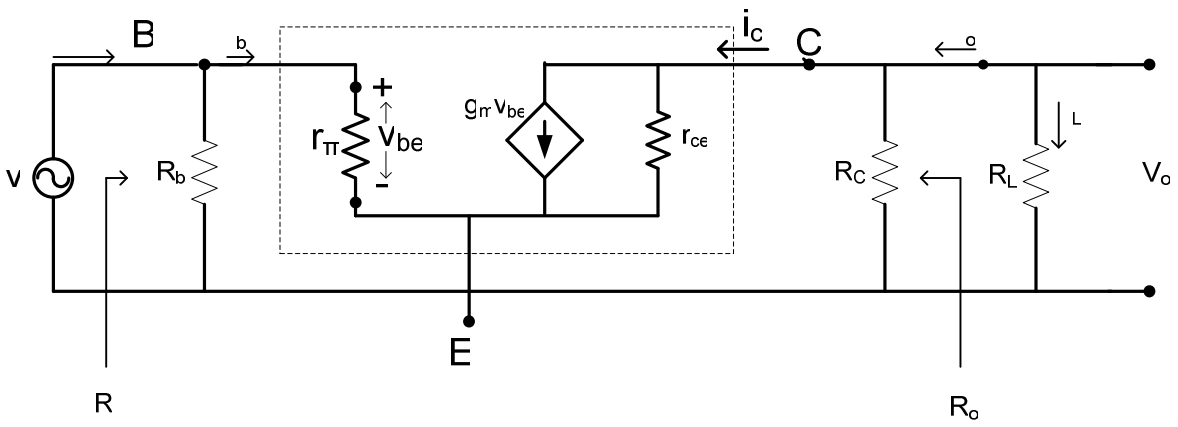
هدف یافتن ضرایب تقویت ولتاژ و جریان (A_v,A_i) و مقاومت ورودی و خروجی (R_i,R_0) با توجه به پارامترهای هیبرید π است.



شکل ۳: مدار کامل یک تقویت کننده با مقاومت بار R_L *در آرایش امیتر مشترک*

در شکل ۳ از یک مقاومت بار R_L جهت استفاده از جریان خروجی مدار استفاده شده است که هدف از آن تکمیل مدار تقویت کننده ای است که در فصل پیش بررسی کـردیم. در اینجـا مـی خـواهیم مدار را از دید سیگنال ac بررسی کنیم چرا که ضرایب تقویت برای سیگنال ac (در اینجـا) تعریـف می شوند.

پس طبق قرارداد، مدار معادل هیبرید π را (شکل (۱)) با توجه به اینکه در تحلیل ac بایـد V_{cc} را زمین کرد (V_{cc} را به زمین وصل کنیم)؛ اعمال می کنیم.



شکل ۴: مدار معادل شکل (۳) با استفاده از هیبرید π در تحلیل ac

در این مدار فرض شده است که خازن ها در فرکانس کار مدار اتصال کوتاه هستند پس بدین منظور اثر خازن ها در مدار اعمال نشده است.

حال بدون توضیح اضافی به یافتن ضریب تقویت ولتاژ A_v می پردازیم:

تعریف کرده اند که:

۸) $$A_V = \frac{v_0}{v_i}$$

که نسبت ولتاژ خروجی به ورودی را ضریب تقویت ولتاژ می نامند. پس قـدم بعـدی در تعیـین A_v مشخص نمودن V_0 و V_i است (یا V_0 را بر حسب V_i بیابیم) با توجه به شکل ۴ واضح است که:

۹) $$v_0 = \left(-g_m v_{be}\right) R_{t_0 t}$$

یعنی ولتاژ خروجی برابر است با :جریانی که از مقاومت معادل در قسمت خروجی می گذرد ضـربدر مقدار مقاومت معادل (R_{t0t}) .در قسمت خروجی ؛ $-g_m v_{be}$ همانا جریان نام برده است و R_{tot} با توجه به موازی بودن مقاومت های استفاده شده به صورت زیر تعریف می شود:

۱۰) $$R_{tot} = r_{ce} \| R_c \| R_L$$

علامت منفی در رابطه (۹) بیانگر این است که جهت جریان قراردادی در مدار معادل عکس حرکت ما در نوشتن معادله KVl است. (رابطه ۹)

از طرفی هم می دانیم که:

۱۱) $$v_i = v_{be}$$

پس:

۱۲) $$A_v = \frac{v_0}{v_i} = -g_m R_{tot}$$

که در آن علامت منفی بیانگر اختلاف فاز ولتاژ خروجی نسبت بـه ورودی در مـدار اسـت و ضـریب تقویت جریان طبق تعریف برابر با:

۱۳) $$A_i = \frac{i_L}{i_i}$$

که بیانگر جریان عبوری از مقاومت بار نسبت به جریان ورودی است که در آن

۱۴) $$v_o = v_L = R_L i_L \Rightarrow i_L = \frac{v_o}{R_L} = \frac{-g_m v_{be} R_t}{R_L}$$

که با توجه به شکل ؛ ولتاژ خروجی با ولتاژ دو سر تک تک مقاومت های R_t برابر است.

همچنین

۱۵) $$i_i = \frac{v_{be}}{R_b \| r_\pi} \qquad \text{و} \qquad R_b = R_{b_1} \| R_{b_2}$$

بنابراین :

(۱۶) $$A_i = -g_m \frac{R_t}{R_L}(R_b \| r_x)$$

و یا:

(۱۷) $$A_i = -g_m \frac{R_t}{R_L} \times \frac{r_x R_b}{r_x + R_b} = \frac{-g_m R_t r_x}{R_L(1 + r_x / R_b)}$$

مقاومت ورودی مدار نیز طبق تعریف برابر با :

(۱۸) $$R_i = \frac{v_i}{i_i}$$

که در آن :

(۱۹) $$v_i = i_i (R_b \| r_x)$$

درنتیجه:

(۲۰) $$R_i = R_b \| r_x$$

و مقاومت خروجی طبق تعریف :

(۲۱) $$R_0 = \frac{v_0}{i_0}\Big|_{v_i = 0}$$

یعنی وقتی که ولتاژ ورودی مدار را صفر می‌کنیم در قسمت خروجی مدار (همیشه قبل از مقاومـت بار R_L) چه مقاومتی را می‌توان مشاهده کرد و اینکه قید $v_i=0$ را وارد کردیم به این دلیـل اسـت که می‌دانیم در v_i های متفاوت مقاومت r_{CE} تغییر می‌کند پس بهتر است جهت رعایت یک سـری قراردادها، وقتی که ولتاژ ورودی صفر است به تعیین مقاومت خروجی بپردازیم .

این قید یعنی $v_i=0$ می‌رساند که :

$$g_m v_{be} = g_m v_i = 0 \qquad (۲۲)$$

پس به راحتی از روی شکل ۴ بدست می‌آید که :

$$R_0 = r_{ce} \| R_c \qquad (۲۳)$$

که معمولاً در عمل وقتی که $v_i=0$ انتخاب شود r_{ce} به بی‌نهایت میل می‌کند و با تقریب خوبی می‌توان نوشت که :

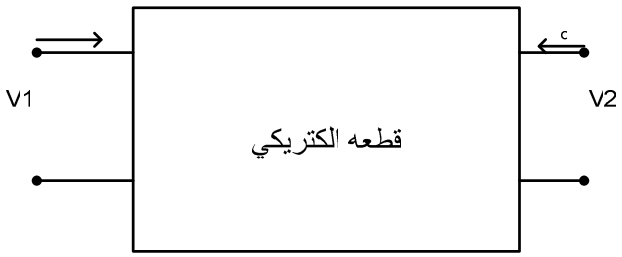
$$R_0 \approx R_c \qquad (۲۴)$$

که قبلاً هم به این مقدار دست یافته بودیم .

دیدیم که مدل هیبرید π در بررسی مدار از دید سیگنال چقدر مفید واقع شد و تنها از روی دید شهودی (فیزیکی) که از مدار حس کردیم آن را بیان و سپس تحلیل کردیم. این مدل پرکاربردترین نوع مدلی است که در تحلیل ac از آن بهره می‌بریم و معمولاً در مدل امیتر مشترک، بهترین مدل در بررسی مدارها محسوب می‌شود.
حال این سوال مطرح می‌شود که آیا مدل همه جانبه‌ای وجود دارد که صرفاً آرایش خاصی را برای تحلیل ac نطلبد؟
پاسخ این سوال مثبت است و در بخش بعد به آن مدل می‌پردازیم.

مدل ریاضی ترانزیستور ؛ هیبرید :

توجه داشته باشید که در این بخش صرفاً ریاضی‌وار بحث می‌کنیم پس باید انتظار معادلات و روابط جبری زیادی را داشته باشیم که در واقع این معادلات (که بیان خواهند شد) هیچ کدام نیازی به حفظ کردن ندارند و باتوجه به اینکه مشابه آنها در روش تجربی بیان شده ، می‌توان آنها را با روش تجربی تطبیق زد. همچنین تنها ابزار مورد نیاز این بخش بلد بودن قانون اهم و نوشتن KVL و KCL است.
شاید دانشجویانی که درس لیزر و یا اپتیک را گذرانده‌اند با مبحث این بخش آشنایی داشته باشند. در بحث لیزر این موضوع تحت عنوان ***ماتریس‌های پرتو*** بحث شده است به طوری که خروجی‌های یک سیستم اپتیکی (مثلاً عدسی) از جمله *مکان* و *شیب پرتو* را برحسب ورودی‌های آن بیان می کردیم و در نهایت پارامترهایی که ورودی را به خروجی ارتباط می‌داد به عنوان پارامترهای ماتریس پرتو بیان می کردیم .
در این بخش ما مستقل از هر موضوعی به بررسی مدل هیبرید می‌پردازیم و بدین منظور ترانزیستور را عنصر ناشناخته‌ای فرض می‌کنیم که فقط می‌دانیم دو سیم برای ورودی و دو سیم خروجی دارد. شکل۵ .



شکل ۵: یک قطعه الکترونیکی با ورودی و خروجی مشخص

حال می‌توانیم روابط حاکم بر این قطعه را به یکی از چهار صورت زیر تعیین کنیم .

الف)

$$V_1 := V_1(I_1, I_2)$$
$$V_2 := V_2(I_1, I_2) \quad (۲۵)$$

به این نوع نمایش که ولتاژها را تابعی از جریان‌ها نمایش می‌دهیم مدل امپدانس گفته می‌شود.

ب)

$$I_1 := I_1(V_1, V_2)$$
$$I_2 := I_2(V_1, V_2) \quad (۲۶)$$

این مدل برعکس مدل الف نام ادمیتانس را به خود می‌گیرد .

ج)

$$V_1 := V_1(I_1, V_2)$$
$$I_2 := I_2(I_1, V_2) \quad (۲۷)$$

این مدل به این دلیل که به صورت *مختلط*؛ ولتاژ و جریان قسمتی از مدار، تابعی از ولتاژ و جریان قسمتی دیگر از مدار هستند یا به عبارتی شکلی *نامتجانس* به خود گرفته‌اند به آن مدل هیبرید گفته می‌شود . (در فرهنگ لغت هیبرید به معنای نامتجانس آمده است !!).

د)

$$V_1 := V_1(I_2, V_2)$$
$$I_1 := I_1(I_2\ , V_2) \quad (۲۸)$$

که این نوع نمایش را مدل پارامترهای انتقال می‌نامند.

از این چهار مورد فوق ما فقط نوع قسمت ج را (یعنی مدل هیبرید را) بررسی می‌کنیم و این حسن انتخاب، تنها به دلیل اهمیت ولتاژ ورودی V_1 و جریان خروجی I_2 است که کاربردی‌تراز سایر موارد می‌باشند.

یافتن پارامترهای مدار در مدل هیبرید:

منظور از **پارامترهای مدار** همان ضرایبی هستند که I و V خروجی را به ورودی ربط می‌دهند و آنها را با توجه به توابعی که تعریف نمودیم تعیین می‌کنیم:

داشتیم: (قسمت ج)

$$V_1 := V_1(I_1, V_2)$$
$$I_2 := I_2(I_1, V_2) \qquad (۲۸)$$

با تعیین دیفرانسیل از دو رابطه فوق :

$$dV_1 = \frac{\partial V_1}{\partial I_1}\Big|_{V_2} dI_1 + \frac{\partial V_1}{\partial V_2}\Big|_{I_1} dV_2 \qquad (۲۹)$$
$$dI_1 = \frac{\partial I_2}{\partial I_1}\Big|_{V_2} dI_1 + \frac{\partial I_2}{\partial V_2}\Big|_{I_1} dV_2$$

در روابط فوق منظور از $\frac{\partial V_1}{\partial I_1}\Big|_{V_2}$ یعنی اینکه تغییرات V_1 نسبت به I_1 به طوری که V_2 را ثابت نگه داشته باشیم .

حال می‌دانیم که جریان و ولتاژ ورودی و خروجی هر کدام دارای یک مولفه DC و یـک مولفـه ac اند بدین منظور می‌نویسیم:

$$V_1 = V_{Q1} + v_1 \quad \text{و} \quad I_1 = I_{Q_1} + i_1$$
$$V_2 = V_{Q_2} + v_2 \quad \text{و} \quad I_2 = I_{Q_2} + i_2 \qquad (۳۰)$$

که در آنها اندیس Q یعنی ولتاژ یا جریان DC در نقطه کار Q و حـروف کوچـک بیـانگر سـیگنال acاند.

حال می‌دانیم که :

$$dI_1 = i_1 \qquad dI_2 = i_2 \qquad (۳۱)$$
$$dV_2 = v_2 \qquad dV_1 = v_1$$

پس از رابطه ۲۹ داریم:

$$v_1 = \frac{\partial V_1}{\partial I_1} i_i + \frac{\partial V_1}{\partial V_2} v_2$$
$$i_1 = \frac{\partial I_2}{\partial I_1} i_i + \frac{\partial I_2}{\partial V_2} v_2 \qquad (۳۲)$$

دیگر از نوشتن اندیس‌ها در جلوی مشتقات صرف نظر می‌کنیم ولـی بایـد مفهـوم ثابـت بـودن هـر متغیری در مشتق گیری از متغیر دیگر؛ لحاظ شده باشد.

حال رابطه بالا را به صورت زیر بازنویسی و سپس مقایسه می‌کنیم.

$$v_1 = h_{11} i_1 + h_{12} v_2 \qquad (۳۳)$$
$$i_2 = h_{21} i_1 + h_{22} v_2$$
$$for\ \ example: h_{11} = \frac{\partial V_1}{\partial I_1}\Big|_{V_2} = \frac{v_1}{i_1}\Big|_{V_2=0}$$

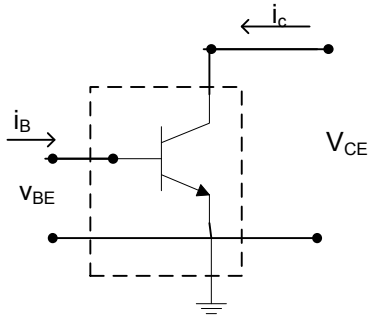
که در فرم ماتریسی آن داریم :

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_2 \\ i_1 \end{bmatrix} \qquad (۳۴)$$

در این روابط به h_{ij}ها پارامترهای هیبرید گفته می‌شود که هر کدام با توجه به مشتقی که در دل خود پنهان دارند بیانگر نوعی مفهوم فیزیکی هستند و از همین رو نامی مناسب با آن برای هر یک می‌توانیم تعیین کنیم. این نامگذاری را در بخش بعد بیان میکنیم.

بررسی مدار امیترمشترک در مدل هیبرید:

در این حالت با توجه به شکل ۵ که از یک قطعه مجهول استفاده کردیم و به رابطه ۳۳ رسیدیم؛ می‌خواهیم شکل ۵ را به حالت خاصی تبدیل کنیم که در اینجا آرایش امیتر مشترک را برای یک ترانزیستور در نظر می‌گیریم . پس داریم :



شکل ۶: شبکه امیتر مشترک ؛ حالت خاصی از شکل ۵

حال با استفاده از این شکل روابط (۳۳) را با برچسب گذاری جدید می‌نویسیم :

$$v_{be} = h_{ie} i_b + h_{re} v_{ce}$$
$$i_c = h_{fe} i_b + h_{oe} v_{ce} \qquad (۳۵)$$

در تمامی موارد اندیس دوم یعنی e بیانگر امیتر مشترک بودن مدار است و اندیس‌های اول به قرار زیر تعیین و نامگذاری شده‌اند :

$h_{ie} = \frac{\partial V_{BE}}{\partial I_B} = \frac{v_{be}}{i_b}$ پارامتر مقاومت ورودی input Resistance

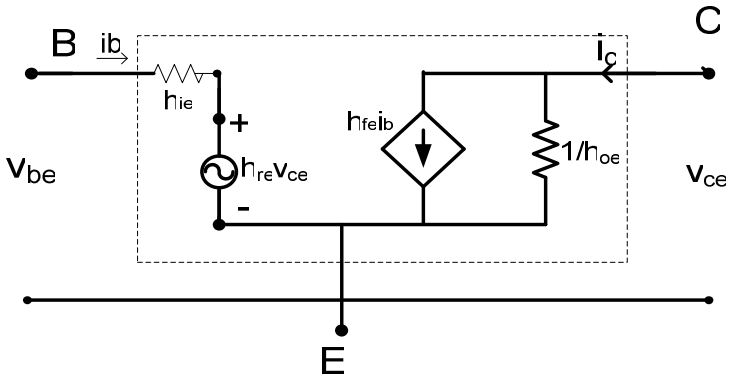
$h_{fe} = \frac{\partial I_c}{\partial I_B} = \frac{i_c}{i_b}$ پارامتر انتقال جریان مستقیم forward transfer current ratio

$h_{re} = \frac{\partial V_{BE}}{\partial V_{CE}} = \frac{v_{be}}{v_{ce}}$ پارامتر انتقال ولتاژ معکوس reverse transfer voltage ratio

$h_{oe} = \frac{\partial I_c}{\partial V_{CE}} = \frac{i_c}{v_{ce}}$ پارامتر رسانندگی (عکس مقاومت) در خروجی output admittance

حال می‌توانیم مانند گذشته یک مدار ساده تقویت کننده که در حالت امیتر مشترک بایاس شده است را از طریق پارامترهای هیبرید به طور کامل و دقیق‌تر از همیشه بررسی کنیم دقت کنید

دقیق‌تر، به این معناست که بررسی ما صرفاً ریاضی‌وار است و از این رو هیچ تقریبی به کار برده نخواهد شد بنابراین ممکن است در نگاه اول معادلات زیادی را ببینیم که باز تاکید می‌کنم در اینجا هدف آشنایی با یک مدل بهره گرفته از منطق ریاضیات است هرچند در عمل و فیزیک مسئله خواهیم دید که خیلی از این معادلات ساده می‌شوند و یا اصلاً (عملاً) صفر می‌شوند پس هیچ نگرانی از این بابت نخواهیم داشت و هر وقت بخواهیم به صورت کاربردی کار کنیم از همان تقریب‌ها که در مثال بعدی کاملاً بیان شده‌اند بهره می‌بریم.
در ضمن قبل از بیان مثال لازم است مدار معادل هیبرید را رسم کنیم.

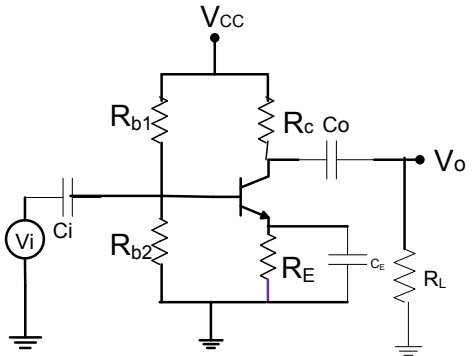


شکل ۷- مدار معادل هیبرید در حالت امیتر مشترک

حالت‌های بیس مشترک و کلکتور مشترک نیز از نظر ظاهری فرقی با هم ندارند و فقط در روابط حاکم در h_{ij}ها کمی با هم متفاوت‌اند که چون در بحث اصلی ما کاربرد زیادی ندارند آنها را به صورت **ضمیمه** در انتهای این فصل آورده‌ایم و فقط جنبه اطلاع و دانستن روابط حاکم در انواع بایاس می‌باشد هرچند هر کدام به آسانی به دست خواهند آمد.

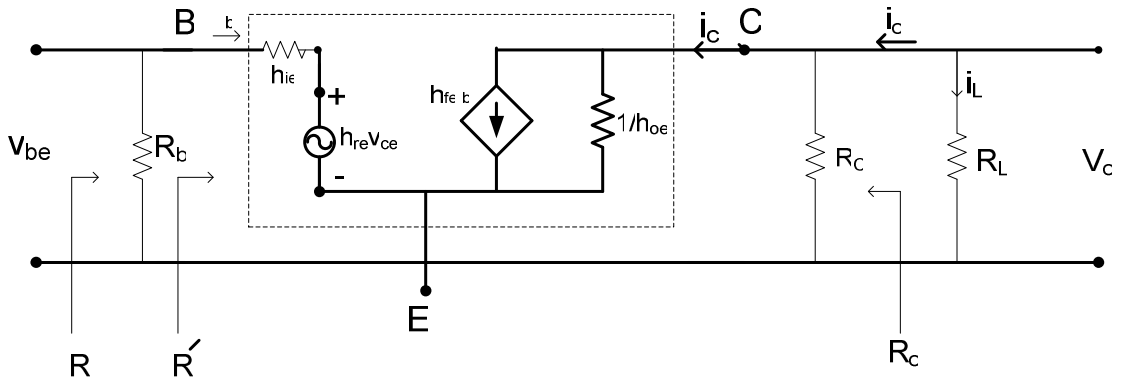
مثالی از کاربرد مدل هیبرید :

مدار زیر را با روش هیبرید به طور کامل و سپس به صورت کاربردی تحلیل می کنیم. منظور از تحلیل یک تقویت کننده یافتن A_i و A_v و R_i و R_0 می‌باشد.



شکل ۸- مدار تقویت کننده امیتر مشترک

طبق آنچه که در مدل هیبرید بیان کردیم مدار بالا را به صورت زیر تبدیل می‌کنیم.



شکل ۹- مدار معادل هیبریدِ تقویت کننده شکل ۸

با توجه به شکل بالا داریم:

$$R_t = \frac{1}{h_{oe}} \| R_c \| R_L \qquad \text{و} \qquad V_0 = -h_{fe} i_b R_t \tag{۳۶}$$

برای جریان ورودی:

$$V_{ce} = V_0 \qquad \text{و} \qquad i_b = \frac{v_i - h_{re} v_{ce}}{h_{ie}} \tag{۳۷}$$

حال با توجه به (۳۶):

$$V_0 = -h_{fe} R_t \left(\frac{v_i - h_{re} v_o}{h_{ie}}\right) \tag{۳۸}$$

پس ضریب تقویت ولتاژ برابر با:

$$A_v = \frac{v_0}{v_i} = -\frac{h_{fe} R_t}{h_{ie} - h_{fe} h_{re} R_t} \tag{۳۹}$$

با تعریف R به صورت زیر اثر h_{oe} نیز پدیدار می شود.

$$R = R_c \| R_L \qquad A_v = -\frac{h_{fe} R}{h_{ie} + (h_{ie} h_{oe} - h_{fe} h_{re}) R} \tag{۴۰}$$

در حالت کاربردی مقادیر h_{re} و h_{oe} را چون خیلی کوچک اند (از مرتبه ۱/۱۰۰۰۰) عملا صفر در نظر می گیریم.

با در نظر گرفتن شرایط کاربردی $A_r = -\frac{h_{fe}}{h_{ie}} R$ (۴۱)

حال بهره جریان را محاسبه می کنیم.

با توجه به شکل؛ جریان مقاومت بار برابر با:

$$i_L = -h_{fe} i_b \frac{R_t}{R_L} \qquad (۴۲)$$

و با توجه به جریان ورودی داریم:

$$i_i = \frac{i_b h_{ie} + h_{re} v_0}{R_b} + i_b \qquad \text{و} \qquad v_0 = -h_{fe} i_b R_t \qquad (۴۳)$$

و یا:

$$i_i = (\frac{h_{ie}}{R_b} - \frac{h_{re} h_{fe} R_t}{R_b} + 1) i_b \qquad (۴۴)$$

بنا بر این داریم:

$$A_i = \frac{i_L}{i_i} = \frac{-h_{fe} R_t / R_L}{\frac{h_{ie}}{R_b} - \frac{h_{re} h_{fe} R_t}{R_b} + 1} \qquad (۴۵)$$

معمولا در مدار ها مقدار R_b عدد بزرگی است و میتوان از دو کسر اول در مخرج رابطه ۴۵ صـرف نظر کرد و با توجه به تعریف R میتوانیم رابطه بالا را به صورت زیر بازنویسی کنیم.

$$A_i = -\frac{h_{fe} R_t}{R_L} = -\frac{h_{fe}}{(1 + h_{oe} R)} \frac{R}{R_L} \qquad \text{و} \qquad R = R_C \| R_L \qquad (۴۶)$$

برای یافتن R_i داریم:

$$R_i = R_i' \| R_b \qquad (۴۷)$$

و

$$R_i = \frac{v_i}{i_i} \qquad (۴۸)$$

از طرفی هم

$$R_i' = \frac{v_i}{i_b} \qquad (۴۹)$$

روابط بالا با توجه به شکل ۹ کاملا واضح اند. در ادامه با توجـه بـه تعریـف ولتـاژ ورودی v_i از روی روابط(۳۵) و همچنین شکل ۹ داریم:

$$V_i = i_b h_{ie} + h_{re} v_{ce} \qquad \text{و} \qquad V_{ce} = -h_{fe} i_b R_t \qquad (۵۰)$$

پس:

$$V_i = i_b h_{ie} - h_{re} h_{fe} R_t i_b$$

حال با توجه به ۴۹ :

$$R_i' = h_{ie} - h_{re} h_{fe} R_t = h_{ie} - \frac{h_{re} h_{fe}}{(1 + h_{oe} R)} R \qquad (۵۱)$$

برای یافتن مقاومت خروجی با توجه به تعریف آن داریم :

$$R_0 = \frac{v_0}{i_0}\Big|_{v_i=0} \Rightarrow if: v_i = 0 \Rightarrow i_b = -\frac{h_{re}v_{ce}}{h_{ie}} = -\frac{h_{re}v_0}{h_{ie}} \quad (۵۱)$$

این رابطه بیان می کند که اگر ولتاژ ورودی vi صفر باشد ، جریان بیس برابر با: ولتـاژ داخلـی(در بیس ترانزیستور) تقسیم بر مقاومت داخلی آن.

برای جریان خروجی که با توجه به شکل ۹ برابر با منفی جریان مقاومت بارR_Lداریم:

$$i_0 = h_{fe}i_b + h_{oe}v_0 + \frac{v_0}{R_c} \quad (۵۲)$$

یعنی جریان خروجی برابر با مجموع جریان های گذزنده از R_C , $1/h_{oe}$ و جریان منبع جریان وابسته. حال با توجه به جهت i_b ازرابطه ۵۱ داریم:

$$i_o = (-\frac{h_{fe}h_{re}}{h_{ie}} + h_{oe} + \frac{1}{R_c})v_0 \quad (۵۳)$$

$$\Rightarrow \frac{i_0}{v_0} = \frac{1}{R_c} + h_{oe} - \frac{h_{fe}h_{re}}{h_{ie}} = g_0$$

و

$$R_o = g_0^{-1} \quad (۵۴)$$

و در حال کاربردی که h_{oe} و h_{re} را صفر در نظر میگیریم :

$$R_0 = R_c \quad (۵۵)$$

رابطه اخیر به ما می گوید که مقاومت خارجی یک مدار امیتر مشترک برابر با مقاومت کلکتور R_c که برای رعایت کردن ***امپدانس مچینگ*** در خروجی لازم است مقاومت R_L را نیز در این حدود انتخاب کنیم.

در بحث کاربردی این معادله‌ها خیلی ساده می‌شوند:

اگر h_{re} و h_{oe} را تقریباً صفر بگیریم داریم :

$$v_o = h_{fe}(\frac{v_i}{h_{ie}})R \qquad R = R_c \| R_L \quad (۵۶)$$

برای بهره ولتاژ بدست می آوریم

$$A_v = \frac{v_0}{v_i} = \frac{h_{fe}}{h_{ie}}R \quad (۵۷)$$

و برای بهره جریان به شرطی که R_b خیلی بزرگ باشد داریم

$$A_i = \frac{v_0}{v_i}\frac{R_i}{R_L} \qquad if \quad i_i \approx i_b \quad (۵۸)$$

بنابراین

$$A_i = h_{fe}\frac{R}{R_L} \qquad R = R_c \| R_L \quad (۵۹)$$

که در رابطه اخیر اگر R_C در حدود R_L باشد . در این صورت :

(۶۰) $$\frac{R}{R_L} = (\frac{R_c R_L}{R_c + R_L})\frac{1}{R_L} \rightarrow \frac{R_L}{2}(\frac{1}{R_L}) = 1/2$$

بنابراین :

(۶۱) $$A_i = h_{fe}/2 = \frac{i_c}{2i_b} = \beta/2$$

رابطه اخیر به ما می‌گوید که ضریب تقویت در حالتی که R_L در حدود R_c باشد، ضریب تقویت جریان $\beta/۲$ خواهد شد .

در این درس با نحوه محاسبه ضرایب تقویت ولتاژ و جریان به طور کامل آشنا شدیم همچنین مقاومت ورودی و خروجی برای مدار امیتر مشترک را یافتیم که در پایان دیدیم این محاسبات در حالت کاربردی بسیار ساده می شوند که ما همان مقادیر کاربردی را در نظر می گیریم و از آنها در عمل (و حتی تئوری) بهره می بریم.
دانشجویان علاقه مند می توانند برای بررسی مدار های کلکتور مشترک و بیس مشترک به ضمیمه این درس مراجعه کنند و با توجه به روابط درون جدول ، مدار ها را مشابه آنچه که در مورد امیتر مشترک گفتیم *تحلیل* کنند.
در درس آینده به بررسی مدار های ترانزیستوری و بعضی از کاربرد های رایج (مثلا ترکیب دارلینگتون) می پردازیم وتا حد ممکن مدارهای ***واقعاً*** کاربردی را بررسی می کنیم و خواهیم دید که با همین مقدار اطلاعاتی که تا به حال (و درس آینده) یافته ایم قادر به تحلیل مدارهای چند ترانزیستوری و تا حدی پیچیده خواهیم بود . از این رو به زیبا بودن الکترونیک پی خواهیم برد و به این درک خواهیم رسید که چرا الکترونیک این همه با سرعت در حال پیشرفت است؟!. تمام این پیشرفت ها را باید مدیون کسانی باشیم که در یک قرن گذشته زندگی خود را صرف تحقیق و تولید کردند و همواره *تحقیق به همراه تولید* است که باعث تحولی عظیم در دنیا شده است از این رو به همه توصیه می شود علاوه بر مطالعه و کارهای تئوری به تجربه و آزمایش نیز بپردازید تا بتوانید ادعاهای خود را در عمل نیز به اثبات برسانید و متکی به خود باشید.
چه بسیارند کسانی که **سخن** بسیار سرایند ولی در **عمل** به اثبات آن نپردازند.

ضمیمه :

جدول معادل یابی پارامترهای هیبرید برحسب پارامترهای هیبرید در بایاس امیتر مشترک.

برحسب امیتر مشترک	پارامترهای کلکتور مشترک	برحسب امیتر مشترک	پارامترهای کلکتور مشترک
h_{ie}	h_{ic}	$\frac{h_{ie}}{1+h_{fe}}$	h_{ib}
$1-h_{re}\approx 1$	h_{rc}	$\frac{h_{ie}h_{oe}}{1+h_{fe}}-h_{re}$	h_{rb}
$-(1+h_{fe})$	h_{fc}	$-\frac{h_{fe}}{1+h_{fe}}$	h_{fb}
h_{oe}	h_{oc}	$\frac{h_{oe}}{1+h_{fe}}$	h_{ob}

جدول (۱) : پارامترهای هیبرید بیس مشترک و کلکتور مشترک برحسب امیتر مشترک

توجه داشته باشید که جدول فوق تنها جنبه اطلاع از روابط حاکم بین پارامترها در آرایش‌های مختلف رابیان می‌کند و اصلاً نیازی به حفظ کردن آن نداریم و هر وقت نیازی به این روابط داشتیم کافی است به جدول مراجعه کنیم.

همچنین فقط صرف اطلاع خوب است که بدانید، شرکت‌های سازنده تنها پارامترهای هیبرید در حالت امیتر مشترک را در data sheetها به ما می‌دهند و اگر بخواهیم ترانزیستور را در حالت‌های بیس مشترک و کلکتور مشترک بررسی کنیم کافی است از طریق جدول فوق معادل موردنظر آن پارامتر را در نظر بگیریم و مدار را تحلیل کنیم.

این روابط را کسی که حوصله دارد می‌تواند خودش بدست بیاورد به عنوان مثال :

می‌خواهیم h_{ib} را برحسب پارامترهای امیتر مشترک بدست آوریم :

$$h_{ib}=\frac{v_{eb}}{i_e}\Big|_{v_{cb}=0} \qquad (A-1)$$

اگر $v_{cb}=0$ پس :

$$v_{be}=v_{ce} \qquad (A-2)$$

حال باتوجه به روابط (۳۳) :

$$(1): v_{be}=h_{ie}t_b+h_{re}v_{be}\Rightarrow -v_{eb}(1-h_{re})=h_{ie}i_b \qquad (A-3)$$
$$(2): i_c=h_{fe}i_b+h_{oe}v_{be}\Rightarrow -i_e+h_{oe}v_{eb}=(1+h_{fe})i_b$$

دو رابطه بالا را برهم تقسیم می‌کنیم :

$$\frac{(2)}{(1)} : \frac{-i_e + h_{oe} v_{eb}}{-v_{eb}(1-h_{re})} = \frac{1+h_{fe}}{h_{ie}} \qquad (A-4)$$

$$\frac{i_e}{v_{eb}(1-h_{re})} = \frac{1+h_{fe}}{h_{ie}} + \frac{h_{oe}}{1+h_{re}} \qquad (A-5)$$

درنهایت :

$$h_{ib} = \frac{v_{eb}}{i_e} = \frac{h_{ie}}{(1-h_{re})(1+h_{fe}) + h_{oe} h_{ie}} \qquad (A-6)$$

که در رابطه اخیر اگر h_{re} و h_{oe} را به سمت صفر میل دهیم داریم :

$$\boxed{h_{ib} \approx \frac{h_{ie}}{1+h_{fe}}} \qquad (A-7)$$

■