اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می‌شود.
امام خمینی (ره)

صبح شنبه
۸۷/۱۱/۲۶

PardazeshPub.com

جمهوری اسلامی ایران
وزارت علوم، تحقیقات و فنّاوری
سازمان سنجش آموزش کشور

D
کد دفترچه

آزمون ورودی
دوره‌های کارشناسی ارشد ناپیوسته داخل
سال ۱۳۸۸

مجموعه ریاضی
(کد ۱۲۰۸)

نام و نام خانوادگی داوطلب: شماره داوطلبی:

تعداد سؤال: ۱۲۰ مدت پاسخگویی: ۲۴۰ دقیقه

عنوان مواد امتحانی، تعداد و شماره سؤالات

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره
۱	توابع مختلط	۲۰	۱	۲۰
۲	جبر (۱)	۲۰	۲۱	۴۰
۳	آنالیز ریاضی (۱)	۲۰	۴۱	۶۰
۴	آنالیز ریاضی (۲)	۲۰	۶۱	۸۰
۵	آنالیز عددی (۱)	۲۰	۸۱	۱۰۰
۶	جبر خطی	۲۰	۱۰۱	۱۲۰

بهمن ماه سال ۱۳۸۷

PardazeshPub.com

استفاده از ماشین حساب مجاز نمی‌باشد.

۱ ـ اگر $D = \{z : -\frac{\pi}{2} \leq Rez \leq \frac{\pi}{2}\}$ نگاشت $w = tan\frac{z}{2}$ نوار بیکران D را به کدام ناحیه می‌نگارد؟

۱) $\{w : |w| \leq 1\}$ ۲) $\{w : |w| > 1\}$ ۳) $\{w : -\frac{\pi}{2} \leq Rew \leq \frac{\pi}{2}\}$ ۴) $\{w : -1 \leq Rew \leq 1\}$

PardazeshPub.com

۲ ـ فرض کنید D یک مجموعه‌ی باز شامل قرص بسته‌ی $\overline{\mathbb{D}(0,r)}$ و f یک تابع تحلیلی روی D باشد به طوری که $|f(0)| + r|f'(0)| < m = min\{|f(z)| : |z| = r\}$. در این صورت:

۱) f در $\mathbb{D}(0,r)$ دقیقاً یک ریشه دارد.

۲) f حداقل دو ریشه (که می‌توانند مساوی باشند) در $\mathbb{D}(0,r)$ دارد.

۳) f در $\mathbb{D}(0,r)$ دقیقاً سه ریشه دارد.

۴) f در $\mathbb{D}(0,r)$ ریشه ندارد.

---

۳ ـ به کمک قضیه مانده‌ها نشان دهید که‌اگر $a > 0$ آنگاه مقدار انتگرال ناسره‌ی $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{xsinax}{x^4+4}dx$ برابر است با:

۱) $\frac{\pi}{2}e^{a}sina$ ۲) $\pi e^{-a}sina$ ۳) $\frac{\pi}{2}e^{-a}sina$ ۴) $\pi e^{a}sina$

---

۴ ـ تابع $|z^2 + 4|$ در ناحیه $|z| \leq 1$ مینیمم خود را در کدام نقاط می‌گیرد؟

۱) در مبدأ ۲) درون دایره‌ی واحد ۳) روی دایره‌ی واحد ۴) خارج دایره‌ی واحد

---

۵ ـ فرض کنید f یک تابع تحلیلی غیرثابت بر حوزه‌ی D باشد و $v = Imf$. در این صورت:

۱) v ماکسیمم و مینیمم خود را در D نمی‌گیرد.

۲) v ماکسیمم خود را بر D می‌گیرد ولی مینیمم خود را بر D نمی‌گیرد.

۳) v بر D ماکسیمم خود را نمی‌گیرد ولی بر $\overline{D}$ (بستار D) ماکسیمم خود را می‌گیرد.

۴) v ماکسیمم خود را در D نمی‌گیرد ولی ممکن است بر Dمینیمم داشته باشد.

---

۶ ـ اگر C خم بسته‌ای حول مبدأ باشد آنگاه مقدار انتگرال $\int_C \left(e^{\frac{1}{z}} + sin\frac{1}{z^2} \right) dz$ برابر است با:

۱) صفر ۲) $\frac{-1}{3!}$ ۳) $\frac{2\pi}{3}$ ۴) $2\pi i$

---

۷ ـ فرض کنید a یک عدد مختلط باشد که $|a| \neq 0, 1$. اگر دایره‌ای که از a و $\frac{1}{\bar{a}}$ می‌گذرد با دایره‌ی یکه‌ی $|z| = 1$ زاویه‌ی α بسازد، در این صورت:

۱) $\alpha < \frac{\pi}{2}$ ۲) $\alpha = \frac{\pi}{2}$

۳) $\alpha > \frac{\pi}{2}$ ۴) α می‌تواند حاده یا منفرجه یا قائمه باشد.

PardazeshPub.com

۸ ـ حاصل سری $S = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{sink\theta}{3^k}$ $(\theta > 0)$ برابر است با:

۱) $\frac{sin\theta}{10 - 6cos\theta}$ ۲) $\frac{1 - cos\theta}{10 - 6cos\theta}$ ۳) $\frac{3 - 3cos\theta}{10 - 6cos\theta}$ ۴) $\frac{3sin\theta}{10 - 6cos\theta}$

PardazeshPub.com
انتشارات پردازش
PardazeshPub.com

۹ ـ اگر ε ریشه n ام اصلی واحد باشد، یعنی $\varepsilon = e^{\frac{2\pi i}{n}}$، آنگاه حاصل عبارت $(1-\varepsilon)(1-\varepsilon^2)...(1-\varepsilon^{n-1})$ برابر است با:

۱) $n-1$ ۲) n ۳) $n+1$ ۴) $2n$

---

۱۰ ـ مقدار انتگرال $\int_0^{2\pi} cos(cos\theta)cosh(sin\theta)d\theta$ برابر است با:

۱) 0 ۲) $\frac{\pi}{2}$ ۳) π ۴) 2π

---

۱۱ ـ فرض کنید f یک تابع تحلیلی بر $|z| \leq R$ باشد. در این صورت مقدار انتگرال $\int_{|z|=R} f(z)d\bar{z}$ برابر است با:

۱) 0 ۲) $-2\pi iR^2 f'(0)$ ۳) $\pi iR^2 f'(0)$ ۴) $2\pi iR^2 f'(0)$

---

۱۲ ـ اگر $a > 1$ آنگاه معادله‌ی $ze^{a-z} = 1$ در $D = \{z \in \mathbb{C} : |z| < 1\}$:

۱) اصلاً جواب ندارد.

۲) دارای دو جواب است که هر دو مختلط هستند.

۳) بیش از یک جواب دارد که همه حقیقی‌اند.

۴) دارای فقط یک جواب است و این جواب حقیقی و مثبت است.

---

۱۳ ـ تبدیل خطی کسری $w = \frac{z-i}{z+i}$ ناحیه‌ی $R = \{(x,y)|x > 0 \ , \ y > 0\}$ را به کدام یک از ناحیه‌های زیر می‌نگارد؟

۱) نیم قرص $|w| < 1$، $Imw < 0$ ۲) نیم قرص $|w| < 1$، $Imw > 0$

۳) نیم قرص $|w| < 1$، $Rew > 0$ ۴) نیم قرص $|w| < 1$، $Rew < 0$

---

۱۴ ـ اگر $A = \left(\frac{-1+i\sqrt{3}}{2}\right)^n + \left(\frac{-1-i\sqrt{3}}{2}\right)^n$، آنگاه مقدار A به ازای $n = 3k$ و $n \neq 3k$ به ترتیب کدام است؟

۱) -1 و 2 ۲) -1 و 2 ۳) 2 و 1 ۴) 1 و 2

---

۱۵ ـ مقدار انتگرال $\int_{|z|=2} tanz\ dz$ برابر است با:

۱) صفر ۲) $-2\pi i$ ۳) $-4\pi i$ ۴) $4\pi i$

---

۱۶ ـ مقدار انتگرال $\oint_{|z|=2} \frac{z^2 dz}{(z-\frac{\pi i}{2})^2 sin^2 iz}$ برابر است با:

۱) $-2\pi i$ ۲) $-2\pi^2$ ۳) 0 ۴) πi

---

۱۷ ـ شعاع همگرایی سری توانی $\sum_{n=0}^{\infty}(n+i)^n \left(\frac{z-i}{2}\right)^{n(n+1)}$ برابر است با:

۱) 0 ۲) $\frac{1}{2}$ ۳) 2 ۴) ∞

PardazeshPub.com
PardazeshPub.com

PardazeshPub.com
انتشارات پردازش
PardazeshPub.com

۱۸ ـ فرض کنید z_0 نقطه‌ی تکین اساسی تابع f باشد و $D'(z_0,\delta)$ قرص باز سُفته‌ای به مرکز z_0 و شعاع $\delta > 0$ باشد. در این صورت بستار $f(D'(z_0,\delta))$ برابر است با:

۱) $\mathbb{C}$

۲) $\mathbb{R}$

۳) قرصی بسته به مرکز مبداء مختصات

۴) مجموعه‌ای فشرده در صفحه‌ی مختلط که به f وابسته است.

---

۱۹ ـ اگر C دایره‌ی واحد در جهت مثبت باشد، مقدار انتگرال $\frac{1}{2\pi i}\int_C e^{z-\frac{1}{z}}dz$ کدام است؟

۱) $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{n!(n+1)!}$ ۲) $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{-1}{n!(n+1)!}$ ۳) $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n}{n!(n+1)!}$ ۴) $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{n!(n+1)!}$

---

۲۰ ـ فرض کنید تابع f بر قرص بسته‌ی واحد تحلیلی باشد و به ازای هر z بر دایره‌ی واحد $|f(z)| < 1$. در این صورت معادله‌ی $f^2(z) = z$ در قرص باز $|z| < 1$ چند جواب دارد؟

۱) حداقل دو جواب ۲) دقیقاً دو جواب ۳) دقیقاً یک جواب ۴) هیچ جوابی ندارد.

PardazeshPub.com
پردازش
PardazeshPub.com

۲۱ ـ فرض کنید R و S دو حلقه یکدار باشند و $f : R \to S$ یک همریختی حلقه‌ای باشد. درچه صورت $f(1_R)$ مساوی 1_S است؟

۱) f پوشا باشد. ۲) f یک به یک باشد. ۳) S متناهی باشد. ۴) R حوزه صحیح باشد.

---

۲۲ ـ فرض کنید G یک گروه غیر آبلی و N زیر گروه نرمالی از G است. اگر مرتبه‌ی N عددی اول و $\frac{G}{N}$ آبلی باشد آنگاه زیر گروه جابجاگر G' دارای کدام خاصیت زیر است؟

۱) گروهی ناآبلی است. ۲) گروهی دوری است.

۳) گروهی آبلی و غیر دوری است. ۴) $G' \cap N$ زیر گروه بدیهی است.

---

۲۳ ـ فرض کنید G و H دو گروه باشند و $\varphi : G \to H$ یک همریختی باشد. کدام گزاره نادرست است؟

۱) اگر L زیر گروه G باشد آنگاه $\varphi(L)$ زیر گروه H است.

۲) اگر K زیر گروه H باشد آنگاه $\varphi^{-1}(K)$ زیر گروه G است.

۳) اگر N زیر گروه نرمال G باشد آنگاه $\varphi(N)$ زیر گروه نرمال H است.

۴) اگر M زیر گروه نرمال H باشد آنگاه $\varphi^{-1}(M)$ زیر گروه نرمال G است.

---

۲۴ ـ اگر G یک گروه، $Z(G)$ مرکز آن و N زیر گروهی نرمال از G باشد، آنگاه:

۱) $Z(N) \trianglelefteq G$ ۲) $Z(G) \trianglelefteq Z(N)$ ۳) $Z(N) \trianglelefteq Z(G)$ ۴) $Z(\frac{G}{N}) = \frac{Z(G)N}{N}$

---

۲۵ ـ اگر σ جایگشت $\begin{pmatrix} ۱ & ۲ & ۳ & ۴ & ۵ & ۶ & ۷ & ۸ & ۹ \\ ۳ & ۷ & ۸ & ۹ & ۴ & ۵ & ۲ & ۱ & ۶ \end{pmatrix}$ باشد مرتبه σ^{1000} چقدر است؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۱۰۰۰

---

۲۶ ـ گروه ضربی $\mathbb{Q}^*$ و گروه جمعی $\mathbb{Z}_2$ را در نظر بگیرید. تعداد عناصری که در گروه $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Q}^*$ مرتبه‌شان متناهی است برابر است با:

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) بی‌نهایت

---

۲۷ ـ جایگشت $\varphi = \begin{pmatrix} ۱ & ۲ & ۳ & ۴ & ۵ & ۶ & ۷ \\ ۲ & ۱ & ۴ & ۶ & ۷ & ۵ & ۳ \end{pmatrix}$ را در نظر می‌گیریم. تعداد جایگشت‌های زوج در زیر گروه $< \varphi >$ چند است؟

۱) ۲ ۲) ۵ ۳) ۷ ۴) ۱۰

---

۲۸ ـ اگر $f : R \to S$ یک همریختی حلقه‌ای باشد کدام‌یک از گزاره‌های زیر صحیح است؟ ($Z(R)$ مرکز حلقه R است)

۱) $f(Z(R)) \subset Z(S)$

۲) اگر I ایده‌الی از R باشد $f(I)$ ایده‌الی از S است.

۳) اگر a مقسوم‌علیه صفر نابدیهی R باشد، $f(a)$ مقسوم علیه صفر نابدیهی S است.

۴) اگر a عنصر پوچتوان R باشد آنگاه $f(a)$ عنصر پوچتوان S است.

PardazeshPub.com

PardazeshPub.com
انتشارات پردازش
PardazeshPub.com

۲۹ ـ فرض کنید H, K دو گروه باشند و $G = H \times K$. اگر n عددی طبیعی باشد و $|H| = n$ و $|K| = n + ۱$، در این صورت کدام گزاره صحیح می‌باشد؟

PardazeshPub.com

۱) G گروهی آبلی است.

۲) هر زیر گروه G در G نرمال است.

۳) زیرگروه‌های G به شکل $H \times A$ هستند که A زیر گروهی از K است.

۴) هر زیر گروه G به شکل $H_۱ \times K_۱$ است که $H_۱$ زیر گروه H و $K_۱$ زیر گروه K است.

---

۳۰ ـ در گروه متقارن $S_۴$ چند عضو از مرتبه‌ی ۲ وجود دارد؟

۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۶ ۴) ۹

---

۳۱ ـ تعداد همریختی‌ها از گروه جمعی $\mathbb{Z}_{۲۰}$ به گروه جمعی $\mathbb{Z}_{۲۰}$ چقدر است؟

۱) ۱ ۲) ۴ ۳) ۶ ۴) ۱۰

---

۳۲ ـ فرض کنیم $G = < x >$ یک گروه دوری از مرتبه‌ی n باشد و r و s دو عدد طبیعی باشند. شرط لازم و کافی برای آنکه $< x^r > \subseteq < x^s >$، چیست؟

۱) $r|s$ ۲) $s|r$ ۳) $(s,n)|(r,n)$ ۴) $(r,n)|(s,n)$

---

۳۳ ـ R یک حلقه یکدار و I یک ایده‌آل چپ ماکزیمال R است. آنگاه داریم:

۱) $\frac{R}{I}$ یک میدان است. ۲) $\frac{R}{I}$ یک حوزه صحیح است.

۳) $\frac{R}{I}$ یک حلقه نمی‌باشد. ۴) $\frac{R}{I}$ یک حلقه ایده‌آل اصلی است.

---

۳۴ ـ فرض کنید R و S حلقه‌هایی یکدار، غیر بدیهی و بدون مقسوم علیه صفر باشند. کدام گزینه درباره‌ی حلقه‌ی $R \times S$ صحیح است؟

۱) دارای مقسوم علیه صفر غیربدیهی است.

۲) تعداد مقسوم علیه‌های صفر $R \times S$ متناهی است.

۳) تعداد مقسوم‌علیه‌های صفر $R \times S$ نامتناهی است.

۴) ایده‌آل نابدیهی از $R \times S$ وجود دارد که مقسوم علیه صفر غیر بدیهی ندارد.

---

۳۵ ـ تعداد زیرگروه‌های (۱۵ مرتبه) $\mathbb{Z}^{۱۵} = \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \times \cdots \times \mathbb{Z}$ که با شاخص ۵ هستند چقدر است؟

۱) ۱ ۲) ۳ ۳) ۵ ۴) ۱۵

---

۳۶ ـ کدام گزاره درباره‌ی حلقه‌ی $\mathbb{Z}$ برقرار است؟

PardazeshPub.com

۱) هر ایده‌آل اول ماکسیمال است. ۲) تعداد متناهی ایده‌آل ماکسیمال دارد.

۳) اگر I ایده‌آل ماکسیمال باشد حلقه‌ی $\frac{\mathbb{Z}}{I}$ متناهی است. ۴) اگر I ایده‌آل اول باشد حلقه‌ی $\frac{\mathbb{Z}}{I}$ متناهی است.

---

۳۷ ـ فرض کنید G یک گروه باشد و $G_1,\dots,G_n$ زیر گروه‌های آبلی G باشند به طوری که $G=\bigcup_{i=1}^{n} G_i$. کدام گزاره صحیح است ؟

۱) G گروهی آبلی است.
۲) $\bigcap_{i=1}^{n} G_i \subseteq Z(G)$
۳) به ازای هر $g \in G$ ، $g^n \in Z(G)$
۴) به ازای هر $1 \le i \le n, i$ ، $G_i \lhd G$

---

۳۸ ـ در کدام‌یک از خانواده‌ی گروههای متناهی، عکس قضیه‌ی لاگرانژ عموماً برقرار نیست؟

۱) گروه‌های آبلی
۲) گروه‌های مرتبه‌ی ۸
۳) گروه متقارن S_4
۴) گروه‌های مرتبه ۱۲

---

۳۹ ـ فرض کنید G گروه کواترنیون مرتبه ۸ است. گروه خودریختی‌های داخلی G با کدام گروه زیر یکریخت است؟

۱) گروه همانی
۲) گروه چهار تایی کلاین
۳) گروه دوری مرتبه ۲
۴) گروه دوری مرتبه ۴

---

۴۰ ـ گروه تقارن‌های یک ۸- ضلعی منتظم چند عضو مرتبه ۲ دارد؟

۱) ۴
۲) ۵
۳) ۸
۴) ۹

PardazeshPub.com
پردازش
PardazeshPub.com

PardazeshPub.com

۴۱ ـ کدام گزاره درست است؟

۱) جمع دو عدد اصم عددی اصم است.

۲) ضرب دو عدد اصم عددی اصم است.

۳) یک عدد اصم بتوان یک عدد اصم، عددی اصم است.

۴) $\sqrt{n-1}+\sqrt{n+1}$ به ازای هر عدد طبیعی n اصم (گنگ) است.

---

۴۲ ـ تابع $f: R \to R$ با ضابطه‌ی $f(x)=\begin{cases} x^2 & x \in Q \\ 0 & x \notin Q \end{cases}$ تعریف شده است. کدام گزاره درست است؟

۱) f تنها در یک نقطه پیوسته است و در این نقطه مشتق‌پذیر نیز هست.

۲) در اعداد گویا پیوسته و در اعداد اصم ناپیوسته است.

۳) در اعداد گویا ناپیوسته و در اعداد اصم پیوسته است.

۴) در هیچ نقطه‌ای پیوسته نیست.

---

۴۳ ـ کدام گزاره نادرست است؟

۱) مجموعه‌ی کانتور ناشمارا است.

۲) ممکن است فاصله دو مجموعه‌ی بسته‌ی جدا از هم صفر باشد.

۳) اگر B_1 و B_2 دو گوی در فضای متریک X به شعاع‌های به ترتیب r_1 و r_2 باشند و $B_1 \subseteq B_2$ ممکن است $r_1 > r_2$.

۴) هر مجموعه‌ی بسته و کراندار در یک فضای متریک فشرده است.

---

۴۴ ـ هر گاه A و B زیر مجموعه‌های $\mathbb{R}^n$ باشند، آنگاه کدام گزینه صحیح است. ($\partial(A)$ مجموعه‌ی نقاط مرزی A است.)

۱) $\partial(A)\cup\partial(B)=\partial(A\cup B)$

۲) اگر $\overline{A}\cap\overline{B}=\phi$ آنگاه $\partial(A)\cup\partial(B)=\partial(A\cup B)$

۳) اگر $A\cap B=\phi$ آنگاه $\partial(A)\cap\partial(B)=\partial(A\cap B)$

۴) $\partial(A)\cap\partial(B)=\partial(A\cap B)$

---

۴۵ ـ هر گاه A و B زیر مجموعه‌های $\mathbb{R}^n$ باشند و A در $\mathbb{R}^n$ چگال باشد چه موقع $A\bigcap B$ در $\mathbb{R}^n$ چگال است؟

۱) اگر B چگال در $\mathbb{R}^n$ باشد.

۲) اگر B در $\mathbb{R}^n$ باز و چگال باشد.

۳) اگر B در $\mathbb{R}^n$ باز باشد.

۴) اگر B در $\mathbb{R}^n$ بسته باشد.

---

۴۶ ـ فرض کنید f تابعی از فضای متری (X,d) به فضای متری (Y,ρ) باشد، در این صورت f بر X پیوسته است. اگر و تنها اگر،

۱) $f^{-1}(Y)$ در X باز باشد.

۲) مجموعه‌های باز را به مجموعه‌های باز بنگارد.

۳) بر هر زیر مجموعه فشرده X پیوسته باشد.

۴) مجموعه‌های فشرده را به مجموعه‌های فشرده بنگارد.

PardazeshPub.com

PardazeshPub.com
انتشارات پردازش
PardazeshPub.com

PardazeshPub.com

۴۷ ـ کدام گزاره درست است؟

۱) بستار یک مجموعه‌ی همبند می‌تواند ناهمبند باشد.

۲) اگر، { در بسط اعشاری x فقط ارقام ۳ و ۵ وجود دارد: $E = \{x \in [0,1]$ آنگاه E در $[0,1]$ چگال است.

۳) هر مجموعه‌ی بسته در $\mathbb{R}$ را می‌توان به صورت اجتماعی متناهی از بازه‌های بسته‌ی از هم جدا نوشت.

۴) اگر X یک فضای متریک همبند با حداقل دو نقطه باشد، آنگاه X و Q (مجموعه‌ی اعداد گویا) نمی‌توانند هم عدد باشند.

---

۴۸ ـ اگر K مجموعه‌ی کانتور و Q مجموعه‌ی اعداد گویا در بازه‌ی $[0,1]$ باشد آنگاه کدام گزاره درست است؟

۱) $\overline{K} \cap \overline{Q} = K$ ۲) $K \subseteq Q$ ۳) $\overline{K \cap Q} = [0,1]$ ۴) $Q \subseteq \overline{K}$

---

۴۹ ـ کدام گزاره نادرست است؟

۱) سری $\sum_{n=2}^{\infty}(1-n)^n(\frac{1}{2})^{n!}$ واگراست.

۲) یک دنباله واگرای کراندار وجود دارد.

۳) هر دنباله کشی با یک زیر دنباله همگرا دنباله‌ای همگراست.

۴) دنباله‌ی واگرای $\{a_n\}$ وجود دارد که به ازای هر $m \in \mathbb{N}$ داریم $\lim_{n\to\infty}(a_{n+m} - a_n) = 0$.

---

۵۰ ـ کدام گزینه در مورد سری $\sum_{k=2}^{\infty}\frac{1}{k^{\frac{k}{\ln k}}}$ صحیح است؟

۱) واگراست.

۲) همگرا به عدد $\frac{1}{e}$ است.

۳) همگرای مشروط است.

۴) همگرا به عدد $\frac{1}{e(e-1)}$ است.

---

۵۱ ـ دنباله $a_1 = 2^2 , a_2 = 2 , a_3 = 2^4 , a_4 = 2^3 , a_5 = 2^6 , a_6 = 2^5, \ldots$ را در نظر بگیرید، $\overline{lim}\frac{a_{n+1}}{a_n} + \underline{lim}\frac{a_{n+1}}{a_n}$ کدام است؟

۱) ۷/۵ ۲) ۸ ۳) ۸/۵ ۴) ۹

---

۵۲ ـ فرض کنیم (X,d) فضای متریک و $\{x_n\}_{n=1}^{\infty}$ دنباله‌ای کوشی در آن باشد. در این صورت کدام گزینه صحیح است؟

۱) $\{x_n\}_{n=1}^{\infty}$ زیردنباله‌ی همگرایی ندارد.

۲) $\{x_n\}_{n=1}^{\infty}$ حداقل یک زیردنباله همگرا دارد.

۳) همه‌ی زیردنباله‌های $\{x_n\}_{n=1}^{\infty}$ کوشی هستند.

۴) مجموعه‌ی $\{x_n\}_{n=1}^{\infty}$ کراندار و بسته است.

---

۵۳ ـ فرض کنید X یک فضای متریک و E یک زیر مجموعه از X باشد. اگر $f(x) = d(x,E) = \inf_{a\in E} d(x,a)$ کدام گزاره درست است؟

۱) $f(x) = 0$ اگر و فقط اگر $x \in E$.

۲) f روی X به طور یکنواخت پیوسته است.

۳) f روی X دارای نقطه ثابت می‌باشد.

۴) f روی X به طور نقطه‌ای پیوسته است، اما به طور یکنواخت پیوسته نیست.

PardazeshPub.com

PardazeshPub.com
انتشارات پردازش
PardazeshPub.com

PardazeshPub.com

۵۴ ـ فرض کنید $I = [0, 1]$ و f تابعی پیوسته از I به I باشد. آنگاه:

۱) فقط یک نقطه $x \in I$ موجود است به طوری که $f(x) = x$.

۲) حداقل یک نقطه $x \in I$ موجود است به طوری که $f(x) = x$.

۳) f روی I تابعی ثابت است.

۴) همواره داریم (به ازای هر x از دامنه) $f(x) = x$.

---

۵۵ ـ کدام گزاره نادرست است؟

۱) تابعی وجود دارد که تنها در یک نقطه پیوسته باشد.

۲) تابعی پیوسته و کراندار وجود دارد که دامنه‌اش غیرفشرده و مقدار اکسترمم را اختیار نمی‌کند.

۳) هر تناظر یک به یک بین دو بازه روی زیر بازه‌ای از دامنه یکنواست.

۴) تابعی کراندار وجود دارد که دامنه فشرده داشته ولی دارای اکسترمم موضعی نیست.

---

۵۶ ـ فرض کنید تابع $f : [0, 2\pi) \to \mathbb{R}^2$ با ضابطه‌ی $f(t) = (acost\ ,\ bsint)$ داده شده باشد که در آن a و b اعداد ثابت ناصفری هستند. در مورد f^{-1} چه می‌توان گفت؟

۱) f^{-1} پیوسته نیست.

۲) f^{-1} موجود نیست.

۳) f^{-1} پیوسته است ولی مشتق‌پذیر نیست.

۴) f^{-1} مشتق‌پذیر است.

---

۵۷ ـ فرض کنید K زیر مجموعه‌ای فشرده از فضای متریک (X, d) و A مجموعه‌ی نقاط تنهای K باشد. در این صورت:

۱) برای هر $a \in A$، سری $\sum_{x \in K} d(x, a)$ همگراست.

۲) برای هر $a \in A$، سری $\sum_{x \in X} d(x, a)$ همگراست.

۳) برای هر $x \in X$، سری $\sum_{a \in A} d(x, a)$ همگراست.

۴) برای هر $x \in X$، سری $\sum_{a \in K} d(x, a)$ همگراست.

---

۵۸ ـ تابع $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ با ضابطه $f(x) = \frac{sinx}{2 + sinx}$ تعریف شده، کدام گزاره درست است؟

۱) یکنواست.

۲) پیوسته نیست.

۳) پیوسته یکنواخت است.

۴) f دارای نقطه‌ای ثابت در $(0, \infty)$ است.

---

۵۹ ـ هر گاه $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ پیوسته و در (a, b) مشتق‌پذیر و $f(a) = f(b) = 0$ آنگاه کدام گزینه نادرست می‌باشد؟

۱) وجود دارد $c \in (a, b)$ به طوری که $f'(c) = f(c)$.

۲) وجود دارد $c \in (a, b)$ به طوری که $f'(c) = |f(c)|$.

۳) وجود دارد $c \in (a, b)$ به طوری که $f'(c) = 0$.

۴) وجود دارد $c \in (a, b)$ به طوری که $f'(c) = -f(c)$.

PardazeshPub.com

۶۰ ـ کدام گزاره نادرست است؟

۱) هر تابع که مشتق آن وجود داشته و کراندار باشد، تابع مشتق روی یک بازه بسته مقدار اکسترمم (مطلق) دارد.

۲) تابع مشتق‌پذیری وجود دارد که مشتق آن در یک نقطه‌ی مشخص عددی مثبت است ولی تابع در هیچ همسایگی آن نقطه یکنوا نیست.

۳) تابعی وجود دارد که مشتق آن در هر نقطه‌ی دامنه متناهی است ولی تابع مشتق روی یک بازه‌ی بسته بی‌کران است.

۴) تابع مشتق‌پذیری هست که مشتق ناپیوسته دارد.

PardazeshPub.com
انتشارات پردازش
PardazeshPub.com

PardazeshPub.com

۶۱ ـ فرض کنید $A:[0,1]^2 \to \mathbb{R}$ پیوسته و صادق در $\sup_{[0,1]^2} |A(x,y)| \le \frac{1}{2}$ است. اگر $f \in C([0,1])$ آنگاه تابع g بر $[0,1]$ با ضابطه‌ی $g(x) = \int_0^x A(x,y)f(y)dy$:

۱) فقط در صفر پیوسته است.
۲) همه جا مشتق‌پذیر است.
۳) همه جا پیوسته‌است.
۴) فقط در صفر از راست مشتق‌پذیر است.

---

۶۲ ـ کدام یک از گزینه‌های زیر صحیح می‌باشد؟

۱) هر تابع مشتق‌پذیر بر $[a,b]$ با تغییر کراندار است.
۲) اگر f بر $[a,b]$ با تغییر کراندار باشد آنگاه f بر $[a,b]$ انتگرال‌پذیر است.
۳) اگر $f \in R(\alpha)$ و α' موجود باشد آنگاه $f.\alpha' \in R$.
۴) اگر $f \in R(\alpha)$ و $g \in R(\alpha)$ روی $[a,b]$، آنگاه $fog \in R(\alpha)$ روی $[a,b]$.

---

۶۳ ـ فرض کنید $\alpha, \beta > 0$ و تابع f بر بازه‌ی $[0,1]$ با ضابطه‌ی $f(x) = \begin{cases} x^\alpha \sin\frac{1}{x^\beta} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$ تعریف گردد. اگر f بر $[0,1]$ با تغییر کراندار باشد آنگاه:

۱) $\alpha > \beta$
۲) $\beta > \alpha$
۳) $\alpha = \beta$
۴) $\alpha - 1 < \beta + 1 \le \alpha$

---

۶۴ ـ فرض کنید که f روی یک بازه‌ی بسته تعریف شده باشد. وقتی می‌گوئیم f روی این بازه با تغییر کران‌دار است یعنی:

۱) برد تابع f یک مجموعه‌ی کران‌دار است.
۲) دامنه‌ی تعریف f یک مجموعه‌ی کران‌دار است.
۳) مشتق تابع f کران‌دار است.
۴) f را می‌توان به صورت تفاضل دو تابع یکنوا نوشت.

---

۶۵ ـ فرض کنید تابع f بر بازه‌ی $[a,b]$ پیوسته و نامنفی باشد و $C > 0$. اگر به ازای هر x از بازه‌ی $[a,b]$، $f(x) \le C\int_a^x f(t)dt$، آنگاه کدام گزینه صحیح است؟

۱) $\int_a^b f(t)dt = C$
۲) f یک تابع اکیداً صعودی است.
۳) تابع f همه جا صفر است.
۴) عدد طبیعی n وجود دارد به طوری که به ازای هر x از $[a,b]$، $f(x) = C(x-a)^n$.

---

۶۶ ـ فرض کنید $f:[a,b] \to \mathbb{R}$ تعریف شده باشد، آنگاه:

۱) اگر f بر $[a,b]$ انتگرال‌پذیر باشد آنگاه f بر $[a,b]$ با تغییر کراندار است.
۲) اگر f مشتق‌پذیر نباشد آنگاه f بر $[a,b]$ انتگرال‌پذیر نیست.
۳) اگر f با تغییر کراندار باشد آنگاه f پیوسته است.
۴) اگر f بر $[a,b]$ مطلقاً پیوسته باشد آنگاه f با تغییر کراندار است.

PardazeshPub.com

PardazeshPub.com
انتشارات پردازش
PardazeshPub.com

۶۷ ـ فرض کنید $\{f_n\}$ دنباله‌ای از توابع حقیقی مقدار روی $[a,b]$ باشد:

۱) هر گاه $f_n \to f$، به طور یکنواخت، آنگاه $f'_n \to f'$

۲) هر گاه $f_n \to f$، به طور نقطه‌ای، آنگاه $\int_a^b f_n \to \int_a^b f$

۳) هر گاه $f_n \to f$، به طور نقطه‌ای، آنگاه $f'_n \to f'$

۴) هر گاه $f_n \to f$، به طور یکنواخت، آنگاه $\int_a^b f_n \to \int_a^b f$

---

۶۸ ـ اگر $f : [a,b] \to \mathbb{R}$ دارای انتگرال ریمان باشد آنگاه در مورد تابع $g(x) = (coshx)^{f(x)}$ روی $[a,b]$ کدام گزاره درست است؟

۱) g همه جا پیوسته است.

۲) g نیز دارای انتگرال ریمان است.

۳) g قطعه‌ای پیوسته و کران‌دار است.

۴) g قطعه‌ای هموار و دارای انتگرال ریمان است.

---

۶۹ ـ کدام یک از گزینه‌های زیر صحیح می‌باشد؟

۱) $\int_1^\infty \frac{x^p}{1+x^q}dx$ برای $q > p+1$ همگرا است.

۲) $\int_1^\infty \frac{x^p}{1+x^q}dx$ برای $q < p+1$ همگرا است.

۳) $\int_0^1 x^p(1-x)^q dx$ برای $q < p+1$ همگراست.

۴) $\int_0^1 x^p(1-x)^q dx$ برای $q > p+1$ همگراست.

---

۷۰ ـ مقدار $\int_0^3 e^x d[x]$ که در آن $[x]$ تابع جزء صحیح است برابر است با:

۱) $e^2 + e^3$

۲) $3e^3 + 2e^2 + e$

۳) $2e^3 - e^2 - e$

۴) $e^3 + e^2 + e$

---

۷۱ ـ کدام نامساوی درست است؟(n عددی صحیح و مثبت است.)

۱) $\int_0^1 \frac{dx}{1+x^n} > 1$

۲) $\int_0^1 \frac{dx}{1+x^n} > \frac{n+1}{n+2}$

۳) $\int_0^1 \frac{dx}{1+x^n} > \frac{n+1}{n}$

۴) $\int_0^1 \frac{dx}{1+x^n} > \frac{n}{n+2}$

---

۷۲ ـ فرض کنید $E \subseteq \mathbb{R}$ و $f : E \to \mathbb{R}$. با کدام یک از شرایط زیر به ازای هر $\varepsilon > 0$ یک چند جمله‌ای مانند p یافت می‌شود به طوری که به ازای هر $x \in E$، $|f(x) - p(x)| < \varepsilon$.

۱) $E = [a,b]$ و f بر E کراندار است.

۲) $E = \mathbb{R}$ و f بر E پیوسته است.

۳) $E = [a,b]$ و f بر E پیوسته است.

۴) $E = [a,b]$ و f بر E با تغییر کراندار است.

---

۷۳ ـ تابع $f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} sin(\frac{n}{1-nx})$ را در نظر بگیرید. کدام گزینه صحیح است؟

۱) تابع f بر $[0,1]$ انتگرال‌پذیر نیست.

۲) تابع f بر $[0,1]$ انتگرال‌پذیر است.

۳) تابع f بر $[0,1]$ مشتق‌پذیر است.

۴) دنباله توابع پیوسته f_n موجود است که بر $[0,1]$ به طور یکنواخت به تابع f همگراست.

PardazeshPub.com

PardazeshPub.com
انتشارات پردازش
PardazeshPub.com

PardazeshPub.com

۷۴ ـ دنباله توابع $\{f_n\}$ بر $\mathbb{R}$ با ضابطه‌ی زیر تعریف می‌گردد:

$$f_n(x) = n^\alpha x(1-x^2)^n$$

در این صورت همگرایی دنباله‌ی $\{f_n\}$ بر بازه‌ی $[-1,1]$:

۱) فقط برای $\alpha \leq 0$ یکنواخت است.
۲) به ازای هر عدد حقیقی α یکنواخت است.
۳) فقط برای $\alpha < 1$ یکنواخت است.
۴) به ازای هیچ مقداری از α یکنواخت نیست.

---

۷۵ ـ کدام گزاره نادرست است؟

۱) اگر دنباله‌ای از توابع پیوسته روی مجموعه‌ای فشرده نزولی باشد آنگاه حد این دنباله پیوسته است.
۲) دنباله‌ای چون $\{f_n\}$ روی $[0,\infty)$ وجود دارد که به طور یکنواخت به صفر همگراست ولی $\int_0^\infty f_n(x)dx \not\to 0$
۳) دنباله‌ای از توابع که به طور غیریکنواخت همگراست وجود دارد که دارای زیردنباله‌ای به طور یکنواخت همگراست.
۴) یک سری توابع وجود دارد که به طور غیریکنواخت همگراست ولی جمله‌ی عمومی آن به طور یکنواخت به صفر میل می‌کند.

---

۷۶ ـ تابع f بر بازه‌ی $[0,3]$ با ضابطه‌ی زیر تعریف می‌شود:

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{x+1} & x \in Q \\ \sqrt{3-x} & x \notin Q \end{cases}$$

مقدار انتگرال بالایی تابع f بر $[0,3]$ برابر است با:

۱) $\frac{2}{3}(3\sqrt{3}-2\sqrt{2})$
۲) $\frac{2}{3}(8-3\sqrt{3})$
۳) $\frac{2}{3}(8-2\sqrt{2})$
۴) $\frac{2}{3}(8+3\sqrt{3}-4\sqrt{2})$

---

۷۷ ـ کدام گزاره نادرست است؟

۱) دنباله‌ای از توابع وجود دارد که حد مشتق آن برابر با مشتق حد آن است.
۲) دنباله‌ای از توابع همه جا ناپیوسته وجود دارد که به طور یکنواخت به تابعی همه جا پیوسته همگراست.
۳) اگر دنباله‌ای از توابع بر هر زیر بازه‌ی بسته یک بازه، همگرای یکنواخت باشد آنگاه بر کل بازه هم همگرای یکنواخت است.
۴) دنباله‌ای از توابع روی $\mathbb{R}$ وجود دارد که همگرای یکنواخت به صفر بوده و بینهایت بار مشتق‌پذیر ولی دنباله‌ی مشتق‌های آنها روی $\mathbb{R}$ همگرا نیست.

---

۷۸ ـ کدام یک از گزینه‌های زیر صحیح است؟

۱) حاصلضرب کوشی دو سری همگرا، یک سری همگراست.
۲) حاصلضرب کوشی دو سری که حداقل یکی از آنها همگرای مطلق باشد، همگراست.
۳) هرگاه $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ و $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ همگرا باشند آنگاه $\sum_{n=1}^{\infty} a_n b_n$ همگراست.
۴) هرگاه $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ و $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ واگرا باشند آنگاه $\sum_{n=1}^{\infty} a_n b_n$ واگراست.

PardazeshPub.com

---

۷۹ ـ دنباله توابع $f_n(x) = n^{۲}x(۱-x)^n$ را در نظر بگیرید. کدام گزینه صحیح می‌باشد؟

۱) $\lim\limits_{n\to\infty}\int_{۰}^{۱} f_n(x)dx = ۰$

۲) $\lim\limits_{n\to\infty}\int_{۰}^{۱} f_n(x)dx = ۱$

۳) دنباله f_n بر بازه $[۰,۱]$ به طور یکنواخت همگراست.

۴) به ازای هر $۰ < a < ۱$، دنباله $\{f_n\}$ بر بازه $[۰,a]$ به طور یکنواخت همگراست.

---

۸۰ ـ فرض کنید به ازای هر $x \in [۰,۱]$، $f_n(x) = \frac{x}{۱+nx}$. در این صورت:

۱) $\{f_n\}$ بر $[۰,۱]$ همپیوسته است.

۲) $\{f_n\}$ شامل هیچ زیر دنباله همگرای یکنواخت نیست.

۳) $\{f_n\}$ به طور یکنواخت کراندار است ولی همگرای یکنواخت نمی‌باشد.

۴) $\{f_n\}$ نقطه به نقطه به تابعی چون f همگراست و $\int_{۰}^{۱} f_n \to \int_{۰}^{۱} f$ اما همگرایی f_n به f یکنواخت نیست.

PardazeshPub.com
پردازش
PardazeshPub.com

۸۱ ـ یک دستگاه ممیز شناور نرمال شده برای اعداد حقیقی در مبنای ۲ با t رقم مانیتس و روش گرد کردن را در نظر بگیرید. اگر x و y هر دو در این دستگاه قابل نمایش باشند کدام شرط برقرار باشد تا نمایش $x + 2^{-t}y$ همان نمایش x باشد؟

۱) $|x| < |y|$ ۲) $|y| < |x|$ ۳) $|y| < 2^t|x|$ ۴) $|x| < 2^t|y|$

---

۸۲ ـ فرض کنید در یک کامپیوتر با روند عدد یک برابر 10^{-p}، $p > 1$، تابع f با دقت ماشین قابل محاسبه باشد. در این صورت مقدار $\frac{f(10^{2p}+h^p)-f(10^{2p}-h^p)}{2h^p}$ به ازای مقادیر $|h|$ کوچکتر از ..... برابر صفر است.

۱) 10 ۲) p ۳) 2^p ۴) $\frac{p+1}{p-1}$

---

۸۳ ـ فرض کنید $f(x) = 3\sin x - x\cos x - 2x$ و $\lim_{x\to 0}\frac{f(x)}{x^p} = c \neq 0$ مقادیر p و c کدامند؟

۱) $p = 3, c = -\frac{1}{12}$ ۲) $p = 3, c = \frac{1}{12}$ ۳) $p = 5, c = \frac{1}{60}$ ۴) $p = 5, c = -\frac{1}{60}$

---

۸۴ ـ فرض کنید $f(x) = x^3 - x^2 - x + 1$. روش نیوتن برای پیدا کردن ریشه‌های $f(x) = 0$، در صورت همگرایی به هر یک از ریشه‌ها، دارای نرخ (یا سرعت) همگرایی ..... است.

۱) خطی به هر دو ریشه ۲) مرتبه دو به هر دو ریشه

۳) مرتبه دو به هر سه ریشه ۴) خطی به یک ریشه و مرتبه دو به ریشه دیگر

---

۸۵ ـ فرض کنید x_2 تکرار دوم از روش دو بخشی (تنصیف) برای تعیین ریشه معادله $f(x) = x - 2\sin\frac{\pi x}{2} = 0$ متعلق به $[1, 2]$ باشد. $f(x_2)$ کدام است؟

۱) $\frac{1}{2} - \sqrt{2}$ ۲) $\frac{3}{2} - \sqrt{2}$ ۳) $\frac{5}{4} + 2\sin\frac{\pi}{4}$ ۴) $\frac{7}{4} - 2\sin\frac{\pi}{4}$

---

۸۶ ـ می‌دانیم که برای محاسبه تقریبی از $\frac{1}{a}$ باید جملات دنباله با ضابطه‌ی $x_{n+1} = x_n(2 - ax_n), n = 1, 2, ...$ را حساب کرد. اگر $a = 7$ و $x_0 = 0/1$ مقدار x_2 کدام است؟

۱) ۱/۳۱ ۲) ۱/۳۱۷ ۳) ۱/۴۱۷ ۴) ۱/۴۳۷

---

۸۷ ـ فرض کنید A یک ماتریس $m \times n$ با ستون‌های مستقل خطی است و $m > n$. در خصوص ماتریس‌های A^TA و AA^T گزینه صحیح کدام است؟

۱) اولی نیمه معین مثبت و دومی معین مثبت است. ۲) اولی معین مثبت و دومی نیمه معین مثبت است.

۳) هر دو معین مثبت‌اند. ۴) هر دو نیمه معین مثبت‌اند.

---

۸۸ ـ فرض کنید بردارهای $x \in R^n$، $y \in R^m$ و ماتریس $A \in R^{m,n}$ داده شده‌اند. فرض کنید نزدیکترین بردار در امتداد Ax به بردار y، بردار $\bar{x} = \alpha Ax$ باشد، مقدار α کدام است؟ (می‌دانیم که $Ax \neq 0$)

۱) $\frac{x^Ty}{x^Tx}$ ۲) $\frac{||A^Ty||_2}{||Ax||_2}$ ۳) $\frac{x^TA^Ty}{x^TAx}$ ۴) $\frac{x^TA^Ty}{||Ax||_2^2}$

PardazeshPub.com

PardazeshPub.com
انتشارات پردازش
PardazeshPub.com

PardazeshPub.com

۸۹ ـ اگر $P(x)$ چند جمله‌ای درونیاب تابع جدولی زیر باشد، $P(-\frac{1}{2})$ کدام است؟

x_i	-1	0	$\frac{1}{2}$
f_i	-2	1	$\frac{\sqrt{2}}{2}$

۱) $\frac{2-\sqrt{2}}{6}$ ۲) $\frac{5-\sqrt{2}}{4}$ ۳) $\frac{\sqrt{2}-7}{4}$ ۴) $\frac{-8-\sqrt{2}}{6}$

---

۹۰ ـ همگرایی مجانبی روش نیوتن برای پیدا کردن مینیمم کننده تابع $f(x) = (x^2-1)(x-1)$، در صورت همگرایی، دارای نرخ (یا سرعت) همگرایی ..... است.

۱) خطی ۲) مرتبه دو ۳) مرتبه سه ۴) مرتبه p، $1 < p < 2$

---

۹۱ ـ فرض کنید $f(x) = \frac{1}{2}(cos^2x - sin^2x)$. نسبت مقدار $f[\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{4}]$ به مقدار $f[0,0,0,0,0]$ کدام است؟ ($f[x_0,x_1,...,x_n]$ نماد تفاضل تقسیم شده‌ی نیوتن است.)

۱) $\frac{1}{2}$ ۲) $\frac{\pi}{4}$ ۳) ۱ ۴) ۲

---

۹۲ ـ فرض کنید تابع f با ضابطه‌ای $f(x) = x^2$ بر $[0,1]$ تعریف شده باشد و $h = \frac{1}{n}$. اگر ϕ تابع قطعه‌ای خطی درونیاب f در نقاط $x_i = ih\ ,\ i = 0,1,...,n$ باشد، به ازای چه مقادیری از کوچکترین مقدار ممکن برای n داریم: $|f(x) - \phi(x)| \le 10^{-4}$؟

۱) $n \ge 50$ ۲) $n \ge 70$ ۳) $n \ge 100$ ۴) $n = 150$

---

۹۳ ـ با مشتق‌گیری از فرمول تفاضلات پیشرو تا مرتبه دوم فرمول تقریبی برای $f'(x_0)$ کدام است؟

۱) $\frac{2}{3h}(-f_0+f_1-3f_2)$ ۲) $\frac{2}{3h}(-3f_0+f_1-f_2)$ ۳) $\frac{1}{2h}(-3f_0+4f_1-f_2)$ ۴) $\frac{1}{2h}(-f_0+4f_1-3f_2)$

---

۹۴ ـ تابع $f(x) = e^x sinx$ مفروض است. بازه‌ی $[0,1]$ را حداقل به چند زیربازه تقسیم کنیم تا مقدار تقریبی $\int_0^1 f(x)dx$ با روش ذوزنقه‌ی مرکب دارای دو رقم اعشار درست باشد؟

۱) $n = 8$ ۲) $n = 9$ ۳) $n = 10$ ۴) $n = 11$

---

۹۵ ـ مقدارهای w_1 و w_2، به ترتیب، برای اینکه قاعده انتگرال‌گیری به صورت $\int_{\frac{\pi}{2}}^{2\pi} f(x)sinxdx \simeq w_1 f(\pi) + w_2 f(\frac{3\pi}{2})$ برای توابع خطی f دقیق باشد، کدام است؟

۱) $-\frac{2}{\pi}(\pi+1), \frac{\pi+2}{\pi}$ ۲) $-6+\frac{2}{\pi}, 5-\frac{2}{\pi}$ ۳) $-6+\frac{2}{\pi}, 7-\frac{2}{\pi}$ ۴) $-3+\frac{1}{\pi}, 7-\frac{2}{\pi}$

---

۹۶ ـ روش هیون را برای حل عددی معادله دیفرانسیل با شرط مرزی به صورت $y'(t) = \frac{-t}{y^2(t)} + ty(t), y(1) = 1$ در نظر بگیرید. تخمین $y(1/1)$ با فاصله $h = 0/1$ برای این روش کدام است؟

۱) ۰ ۲) ۰/۱ ۳) ۰/۱۱ ۴) ۱/۱

۹۷ ـ می‌دانیم که $T(h)$، تقریب قاعده ذوزنقه‌ای، و $M(h)$، تقریب قاعده نقطه‌ی میانی، برای $I = \int_0^h f(x)dx$ است که خطای هر دو $O(h^3)$ است. α و β چگونه باشند تا $\alpha T(h) + \beta M(h)$ تقریبی از I با خطای $O(h^4)$ باشد؟

۱) $\alpha = \frac{2}{3}\ ,\ \beta = \frac{1}{3}$ ۲) $\alpha = -\frac{2}{3}\ ,\ \beta = \frac{1}{3}$ ۳) $\alpha = -\frac{1}{3}\ ,\ \beta = \frac{2}{3}$ ۴) $\alpha = \frac{1}{3}\ ,\ \beta = \frac{2}{3}$

---

۹۸ ـ فرض کنید $T(h)$ مقدار حاصل از به کار بردن قاعده‌ی ذوزنقه‌ای مرکب برای تخمین $\int_a^b f(x)dx$ باشد. در چه صورت $T(h)$ برای چند جمله‌ای‌های تا درجه سوم دقیق است؟

۱) f بر $[a,b]$ متناوب باشد. ۲) $f'(a) = f'(b)$. ۳) $f(a) = f(b)$. ۴) $f''(a) = f''(b)$.

---

۹۹ ـ روش سری تیلر مرتبه ۲ (تا مشتق دوم y) را برای حل عددی معادله دیفرانسیل با شرط مرزی به صورت $y'(t) = \frac{t}{y^2(t)} + \frac{y(t)}{t}\ ,\ y(1) = 1$ به کار گیرید. y_1 تخمین $y(1/1)$ با $h = 0/1$ کدام است؟

۱) ۱/۱ ۲) ۱/۱۸ ۳) ۱/۱۹ ۴) ۱/۲

---

۱۰۰ ـ فرض کنید $y' = y - 10 - x\sin\frac{\pi}{2}y\ ,\ y(1) = 0$. تقریبی از $y(1/2)$ به قاعده اویلر با $h = 0/1$ کدام است؟

۱) $-2/9$ ۲) $-1/99$ ۳) $-1/9$ ۴) -1

PardazeshPub.com
پردازش
PardazeshPub.com

۱۰۱ ـ فرض کنید V یک فضای برداری ۳ بُعدی روی میدان $\mathbb{Z}_p$ و T یک عملگر خطی روی V با نمایش ماتریس $\begin{bmatrix} ۲ & ۲ & ۱ \\ ۱ & ۳ & ۱ \\ ۱ & ۲ & ۲ \end{bmatrix}$ باشد.

به ازای کدام عدد اول p عملگر T یکریختی نیست؟

۱) ۵ ۲) ۷ ۳) ۱۱ ۴) ۲۳

---

۱۰۲ ـ فرض کنید

$$V_۱ = \langle (۱,۰,۲),(۱,۲,۲) \rangle$$

$$V_۲ = \langle (۱,۱,۰),(۰,۱,۱) \rangle$$

زیر فضاهای $\mathbb{R}^۳$ باشند. در این صورت بعد $V_۱ \cap V_۲$ کدام است؟

۱) ۰ ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

---

۱۰۳ ـ فرض کنید A ماتریس $m \times n$ دلخواه بر روی میدان F باشد. اگر A دارای معکوس چپ باشد، آنگاه:

۱) $r(A) = m$ ۲) $r(A) = n$ ۳) $r(A) = min\{m,n\}$ ۴) $r(A) = max\{m,n\}$

---

۱۰۴ ـ فرض کنید A و B ماتریس‌های مربعی $n \times n$ روی میدان اعداد حقیقی باشند و $r(A) = ۱$. اگر $AB \neq ۰$ آنگاه $r(AB)$ برابر است با:

۱) ۱ ۲) n ۳) $n - ۱$ ۴) $r(B)$

---

۱۰۵ ـ فضای برداری چند جمله‌ایها با درجه حداکثر ۲ و ضرایب حقیقی را $P_۲(\mathbb{R})$ در نظر می‌گیریم. مؤلفه‌های $p(x) = x^۲ - ۲x + ۲$ نسبت به پایه مرتب $\{p_۱(x), p_۲(x), p_۳(x)\}$ که $p_۱(x) = x + ۱$ ، $p_۲(x) = x^۲ - x$ و $p_۳(x) = x^۲ + x - ۱$ کدام است؟

۱) $\begin{bmatrix} -۱ \\ ۲ \\ -۱ \end{bmatrix}$ ۲) $\begin{bmatrix} ۱ \\ -۲ \\ ۱ \end{bmatrix}$ ۳) $\begin{bmatrix} ۱ \\ ۲ \\ -۱ \end{bmatrix}$ ۴) $\begin{bmatrix} ۱ \\ ۲ \\ ۱ \end{bmatrix}$

---

۱۰۶ ـ فرض کنید V فضای برداری با بعد متناهی و $V_۱$ و $V_۲$ زیرفضاهای نابدیهی از آن باشند و فرض کنیم:

$$dim(V_۱ + V_۲) = ۱ + dim(V_۱ \cap V_۲)$$

آنگاه داریم:

۱) $V_۱ \cap V_۲ = ۰$ ۲) $V_۱ + V_۲ = V$ ۳) $dimV_۱ = dimV_۲$ ۴) $V_۱ \subseteq V_۲$ یا $V_۲ \subseteq V_۱$

---

۱۰۷ ـ فرض کنید V فضای برداری همه ماتریس‌های ۴×۴ روی میدان اعداد مختلط باشد. فرض کنیم $W = \{A \in V | A + A^t = ۰\}$ در این صورت $\dim_{\mathbb{R}} W$ کدام است؟

۱) ۶ ۲) ۹ ۳) ۱۲ ۴) ۲۴

PardazeshPub.com

PardazeshPub.com
انتشارات پردازش
PardazeshPub.com

۱۰۸ ـ فرض کنید W یک زیرفضای ۲ بعدی از یک فضای برداری ۳ بعدی V روی میدان F باشد، و

PardazeshPub.com

$$T = \{A \in L(V) | Ax = 0; \forall x \in W\}$$

در این صورت بعد T برابر است با:

۱) ۱ ۲) ۳ ۳) ۶ ۴) ۷

---

۱۰۹ ـ فرض کنید A ماتریس $n \times n$ غیر همانی روی میدان اعداد حقیقی باشد بقسمی که $A^2 = I$. در این صورت کدام گزینه صحیح است؟

۱) $tr(A) \leq n - 1$ ۲) $tr(A) = n + 1$ ۳) $tr(A) > n + 1$ ۴) $tr(A) = n + 2$

---

۱۱۰ ـ فرض کنید A ماتریسی 10×10 باشد به طوری که تمام عناصر روی قطر اصلی آن ۳ و بقیه درایه‌های A برابر ۲ باشند. در این صورت دترمینان ماتریس A چقدر است؟

۱) ۸ ۲) ۹ ۳) ۱۵ ۴) ۲۱

---

۱۱۱ ـ فرض کنید T عملگری خطی روی فضای برداری با بعد متناهی V باشد. اگر هر زیرفضای V تحت T پایا باشد، آنگاه.....

۱) T یک عملگر خود توان است.
۲) T یک عملگر پوچتوان است.
۳) T حداقل دو مقدار ویژه متمایز دارد.
۴) T یک مضرب اسکالر از عملگر همانی است.

---

۱۱۲ ـ فرض کنید $\mathbb{R}$ میدان اعداد حقیقی و $V = M_2(\mathbb{R})$ و $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}$ عضو V باشد. فرض کنیم $T : V \to V$ یک عملگر خطی با ضابطه‌ی $T(A) = BA$. در اینصورت رتبه‌ی T کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

---

۱۱۳ ـ فرض کنید $A, B \in M_{10}(\mathbb{R})$ و $ABA = A$. در اینصورت کدام‌یک از گزینه‌های زیر صحیح است؟

۱) $tr(A) = 1$ ۲) A پوچتوان است. ۳) $tr(BA) \leq 10$ ۴) A خودتوان است.

---

۱۱۴ ـ اگر V یک فضای برداری متناهی‌البُعد و T و U دو عملگر خطی روی V باشند بطوری‌که $U - T = UT$ در این صورت کدام گزینه صحیح است؟

۱) $T = U = 0$ ۲) $T - U = TU$ ۳) $TU = UT$ ۴) $U^2 = T^2$

---

۱۱۵ ـ فرض کنید A و B دو ماتریس ناصفر $n \times n$ با درایه‌های حقیقی باشند بطوری‌که $ABA = 0$ در اینصورت $tr(I + BA)$ کدام است؟

۱) $-n$ ۲) $-\frac{n}{2}$ ۳) $\frac{n}{2}$ ۴) n

PardazeshPub.com

---

۱۱۶ ـ فرض کنید $A \in M_n(\mathbb{Z})$ ، $n > 1$، و $AA^t = nI$. در این صورت n کدام‌یک از اعداد زیر می‌تواند باشد؟

۱) ۱۹ ۲) ۲۰ ۳) ۲۱ ۴) ۲۳

---

۱۱۷ ـ فرض کنید V یک فضای برداری با بعد متناهی روی میدان F باشد. اگر $T \in L(V)$ به قسمی باشد که $T^3 = 0$ و $T^2 \neq 0$ آنگاه بعد V حداقل برابر است با:

۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۶

---

۱۱۸ ـ فرض کنید A یک ماتریس 3×3 حقیقی با چند جمله‌ای مشخصه‌ی $x^3 + 4x^2 + 10$ باشد. در این صورت $det(I + A^{-1})$ چقدر است؟

۱) $\frac{13}{11}$ ۲) $\frac{10}{13}$ ۳) $\frac{11}{13}$ ۴) $\frac{13}{10}$

---

۱۱۹ ـ فرض کنید A ماتریس مربعی دلخواه روی میدان اعداد حقیقی باشد به طوری که $A^2 = A$ و $(A - A^t)^2 = 0$، که در آن A^t ترانهاده A می‌باشد. در این صورت:

۱) $(AA^t)^2 = A^tA$ ۲) $(AA^t)^2 = AA^t$ ۳) $(AA^t + A^tA)^2 = 0$ ۴) $(AA^t - A^tA)^2 = 0$

---

۱۲۰ ـ فرض کنید A یک ماتریس $n \times n$ حقیقی با خاصیت $A^2 = -I$ باشد. آنگاه داریم:

۱) n زوج است و $detA = +1$ ۲) n زوج است و $detA = -1$

۳) n فرد است و $detA = +1$ ۴) n فرد است و $detA = -1$

PardazeshPub.com
پردازش
PardazeshPub.com

PardazeshPub.com
انتشارات پردازش
PardazeshPub.com