به نام خدا

الکترونیک ۱

دانشکده فیزیک

مبحث:

تقویت کننده های عملیاتی Operational Amplifier （Op-amp）

اهداف:

بررسی مدار های تقویت کننده با استفاده از op-Amp

حل و شبیه سازی معادلات دیفرانسیل با استفاده از op-Amp

مقدمه:

در بحثهای گذشته محور بررسیهای خود را بر روی ترانزیستور و مدارهای ترانزیستوری معطوف کردیم. دیدیم که مهمترین موضوع برای یک مدار ترانزیستوری تعیین بهترین نقطه کار است. از این رو تمام سعی‌مان را بر این گذاشتیم که بسته به نوع آرایش مدار آن را تحلیل کنیم و از آنجا به جایی رسیدیم که مدل های ساده ای را برای ترانزیستور مطرح کردیم تا بتوانیم نقش این عنصر را در مدار بهتر درک کنیم. همچنین پیکربندی‌های مختلفی را از آن در چند نمونه از مدارهای پرکابرد بررسی کردیم و در نهایت مدارهای تقویت کننده چند طبقه را نیز مورد بررسی قرار دادیم. دیدیم که این مدارهای چند طبقه که حاوی چندین ترانزیستور بودند در اصل از کنار هم قرار دادن مدارهای ساده تک ترانزیستوری ساخته شدند. و نکته ای که در آنها نهفته بود، این بود که طبقه ها را طوری پشت سر هم ببندیم که امپدانسهای هر طبقه با طبقه بعدی یکسان باشد از این رو لازم بود که نقطه کار هر ترانزیستور را دقیقاً تعیین کنیم. چرا که می دانیم که نقطه کار، برای تعیین پارامترهای یک مدار ترانزیستوری، *کلیدی ترین* نقش را بازی می کند. از این رو وقتی که تعداد طبقات زیاد می شود تعیین درست نقطه کار برای تک تک ترانزیستورها کاری زمان بر است و در برخی موارد هم بسیار سخت می شود.

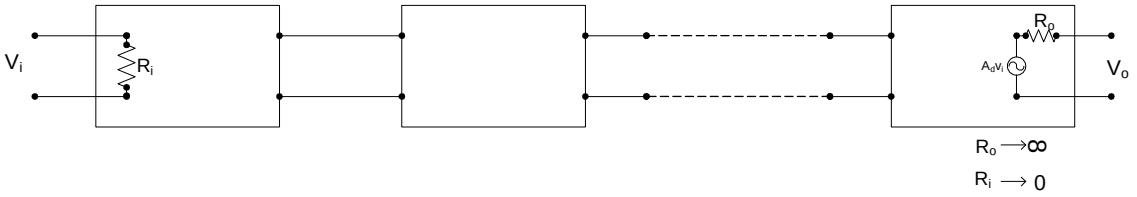
حال این سئوال مطرح می شود که آیا می توان مداری را با توجه به ویژگیهای گفته شده ساخت که در آن یک بار برای همیشه نقطه کار تمام ترانزیستورها را تعیین کرده باشیم و در ضمن بتوانیم از آن در کاربردهای متفاوتی نیز استفاده کنیم به شرطی که دیگر به داخل آن کاری نداشته باشیم و فقط دارای یک یا چند ورودی و خروجی باشد. همچنین قابلیت این را نیز داشته باشد که در آرایشهای متفاوتی از آن استفاده کنیم؟

جستجو در جواب دادن به این سئوال ما را به مداری می رساند که به صورت مجتمع ساخته شده باشد و هر وقت که خواستیم به راحتی به آن ورودیهای مناسب را اعمال کنیم و متناسب با آنها خروجی تقویت شده ای را به دست آوریم.

در این بحث می خواهیم به نحوه کار کردن چنین مداری بپردازیم. البته قصدمان این نیست که داخل آنها را به صورت جزئی بررسی کنیم بلکه می خواهیم نحوه تقویت کردن سیگنالهای کوچک را از دیدگاه خارجی *مدار مجتمع* بررسی کنیم، یعنی بدون اینکه از داخل مدار مجتمع اطلاعاتی داشته باشیم به تحلیل کل مداری بپردازیم که این مدار مجتمع داخل آن است.

از این به بعد این مدار مجتمع را تقویت کننده عملیاتی Operational amplifier می‌نامیم و به اختصار به آن Op-amp می گوییم.

Op- amp از دیدگاه فیزیکی: op – ampها یکی از عناصر مداری هستند که می توان با بستن یک سری مقاومت و خازن و سایر قطعات مناسب به آن، مداری را مطابق با نیازمان با دقت بالا طراحی کرد که کار کردن و تحلیل آن اگر ماهیت این قطعه را شناخته باشیم بسیار آسان خواهد بود.
می دانیم که یک تقویت کننده ایده آل باید مقاومت ورودی بی نهایت و در عوض مقاومت خروجی صفر داشته باشد که این موضوع در مدارهای تقویت کننده چند طبقه بسیار حائز اهمیت است. از این رو اگر قرار باشد یک تقویت کننده داشته باشیم حتماً این ویژگیها را باید دارا باشد. بنابراین می‌توانیم تصویری را که در ذهنمان داریم را در شکل ۱ مشاهده کنیم که در آن مشخصه یک تقویت کننده چند طبقه ایده آل نشان داده شده است.



شکل (۱) تقویت کننده چند طبقه ایده آل

در شکل بالا می دانیم که A ضریب تقویت مدار می باشد و AV_i همان ولتاژ تقویت شده ای است که در خروجی از مدارمان انتظار داریم. A برای یک تقویت کننده ایده آل به سمت بی نهایت میل می‌کند.
حال با توجه به شکل بالا می خواهیم شهودی از درون یک op-amp که ادعا می کنیم یک تقویت کننده ایده آل است، به دست آوریم. از این رو لازم است که ابتدا تعداد طبقات به کار رفته شده در op – amp معمولی را بدانیم که آن را در شکل زیر نمایش می دهیم:

شکل (۲) طبقات به کار رفته شده در op – amp

در اینجا چون قصد نداریم که داخل op – amp را بررسی کنیم پس تنها به توضیحات ساده ای از هر طبقه می پردازیم و در **ضمیمه** این فصل می توانید مدار واقعی داخل یک op – amp را مشاهده کنید و تا حدودی هم به بررسی داخل آن در قسمت ضمیمه خواهیم پرداخت.

همانطور که در شکل ۲ می بینیم طبقه اول یک *تقویت کننده تفاضلی* است. این حُسن انتخاب ما را قادر می‌سازد تا بتوانیم همزمان دو ورودی مجزا به مدار بدهیم. از این رو انعطاف پذیری بیشتری را به مدارمان داده ایم. علاوه بر آن امپدانس ورودی بالایی را نیز برای مدارمان قادر خواهیم بود به ارمغان بیاوریم. بنابراین در طبقه اول از یک diff- amp استفاده می کنیم.

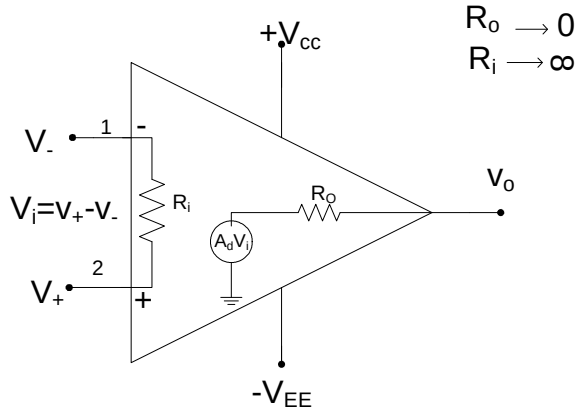
در طبقه دوم نیاز به *تقویت بسیار زیادی* داریم که بدین منظور از چندین ترانزیستور در آرایش امیتر مشترک استفاده می کنیم و طبقه دوم را که خود حاوی چند طبقه ساده امیتر مشترک است را می‌سازیم.

در ادامه، طبقه *تغییر دهنده سطح* را قرار می دهیم که در این طبقه این طور قرارداد می کنیم که هرگاه $V_i=0$ شد یا به عبارتی ورودی تقویت کننده صفر شد، در خروجی نیز ولتاژ صفر را مشاهده کنیم. همچنین در این تقویت کننده از هیچ نوع خازنی نباید استفاده کرد؛ چرا که قابلیت این را هم داشته باشد که در سیگنالهای DC نیز از آن بهره برد.

و در نهایت قسمت خروجی op – amp که باید جریان و قدرت زیادی را در آن تامین کنیم از این رو باید مقاومت خروجی کوچکی در طبقه آخر به کار برده شود یعنی به طوری باید طبقه آخر را طراحی کرد که از دیدگاه خروجی هیچ مقاومتی در آن دیده نشود تا بتواند جریان زیادی را به خارج از خود منتقل کند.

در اینجا تا حدودی از داخل op – amp خبردار شدیم در ادامه قصد داریم روش تحلیل مدارهای op – amp دار را بررسی کنیم. لذا لازم است که قوانین حاکم بر op – amp را که با توجه به توضیحات بالا قوانین ساده ای هستند را بدانیم . از این رو ابتدا به بررسی قوانین حاکم بر op – amp ایده آل می پردازیم.

op – amp ایده آل: با توجه به تعاریف بالا مدار معادل op – amp را در زیر رسم می‌کنیم:



شکل (۳)- مدار معادل op – amp

در شکل ۳ از دو ورودی V_-, V_+ استفاده کرده ایم، اینکه اندیس + و − را برای آنها گذاشته‌ایم با معنی است و آن اینکه اگر ولتاژ پایه ۲ یعنی V_+ صفر باشد در آن صورت ولتاژ خروجی V_o با ولتاژ ورودی V_- در فاز مخالف خواهد بود ،و اگر V_- صفر باشد، ولتاژ خروجی V_o با ولتاژ ورودی V_+ دارای فاز یکسان خواهد بود که این جزء ویژگی ذاتی مدار $op-amp$ است. پس به طور خلاصه داریم:

1) $$if\ V_+ = 0 \qquad \Rightarrow V_o := -A_d V_-$$
$$if\ V_- = 0 \quad \Rightarrow V_o := +A_d V_+$$

در شکل ۳ همچنین توجه داریم که $+V_{CC}, -V_{EE}$ جهت تغذیه مدار به کار رفته اند و معمولاً مدار طوری طراحی می شود که *ولتاژ خروجی* حداکثر تا ولتاژهای تغذیه می تواند تغییر کند یعنی دامنه تغییرات ولتاژ خروجی V_o حداکثر از $+V_{CC}$ تا $-V_{EE}$ خواهد بود. از این رو می توانیم رابطه‌ای را تعریف کنیم که گویای رابطه (۱) باشد و سپس با توجه به توضیحات بالا به بیان قوانین حاکم بر ولتاژها بپردازیم پس می توان نوشت:

2) $$V_o = A_d(V_+ - V_-) = A_d V_d$$

حال با توجه به رابطه (۲) و اینکه V_o حداکثر در حدود V_{CC} یا $-V_{EE}$ می تواند باشد ؛می توان نتیجه گرفت که طرف راست تساوی یعنی $A_d V_d$ نیز محدود است. بنابراین اگر در حالت ایده آل به قضیه نگاه کنیم ؛ A_d که ضریب تقویت است باید به بی نهایت میل کند(از ویژگیهای تقویت کننده ایده آل این است که ضریب تقویت بی نهایت داشته باشد). از این رو باید در حالت ایده آل V_d به سمت صفر میل کند تا حاصلضرب $A_d V_d$ مقداری محدود (در حد $+V_{CC}$ یا $-V_{EE}$) به خود بگیرد بنابراین با توجه به توضیحات بالا نتیجه می گیریم که:

3) $$-V_{EE} < V_o < +V_{CC} \xrightarrow{(2)} if\ A_d \to \infty \Rightarrow V_d \to 0$$

این موضوع یعنی اینکه:

4) $$\boxed{V_+ = V_-}$$

این اولین و مهمترین قانونی است که درباره $op-amp$ها بیان می کنیم و بسیار کلیدی و کاربردی است.

موضوع بالا را حتی در مورد یک $op-amp$ واقعی نیز می توان بیان کرد. مثلاً برای $op-amp$ معمولی $741M$ داریم:

$$+V_{CC}=20V \qquad , \qquad A_V \cong 10^5$$

$$-V_{EE}=-20V$$

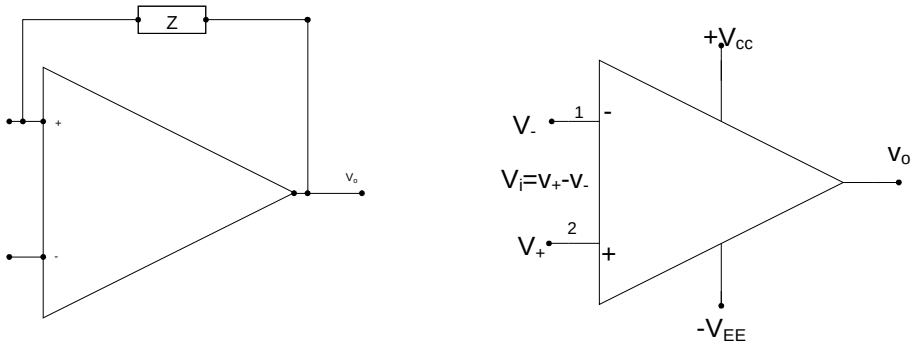
در اینجا با فرض اینکه تقویت کننده‌ای ساخته باشیم حداکثر ولتاژی که در خروجی می توانیم اندازه بگیریم ± 20 ولت خواهد بود. بنابراین:

$$\max|V_o|=20 \Rightarrow A_V(V_+ - V_-)=10^5(V_+ - V_-)=20$$

یعنی داریم:

$$V_+ - V_- = 2\times10^{-4} \to 0$$

پس در حالت عملی هم می توان با خیال راحت در نظر گرفت که V_+ با V_- برابر است. البته به این نکته مهم توجه داشته باشید که این رابطه وقتی برقرار است که از $op-amp$ به عنوان **تقویت کننده** استفاده می کنیم. یعنی اینکه نوع آرایش مداری که آپ – امپ در آن به کار رفته از نوع تقویت کننده باشد که خوشبختانه روش تشخیص اینکه مدار تقویت کننده است یا نه بسیار آسان است و آن اینکه مدارهای تقویت کننده دارای یک مسیر فیدبک از خروجی V_o به ورودی V_+ یا V_- هستند که معمولاً با استفاده از یک مقاومت یا مجموعه ای از قطعات (خازن، مقاومت و ...) این عمل را انجام می دهیم.(شکل ۵).اگر از مقاومت یا مسیر فیدبک استفاده نکنیم در اینجا تقویت کننده نداریم بلکه فقط یک مبدل شکل موج خواهیم داشت که در این صورت از هیچ مسیر فیدبکی استفاده نمی‌کنیم و خروجی کاملاً نسبت به ورودی جدا است:



الف **ب**

شکل ۵: الف: شکل کلی مدارهای تقویت کننده آپ- امپی، ب: مبدل شکل موج

در حالتی که فید بک نداشته باشیم؛ تنها دو حالت در خروجی اتفاق می افتد که در آن:

$$5)\ if \begin{cases} V_+ > V_- & \Rightarrow V_o = +V_{CC} \\ V_+ < V_- & \Rightarrow V_o = -V_{EE} \end{cases}$$

در اصل این شکل از مدار، حالت اشباع شده شکل۵ _الف است.

اما از قوانین مربوط به ولتاژها که بگذریم باید از یک موضوع دیگری که در حرفهایم پنهان ماند سود بجوئیم و آن اینکه مگر ما نگفتیم که مقاومت ورودی یک $op-amp$ که یک تقویت کننده ایده آل است باید بی نهایت باشد، خب چه چیزی بهتر از این؛ یعنی اینکه عملاً جریانی قادر نخواهد بود که از شاخه های ورودی $op-amp$ وارد آن شود به عبارتی جریانهای ورودی به پایه ۱ و ۲ در شکل ۳ صفر خواهند بود و آن هم به خاطر این است که مقاومت R_i را عملاً باز (open) در نظر می‌گیریم. بنابراین به دومین قانون مهم در مورد $op-amp$ ها نیز نائل می شویم و می‌نویسیم:

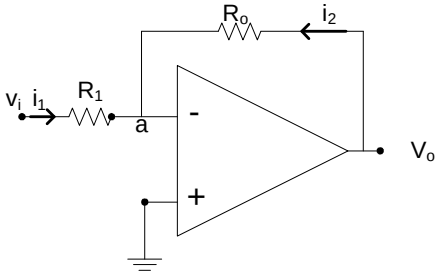
$$6)\quad \boxed{i_- = i_+ = 0}$$

حال که به این دو قانون مهم یعنی رابطه (۴) و رابطه (۶) دسترسی پیدا کردیم قادر به تحلیل مدارهای فراوانی خواهیم بود و خوشحالیم که می توانیم با این دو قانون به تحلیل مدارهای زیادی بپردازیم که در اینجا به مهمترین و کاربردی ترین آنها می پردازیم. در این مدارها می توانیم از تقویت‌کننده معمولی تا مدارهایی که از ولتاژ ورودی انتگرال و مشتق می گیرند را بررسی کنیم.

همچنین مدارهای جمع کننده و یا تفریق کننده را بیان می کنیم که در نهایت قادریم به وسیله $op-amp$ به حل و شبیه سازی معادلات دیفرانسیل درجه n بپردازیم که خواهیم دید چقدر زیبا و کاربردی، کامپیوتری آنالوگ می سازیم تا بتوانیم سیستمهای فیزیکی‌ای که با معادلات دیفرانسیل ساده‌ای بیان می شوند را شبیه سازی کنیم که در ادامه به این مهم خواهیم پرداخت.

۱-تقویت کننده ولتاژ با بهره معکوس(منفی)

بدین منظور مدار زیر را در نظر می گیریم و هدفمان این است که ولتاژ خروجی V_o را بر حسب ولتاژ ورودی V_i به دست آوریم و از روی آن بهره ولتاژ A_V را نیز استخراج کنیم.



شکل ۶: تقویت کننده ولتاژ با بهره معکوس

با توجه به شکل ۶ مشخص است که $V_+=0$ بنابراین طبق قانون اول (رابطه (۴)) داریم:

$$7)\ V_- = V_+ = 0$$

بنابراین برای R_1 داریم:

$$8)\ V_i - R_1 i_1 = V_- = 0 \Rightarrow V_i = R_1 i_1$$

و برای مسیر فیدبک R_2 داریم:

$$9)\ V_o - R_2 i_2 = V_- = 0 \Rightarrow V_o = R_2 i_2$$

حال با توجه به قانونه دوم در مورد $op-amp$ها، باید جریان ورودی به هر شاخه یعنی i_-, i_+ صفر باشد. بنابراین اگر KCl را در نقطه a بنویسیم داریم:

$$10)\ i_1 + i_2 + i_- = 0 \Rightarrow i_1 = -i_2$$

بنابراین با توجه به ۸ و ۹ خواهیم داشت:

$$11)\ V_o = -\frac{R_2}{R_1} V_i$$

و یا:

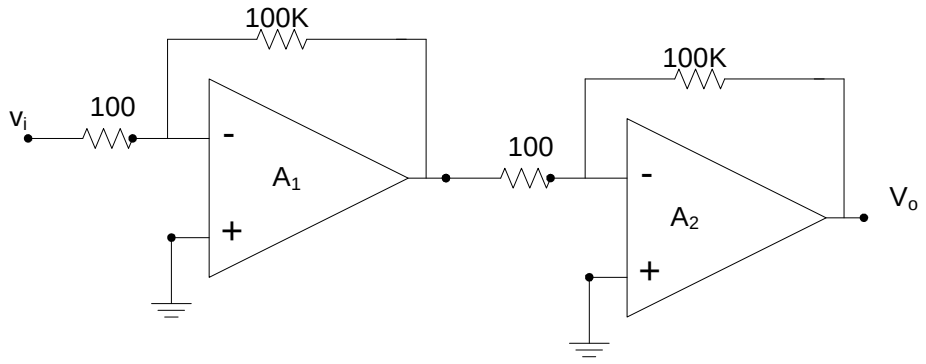
$$12)\ A_v = \frac{V_o}{V_i} = -\frac{R_2}{R_1}$$

یعنی ضریب تقویت این مدار؛ کاملاً دلخواه و تنها وابسته به نسبت R_2 به R_1 است و علامت منفی بیانگر این است که خروجی نسبت به ورودی ۱۸۰ درجه اختلاف فاز دارد.

به عنوان مثال اگر R_2 را $100k\Omega$ و R_1 را 100Ω انتخاب کنیم داریم:

$$|A_V| = +\frac{R_2}{R_1} = \frac{10^5}{10^2} = 10^3$$

یعنی تقویت کننده ای که با این مقاومتها ساخته‌ایم هزار برابر می تواند سیگنال ورودی را تقویت کند. که معمولاً سیگنالهای ورودی در حدود $10\mu V$ را می توان در حد $10mV$ تقویت کرد و با تکرار این روند تقویت، می توان از طبقات بیشتری استفاده کرد و مثلاً اگر از یک تقویت کننده مشابه دیگر استفاده کنیم و آن را به خروجی تقویت کننده اول وصل کنیم تقویتی معادل $A_V = 10^3 \times 10^3$ را به دست خواهیم آورد که در این صورت ولتاژ خروجی این مدار در حدود $10^6 \times 10\ \mu V$ خواهد بود. یعنی ولتاژ $10\ \mu V$ را به $10V$ رسانده‌ایم. شکل (۷)



شکل ۷: تقویت کننده دو طبقه با ضریب تقویت $10^3 \times 10^3$

این تقویت کننده یک ویژگی دیگر هم دارد و آن اینکه چون از دو طبقه استفاده کرده ایم پس ۲ بار به اندازه ۱۸۰ درجه ولتاژ ورودی را تغییر فاز داده ایم یعنی V_o با V_i در یک تقویت کننده دوطبقه هم فاز خواهد بود.

ولی سئوالی که در اینجا پیش می آید این است که چرا از همان اول در طبقه اول نسبت R_2 به R_1 را خیلی بزرگتر از مقدار کنونی در نظر نگرفتیم که تمام تقویت را یکباره انجام دهیم؟ به عبارتی سئوال این است که آیا می شود نسبت R_2 به R_1 را هر عدد بزرگی در نظر گرفت؟

در پاسخ به این سئوال باید نگاه کنیم که ولتاژ حد بالای ap –amp یعنی $(+V_{CC})$ چقدر است یعنی ماکزیمم ولتاژ خروجی $V_{o\,sat}$ چقدر می تواند باشد که معمولاً این عدد در حد همان $+V_{CC}$ و یا در پیک منفی برابر با $V_{EE}-$ خواهد بود. با توجه به این توضیحات می توانیم بنویسیم که:

13) $$-V_{o\,sat} < V_o < +V_{o\,sat} \Rightarrow -V_{EE} < V_o < +V_{CC}$$

و با توجه به ضریب تقویت A_V می توان نوشت:

14) $$-V_{EE} < A_V V_i < +V_{CC}$$

و یا:

15) $$-\frac{V_{EE}}{V_i} < A_V < \frac{+V_{CC}}{V_i}$$

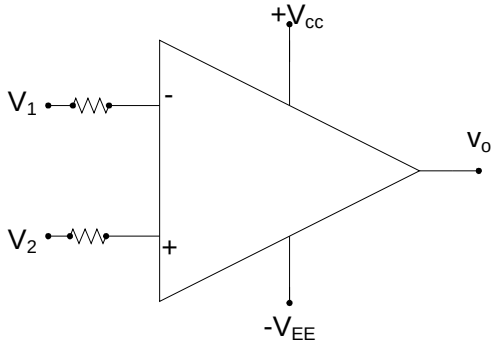
حال صرفنظر از علامت منفی در رابطه A_V می توان نتیجه گرفت که ضریب تقویت یک تقویت کننده نمی تواند بیشتر از $\frac{+V_{CC}}{V_i}$ انتخاب شود که همانطور که می دانیم V_{CC} یک مقدار ثابت است و معمولاً برای یک $op-amp$ معمولی در حدود ۱۰ الی ۲۰ ولت است (بسته به نوع و شماره آن) بنابراین هرچه سیگنال ورودی کوچکتر باشد می توانیم ضریب تقویت بزرگتری را انتخاب کنیم که این یکی از بدیهیات موجود در تقویت کننده‌هاست و آن اینکه هرچه ولتاژ ورودی بزرگتر باشد، تقویت کننده زودتر به اشباع می رسد. حال با توجه به این که ضریب تقویت دارای حد

و مرز است می توانیم از این نکته استفاده کنیم که اگر ضریب تقویت را به بی نهایت میل دهیم در این صورت هر ولتاژی که به ورودی اعمال می کنیم در خروجی $op-amp$ تنها دو سطح ولتاژ $+V_{CC}$ و یا $-V_{EE}$ (بسته به + و یا − بودن ورودی) خواهیم دید به عبارتی اگر $op-amp$ را طوری در مدار قرار دهیم که A_V آن بی نهایت شود در این صورت مستقل از هر شکل موج و اندازه موج ورودی؛ می توانیم ولتاژی به اندازه $+V_{CC}$ و یا $-V_{EE}$ در خروجی به دست آوریم و این همان موضوعی است که در شکل (۵–ب) توضیح دادیم و آن اینکه اگر مقاومتهای میسر فیدبک را بی نهایت انتخاب کنیم یعنی A_V را که متناسب با مقاومت مسیر فیدبک است را به سمت بی نهایت میل داده‌ایم بنابراین در این حالت خروجی مدار همواره در حد بالایی اشباع $+V_{CC}$ و یا پائینی آن $-V_{EE}$ خواهد بود.

یکی از راههایی که A_V را بی نهایت می کند، طبق رابطه ۱۲، این است که R_2 را به بی نهایت میل دهیم به عبارتی راه عملی آن است که R_2 را از مدار شکل۶ باز کنیم وچون می خواهیم مقایسه ای بین ورودی های مدارمان انجام دهیم به v_+ هم پتانسیل v_2 را اعمال می کنیم. در این صورت مدار شکل زیر ؛که یک مدار تغییر شکل دهنده شکل موج است را به دست می آوریم و هدفمان در اینجا این است که شکل موج خروجی را با توجه به سیگنال ورودی بررسی کنیم.

مدار تغییر دهنده شکل موج:

مدار زیر را در نظر بگیرید:



شکل ۸–مدار تغییر دهنده شکل موج

در این مدار چون که مسیر فیدبک وجود ندارد پس از حالت تقویت کنندگی خارج است و یا به عبارتی این مدار فقط می تواند در خروجی؛ حالتهای اشباع شده ی ولتاژ را تولید کند.

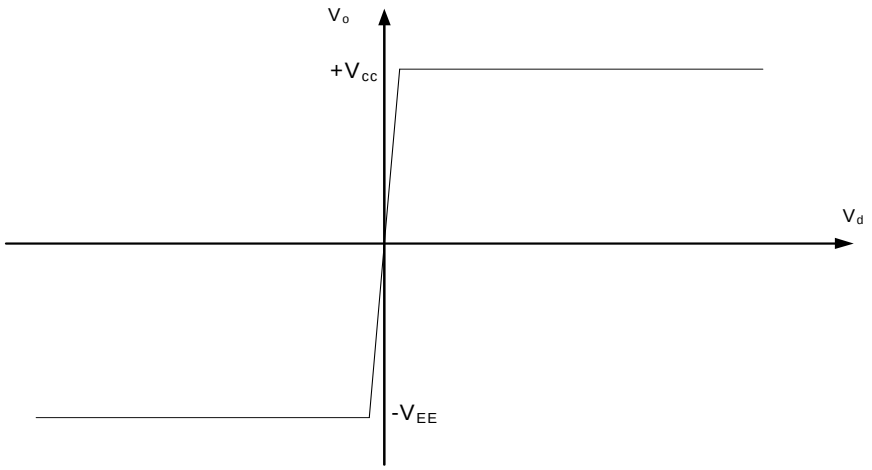
حال با توجه به روابط (۵) خواهیم داشت:

16) $if \begin{cases} V_2 > V_1 & \Rightarrow V_o = +V_{CC} \\ V_2 < V_1 & \Rightarrow V_o = -V_{EE} \end{cases}$

حال حالتی را که $V_2=V_1$ باشد را حالت تغییر سطح دهنده در نظر می گیریم که به ازای آن داریم:

17) $V_2 = V_1 \qquad \Rightarrow V_o = 0$

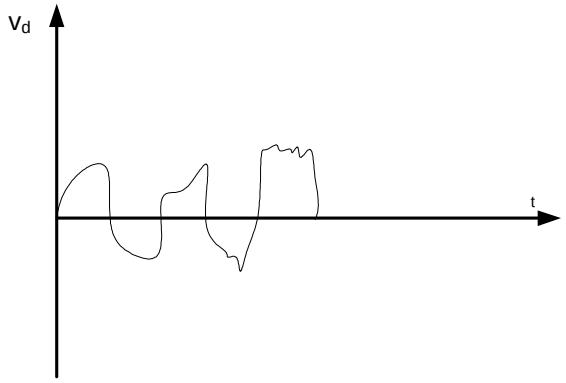
حال اگر V_d را به صورت $V_d = V_2 - V_1$ تعریف کنیم می توانیم نمودار V_o را بر حسب V_d رسم کنیم که داریم:



شکل ۹: نمودار خروجی مدار شکل ۸

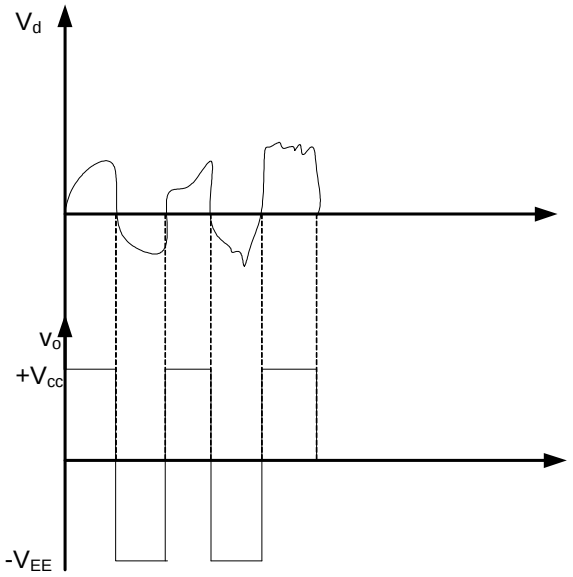
شیب موجود در نمودار به این دلیل است که مدار را ایده آل فرض نکردیم(یعنی واقعاً در $V_d=0$ جهت خروجی تغییر نمیکند).

حال می توانیم از این ویژگی سود بجوییم و موجهایی که شکل درست و حسابی ندارند را سر و سامان دهیم و از آنها یک موجود معنادار با فرکانس تغریباً معلوم و شکل درست بسازیم. بدین منظور فرض کنید که V_d بر حسب زمان به صورت زیر باشد:



شکل ۱۰: نمودار موج ورودی به مدار (۸) که شکل و فرکانس مشخصی ندارد.

می دانیم که هر کجا $V_d>0$ باشد V_o برابر $+V_{CC}$ و اگر $V_d<0$ باشد V_o برابر $-V_{EE}$ خواهد بود.
برای زیباتر شدن شکل موج خروجی، $|+V_{CC}|$,$|-V_{EE}|$ را برابر می گیریم پس داریم:

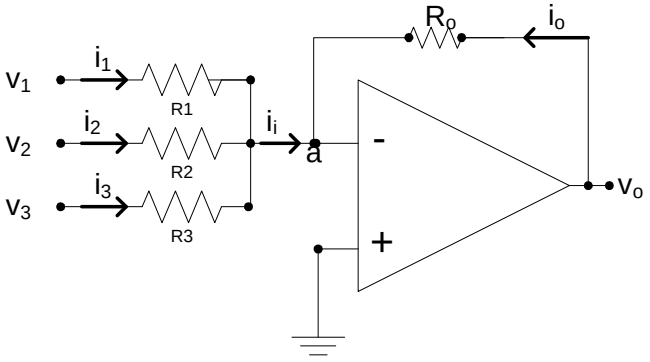


شکل ۱۱: نمودار موج خروجی با توجه به ورودی شکل ۱۰

حال در ادامه به بررسی مدارهای کاربردی می پردازیم که از اینجا به بعد هدفمان این است که بتوانیم به انجام عملیات جبری (جمع – تفریق- مشتق- انتگرال و ...) با استفاده از $op-amp$ بپردازیم.

مدار جمع کننده:

مدار زیر را در نظر می گیریم و ولتاژ خروجی را بر حسب ورودی های آن می‌یابیم:



شکل ۱۲: مدار جمع کننده

چون $V_+=0$ پس $V_-=0$ بنابراین برای ورودی‌ها داریم:

$$18)\ \begin{cases} V_1 - R_1 i_1 = 0 \\ V_2 - R_2 i_2 = 0 \\ V_3 - R_3 i_3 = 0 \end{cases}$$

و برای خروجی داریم:

19) $V_o - R_o i_o = 0$

و طبق قانون دوم (رابطه ۶) در $op-amp$ها و نوشتن KCl برای نقطه a داریم:

20) $$i_1 + i_2 + i_3 + i_o = 0 \Rightarrow i_o = -(i_1 + i_2 + i_3) = -i_i$$

حال با استفاده از ۱۹ می نویسیم:

21) $$V_o = -R_o i_i = -R_o (i_1 + i_2 + i_3)$$

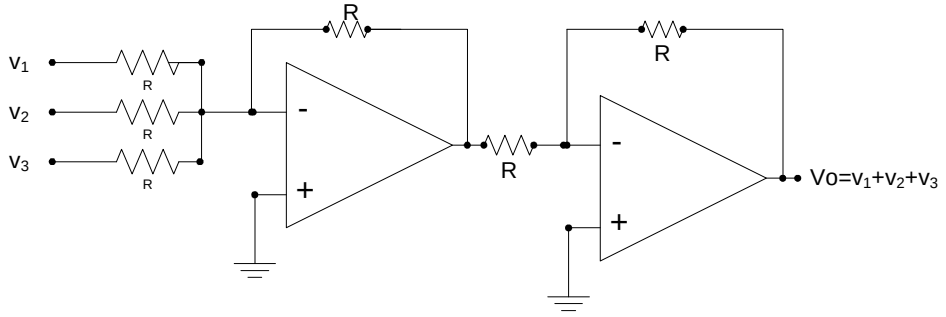
حال می توانیم از ۱۸ بهره ببریم و بنویسیم:

22) $$V_o = -R_o \left(\frac{V_1}{R_1} + \frac{V_2}{R_2} + \frac{V_3}{R_3} \right)$$

حال کافی است که تمام Rها را یکسان بگیریم. پس:

23) $$V_o = -(V_1 + V_2 + V_3)$$

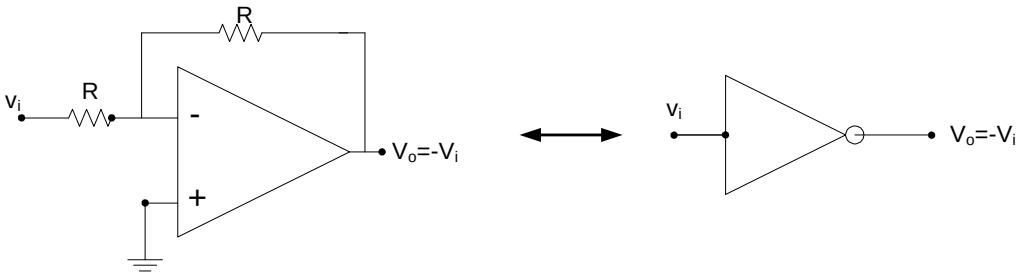
یعنی به شرطی که در مدار ۱۲ همهRها برابر باشند ولتاژ خروجی برابراست با مجموع ولتاژهای ورودی؛ منتها یک منفی هم در آن ضرب شده است که خوشبختانه می‌توانیم این موضوع را به راحتی حل می‌کنیم کافی است که یک مدار تقویت کننده با $A_V=1$ جلوی آن نصب کنیم و به شکل زیر برسیم :



شکل ۱۳-مدار جمع کننده اصلاح شده

در اینجا می توان تعداد ورودی ها را به دلخواه اضافه کرد و به یک جمع کننده n ورودی برسیم که خروجی آن برابر با : $V_o = \sum_{i=1}^{n} V_i$

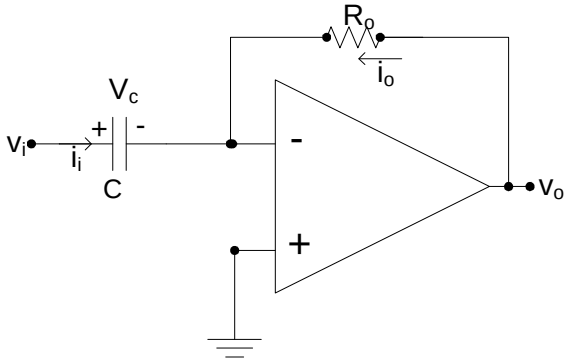
از این پس چون مدار منفی کننده (NOT) بسیار کاربردی است آن را به صورت خلاصه زیر نشان می‌دهیم:



شکل ۱۴: مدار NoT (منفی کننده)

بررسی مدار مشتق‌گیر:

مدار زیر را بررسی می کنیم و V_o را بر حسب V_i می یابیم:



شکل ۱۵-مدار مشتق گیر

در اینجا چون تبحر لازم جهت تعیین V_o بر حسب V_i در آپ آمپها را یافته ایم دیگر به راحتی قادریم که به محاسبه V_o , V_i بپردازیم.

می دانیم که:

$$V^+ = V^- = 0$$

از طرفی برای یک حلقه فیدبک R_o داریم:

$$24)\ V_o - Ri_o = 0 \quad \Rightarrow V_o = Ri_o$$

همچنین با توجه به شاخه ورودی $\text{op} - \text{amp}$ می توان نوشت:

$$25)\ V_i - V_C = 0 \quad \Rightarrow V_i = V_C$$

از طرفی طق قانون دوم (رابطه ۶) در $\text{op} - \text{amp}$ها می دانیم که:

$$26) \qquad i_o = -i_i$$

و چون i_i جریان گذرنده از خازن است؛ با توجه به رابطه بین جریان و ولتاژ یک خازن می‌توانیم بنویسیم:

$$27) \qquad i_i = C\frac{dV_C}{dt} = C\frac{dV_i}{dt} = -i_o$$

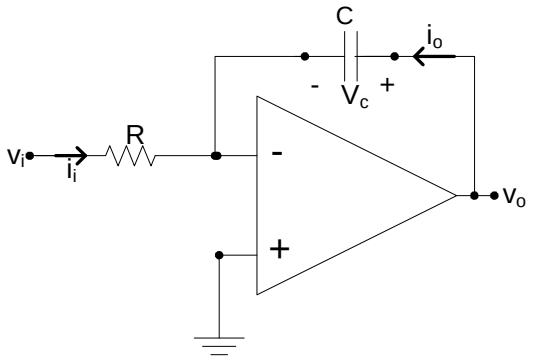
حال با توجه به ۲۴ می توان نوشت:

$$V_o = -RC\frac{dV_i}{dt} \qquad 28)$$

که بیانگر این است که ولتاژ خروجی از مشتق ورودی حاصل می شود البته با یک ضریب (-RC) که بودن آن از نظر آنالیز ابعادی ضروری است. [RC بعد زمان دارد.]

در ادامه مدارهای مهم کاربردی را فقط بیان می کنیم؛ روابط حاکم بر آنها بسیار آسان است و طبق مثالهایی که تا حال زدیم به طور مشابه می توان خروجی آنها را بر حسب ورودی یافت که به عنوان تمرین رها می شوند . در پایان هدفمان این است که یک معادله دیفرانسیل درجه n را شبیه‌سازی کنیم.

مدار انتگرال گیر: اگر جای خازن و مقاومت مدار مشتق گیر را عوض کنیم مدار انتگرال گیر حاصل می شود:

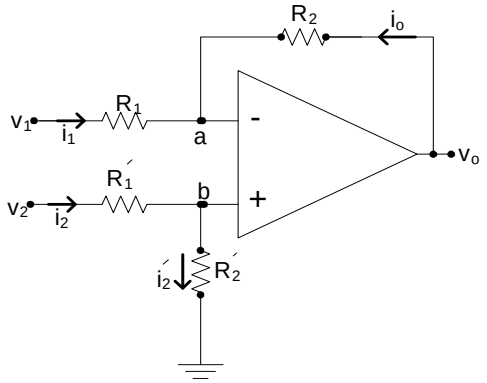


شکل ۱۶: مدار انتگرال گیر

طبق روندی مشابه با گذشته می رسیم به:

$$V_o = -\frac{1}{R_C}\int V_i dt \qquad 29)$$

مدار تفریق کننده: مدار زیر را در نظر می گیریم:



شکل ۱۷-تفریق کننده

در این مدار تمام Rها با هم برابرند ولی برای فهمیدن روند محاسبات آنها را لیبل گذاری می‌کنیم و در آخر مقدار همگی را R می گذاریم.

برای حل می دانیم که: مانند همیشه $V_-=V_+$، حال از قانون دوم استفاده می کنیم و KCL را برای نقطه b می‌نویسیم:

$$30)\quad i_2 = i_+ + i'_2 \Rightarrow i_2 = i'_2$$

حال می توانیم برای مسیر متصل به V_2 قانون KVL را بنویسیم:

$$31)\quad V_2 - R'_1 i_2 = V_+$$

از طرفی هم باز می توان نوشت:

$$32)\quad V_+ = R'_2 i'_2 = R'_2 i_2$$

حال که V_+ را یافته ایم یعنی V_- را یافته ایم یعنی V_o را می توانیم بیابیم. بنابراین:

$$33)\quad V_o - R_2 i_o = V_- = V_+ = R'_2 i_2$$

و یا:

$$34)\quad V_o = R'_2 i_2 + R_2 i_o = R'_2 i_2 - R_2 i_1$$

که طرف راست رابطه بالا را با توجه به نتیجه قانون دوم یعنی

$$35)\qquad i_o = -i_i$$

نوشته ایم.

و با نوشتن KVL برای مسیر V_1 داریم:

$$36)\qquad V_1 - R_1 i_1 = V_-$$

حال از رابطه ۳۴ پیداست که اگر i_2 , i_1 مشخص شوند V_o را یافته‌ایم.

بدین منظور از روابط (۳۱) و (۳۲) بهره می‌بریم و i_2 را می‌یابیم″:

$$37)\quad i_2 = \frac{V_2 - V_+}{R'_1} = \frac{V_2 - R_2' i_2}{R'_1}$$

و یا:

$$38)\quad i_2 = \frac{V_2}{R'_1 + R'_2}$$

و از (۳۶) i_1 را می‌یابیم:

$$39)\quad i_1 = \frac{V_1 - V_-}{R_1} = \frac{V_1 - R'_2 i_2}{R_1}$$

که در این رابطه با توجه به ۳۸ ؛ i_2 را می دانیم.

حال با قرار دادن دو رابطه اخیر در (۲۴) می رسیم به:

$$40)\ V_o = (1+\frac{R_2}{R_1})\left[\frac{R'_2}{R'_1+R'_2}\right]V_2 - (\frac{R_2}{R_1})V_1$$

حال به فرض اولیه مان برمی‌گردیم. یعنی تمام Rها را یکسان در نظر می گیریم و خواهیم داشت:

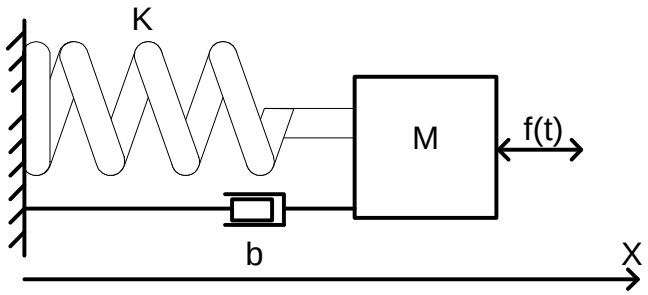
$$41)\ V_o = V_2 - V_1$$

و این یعنی تفریق ورودیهای مدار.

در ادامه بحث مثالی از حل معادله دیفرانسیل یک سیستم فیزیکی ساده می‌زنیم.

شبیه سازی و حل معادله دیفرانسیل از طریق آپ امپ:

به عنوان مثال سیستم جرم و فنر زیر را که با یک دمپینگ میراکننده و یک نیروی متناوب همراه است را در نظر می‌گیریم:



شکل ۱۸-سیستم جرم و فنر با دمپینگ و نیروی نوسانی

از مکانیک تحلیلی می دانیم معادله دیفرانسیل حاکم بر آن برابر با:

$$42)\ M\ddot{x} + b\dot{x} + kx = f(t)$$

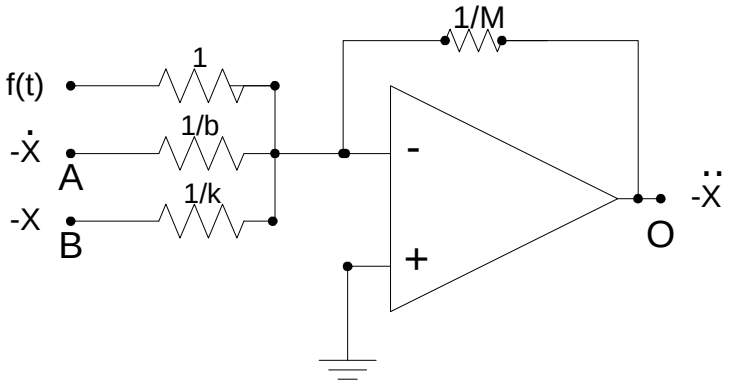
حال می خواهیم با شبیه سازی $\mathrm{op-amp}$ به حل آن بپردازیم.

بدین منظور به بازآرایی معادله فوق می پردازیم:

$$43)\ \ddot{x} = \frac{f(t)}{M} - \frac{b}{M}\dot{x} - \frac{k}{M}x$$

این کار را به این خاطر کردیم (و همیشه این کار را می کنیم)چرا که می خواهیم خروجی مدارمان $\ddot{x}$ باشد و آن را بر حسب انتگرال اولش یعنی $\dot{x}$ و انتگرال دومش یعنی x و f(t) می خواهیم بنویسیم بدین منظور ابتدا لازم است که از یک جمع کننده ۳ تایی استفاده کنیم که ورودیهای آن $\frac{f(t)}{M}$ و $\frac{-b}{M}\ddot{x}, -\frac{k}{M}x$ باشد . برای این کار می توانیم کار را ساده تر کنیم و از $\frac{1}{M}$ فاکتور

بگیریم و ورودی های f(t) و $(-kx),(-b\dot{x})$ را با هم جمع کنیم و سپس در $\frac{1}{M}$ ضرب کنیم که این کار با یک جمع کننده با ضریب تقویت $\frac{1}{M}$ امکانپذیر است.

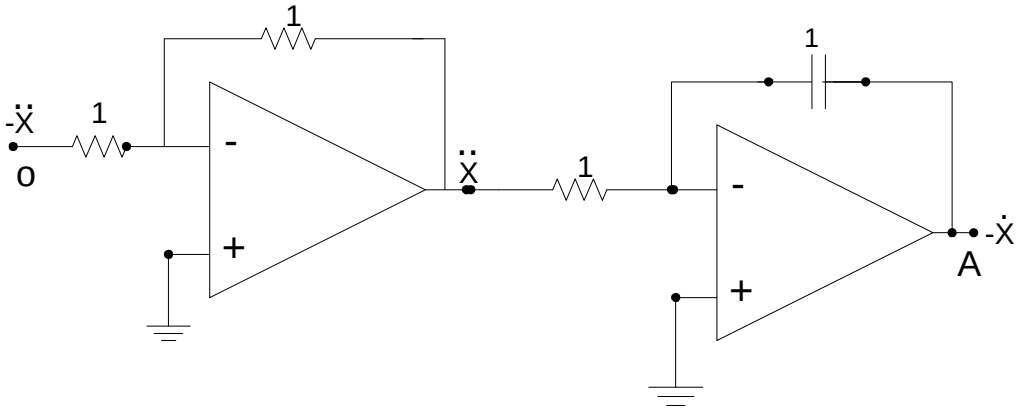


شکل ۱۹–جمع کننده با ضریب تقویت $\frac{1}{M}$

حال باید ورودیهای مدار بالا را درست کنیم (بسازیم).

بدین منظور لازم است $(-x),(-\dot{x})$ را حاصل کنیم (f(t) از قبل داده شده است).

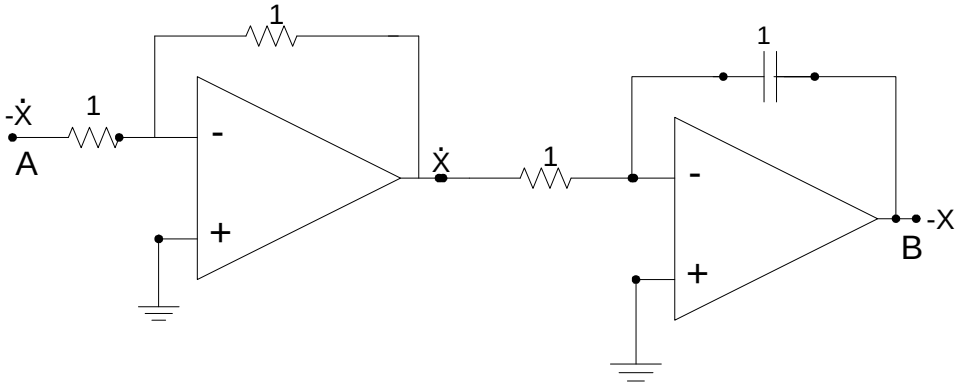
برای ساختن $(-\dot{x})$ کافی است که از $\ddot{x}$ یک بار انتگرال بگیریم که این کار را بلدیم. کافی است از مدار شکل ۱۶ یک بار استفاده کنیم و به ورودی آن $\ddot{x}$ را اعمال کنیم. ولی چون در مدار ۱۹، $-\ddot{x}$ را داریم پس آن را به یک مدار NOT وصل می کنیم تا $\ddot{x}$ حاصل شود:



شکل ۲۰: ساختن $(-\dot{x})$ از ($\ddot{x}$ -)

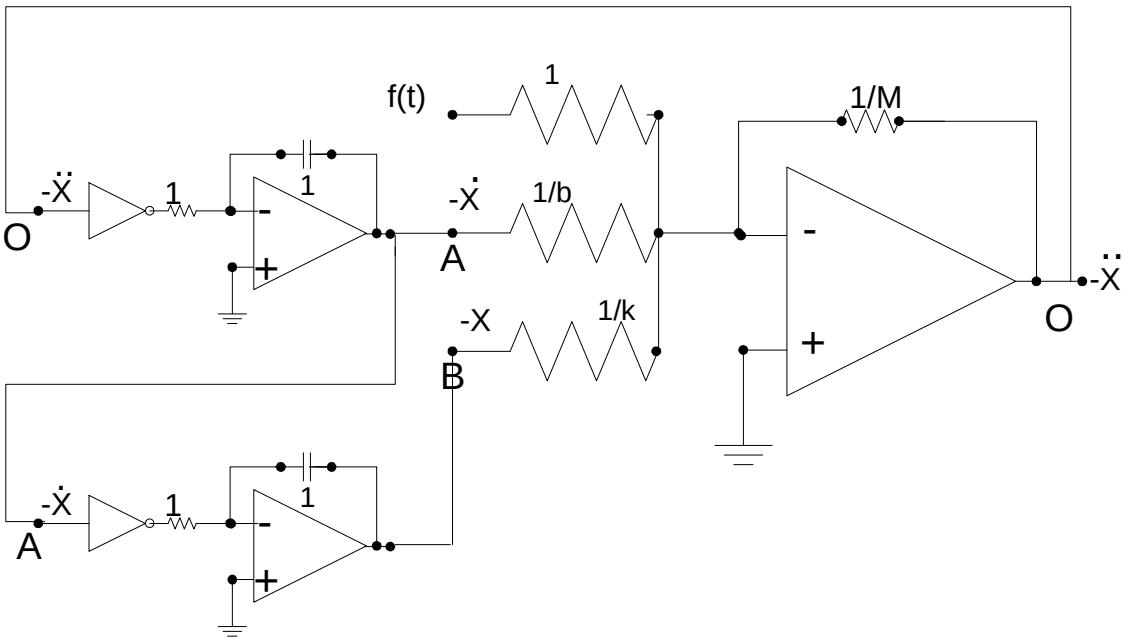
قدم بعدی ساختن (x-) است که این کار را می توان با انتگرال گیری مجدد از شکل (۲۰) انجام داد. منتها باید دقت کنیم که ما (x-) را می خواهیم در حالی که انتگرال گیری از مدار ۲۰ به ما خود x را

می دهد. پس لازم است قبل از انتگرال گیری از (۲۰) آن را از یک NoT عبور دهیم تا (-x) حاصل گردد. پس:



شکل ۲۱: ساختن $(-x)$ از $(-\dot{x})$

حال که $(-\dot{x}),(-x)$ را داریم کافی است که نقاط A , B , O مدارهای ۱۹ و ۲۰ و ۲۱ را به هم وصل کنیم تا مدار کامل حاصل گردد:

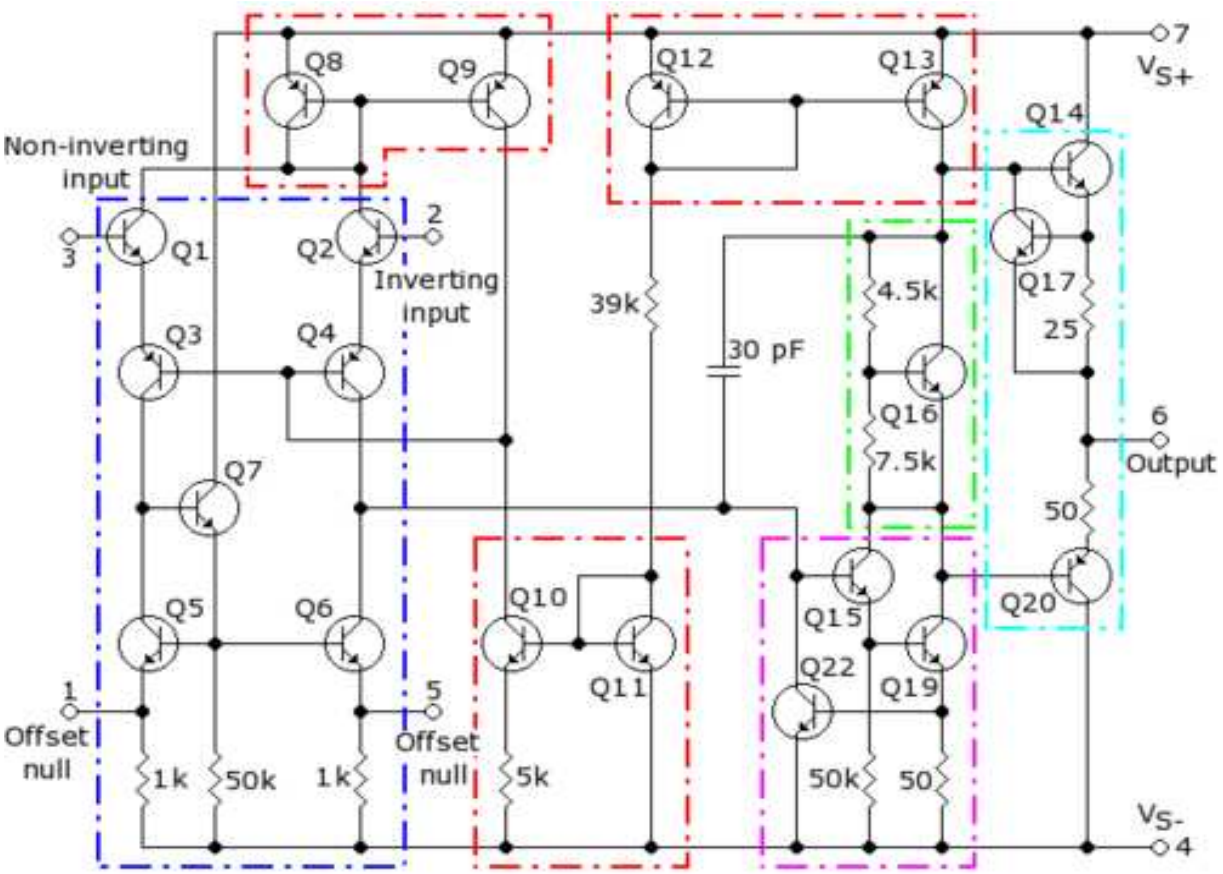


شکل ۲۲-شبیه سازی سیستم جرم و فنر با دمپینگ و نیروی محرک به وسیله op-amp

در مدار فوق جهت خلوت بودن مدار از NOT های معادل(شکل۱۴) استفاده کرده ایم . توجه داشته باشیم که به طرق دیگری هم می توان مدار معادل بالا را طراحی کرد ولی هنر در آن است که حداقل قطعات در آن استفاده شود. از اینجا به بعد باید قادر باشیم تا مدار های پیچیده تری را نیز تحلیل کنیم . برای تمرین می توانید که از دو نوسانگر کوپل شده در هم استفاده کنید وروابط حاکم بر آن را با استفاده از آپ امپ تحلیل کنید.

ضمیمه:

در این قسمت مدار داخلی OP-AMP 741 را نشان داده ایم.ودر آن طبقات مختلف بیان شده اند.



مستطیل های رنگی بیانگر طبقات اصلی در مبحث تقویت می باشند.

این مدار به صورت زیر درون یک پَک به صورت مدار مجتمع وجود دارد که ابعاد آن حدود ۷×۹ میلی متر است.