عصر جمعه

۸۵/۱۲/۱۱

اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می‌شود.
امام‌خمینی(ره)

جمهوری اسلامی ایران
وزارت علوم، تحقیقات و فنّاوری
سازمان سنجش آموزش کشور

آزمون ورودی
دوره‌های کارشناسی ارشد ناپیوسته داخل
سال ۱۳۸۶

آزمون پایه مجموعه ریاضی
۱ـ ریاضی محض
۲ـ ریاضی کاربردی
۳ـ آموزش ریاضی
(کد ۱۲۰۸)

نام و نام خانوادگی داوطلب:	شماره‌داوطلبی:
تعداد سؤال : ۱۱۰	مدت پاسخگویی: ۱۸۰ دقیقه

مواد امتحانی رشته مجموعه ریاضی ۱ـ ریاضی محض ۲ـ ریاضی کاربردی ۳ـ آموزش ریاضی، تعداد و شماره سؤالات

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره
۱	زبان عمومی و تخصصی	۳۰	۱	۳۰
۲	ریاضیات عمومی	۳۰	۳۱	۶۰
۳	معادلات دیفرانسیل	۲۵	۶۱	۸۵
۴	آمار و احتمال	۲۵	۸۶	۱۱۰

اسفند ماه سال ۱۳۸۵

استفاده از ماشین حساب مجاز نمی‌باشد.

Part A: Vocabulary and Grammar

Directions: Choose the number of the answer (1), (2), (3), or (4) that best completes the sentence. Then mark your choice on your answer sheet.

1- **There was widespread ---------- over the plan, and the management had finally to revise it.**
1) discontent 2) antithesis 3) interaction 4) emergence

2- **Many of the residents here are ---------- of the original settlers emigrating to the area at the end of the 18th century.**
1) prototypes 2) derivatives 3) procedures 4) descendants

3- **The audience broke into ---------- as the old singer slowly climbed the stairs.**
1) tribute 2) applause 3) compliment 4) encouragement

4- **She ---------- him into handing over all his savings, and then ran away with all the money.**
1) inclined 2) betrayed 3) deceived 4) conceived

5- **High winds have ---------- fire-fighters in their efforts to put out the blaze in the forest.**
1) diverted 2) released 3) hindered 4) interfered

6- **His mother ---------- him for breaking the vase her mother had given her as a wedding gift.**
1) scolded 2) clashed 3) disputed 4) quarreled

7- **In the event of nosebleed, ---------- the nostrils together between your thumb and finger to stop the bleeding.**
1) combine 2) pinch 3) prick 4) squeeze

8- **I'd rather ---------- him leave than ----------.**
1) see, stay 2) see, to stay 3) to see, to stay 4) seeing, staying

9- **Don't let the baby play with your watch in case he ---------- it.**
1) had broken 2) breaks 3) breaking 4) is broken

10- **He wrote his diary in a secret language so that his wife ---------- be able to read it.**
1) couldn't 2) mustn't 3) oughtn't 4) wouldn't

Part B: Cloze Test

Directions: Read the following passage and decide which choice (1), (2), (3), or (4) best fits each blank. Then mark your choice on your answer sheet.

Particular concern is devoted throughout the country to the training and retraining of (11) -------, particularly of those who have been out of work for (12) ---------- periods. Yet such provision has been (13) ---------- for not matching the real requirements (14) ---------- the labour market, and thus for (15) ---------- simply as a way of keeping the jobless occupied.

11- 1) unemployed 2) unemployment 3) the unemployed 4) the unemployment
12- 1) extending 2) extensive 3) extended 4) extensively
13- 1) critical 2) criticism 3) criticising 4) criticised
14- 1) of 2) to 3) or 4) and
15- 1) using 2) being used 3) having used 4) having been used

Read the follwing and answer questions 16-20.

Equivalent equations

Two equations with variables are said to be equivalent if they have the same domains of definition and the same solution sets. Otherwise the equations are called inequivalent.

The equations 4a+2=10 and 6x=12 are equivalent relative to the set **R** of the real numbers, because the solution set of each consists of the number 2 only. The equation $\mathbf{a^2 = 9}$ and $\mathbf{x^3 = 27}$ are inequivalet relative to the set **Z** of integers, because the solution set of the first equation consists of +3, that of the second +3 only. However, relative to the set N or the natural numbers these equations are equivalent, for then the solution set of each consists of the number 3 only.

In tranformations of equations with variables one distinguishes between equivalent and inequivalent transformations. If an equation is transferred so that the resulting equatoin (2) is resulting to (1), then one says that (2) arises from (1) by an equivalent transformattion.

If $\mathbf{S_1}$ and $\mathbf{S_2}$ are the solution sets of the equations (1) and (2), then an equivalent transformation is therefore characterized by the fact that $\mathbf{S_1 = S_2}$. In all other cases the tranformation is said to be inequivalent. This is so, in particular, when $\mathbf{S_1 \subset S_2}$, that is, when the transformation has led to additional solutions, or when $\mathbf{S_1 \supset S_2}$, that is, when solutions have got lost in the transformation. In the case $\mathbf{S_1 \subset S_2}$ those solutions of the equation (2) that are not solutions of the equation (1) can be sorted out by a check in (1).

Transformations leading to a loss of solutoins can occur, for example on dividing an equation by an expression containing a variable or by extracting a root from the equation. If in the solution of the equation one performs inequivalent tranformations, then additional investigations are required to determine the solutions that may have got lost or those that are not solutions of the original equation. Such complications can be avoided if only equivalent tranformations are performed. Therefore it is very important to know what tranformations of an equation are equivalent. The following theorems, in which the domain of definition is **R**, give some relevant indications.

16 - The equations $a^2 = 9$ and $x^3 = 27$ are equivalent - - - - - -.

1) relative to the set of integers
2) relative to the set of natural numbers
3) because they have a solution +3
4) relative to the set of real numbers

---

17 - Two equations with variables on the same domains of definitions are inequivalent if they have - - - - - -.

1) at most one solution not in common
2) at least one solution in common
3) at most one solutoin in common
4) at least one solution not in common

---

18 - Equivalent transformation is referred to - - - - - - equations.

1) different inequivalent
2) different
3) equivalent and inequivalent
4) similar

---

19 - The solution sets of two equations arising from two transformations of an equation may not be the same - - - - - -.

1) if the two transformations are not equivalent
2) even if the two transformations are equivalent
3) if a division or a square root is used in the two transformations
4) if the two transformations are not applicable

---

20 - Extracting a root from an equation makes the transformation result in - - - - - -.

1) an equivalent expression
2) determining all the solutions
3) the loss of solutions
4) a proper equation

Read the following and answer quesiotns 21-25.

The major disciplines within mathematics first arose out of the need to do calculations in commerce, to understand the relationships between numbers, to measure land, and to predict astronomical events. These four needs can be roughly related to the broad subdivision of mathematics into the study of quantity, structure, space, and change (i.e., arithmetic, algebra, geometry and analysis). In addition to these main concerns, there are also subdivisions dedicated to exploring links from the heart of mathematics to other fields: to logic, to set theory (foundations) and

ing links from the heart of mathematics to other fields: to logic, to set theory (foundations) and to the empirical mathematics of the various sciences (appied mathematics).

The study of quantity starts with numbers, first the familiar natural numbers and integers and their arithmetical operations, which are characterized in arithmetic. The deeper properties of whole numbers are studied in number theory.

The study of structure began with investigations of Pythagorean triples. Neolithic monuments on the British Isles are constructed using Pythagorean triples. Eventually, this led to the invention of more abstract numbers, such as the square root of two. The deeper structural properties of numbers are studied in abstract algebra and the investigation of groups, rings, fields and other abstract number systems. Included is the important concept of vectors, generalized to vector spaces and studied in linear algebra. The study of vectors combines three of the fundamental areas of mathematics, quantity, structure, and space.

21 _ According to the first paragraph, subdivision of mathematics relates to the study of - - - - - -.

1) links to logic, to foundations and to empirical mathematics
2) merely quantity, structure, space and change
3) merely arithmetic, algebra, geometry and analysis
4) various types of calculations needed in various fields of study

_ _

22 _ Applied mathematics is concerned with - - - - - -.

1) exploring computational aspects of mathematics
2) problems involving calculations
3) exploring links from mathematics to the empirical mathematies of various sciences
4) investigating theoretical mathematics arising in various sciences

_ _

23 _ Algebra is concerned with - - - - - -.

1) understanding the structure of numbers
2) the study of quantity
3) measuring land
4) predicting change

_ _

24 _ The notions of quantity, structure and space are - - - - - -.

1) not related to the study of linear algebra
2) conceptualized by linear algebra
3) disregared by the introduction of vectors
4) introduced to study linear algebra without a need for vectors

— — — — — — — — — — — — — — — — — — — —

25 _ Invention of abstract numbers was caused by the - - - - - -.

1) analysis of arithmetic
2) study of structure of numbers
3) analysis of change
4) introduction of vectors in linear algebra

— — — — — — — — — — — — — — — — — — — —

Read the following and answer questions 26-30.

Swiss mathematician was born at Basel on the 15th of April 1707. After receiving preliminary instructions in mathematics from his father, Paul Euler, he was sent to the University of Basel, where geometry soon became his favorite study. Having taken his degree as Master of Arts in 1723, Euler applied himself, at his father's desire, to the study of theology and the Oriental languages with the view of entering the church, but, with his father's consent, he soon returned to geometry as his principal pursuit. At the same time, he applied himself to the study of physiology, to which he made a happy application of his mathematical knowledge; and he also attended the medical lectures at Basel.

In 1727, Euler took up his residence in St. Petersburg, and was made an associate of the Academy of Sciences. In 1730 he became professor of physics, and in 1733 he succeeded Daniel Bernoulli in the chair of mathematics. It was at this time that he carried the integral calculus to a higher degree of perfection, invented the calculation of sines, reduced analytical operations to a greater simplicity, and threw new light on nearly all parts of pure mathematics.

In 1735 a problem proposed by the academy, for the solution of which several eminent mathematicians had demanded the space of some months, was solved by Euler in three days.

In 1741 Euler accepted the invitation of Frederick the Great to Berlin, where he was made a member of the Academy of Sciences and professor of mathematics.

In 1755 Euler had been elected a foreign member of the Academy of Sciences at Paris, and some time afterwards the academical prize was adjudged to three of his memoirs.

Euler had made very considerable progress in medical, botanical and chemical science, and he was an excellent classical scholar, and extensively read in general literature.

Eulre's genius was great and his industry still greater. His works, if printed in their completeness, would occupy from 60 to 80 quarto volumes. He died on the 18th of September 1783.

26 _ Euler was most competent - - - - - -.

1) in the study of theology and the oriental languages
2) in applied mathematics only
3) in pure mathematics only
4) both in pure and applied mathematics

---

27 _ The complete work of Euler - - - - - -.

1) is devoted to his father, Pual Euler
2) , although scarce, but is generally read in the literature
3) is extensive
4) is considered excellent by classical scholars

---

28 _ Euler became the chair of mathematics after he succeeded to become - - - - - -.

1) a physiologist
2) a prominent mathematician
3) a professor of mathematics
4) an associate memeber of the Academy of Sciences

---

29 _ Euler is known as a classical scholar, because of his many contributions to - - - - - -.

1) pure mathematics
2) the study of theology and the Oriental languages
3) both pure and applied mathematics
4) the study of physical sciences

---

30 _ As a youngster, Euler liked the study of - - - - - - the most.

1) theology 2) geometry 3) medical sciences 4) physiology

---

۳۱ ـ تابع f را روی $[۰,۱]$ با ضابطه $f(x)=x$ هرگاه x گویاباشد و $f(x)=۱-x$ هرگاه x اصم باشد تعریف می کنیم و قرار می‌دهیم $g=f(f(x))$.
کدام گزاره درست است؟

۱) f و g تنها در نقطهٔ $\frac{۱}{۲}$ پیوسته‌اند.
۲) f و g فقط در نقاط گویا پیوسته‌هستند.
۳) g در هر نقطه از $[۰,۱]$ و f در نقاط گویا پیوسته است.
۴) g در هر نقطه از $[۰,۱]$ و f تنها در $\frac{۱}{۲}$ پیوسته است.

---

۳۲ ـ مقدار $\lim_{n\to\infty} e^{-nx}(۱+\frac{x}{۸})^{n^۲}$ کدام است؟

۱) ۱
۲) $e^{\frac{-x^۲}{۲}}$
۳) $e^{\frac{x^۲}{۲}}$
۴) ∞

---

۳۳ ـ اگر $p,q>۰$ ، کدام گزینه در مورد انتگرال $\int_۰^\infty \frac{dx}{x^p+x^q}$ صحیح است؟

۱) هرگاه $۰<q<۱<p$ همگراست.
۲) هرگاه $۰<p<۱$ و $۰<q<۱$ همگراست.
۳) هرگاه $۱<p$ و $۱<q$ همگراست
۴) به ازای هر p,q واگراست.

---

۳۴ ـ بسط مک‌لورن $۲x\cos x^۳-۳x^۴\sin x^۳$ کدام است؟

۱) $\sum_{n=۰}^{\infty}\frac{(-۱)^n(۶n+۲)x^{۶n+۱}}{(۲n)!}$
۲) $\sum_{n=۰}^{\infty}\frac{x^{۶n+۱}(۶n+۲)}{(۲n)!}$
۳) $\sum_{n=۰}^{\infty}\frac{(-۱)^n x^{۶n+۱}(۶n+۲)}{(۲n+۱)!}$
۴) $\sum_{n=۰}^{\infty}\frac{x^{۶n+۱}(۶n+۲)}{(۲n+۱)!}$

---

۳۵ ـ کدام گزینه در مورد $I_n=\int_۰^۱ \ln^n x\,dx$ درست است؟

۱) I_n واگراست.
۲) I_n همگرا به $(-۱)^n n!$ است.
۳) I_n همگرا به $(-۱)^n n$ است.
۴) I_n همگرا به $(-۱)^n$ است.

---

۳۶ ـ کدام گزینه در مورد دنباله $(\frac{۱}{a^n}+\frac{۱}{b^n}+\frac{۱}{c^n})^{\frac{۱}{n}}$ ، $۰<a<b<c$ صحیح است؟

۱) واگراست.
۲) همگراست به $\frac{۱}{a}$
۳) همگراست به $\frac{۱}{b}$
۴) همگراست به $\frac{۱}{c}$

---

۳۷ ـ دنباله تعریف شده به صورت $r_۱=۱$ ، $r_{n+۱}=۱+\frac{۱}{r_n}$ در کدام گزینه صدق می‌کند؟

۱) دنباله $\{r_n\}$ نزولی و همگرا به $\frac{۱+\sqrt{۵}}{۲}$ است.
۲) دنباله $\{r_n\}$ صعودی و همگرا به $\frac{۱+\sqrt{۵}}{۲}$ است.
۳) زیر دنباله فرد $\{r_n\}$ نزولی و همگرا به $\frac{۱+\sqrt{۵}}{۲}$ است.
۴) زیر دنباله زوج $\{r_n\}$ نزولی و همگرا به $\frac{۱+\sqrt{۵}}{۲}$ است.

۳۸ـ هرگاه $F(x)=\lim_{n\to\infty}\sum_{j=1}^{n}\frac{x}{n}\sin\frac{jx^{۲}}{n}$ ، $F'(\sqrt{\frac{\pi}{۲}})$ کدام است؟

۱) $-\sqrt{\frac{۲}{\pi}}$
۲) ۰
۳) ۱
۴) $\sqrt{\frac{۲}{\pi}}$

۳۹ـ شعاع، بازه و مرکز همگرایی سری $\sum_{n=۰}^{\infty}\frac{(۲x+۱)^n}{n}$ به ترتیب کدامند؟

۱) ۱، $[-۱,۰)$ و $\frac{-۱}{۲}$
۲) ۱، $(-۱,۰]$ و $-\frac{۱}{۲}$
۳) $\frac{۱}{۲}$، $(-۱,۰)$ و $\frac{-۱}{۲}$
۴) $\frac{۱}{۲}$، $[-۱,۰)$ و $\frac{-۱}{۲}$

۴۰ـ اگر $A=\int_{۰}^{\pi}\frac{\cos x}{(x+۲)^{۲}}dx$، مقدار $\int_{۰}^{\pi}\frac{\sin x}{x+۲}dx$ کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۲}-\frac{۱}{\pi+۲}-A$
۲) $\frac{۱}{\pi+۲}-\frac{۱}{۲}+A$
۳) $\frac{۱}{\pi+۲}+\frac{۱}{۲}-A$
۴) $\frac{۱}{\pi+۲}+\frac{۱}{۲}+A$

۴۱ـ در صورتی که بدانیم $f(\pi)=۲$ و $\int_{۰}^{\pi}(f(x)+f''(x))\sin x dx=۵$، مقدار $f(۰)$ کدام است؟

۱) ۱
۲) ۲
۳) ۳
۴) ۵

۴۲ـ می‌دانیم $\Gamma_{(x)}=\int_{۰}^{\infty}t^{x-۱}e^{-t}dt$، مقدار انتگرال $\int_{۰}^{۱}x^{۲}(ln\frac{۱}{x})^{۳}dx$ کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۳۳}\Gamma(۳)$
۲) $\frac{۱}{۳۳}\Gamma(۴)$
۳) $\frac{۱}{۳۴}\Gamma(۳)$
۴) $\frac{۱}{۳۴}\Gamma(۴)$

۴۳ـ در صورتی که $f^{۲}(x^{۳}+۱)=\int_{۰}^{x^{۳}+۱}\frac{f(t)}{t^{۲}+۲t+۱}dt$ و $f(۰)=۰$، $f(x)$ کدام است؟

۱) $\frac{-۱}{۲(x+۱)}+\frac{۱}{۲}$
۲) $\frac{-۱}{۲(x+۱)^{۲}}+\frac{۱}{۲}$
۳) $\frac{۱}{۲(x+۱)}-\frac{۱}{۲}$
۴) $\frac{۱}{۲(x+۱)^{۲}}-\frac{۱}{۲}$

۴۴ـ مقدار $\lim_{n\to\infty}\frac{۱}{n}ln\frac{n!}{n^n}$ کدام است؟

۱) ۱-
۲) $e^{-۱}$
۳) ۱
۴) e

---

۴۵ ـ مقدار $\lim_{n\to\infty}(۱+n+n^۲)^{\frac{۱}{n}}$ کدام است؟

۱) صفر
۲) ۱
۳) e
۴) ∞

---

۴۶ ـ کدام حکم در مورد نقاط $M_۱(۰,-۴,۰)$ و $M_۲(-۱,-۲,-۴)$ متعلق به سطح $z=۴xy^۲+xy^۳+x^۲y^۲$ درست است؟

۱) $M_۲$ نقطهٔ مینیمم است و $M_۱$ نه ماکزیمم است و نه مینیمم.
۲) $M_۱$ و $M_۲$ نقطه‌های مینیمم هستند.
۳) $M_۱$ و $M_۲$ نقاط ماکزیمم هستند.
۴) هیچ‌کدام از نقاط $M_۱$ و $M_۲$ اکسترمم نیست.

---

۴۷ ـ می‌خواهیم جعبهٔ مکعب مستطیل شکل دربازی با حجم ثابت ۱۶ بسازیم. ابعاد جعبه را طوری تعیین می‌کنیم تا مساحت کل حداقل شود.
مساحت جعبه کدام است؟

۱) $۸\sqrt[۳]{۲}$
۲) $۱۶\sqrt[۳]{۲}$
۳) $۲۴\sqrt[۳]{۲}$
۴) $۶۴\sqrt[۳]{۲}$

---

۴۸ ـ نقاط $A(۲,۱,-۱)$ و $B(۱,۱,۱)$، $C(۲,-۱,۱)$ مفروض‌اند، برداری هم راستا با نیمساز زاویه $A\hat{B}C$ کدام است؟

۱) $\frac{۱}{\sqrt{۵}}<۲,۱,-۱>$
۲) $\frac{۱}{\sqrt{۵}}<۲,-۱,۲>$
۳) $\frac{۱}{\sqrt{۵}}<۲,-۲,-۲>$
۴) $\frac{۱}{\sqrt{۵}}<۲,۲,-۲>$

---

۴۹ ـ صفحه‌ای از نقطه $A(۲,۳,۴)$ گذشته و حجم محصور بین آن و صفحات مختصات می‌نیمم شده است، این حجم کدام است؟

۱) ۱۰۴
۲) ۱۰۸
۳) ۱۱۰
۴) ۱۱۲

---

۵۰ ـ انتگرال دوگانه زیر پس از تعویض ترتیب باکدام انتگرال مکرر برابر است؟

$$I=\int_{x=۰}^{x=\frac{۱}{۲}}\left(\int_{y=۰}^{y=x}f(x,y)dy\right)dx+\int_{x=\frac{۱}{۲}}^{۱}\left(\int_{y=۰}^{\sqrt{۱-x^۲}}f(x,y)dy\right)dx$$

۱) $I=\int_{y=۰}^{۱}\left(\int_{x=۲y}^{\sqrt{۱-۲y^۲}}f(x,y)dx\right)dy$
۲) $I=\int_{y=۰}^{\frac{۱}{۲}}\left(\int_{x=y}^{\sqrt{y^۲-۱}}f(x,y)dx\right)dy$
۳) $I=\int_{y=۰}^{۱}\left(\int_{x=-y}^{\sqrt{۱-y^۲}}f(x,y)dx\right)dy$
۴) $I=\int_{y=۰}^{۱}\left(\int_{x=y}^{\sqrt{۱-y^۲}}f(x,y)dx\right)dy$

---

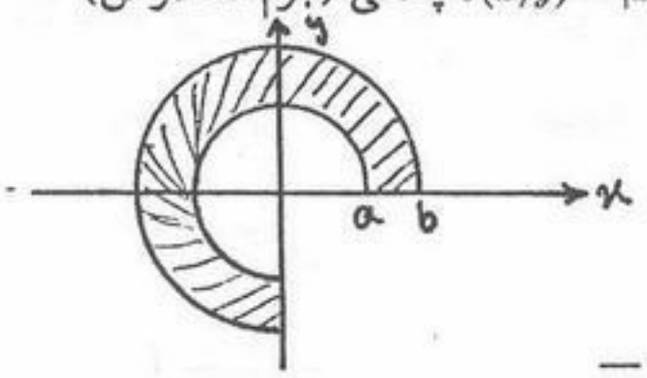
۵۱ ـ اگر $f(x,y)=\begin{cases}\frac{xy}{|x|+|y|} & (x,y)\neq(۰,۰)\\ ۱ & (x,y)=(۰,۰)\end{cases}$، $f_x(۰,۰)$ کدام است؟

۱) ۰
۲) ۱
۳) ∞
۴) $\frac{y|y|}{(|x|+|y|)^۲}$

۵۲ـ اگر $f(x,y)=\begin{cases}\frac{xy}{\sqrt{x^2+y^2}} & (x,y)\neq(0,0)\\ 0 & (x,y)=(0,0)\end{cases}$ مشتق‌سویی f در مبدأ در کدام جهت موجودنیست؟

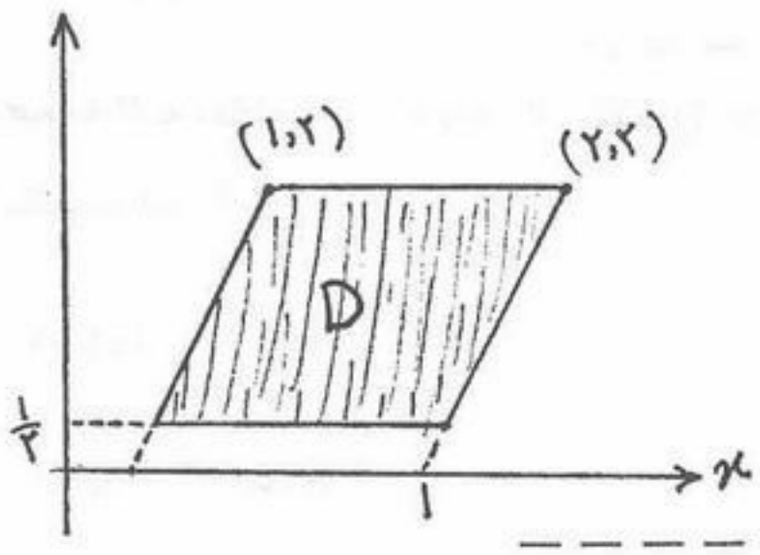
۱) $\vec{i}$
۲) $\frac{\sqrt{2}}{2}\vec{i}-\frac{\sqrt{2}}{2}\vec{j}$
۳) $\frac{\sqrt{2}}{2}\vec{i}+\frac{\sqrt{2}}{2}\vec{j}$
۴) $\frac{\sqrt{3}}{2}\vec{i}+\frac{1}{2}\vec{j}$

۵۳ـ ناحیهٔ D در شکل مقابل بخشی از صفحهٔ xoy و محدود به دو دایره به شعاع‌های a و b است. اگر $\delta(x,y)=|x|+|y|$ چگالی (جرم مخصوص) هر نقطه از ناحیهٔ جرم‌دار باشد جرم کل ناحیه کدام است؟



۱) $\frac{3}{2}(b^2-a^2)$
۲) $2(b^3-a^3)$
۳) $\frac{3}{4}(a^3-b^3)$
۴) $\frac{1}{6}(a^3-a^2-b^3+b^2)$

۵۴ـ مقدار انتگرال $I=\iint_D \frac{(y-2x)^6}{y^2}dA$ که در آن D ناحیهٔ شکل مقابل است، کدام است؟



۱) $\frac{4}{3}$
۲) $\frac{8}{21}$
۳) $\frac{3}{2}$
۴) $\frac{8}{3}$

۵۵ـ مساحت قسمتی از رویه $z=x^2-y^2$ که در داخل استوانه $x^2+y^2=4$ قرار دارد کدام است؟

۱) $\frac{3\pi}{2}(\sqrt{17}-1)$
۲) $\frac{7\pi}{6}(\sqrt{17}-1)$
۳) $\frac{17\pi}{6}(\sqrt{17}-1)$
۴) $\frac{37}{6\pi}(17\sqrt{17}-1)$

۵۶ـ اگر $\sum$ کرهٔ $x^2+y^2+z^2=2$ و $F(x,y,z)=2x\vec{i}+2y\vec{j}+2z\vec{k}$، مقدار $A=\iint_{\sum} F.nds$ کدام است؟

۱) $4\sqrt{2}\pi$
۲) $8\sqrt{2}\pi$
۳) $16\sqrt{2}\pi$
۴) $32\sqrt{2}\pi$

۵۷ـ حاصل $\int_C (x+y+z)ds$ که در آن C محل برخورد صفحه $y=x$ و کره $x^2+y^2+z^2=4$ در یک هشتم اول با جهت از نقطه $(\sqrt{2},\sqrt{2},0)$ به $(0,0,2)$ می‌باشد کدام است؟

۱) $4+4\sqrt{2}$
۲) $4\sqrt{2}$
۳) $4+2\sqrt{2}$
۴) $2\sqrt{2}+2$

۵۸ـ مساحت قسمتی از رویه به معادلهٔ $z = \sqrt{۱ - x^۲ - y^۲}$ وقتی که تصویر این قسمت از رویه بر صفحه xy ناحیه محدود به دایرهٔ $۴x^۲ + ۴y^۲ = ۱$ باشد کدام است؟

۱) $(\sqrt{۳} - ۱)\pi$
۲) $(۲ - \sqrt{۳})\pi$
۳) $(\sqrt{۳} + ۱)\pi$
۴) $(۲ + \sqrt{۳})\pi$

۵۹ـ منحنی به معادله $y = x^۲ + ۳$ مفروض است متحرکی از نقطهٔ $(۳, ۰)$ روی منحنی با سرعت ثابت ۲ متر در ثانیه حرکت می‌کند. شتاب متحرک روی منحنی در نقطه $x = ۲$ کدام است؟

۱) $\frac{۸}{۱۷\sqrt{۱۷}}$
۲) $\frac{۴}{۱۷\sqrt{۱۷}}$
۳) $\frac{۱}{۱۷\sqrt{۱۷}}$
۴) $\frac{۹}{۱۷\sqrt{۱۷}}$

۶۰ـ صفحه P به معادله $۳x + y + z = ۱$ و نقاط $A(۱, ۰, ۲)$ و $B(۲, ۲, ۴)$ مفروض‌اند. به ازای کدام نقطهٔ M روی صفحه P مقدار $|MA - MB|$ ماکسیمم است؟

۱) $M(-۵, ۶, ۱۰)$
۲) $M(-۵, ۸, ۸)$
۳) $M(۵, -۶, -۸)$
۴) $M(۵, -۸, -۶)$

---

۶۱ ـ توابع $f(x)=x^۳$ و $g(x)=x^۲|x|$ را در بازه $[-۱,۱]$ در نظر بگیرید کدام گزینه غلط است؟

۱) رانسکین f و g در بازه $[-۱,۱]$ برابر است با ۰

۲) f و g روی بازه $[-۱,۱]$ وابسته خطی هستند.

۳) f و g روی بازه $[-۱,۱]$ مستقل خطی هستند.

۴) گزینه‌های ۱ و ۳ هر دو درست هستند.

---

۶۲ ـ کدام گزینه جواب معادله دیفرانسیل $x^۲y''-۲xy'+۲y=(Lnx)^۲-Lnx^۲$ است؟

۱) $y=C_۱+\frac{(Lnx)^۲}{۲}+\frac{۱}{۴}C_۲$

۲) $y=C_۱+\frac{(Lnx)^۲}{۴}-C_۲x^۲$

۳) $y=C_۱-\frac{(Lnx)^۲}{۴}+C_۲x^۲$

۴) $y=C_۱x+C_۲x^۲+\frac{(Lnx)^۲}{۲}+\frac{Lnx}{۲}+\frac{۱}{۴}$

---

۶۳ ـ اگر سری $y=\sum a_nx^n$ جواب معادله $x^۲y''+xy'+(x^۲-۱)y=۰$ به روش فربینوس به ازای ریشه بزرگتر معادله شاخص باشد، رابطه بازگشتی بین ضرایب سری کدام است؟

۱) $a_n=\frac{a_{n-۲}}{۱-n^۲}$

۲) $a_n=\frac{a_{n-۲}}{n^۲-۱}$

۳) $a_{n+۲}=-\frac{a_n}{(n+۲)(n+۴)}$

۴) $a_{n+۲}=\frac{a_n}{(n+۲)(n+۴)}$

---

۶۴ ـ یک جواب معادلهٔ دیفرانسیل $x^۲y''-xy'+(۱-x)y=۰$ به صورت سری توانی، کدام است؟

۱) $\sum_{n=۰}^{\infty}\frac{x^n}{(n+۱)!}$

۲) $\sum_{n=۰}^{\infty}\frac{x^n}{((n+۱)!)^۲}$

۳) $\sum_{n=۰}^{\infty}\frac{x^{n+۱}}{(n!)^۲}$

۴) $\sum_{n=۰}^{\infty}\frac{x^{n+۱}}{(n+۱)!}$

---

۶۵ ـ معادله $\frac{dx}{dt}=۲x-x^۲-h$ با شرایط اولیه $x(۰)=x_۰$ را در نظر بگیرید که در آن h یک ثابت مثبت است، کدام گزاره درست است؟

۱) هر گاه $h>۱$، صرفنظر از مقدار $x_۰$، $\lim_{t\to\infty}x(t)=۰$

۲) هرگاه $۰<h\leq ۱$، $\lim_{t\to\infty}x(t)$ به مقدار اولیه $x_۰$ بستگی دارد.

۳) به ازای هر $h>۰$ و هر $x_۰$، $\lim_{t\to\infty}x(t)=۰$

۴) هرگاه $۰<h\leq ۱$، $\lim_{t\to\infty}x(t)$ به مقدار اولیه $x_۰$ بستگی دارد و همچنین هرگاه $h>۱$ صرفنظر از مقدار $x_۰$، $\lim_{t\to\infty}x(t)=۰$ است.

---

۶۶ ـ جواب خصوصی معادله دیفرانسیل $y''+y=tanx$ با شرایط اولیه $y(۰)=۱$ و $y'(۰)=۲$ کدام است؟

۱) $y(x)=\cos x+۳\sin x+\cos x ln\frac{\cos x}{۱+\sin x}$

۲) $y(x)=\cos x+۳\sin x-\cos x ln\frac{\cos x}{۱-\sin x}$

۳) $y(x)=\cos x+۳\sin x-\sin x ln\frac{\cos x}{۱-\sin x}$

۴) $y(x)=\cos x+۳\sin x+\sin x ln\frac{\cos x}{۱+\sin x}$

---

۶۷ ـ یک جواب خصوصی معادلهٔ دیفرانسیل $x^۲\frac{d^۲y}{dx^۲}-x\frac{dy}{dx}+۴y=\cos(lnx)+x\sin(lnx)$ کدام است؟

۱) $y_p=\frac{۱}{۱۳}[۳\cos(lnx)-۲\sin(lnx)]+\frac{۱}{۲}x\sin(lnx)$

۲) $y_p=\frac{۱}{۵}[۳\cos(lnx)-۲\sin(lnx)]+\frac{۱}{۲}e^x\cos(lnx)$

۳) $y_p=\frac{۱}{۱۳}[\cos(lnx)-۳\sin(lnx)]-\frac{۱}{۲}e^x\sin(lnx)$

۴) $y_p=\frac{۱}{۵}[۳\sin(lnx)+۲\cos(lnx)]+\frac{۱}{۲}\cos(lnx)$

---

۶۸ ـ فرض کنید y_1 و y_2 جواب‌های مستقل خطی معادلهٔ دیفرانسیل $y'' + p(x)y' + q(x)y = 0$ در بازه $\alpha < x < \beta$ باشد به طوری که p و q در این بازه پیوسته باشند کدام گزاره لزوماً درست نیست؟

۱) y_1 و y_2 ریشهٔ مشترک دارند.
۲) y_1 و y_2 نقطهٔ عطف مشترک ندارند.
۳) y_1 و y_2 نقطهٔ max یا min مشترک ندارند.
۴) بین هر دو ریشهٔ متوالی y_1، دقیقاً یک ریشه از y_2 قرار دارد.

---

۶۹ ـ اگر $y_1 = \sin^3 x$ یک جواب خصوصی معادلهٔ دیفرانسیل $y'' + (\cos x)y' - 6(\cos^2 x)y = 0$ باشد، $(0 < x < \frac{\pi}{2})$ جواب عمومی آن کدام است؟

۱) $y = c_1 \sin^3 x + \frac{c_2}{\cos x}$
۲) $y = c_1 \sin^3 x + \frac{c_2}{\sin x}$
۳) $y = c_1 \sin^3 x + \frac{c_2}{\cos^2 x}$
۴) $y = c_1 \sin^3 x + \frac{c_2}{\sin^2 x}$

---

۷۰ ـ جواب عمومی دستگاه معادلات دیفرانسیل $\begin{cases} tdx = (t - 2x)dt \\ tdy = (tx + ty + 2x - t)dt \end{cases}$ کدام است؟

۱) $\begin{cases} x = \frac{1}{3}t + c_1 t^{-2} \\ y = c_2 e^t - c_1 t^{-2} - \frac{1}{3}t \end{cases}$
۲) $\begin{cases} x = \frac{1}{3}t + c_1 t^2 \\ y = c_2 e^{-t} + c_1 t^{-1} + \frac{1}{2}t^2 \end{cases}$
۳) $\begin{cases} x = \frac{1}{3}t^{-1} + c_1 t^2 \\ y = e^{-t} + c_1 t^{-2} - t \end{cases}$
۴) $\begin{cases} x = t + \frac{c_1}{3}t^{-2} \\ y = c_2 e^{-t} - c_1 t^{-2} - \frac{1}{3} \end{cases}$

---

۷۱ ـ دستگاه معادلات خطی با شرط اولیه $\begin{cases} X' = AX \\ X(0) = X_0 \end{cases}$ را در نظر بگیرید که در آن A یک ماتریس حقیقی 2×2 است.هرگاه $X(t)$ جواب این دستگاه باشد، کدام گزینه درست است؟

۱) اگر $DetA > 0$ و $T_rA \geq 0$ آن‌گاه $\lim_{t\to\infty} ||X(t)|| = \infty$
۲) $\lim_{t\to\infty} X(t) = 0$ اگر و تنها اگر $DetA > 0$ و $trA < 0$
۳) اگر $T_rA < 0$ آن‌گاه $\lim_{t\to\infty} X(t) = 0$
۴) اگر $DetA \geq 0$ و $T_rA > 0$ آن‌گاه $\lim_{t\to\infty} ||X(t)|| = \infty$

---

۷۲ ـ جواب معادله دیفرانسیل $y'' + k^2x^2y = 0$ با شرایط $y(0) = y'(0) = 1$ کدام است؟

۱) $y = 1 + x - \frac{k^2}{12}x^4 - \frac{k^2}{20}x^5 + \cdots$
۲) $y = x - \frac{k^2}{12}x^4 - \frac{k^2}{20}x^5 + \cdots$
۳) $y = 1 + x + \frac{k^2}{12}x^4 - \frac{k^2}{20}x^6 + \cdots$
۴) $y = 1 + x - \frac{k^2}{12}x^4 + \frac{k^2}{20}x^6 + \cdots$

---

۷۳ ـ کدام گزاره د رمورد معادله $x^2y'' + 3(\sin x)y' - 2y = 0$ درست است؟

۱) $x = 0$ یک نقطه منفرد منظم است، اما تنها یک جواب به صورت سری فربینوس دارد.
۲) $x = 0$ یک نقطه منفرد نامنظم است.
۳) $x = 0$ یک نقطهٔ منفرد منظم است و معادلهٔ فوق دارای دو جواب مستقل خطی به صورت $y_1 = x^{1-\sqrt{3}}\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ و $y_2 = x^{1+\sqrt{3}}\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ است.
۴) $x = 0$ یک نقطهٔ منفرد منظم معادلهٔ فوق است و دارای جواب‌های مستقل خطی به صورت $y_1 = x^{-1+\sqrt{3}}\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ و $y_2 = x^{-1-\sqrt{3}}\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ است.

---

۷۴ ـ با فرض $y' = p$ یک جواب معادله دیفرانسیل $y = ۲px + f(xp^۲)$ (c' مقدار ثابت است) کدام است؟

۱) $y = c'x^۲ + f(c'^۲)$
۲) $y = ۲c'\sqrt{x} + f(c'^۲)$
۳) $y = c'x^{\frac{۱}{۲}} + ۲f(c')$
۴) $y = c'x^{-\frac{۱}{۲}} + f(c'^۲)$

---

۷۵ ـ جواب معادله دیفرانسیل $xdy - ydx = (۴x^۲ + y^۲)dy$ کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۲}Arc\,tg\frac{x}{۲y} = y + h$
۲) $\frac{۱}{۲}Arc\,tg\frac{y}{۲x} = y + h$
۳) $\frac{۱}{۲}Arc\,tg\frac{x}{y} = y + h$
۴) $\frac{۱}{۲}Arc\,tg\frac{۲y}{x} = y + h$

---

۷۶ ـ جواب معادله دیفرانسیل $xy' - y = y^۲$ برای $y(۱) = ۱$ کدام است؟

۱) $y = \frac{۱}{x^۲}$
۲) $y = \frac{۱}{x^۲} + ۱$
۳) $y = \frac{-۲}{x^۲} + ۱$
۴) $y = \frac{۲}{x^۲} - ۱$

---

۷۷ ـ به ازای چه مقدار m معادلهٔ دیفرانسیل $(x^۲ - y^۲)dx + mxydy = ۰$ کامل است؟

۱) $+۳$
۲) $+۲$
۳) -۲
۴) -۳

---

۷۸ ـ مسیرهای قائم دسته منحنی‌های $\sin hy = c_۱x$ ($c_۱$ پارامتر) کدام است؟

۱) $ln(\sin h\, y) - x^۲ = c$
۲) $ln(\cos h\, y) - x^۲ = c$
۳) $۲ln(\cos h\, y) + x^۲ = c$
۴) $۲ln(\sin h\, y) + x^۲ = c$

---

۷۹ ـ تبدیل لاپلاس $\int_t^{+\infty} \frac{e^{-x}}{x}dx$ کدام است؟

۱) $\frac{۱}{s}ln(۱ - \frac{۱}{s})$
۲) $\frac{۱}{s}ln(s - ۱)$
۳) $\frac{۱}{s}ln(۱ + \frac{۱}{s})$
۴) $\frac{۱}{s}ln(s + ۱)$

---

۸۰ ـ جواب عکس تبدیل لاپلاس $L^{-۱}[\frac{e^{-۲p}}{p^۲ - p - ۲}]$ کدام تابع است؟

۱) $y = f(x) = \begin{cases} -e^{-۲(x-۲)} + e^{-(x-۲)} & x > ۲ \\ ۰ & ۰ \le x \le ۲ \end{cases}$
۲) $y = f(x) = \begin{cases} e^{۲(x-۲)} + e^{x-۲} & x > ۲ \\ ۰ & ۰ \le x \le ۲ \end{cases}$
۳) $y = f(x) = \begin{cases} e^{-۲(x-۲)} + e^{x-۲} & ۰ \le x \le ۲ \\ ۰ & x > ۲ \end{cases}$
۴) $y = f(x) = \begin{cases} -e^{-۲(x+۲)} + e^{-(x+۲)} & x > ۲ \\ ۰ & ۰ < x \le ۲ \end{cases}$

---

۸۱ ـ فرض کنید $f(t) = \begin{cases} ۱ & ۰ \le t < c \\ ۰ & ۱ \le t < ۲c \end{cases}$ و $f(t + ۲c) = f(t)$، تبدیل لاپلاس $f(t)$ کدام است؟

۱) $\frac{۱ - e^{-sc}}{s(۱ + e^{-۲sc})}$
۲) $\frac{۱ - e^{-sc}}{s(۱ + e^{-sc})}$
۳) $\frac{۱}{s(۱ + e^{-sc})}$
۴) $\frac{۱}{s(۱ + e^{-۲sc})}$

۸۲ ـ با فرض معادلات $y(0) = -5$ ،$y' + z' + z = 0$ و $y' + 2y + 6\int_0^t zdt = -2u(t)$ و $z(0) = 6$ تبدیل لاپلاس y کدام است؟ ($u(t)$ تابع پله‌ای واحد است).

۱) تبدیل لاپلاس z

۲) $\frac{4 + 6s}{s^2 + 3s - 4}$

۳) $\frac{s^2 - 3s - 8}{s^3 + 3s^2 - 4s}$

۴) $\frac{-5s^2 - 7s - 8}{s^3 + 3s^2 - 4s}$

---

۸۳ ـ به ازای چه مقادیر α و β ، $f(x,y) = x^\alpha y^\beta$ عامل انتگرال ساز معادلهٔ دیفرانسیل $ydx + x(x^2y - 1)dy = 0$ است؟

۱) $\alpha = -3\ ,\ \beta = 1$

۲) $\alpha = -3\ ,\ \beta = -1$

۳) $\alpha = 3\ ,\ \beta = -1$

۴) $\alpha = 3\ ,\ \beta = 1$

---

۸۴ ـ معادلهٔ دیفرانسیل $y' = x^{\frac{1}{3}}$ باشرط اولیه $y(0) = 0$ در کدام گزینه صدق می‌کند؟

۱) به ازای هر $a > 0$ در بازه $[0, a]$ دارای جواب یکتا است.

۲) به ازای هر $a > 0$ در بازه $[0, a]$ دارای تعداد نامتناهی جواب است.

۳) دارای جواب نیست.

۴) به ازای هر $a > 0$ دارای تعداد متناهی جواب است.

---

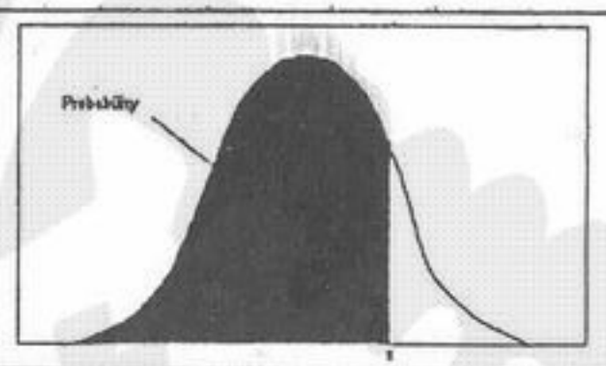
۸۵ ـ در صورتی که $y_1 = x^2 - 2$ یک جواب معادله $(2x - 3x^3)y'' + 4y' + 6xy = 0$ باشد جوابی از معادله که از نقاط (۲و ۱) و $(0, -1)$ می‌گذرد کدام است؟

۱) $y = 2 - x^2 + x$

۲) $y = 2 - x^2 + \frac{1}{x^2}$

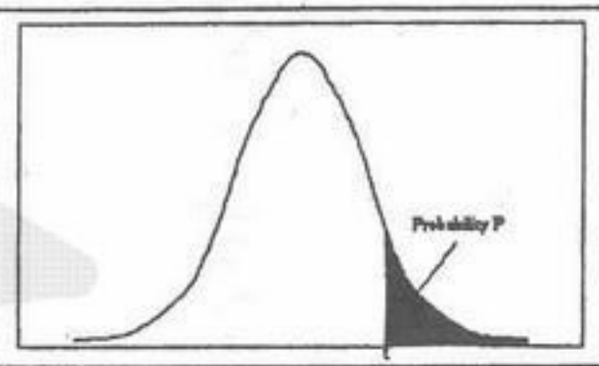
۳) $y = 2 - x^2 + \frac{1}{x}$

۴) $y = 2 - x^2 + x^2$



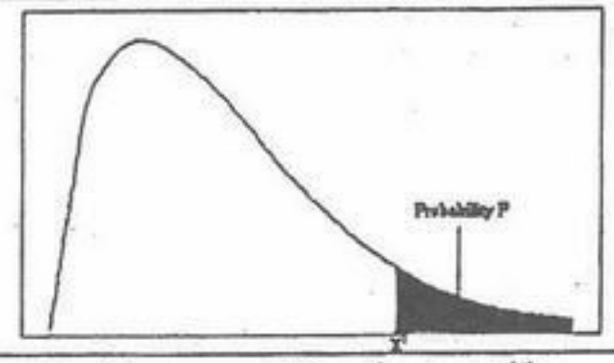
سطح زير منحني نرمال استاندارد

z	0.0	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.5000	.5040	.5080	.5120	.5160	.5199	.5239	.5279	.5319	.5359
0.1	.5398	.5438	.5478	.5517	.5557	.5596	.5636	.5675	.5714	.5753
0.2	.5793	.5832	.5871	.5910	.5948	.5987	.6026	.6064	.6103	.6141
0.3	.6179	.6217	.6255	.6293	.6331	.6368	.6406	.6443	.6480	.6517
0.4	.6554	.6591	.6628	.6664	.6700	.6736	.6772	.6808	.6844	.6879
0.5	.6915	.6950	.6985	.7019	.7054	.7088	.7123	.7157	.7190	.7224
0.6	.7257	.7291	.7324	.7357	.7389	.7422	.7454	.7486	.7517	.7549
0.7	.7580	.7611	.7642	.7673	.7704	.7734	.7764	.7794	.7823	.7852
0.8	.7881	.7910	.7939	.7967	.7995	.8023	.8051	.8078	.8106	.8133
0.9	.8159	.8186	.8212	.8238	.8264	.8289	.8315	.8340	.8365	.8389
1.0	.8413	.8438	.8461	.8485	.8508	.8531	.8554	.8577	.8599	.8621
1.1	.8643	.8665	.8686	.8708	.8729	.8749	.8770	.8790	.8810	.8830
1.2	.8849	.8869	.8888	.8907	.8925	.8944	.8962	.8980	.8997	.9015
1.3	.9032	.9049	.9066	.9082	.9099	.9115	.9131	.9147	.9162	.9177
1.4	.9192	.9207	.9222	.9236	.9251	.9265	.9279	.9292	.9306	.9319
1.5	.9332	.9345	.9357	.9370	.9382	.9394	.9406	.9418	.9429	.9441
1.6	.9452	.9463	.9474	.9484	.9495	.9505	.9515	.9525	.9535	.9545
1.7	.9554	.9564	.9573	.9582	.9591	.9599	.9608	.9616	.9625	.9633
1.8	.9641	.9649	.9656	.9664	.9671	.9678	.9686	.9693	.9699	.9706
1.9	.9713	.9719	.9726	.9732	.9738	.9744	.9750	.9756	.9761	.9767
2.0	.9772	.9778	.9783	.9788	.9793	.9798	.9803	.9808	.9812	.9817
2.1	.9821	.9826	.9830	.9834	.9838	.9842	.9846	.9850	.9854	.9857
2.2	.9861	.9864	.9868	.9871	.9875	.4878	.9881	.9884	.9887	.9890
2.3	.9893	.9896	.9898	.9901	.9904	.9906	.9909	.9911	.9913	.9916
2.4	.9918	.9920	.9922	.9925	.9927	.9929	.9931	.9932	.9934	.9936
2.5	.9938	.9940	.9941	.9943	.9945	.9946	.9948	.9949	.9951	.9952
2.6	.9953	.9955	.9956	.9957	.9959	.9960	.9961	.9962	.9963	.9964
2.7	.9965	.9966	.9967	.9968	.9969	.9970	.9971	.9972	.9973	.9974
2.8	.9974	.9975	.9976	.9977	.9977	.9978	.9979	.9979	.9980	.9981
2.9	.9981	.9982	.9982	.9983	.9984	.9984	.9985	.9985	.9986	.9986
3.0	.9987	.9987	.9987	.9988	.9988	.9989	.9989	.9989	.9990	.9990
3.1	.9990	.9991	.9991	.9991	.9992	.9992	.9992	.9992	.9993	.9993
3.2	.9993	.9993	.9994	.9994	.9994	.9994	.9994	.9995	.9995	.9995
3.3	.9995	.9995	.9995	.9996	.9996	.9996	.9996	.9996	.9996	.9997
3.4	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9998



مقادير بحراني توزيع t

df	.10	.05	.025	.01	.005
1	3.078	6.314	12.71	31.82	63.66
2	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925
3	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841
4	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604
5	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032
6	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707
7	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499
8	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355
9	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250
10	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169
11	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106
12	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055
13	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012
14	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977
15	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947
16	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921
17	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898
18	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878
19	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861
20	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845
21	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831
22	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819
23	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807
24	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797
25	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787
26	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779
27	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771
28	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763
29	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756



مقادير بحراني توزيع مربع كاي

df\a	.995	.990	.975	.950	.050	.025	.010	.005
1	4E-5	0.0001	0.0009	0.0039	3.8414	5.0238	6.6349	7.879
2	0.010	0.0201	0.0506	0.1025	5.9914	7.3777	9.2103	10.596
3	0.071	0.1148	0.2158	0.3518	7.8147	9.3484	11.344	12.838
4	0.206	0.2971	0.4844	0.7107	9.4877	11.143	13.276	14.860
5	0.411	0.5543	0.8312	1.1454	11.070	12.832	15.086	16.749
6	0.675	0.8720	1.2373	1.6353	12.591	14.449	16.811	18.547
7	0.989	1.2390	1.6898	2.1673	14.067	16.012	18.475	20.277
8	1.344	1.6465	2.1797	2.7326	15.507	17.534	20.090	21.954
9	1.734	2.0879	2.7003	3.3251	16.918	19.022	21.665	23.589
10	2.155	2.5582	3.2469	3.9403	18.307	20.483	23.209	25.188
11	2.603	3.0534	3.8157	4.5748	19.675	21.920	24.724	26.756
12	3.073	3.5705	4.4037	5.2260	21.026	23.336	26.216	28.299
13	3.565	4.1069	5.0087	5.8918	22.362	24.735	27.688	29.819
14	4.074	4.6604	5.6287	6.5706	23.684	26.118	29.141	31.319
15	4.600	5.2293	6.2621	7.2609	24.995	27.488	30.577	32.801
16	5.142	5.8122	6.9076	7.9616	26.296	28.845	31.999	34.267
17	5.697	6.4077	7.5641	8.6717	27.587	30.191	33.408	35.718
18	6.264	7.0149	8.2307	9.3904	28.869	31.526	34.805	37.156
19	6.843	7.6327	8.9065	10.117	30.143	32.852	36.190	38.582
20	7.433	8.2604	9.5907	10.850	31.410	34.169	37.566	39.996
21	8.033	8.8972	10.282	11.591	32.670	35.478	38.932	41.401
22	8.642	9.5424	10.982	12.338	33.924	36.780	40.289	42.795
23	9.260	10.195	11.688	13.090	35.172	38.075	41.638	44.181
24	9.886	10.856	12.401	13.848	36.415	39.364	42.979	45.558
25	10.52	11.523	13.119	14.611	37.652	40.646	44.314	46.927
26	11.16	12.198	13.843	15.379	38.885	41.923	45.641	48.289
27	11.80	12.878	14.573	16.151	40.113	43.194	46.962	49.644
28	12.46	13.564	15.307	16.927	41.337	44.460	48.278	50.993
29	13.12	14.256	16.047	17.708	42.556	45.722	49.587	52.335
30	13.78	14.953	16.790	18.492	43.772	46.979	50.892	53.671

۸۶ ـ دو نفر A و B به ترتیب سکه سالمی را پرتاب می‌کنند. اولین فردی که شیر بیاورد برنده خواهد بود. احتمال برنده شدن A و B به ترتیب عبارت است از

۱) $\frac{۱}{۲}$ و $\frac{۱}{۲}$
۲) $\frac{۱}{۴}$ و $\frac{۳}{۴}$
۳) $\frac{۲}{۳}$ و $\frac{۱}{۳}$
۴) $\frac{۳}{۴}$ و $\frac{۱}{۴}$

---

۸۷ ـ یک سکه سالم آنقدر پرتاب می‌شود تا هر دو روی سکه (شیر و خط) حداقل ۲ بار مشاهده شود. اگر X نمایانگر تعداد پرتاب‌های لازم باشد، تابع احتمال X کدام است؟

۱) $f(x)=\frac{x}{۲^x} \quad x=۴,۵,\cdots$
۲) $f(x)=\frac{x-۱}{۲^x} \quad x=۴,۵,\cdots$
۳) $f(x)=\frac{x}{۲^{x-۱}} \quad x=۴,۵,\cdots$
۴) $f(x)=\frac{x-۱}{۲^{x-۱}} \quad x=۴,۵,\cdots$

---

۸۸ ـ متغیر تصادفی X گسسته بامقادیر ممکن ۱،۲،۳،... و تابع احتمال $P[X=k]$ که نسبت به k غیر صعودی است. مقدار احتمال $P[X=k]$ کدام است؟

۱) کوچکتر از $\frac{EX}{k}$
۲) کوچکتر از $\frac{۲EX}{k^۲}$
۳) برابر $\frac{EX}{k}$
۴) برابر $\frac{۲EX}{k^۲}$

---

۸۹ ـ اگر متغیر تصادفی گسسته X از توزیع دو جمله‌ای پیروی کند یعنی

$$P(X=x)=\begin{cases}\binom{۱۰}{x}\frac{۱}{۳}^x(۱-\frac{۱}{۳})^{۱۰-x} & x=۰,۱,۲\cdots,۱۰\\ ۰ & \text{سایر نقاط}\end{cases}$$

آنگاه $Cov(\frac{X}{۱۰},\frac{۱۰-X}{۱۰})$ برابر است با:

۱) $-\frac{۲}{۹}$
۲) $-\frac{۱}{۴۵}$
۳) -۱
۴) ۱

---

۹۰ ـ از جدول اعداد تصادفی ،۱۰۰ عدد دو رقمی را انتخاب می‌کنیم. احتمال تقریبی اینکه لااقل یکی از آنها ۴۵ باشد چقدر است؟

۱) $e^{-۱}$
۲) $e^{\frac{-۱}{۲}}$
۳) $۱-e^{-\frac{۱}{۲}}$
۴) $۱-e^{-۱}$

---

۹۱ ـ متغیر تصادفی X در بازه $(۱,+\infty)$ دارای تابع چگالی $f(x)=(۱+\theta)x^{-\theta-۲}$ ، $(\theta>۰)$ است. نمونه تصادفی $X_۱,X_۲,\cdots,X_n$ از این توزیع بدست آمده است. برآورد گشتاوری θ برابر است با:

۱) $\frac{۱}{\overline{X}-۱}$
۲) $\frac{۱}{\overline{X}+۱}$
۳) $\frac{\overline{X}-۱}{\overline{X}}$
۴) $\frac{۱+\overline{X}}{\overline{X}}$

---

۹۲ ـ عدد X را از بین اعداد $\{۱,۲,۳,۴,۵\}$ به تصادف انتخاب می‌کنیم. سپس عددی را به تصادف از زیر مجموعه $\{۱,۲,\cdots,X\}$ اختیار می‌کنیم، عدد دوم را Y می‌نامیم، EY برابر است با:

۱) ۱
۲) ۲
۳) ۲/۵
۴) ۳

۹۳ ـ اگر X یک متغیر تصادفی با تابع احتمال $P(k)=\frac{e^{-\lambda}\lambda^k}{k!}\quad k=0,1,2,\cdots$ باشد، آنگاه مقدار $E(\frac{X!}{(X-k)!})$ برابر است با

۱) λ^k
۲) λ^{k+1}
۳) $\lambda^k+\lambda$
۴) $\lambda^{k+1}+\lambda$

---

۹۴ ـ یک عدد تصادفی از بازهٔ $(0,1)$ انتخاب شده است. در بسط اعشاری این عدد بطور متوسط چند رقم قبل از دهمین ۳ وجود دارد؟

۱) ۹۸
۲) ۹۹
۳) ۱۰۰
۴) ۱۰۱

---

۹۵ ـ تعداد مکالمات تلفنی انجام شده از طریق یک مرکز، از توزیع پواسون با $\lambda=20$ مکالمه در ساعت پیروی می‌کند. احتمال تقریبی اینکه مدت زمان انجام ۴۰۰ مکالمه حداقل ۲۱ ساعت باشد برابر است با :

۱) ۰/۱۵۸۷
۲) ۰/۱۶۵۲
۳) ۰/۱۸۳۲
۴) ۰/۲۵۱۳

---

۹۶ ـ اگر X یک متغیر تصادفی پواسون با پارامتر λ باشد و $P[X=2]=2P[X=0]$ آنگاه $P[X^2+X-2>0]$ برابر است با:

۱) $\frac{1}{2}$
۲) $1-e^{-2}$
۳) $1-3e^{-2}$
۴) $3e^{-2}$

---

۹۷ ـ فرض کنید X و Y دو عدد باشند که به ترتیب و مستقل از هم از مجموعه اعداد $\{1,2,\cdots,N\}$ انتخاب شده‌اند. احتمال اینکه $X>Y$ چقدر است؟

۱) $\frac{1}{2}$
۲) $\frac{N-1}{2N^2}$
۳) $\frac{N-1}{2N}$
۴) $\frac{N^2-1}{2N^2}$

---

۹۸ ـ اگر متغیر تصادفی پیوسته X دارای تابع چگالی $f(x)=\frac{1}{2}e^{-|x|}$ ، $x\in R$ باشد آنگاه واریانس X برابر است با :

۱) ۱
۲) ۲
۳) ۳
۴) ۴

---

۹۹ ـ فرض کنید دو متغیر تصادفی X و Y مستقل و هم توزیع بوده از تابع توزیع احتمال زیر پیروی می‌کنند،

$$P(T=t)=\frac{1}{2}(\frac{2}{3})^t\quad t=1,2,3\cdots$$

$P(X+Y=10)$ برابر است با :

۱) $1-(\frac{2}{3})^{10}$
۲) $1-(\frac{2}{3})^9$
۳) $(\frac{2}{3})^8$
۴) $(\frac{2}{3})^9$

---

۱۰۰ ـ اگر X و Y دو متغیر تصادفی مستقل به صورت $Y \sim B(m,p)$ و $X \sim B(n,p)$ باشند آنگاه $X|X+Y=k$ دارای توزیع زیر است:

۱) دو جمله‌ای با پارامترهای k و p
۲) فوق هندسی با پارامترهای k و m و $n+m$
۳) فوق هندسی با پارامترهای k و n و $n+m$
۴) فوق هندسی با پارامترهای k و n و m

---

۱۰۱ ـ اگر X یک عدد تصادفی از بازه $[۰,۱]$ باشد و $Y=[nX]$، $n \geq ۱$، آنگاه $P[X=k]$، $k=۰,۱\cdots,n$، برابر است با:

۱) $P[Y=k]=\begin{cases}\frac{۱}{n}, & k=۰,۱,۲,\cdots,n-۱\\ ۰ & k=n\end{cases}$
۲) $P[Y=k]=\frac{۱}{n}\ ,\ k=۱,۲,\cdots,n$
۳) $P[Y=k]=\frac{۱}{n}\ ,k=۰,۱,۲,\cdots,n$
۴) $P[Y=k]=\begin{cases}\frac{۱}{n+۱}, & k=۰,۱,۲,\cdots,n\\ ۰ & \text{سایر نقاط}\end{cases}$

---

۱۰۲ ـ از سه جعبه A با ۳ مهره سفید و ۳ مهره سیاه و B با ۴ مهره سفید و ۲ مهره سیاه و C با ۵ مهره سفید و یک مهره سیاه یک جعبه به تصادف انتخاب کرده و ۲ مهره از آن خارج می‌کنیم. اگر هر دو سفید باشند احتمال آنکه جعبه A انتخاب شده باشد برابر است با:

۱) $\frac{۲}{۲۰}$
۲) $\frac{۲}{۱۹}$
۳) $\frac{۳}{۱۹}$
۴) $\frac{۳}{۲۰}$

---

۱۰۳ ـ تابع چگالی احتمال توأم متغیرهای تصادفی X و Y به صورت زیر است.

$$f_{X,Y}(x,y)=\begin{cases}۱ & ۰<x<۱,\quad |y|<x\\ ۰ & \text{سایر نقاط}\end{cases}$$

مقدار $P(Y>-\frac{۱}{۲})$ کدام است؟

۱) $\frac{۳}{۸}$
۲) $\frac{۵}{۸}$
۳) $\frac{۳}{۴}$
۴) $\frac{۷}{۸}$

---

۱۰۴ ـ اگر متغیر تصادفی گسسته X از تابع توزیع احتمال $P(X=x)=\frac{۱}{۲^x}\ ,x=۱,۲,۳,\cdots$ پیروی کند آنگاه $P(|X-۲|>۲)$ برابر است با:

۱) $\frac{۱}{۱۶}$
۲) $\frac{۱}{۳}$
۳) $\frac{۱}{۲}$
۴) $\frac{۱۵}{۱۶}$

---

۱۰۵ ـ اگر $X_۱,X_۲,\cdots,X_{۱۰}$ یک نمونه تصادفی از توزیعی باتابع چگالی $f(x,\theta)=\begin{cases}e^{-(x-\theta)} & x>\theta\\ ۰ & \text{سایر موارد}\end{cases}$ باشد، آنگاه برآوردگر درستنمایی ماکسیمم θ برابر است با:

۱) $\hat{\theta}=\frac{X_{(۱)}+X_{(۲)}}{۲}$
۲) $\hat{\theta}=\overline{X}=\frac{۱}{n}\sum_{i=۱}^{n}X_i$
۳) $\hat{\theta}=X_{(n)}=max\{X_۱,X_۲,\cdots,X_m\}$
۴) $\hat{\theta}=X_{(۱)}=min\{X_۱,X_۲,\cdots,X_n\}$

---

۱۰۶ ـ فرض کنید $X_1, \cdots, X_5$ یک نمونه تصادفی از توزیع نمایی با میانگین $\frac{1}{\theta}$ باشد به ازای چه مقداری از k بازه $(0, \frac{k}{\overline{X}})$ یک بازهٔ اطمینان ۹۵ درصد برای θ است؟

۱) ۱/۵۵۰۷ ۲) ۱/۶۹۱۵ ۳) ۱/۸۳۰۷ ۴) ۱/۹۶۷۵

---

۱۰۷ ـ متغیر تصادفی دو بعدی (X, Y) دارای توزیع یکنواخت در ربع دایره $x^2 + y^2 = 1$ است $f_{X|Y}(x|y)$ کدام است؟

۱) $\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}, \quad -1 < x < 1$ ۲) $\frac{1}{\sqrt{1-y^2}}, \quad -1 < y < 1$

۳) $\frac{1}{\pi\sqrt{1-x^2}}, \quad -1 < x < 1$ ۴) $\frac{1}{\pi\sqrt{1-y^2}}, \quad -1 < y < 1$

---

۱۰۸ ـ سکه‌ای را که احتمال آمدن شیر با آن θ است ۵ بار پرتاب می‌کنیم و فرض $H_0 : \theta = \frac{1}{2}$ را فقط و فقط در صورتی رد می‌کنیم که $X \leq 1$ یا $X \geq 4$. احتمال خطای نوع اول کدام است؟

۱) ۰/۰۵۰ ۲) ۰/۱۰۰

۳) ۰/۳۷۵ ۴) ۰/۹۷۵

---

۱۰۹ ـ متغیر تصادفی X دارای تابع چگالی زیر است:

$$f(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ x^2 & 0 \leq x < 1 \\ \frac{4}{9}x & 1 \leq x < 2 \\ 0 & x \geq 2 \end{cases}$$

میانه توزیع X کدام است؟

۱) $\sqrt[3]{\frac{9}{4}}$ ۲) $\sqrt[3]{\frac{3}{2}}$

۳) $\frac{1}{2}$ ۴) $\frac{\sqrt{7}}{2}$

---

۱۱۰ ـ دو نقطه X و Y را به تصادف و مستقل از هم از بازه $(0, 1)$ انتخاب می‌کنیم. $P[Y \leq X, \quad X^2 + Y^2 > 1]$ برابر است با:

۱) $\frac{2-\pi}{4}$ ۲) $\frac{4-\pi}{8}$

۳) $\frac{\pi}{8}$ ۴) $\frac{\pi}{4}$