

باسمہ تعالیٰ

سوالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال	رشته‌ی: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه			تاریخ امتحان: ۱۳۹۰ / ۱۲ / ۳
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دوم (خردادماه) سال ۱۳۹۰			مرکز سنجش آموزش و پژوهش

ردیف	سوالات	نمره
۱	با استفاده از اصل استقرای ریاضی، ثابت کنید که رابطه‌ی زیر به ازای هر عدد طبیعی n برقرار است: $\frac{1}{2} + \frac{2}{2^2} + \frac{3}{2^3} + \dots + \frac{n}{2^n} = 2 - \frac{n+2}{2^n}$	۱/۵
۲	درستی یا نادرستی گزاره‌های زیر را با ذکر دلیل بررسی کنید. الف) به ازای هیچ دو عدد اول a و b ، عدد $a+b$ اول نیست. ب) اگر x فرد باشد، آنگاه $(x+2)x$ هم فرد می‌باشد.	۱/۵
۳	یک زیر مجموعه‌ی ۶۵ عضوی از اعداد طبیعی است، اگر اعضای S را بر عدد ۱۶ تقسیم کنیم، نشان دهید دست کم ۵ عضو از S دارای باقیمانده‌ی یکسانی بر ۱۶ می‌باشند.	۱
۴	ثابت کنید اگر a, b دو عدد حقیقی باشند که $a+b > 0$ ، آنگاه رابطه‌ی زیر برقرار می‌باشد. $\frac{a^3 + b^3}{a + b} \geq ab$	۱/۵
۵	اگر مجموعه‌ی $\{X, \{X\}, \{\{X\}\}\}$ نادرست است؟ $\{\{X\}\} \in A \quad (b) \quad \{X\} \subseteq A \quad (a)$	۰/۵
۶	اگر A و B و C هر کدام یک مجموعه باشند: الف) با استفاده از قوانین جبر مجموعه‌ها ثابت کنید: $A - (A - B) = A \cap B$ ب) اگر $C \neq \emptyset$ و داشته باشیم: $A \times C = B \times C$ ، آنگاه ثابت کنید:	۲/۲۵
۷	اگر $A = \{1, 2, 4\}$ و $B = \{2, 3, 5\}$ و R رابطه‌ای از A به روی B باشد که به صورت زیر تعریف شده است: $R = \left\{ (x, y) \mid \frac{x+y}{3} \in N \right\}$ ابتدا $A \times B$ را محاسبه کرده و سپس اعضای رابطه‌ی R را تعیین کنید.	۱/۲۵
۸	رابطه‌ی R روی $\mathbb{R} \times \mathbb{R} - \{(0, 0)\}$ بصورت زیر تعریف شده است: $(a, b) R (c, d) \Leftrightarrow \frac{2a-3}{b} = \frac{2c-3}{d}$ الف) ثابت کنید رابطه‌ی R یک رابطه هم ارزی است. ب) کلاس هم ارزی $[-1, 7]$ را به دست آورید.	۱/۵
	«ادامه سوالات در صفحه‌ی دوم»	

باشه تعالی

مدت امتحان : ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع : ۸ صبح	رشته‌ی : ریاضی فیزیک	سوالات امتحان نهایی درس : جبر و احتمال
تاریخ امتحان : ۱۳۹۰ / ۳ / ۱۲			سال سوم آموزش متوسطه
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دوم (خردادماه) سال ۱۳۹۰		

ردیف	سوالات	نمره
۹	در قسمت های "الف" و "ب" داده شده‌ی زیر، با عبارت مناسب جای خالی را تکمیل کنید و در قسمت "ج" با استفاده از واژه داده شده گزاره‌ها را کامل کنید. الف) هر.....، یک زیر مجموعه از فضای نمونه ای است. ب) در فضای نمونه ای پرتاب یک سکه و یک تاس سالم با یکدیگر، تعداد زیر مجموعه‌های فضای نمونه ای آن برابر است. ج) انتخاب یک نقطه از سطح یک دایره، آزمایشی از فضای نمونه ای و انتخاب تعداد محصولات معیوب یک کارخانه، آزمایشی از فضای نمونه ای است. (گسته - پیوسته)	۱
۱۰	روی ۱۵ کارت یکسان، اعداد از یک تا ۱۵ را نوشته ایم، کارتی را به تصادف خارج می‌کنیم: الف) پیشامد A را طوری بنویسید که عدد روی کارت مضرب ۳ یا اول باشد. ب) پیشامد B آن که عدد روی کارت فرد و اول باشد.	۱
۱۱	۴ نفر زن و ۶ نفر مرد، برای تدریس درس ریاضی آموزشگاهی تقاضا داده اند، امکان استخدام تنها برای سه نفر از آن‌ها وجود دارد. مطلوبست محاسبه‌ی احتمال آن که حداقل دو نفر زن انتخاب شوند.	۱/۲۵
۱۲	اگر $S = \{1, 2, 3, 4\}$ فضای نمونه یک تجربه تصادفی باشد و داشته باشیم: $p(1) = 2p(2) = 3p(3) = 4p(4)$. مطلوبست محاسبه‌ی $p(1)$.	۱/۵
۱۳	۵۰ درصد افراد جامعه‌ای با سواد هستند، احتمال آن که از ۲۰ نفر آن‌ها ۶ نفر بیسواند بوده باشند را محاسبه کنید.	۰/۷۵
۱۴	دو عدد حقیقی x, y را به تصادف از بازه‌ی $[0, 3]$ انتخاب می‌کنیم، احتمال آن را حساب کنید که: $x + y \leq 2$ الف)	۱/۵
۱۵	احتمال آنکه دانش آموزی در درس ریاضی قبول شود ۵۵ درصد و در درس شیمی قبول شود ۶۰ درصد است، اگر احتمال آنکه حداقل در یکی از دو درس قبول شود ۷۵ درصد باشد، احتمال آن را بیابید که در هر دو درس قبول شود.	۱
۱۶	برای دو پیشامد A, B از فضای نمونه ای S ثابت کنید:	۱
	جمع نمره « موفق باشید »	۲۰