314

F

نام:

نام خانوادگی:

محل امضا:

314F

اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می‌شود.
امام خمینی (ره)

صبح جمعه
۹۳/۱۲/۱۵
دفترچه شماره ۱ از ۲

جمهوری اسلامی ایران
وزارت علوم، تحقیقات و فنّاوری
سازمان سنجش آموزش کشور

آزمــون ورودی
دوره‌های دکتــری (نیمه متمرکز) داخل ــ ســال ۱۳۹۴

آمار
(کد ۲۲۳۲)

تعداد سؤال: ۴۵ — مدت پاسخگویی: ۱۵۰ دقیقه

عنوان مواد امتحانی، تعداد و شماره سؤالات

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره
۱	مجموعه دروس تخصصی (آنالیز ریاضی ۱ـ ریاضی عمومی۱ ـ مبانی احتمال – احتمال ۱و۲ ـ استنباط آماری ۱)	۴۵	۱	۴۵

این آزمون نمرهٔ منفی دارد.

استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

اسفند ماه ــ سال ۱۳۹۳

حق چاپ، تکثیر و انتشار سوالات به هر روش (الکترونیکی و ...) پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.

۱- فرض کنید $f:(0,\infty)\to\mathbb{R}$ با ضابطه $f(x)=\frac{1}{1+\frac{1}{x}}$ تعریف شود و $g=fof$. در این صورت $g'(x)$ برابر کدام است؟

۱) $\frac{-1}{(2x+1)^2}$

۲) $(2x+1)^2$

۳) $(2x+1)^{-2}$

۴) $\frac{1}{(1+\frac{1}{x})^2}$

۲- کدام یک از گزینه‌های زیر در مورد انتگرال ناسرهٔ $\int_{-\infty}^{0}\frac{2^x}{4^x+1}dx$ درست است؟

۱) همگرا به $\frac{\pi}{\ln 4}$ است.

۲) همگرا به $\frac{\pi}{4}$ است.

۳) همگرا به $\frac{\pi}{4\ln 2}$ است.

۴) واگرا است.

۳- نامعادلهٔ $\mathrm{Re}(\frac{1}{z}+1)>\mathrm{Im}(\frac{1}{\overline{z}}+1)$ چه ناحیه‌ای در صفحهٔ مختلط را مشخص می‌کند؟

۱) خارج دایره‌ای به مرکز $(\frac{1}{2},\frac{1}{2})$ و شعاع $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

۲) خارج دایره‌ای به مرکز $(\frac{1}{2},-\frac{1}{2})$ و شعاع $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

۳) خارج دایره‌ای به مرکز $(\frac{1}{2},-\frac{1}{2})$ و شعاع $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

۴) خارج دایره‌ای به مرکز $(\frac{1}{2},-\frac{1}{2})$ و شعاع $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

۴- مشتق سوئی تابع $f(x,y,z)=x^2+y^2-z^2$ در نقطه $(\frac{3\sqrt{2}}{5},\frac{4\sqrt{2}}{5},1)$ واقع بر منحنی برخورد دو رویهٔ $y^2+x^2=2z^2$ و $2x^2+2y^2-z^2=3$ و در جهت مسیر برابر است با:

۱) صفر

۲) ۲

۳) $\frac{48\sqrt{2}}{5}$

۴) $2\sqrt{3}$

۵- اگر $x \in \mathbb{R}$ مقدار $\lim_{n\to\infty} \frac{[x]+[2x]+\cdots+[nx]}{n^2}$ کدام است؟ ($[\circ]$نماد جزء صحیح است.)

۱) $\frac{x}{2}$

۲) $\frac{x+1}{2}$

۳) $\frac{[x]}{2}$

۴) موجود نیست.

۶- اگر $h(x) = \int_{1}^{\frac{1}{x}} \sqrt{1+t^3}\,dt$، آنگاه $h'(\frac{1}{2})$ کدام است؟

۱) -5

۲) -12

۳) $\frac{4}{\sqrt{3}}$

۴) -7

۷- مجموعه تمامی مقادیر p که $\sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt[3]{n+1} - \sqrt[3]{n})^p$ همگرا است، کدام است؟

۱) $(1, +\infty)$

۲) $(\frac{3}{2}, +\infty)$

۳) $(\frac{2}{3}, +\infty)$

۴) به ازای هیچ مقدار

۸- فرض کنیم $A \subseteq \mathbb{R}$ و تابع $f : A \to \mathbb{R}$ پیوسته باشد. کدام گزینه در مورد $f(A) = \{f(x) : x \in A\}$ درست است؟

۱) اگر A کراندار باشد، $f(A)$ کراندار است.

۲) اگر A باز باشد، $f(A)$ باز است.

۳) اگر A بازه باشد، $f(A)$ بازه است.

۴) اگر A بسته باشد، $f(A)$ بسته است.

۹- فرض کنیم $f : [\circ, 2] \to \mathbb{R}$ تابع پیوسته باشد و $f(\circ) = \circ$. اگر $f'(x)$ بر بازه $(\circ, 2)$ موجود و صعودی باشد، آنگاه تابع $g(x) = \frac{f(x)}{x}$ بر بازه $(\circ, 2)$

۱) صعودی است.

۲) نزولی است.

۳) ثابت است.

۴) مثبت است.

۱۰- فرض کنید $f:(0,\infty)\to(0,\infty)$ مشتق‌پذیر باشد. مقدار $\lim_{\delta\to 0}\left(\frac{f(x+\delta x)}{f(x)}\right)^{\frac{1}{\delta}}$ کدام است؟

۱) ۱

۲) ∞

۳) $\exp(xf'(x))$

۴) $\exp(\frac{xf'(x)}{f(x)})$

۱۱- فرض کنید X یک متغیر تصادفی است که مقادیر خود را در مجموعه $\{0,1,2,...\}$ اختیار می‌کند و برای آن رابطه $\frac{P(x=k)}{P(x=k+1)}=2$ برقرار است. توزیع X کدام است؟

۱) هندسی با $p=\frac{1}{2}$

۲) پواسون با $\lambda=\frac{1}{2}$

۳) پواسون با $\lambda=2$

۴) هندسی با $p=\frac{1}{4}$

۱۲- تعداد درخواست‌های رسیده به یک شرکت در هفته متغیر تصادفی N با تابع احتمال زیر است:
فرض کنید تعداد درخواست‌های رسیده در یک هفته مستقل از این تعداد در هفته دیگر باشد. احتمال اینکه دقیقاً ۷ درخواست در طول دو هفته آینده به این شرکت برسد کدام است؟

$$P(N=n)=2^{-n-1}\qquad n=0,1,...$$

۱) $\frac{1}{128}$

۲) $\frac{1}{32}$

۳) $\frac{1}{256}$

۴) $\frac{1}{64}$

۱۳- فرض کنید دو نقطه به تصادف و مستقل از یکدیگر از مربع واحد $[0,1]\times[0,1]$ انتخاب می‌شوند. اگر D فاصله این دو نقطه باشد، $E(D^2)$ کدام است؟

۱) $\frac{1}{2}$

۲) $\frac{1}{3}$

۳) $\frac{1}{4}$

۴) $\frac{1}{5}$

۱۴- فرض کنید $X_1,...,X_n$ یک نمونه تصادفی از توزیع نمایی با میانگین ۲ باشد. اگر $T=\sum_{i=1}^{n}[X_i]$ باشد، که در آن $[x]$ جزء صحیح x است، مقدار $Var(T)$ کدام است؟

۱) $\frac{n}{2}$

۲) $n(e^{0/5}-1)$

۳) $n/(e^{0/5}-1)$

۴) $\frac{n}{4}$

۱۵- فرض کنید $Y_1,Y_2,...,Y_n$ آماره‌های ترتیبی یک نمونه تصادفی از توزیع یکنواخت روی بازه (۰,۱) باشند. مقدار $cov(Y_1,Y_n)$ کدام است؟

۱) $\frac{n-1}{n+1}$

۲) $\frac{1}{(n+1)^2(n+2)}$

۳) $\frac{n}{(n+1)(n+2)}$

۴) $\frac{n}{(n+1)^2(n+2)}$

۱۶- فرض کنید U_1 و U_2 دو متغیر تصادفی مستقل با توزیع یکسان $U(1,3)$ باشند. اگر $X=\begin{cases}U_1 & U_1U_2\le 1\\ U_2 & U_1U_2>1\end{cases}$، مقدار $E(X)$ کدام است؟

۱) ۲

۲) ۱

۳) $\frac{4}{3}$

۴) $\frac{3}{2}$

۱۷- فرض کنید $X_1,X_2,...$ دنباله‌ای از متغیرهای تصادفی برنولی مستقل با احتمال موفقیت $p_n=1-\frac{1}{n}$ برای X_n باشد. اگر N تعداد آزمایش‌های لازم تا مشاهدهٔ اولین موفقیت باشد. مقدار $E(N)$ کدام است؟

۱) e^n

۲) e

۳) ۱

۴) n

۱۸- فرض $N \sim DU(\{۱,...,۱۱\})$ باشد. یک آزمایش تصادفی با احتمال موفقیت p را N مرتبه به طور مستقل تکرار می‌کنیم. اگر X تعداد موفقیت‌ها در N آزمایش باشد، مقدار $Var(X)$ کدام است؟

۱) $۳p(۱+p)$

۲) $۳p(۳-۲p)$

۳) $۶p(۱-p)$

۴) $۲p(۲p+۳)$

۱۹- یک بیمه‌گزار می‌تواند حداکثر تا ۵ درخواست به شرکت ارائه نماید. احتمال اینکه بیمه‌گزار دقیقاً n درخواست ارائه نماید برابر p_n ، $n = ۰,۱,۲,۳,۴,۵$ می‌باشد. اگر تفاوت بین $p_n, p_{n+۱}$ مقداری ثابت باشد (برای $n = ۰,۱,۲,۳,۴$) و دقیقاً ۴۰ درصد از بیمه‌گزاران کمتر از دو درخواست ارائه نمایند، احتمال اینکه یک بیمه‌گذار بیشتر از سه درخواست ارائه نماید کدام است؟

۱) $\frac{۳}{۱۵}$

۲) $\frac{۵}{۱۵}$

۳) $\frac{۴}{۱۵}$

۴) $\frac{۶}{۱۵}$

۲۰- فرض کنید X,Y دو متغیر تصادفی مستقل و دارای توزیع یکسان هندسی با میانگین $\frac{۱}{p}$ باشند. اگر $p = ۱-s$ باشد مقدار $P(X < Y)$ کدام است؟

۱) $\frac{s}{۱+s}$

۲) $\frac{۱}{۱+s}$

۳) $\frac{۱-s}{۲-s}$

۴) $\frac{۱+s}{۲+s}$

۲۱- اگر $X_۱, X_۲, ...$ دنباله‌ای از متغیرهای تصادفی مستقل پواسون با میانگین λ باشد، آنگاه $\frac{X_۱ + X_۲ + ... + X_n}{X_۱^۲ + X_۲^۲ + ... + X_n^۲}$ در احتمال به کدام‌یک از موارد زیر همگرا است؟

۱) $\frac{\lambda}{۱+\lambda^۲}$

۲) $\frac{۱}{\lambda^۲+۱}$

۳) $\frac{۱}{۱+\lambda}$

۴) $\frac{\lambda}{\lambda+۱}$

۲۲- اگر $X_۱, X_۲, ...$ دنباله‌ای از متغیرهای تصادفی مستقل با توزیع یکنواخت گسسته روی مجموعهٔ $\{-۱,۱\}$ باشد، آنگاه توزیع حدی $\frac{\sqrt{n}(X_۱+X_۲+...+X_n)}{X_۱^۲+X_۲^۲+...+X_n^۲}$ کدام است؟

۱) $N(۰,۱)$

۲) $N(۰,\frac{۱}{۲})$

۳) $N(۰,۲)$

۴) $N(۰,۴)$

۲۳- فرض کنید X متغیری تصادفی با تابع مولد گشتاور $M_X(t)=\left(\frac{۲+e^t}{۳}\right)^۹$ باشد، مقدار $P(X=۹)$ کدام است؟

۱) $\frac{۲}{۳^۹}$

۲) $\frac{۱}{۳^۸}$

۳) $\frac{۲}{۳^۸}$

۴) $\frac{۱}{۳^۹}$

۲۴- یک نمونه تصادفی ۱۶۲ تایی از توزیعی با تابع احتمال زیر را در نظر بگیرید. احتمال تقریبی اینکه حداقل ۱۰۴ عضو این نمونه عددی فرد باشند کدام است؟

$$f(x)=(\frac{۱}{۲})^x \quad , \quad x=۱,۲,۳,...$$

۱) ۰/۷۷۳۴

۲) ۰/۲۲۶۶

۳) ۰/۵۳۳۳

۴) ۰/۴۶۶۷

۲۵- فرض کنید $\{X_n, n\geq ۱\}$ دنباله‌ای از متغیرهای تصادفی از توزیع هندسی (مدل تعداد شکست‌ها) با پارامتر $\frac{\lambda}{\lambda+n}$ باشد. توزیع حدی $\frac{X_n}{n}$ کدام است؟

۱) توزیع پواسون با پارامتر λ

۲) توزیع نمایی با میانگین λ

۳) توزیع هندسی با پارامتر $\frac{\lambda}{۱+\lambda}$

۴) توزیع نمایی با میانگین $\frac{۱}{\lambda}$

۲۶- فرض کنید $\frac{۵}{۱۲},\frac{۵}{۶},\frac{۵}{۲۴},\frac{۵}{۸},\frac{۵}{۱۲}$ یافته‌های یک نمونه تصادفی از توزیع $U(\theta^{-۱},\theta)$ با $\theta>۱$ باشد. برآورد θ به روش گشتاوری کدام است؟

۱) $\tilde{\theta}=۲$

۲) $\tilde{\theta}=۳$

۳) $\tilde{\theta}=۴$

۴) وجود ندارد.

۲۷- فرض کنید $X_۱,...,X_n$ و $Y_۱,...,Y_m$ دو نمونه تصادفی مستقل از توزیع‌ها به ترتیب $N(\theta,۱)$ و $N(a\theta,۱)$ باشند که در آن $a\neq ۰$ مقداری معلوم است. برآورد ماکزیمم درستنمایی (MLE) پارامتر θ کدام است؟

۱) $\frac{n\bar{x}+am\bar{y}}{n+a^۲m}$

۲) $\frac{am\bar{x}+n\bar{y}}{n+a^۲m}$

۳) $\frac{an\bar{x}+m\bar{y}}{m+an}$

۴) $\frac{m\bar{x}+an\bar{y}}{m+a^۲n}$

۲۸- فرض کنید $X_۱,...,X_n$ یک نمونه تصادفی از توزیع $N(\mu,۱)$ باشد که در آن μ نامعلوم است. اگر فقط مشاهداتی ثبت شوند که کمتر از صفر باشند و قرار دهیم $T=\sum_{i=۱}^{n} I_{(X_i<۰)}$، برآوردگر ماکزیمم درستنمایی (MLE) پارامتر μ بر حسب T کدام است؟ (Φ تابع توزیع نرمال استاندارد است.)

۱) $\Phi^{-۱}(\frac{T}{n})$

۲) $\Phi(-\frac{T}{n})$

۳) $-\Phi^{-۱}(\frac{T}{n})$

۴) $\Phi(\frac{T}{n})$

۲۹- فرض کنید $X_1, ..., X_m$ و $Y_1, ..., Y_n$ دو نمونه تصادفی مستقل از هم، از توزیع‌های نمایی منفی به ترتیب با میانگین‌های μ و $\lambda\mu$ باشند. برآورد ماکسیم درستنمایی (MLE) برای $P(X_1 > 2Y_1)$ کدام است؟

۱) $\frac{\overline{x}}{\overline{x}+2\overline{y}}$

۲) $\frac{\overline{x}}{\overline{x}+\overline{y}}$

۳) $\frac{\overline{x}}{2(\overline{x}+2\overline{y})}$

۴) $\frac{2\overline{x}}{2\overline{x}+\overline{y}}$

۳۰- فرض کنید X_1, X_2 نمونه‌ای تصادفی از توزیعی با تابع چگالی احتمال زیر باشد. آماره فرعی کدام است؟

$$f(x \mid \alpha) = \alpha x^{\alpha-1} e^{-x^{\alpha}} \quad , x > 0 \, , \alpha > 0$$

۱) $Ln(X_1 + X_2)$

۲) $\frac{Ln\, X_1}{Ln\, X_2}$

۳) $Ln(\frac{X_1}{X_2})$

۴) $Ln\, X_1 + \ln X_2$

۳۱- فرض کنید U برآوردگری ناااریب برای θ، T_1 آماره‌ی بسنده برای θ و T_2 آماره‌ی بسنده و کامل برای θ باشند و قرار می‌دهیم $U_1 = E(U \mid T_1), U_2 = E(U \mid T_2), U_3 = E(U_1 \mid T_2)$ گزاره صحیح کدام است؟

۱) $Var(U_1) < Var(U_2)$

۲) $Var(U_2) > Var(U_3)$

۳) $Var(U_2) = Var(U_3)$

۴) $Var(U_2) < Var(U_3)$

۳۲- فرض کنید ۵/۵,۳/۵,۲/۵,۴/۵,۲ یافته‌های یک نمونهٔ تصادفی ۵ تایی از توزیع گاما با پارامترهای $\beta, \alpha = 2$ باشد. اگر $Z_{(i)}$ iـامین آماره ترتیبی یک نمونهٔ تصادفی ۵ تایی از توزیع $Gamma(2,1)$ باشد، آنگاه مقدار مشاهده شده متغیر تصادفی $E\left(X_{(i)} \middle| \sum_{i=1}^{5} X_i \right)$ کدام است؟

۱) $1/8\, E(Z_{(i)})$

۲) $0/9\, E(Z_{(i)})$

۳) $E(Z_{(i)})$

۴) $0/5\, E(Z_{(i)})$

۳۳- فرض کنید $X_1, ..., X_n$ یک نمونه تصادفی از توزیعی با تابع چگالی احتمال زیر باشد. برآوردگر UMVU پارامتر α^3 کدام است؟ ($X_{(1)}$ اولین آماره ترتیبی است)

$$f_\alpha(x) = \frac{2\alpha^2}{x^3}, x \geq \alpha, \alpha > 0$$

۱) $(3 - \frac{1}{2n})X_{(1)}^3$

۲) $(3 + \frac{1}{2n})X_{(1)}^3$

۳) $(1 + \frac{3}{2n})X_{(1)}^3$

۴) $(1 - \frac{3}{2n})X_{(1)}^3$

۳۴- فرض کنید $X_1, X_2, ..., X_n$ نمونه‌ای تصادفی از توزیع نمایی منفی با میانگین θ باشد. مقدار $E(S^2 \mid \bar{X})$ $\left(S^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^2 \right)$ کدام است؟

۱) $\bar{X}^2$

۲) $\frac{n+1}{n}\theta^2$

۳) $\frac{n\bar{X}^2}{n+1}$

۴) θ^2

۳۵- فرض کنید $X_1, ..., X_n$ نمونه‌ای تصادفی از توزیعی با تابع چگالی احتمال زیر باشد. برآوردگر UMVU پارامتر $e^{2\theta}$ کدام است؟

$$f_\theta(x) = e^{-(x-\theta)-e^{-(x-\theta)}} \quad , \quad -\infty < x < \infty, -\infty < \theta < +\infty$$

۱) $\frac{1}{(n-1)(n-2)}\left(\sum_{i=1}^{n} e^{X_i}\right)^2$

۲) $\frac{(n-1)(n-2)}{\left(\sum_{i=1}^{n} e^{-X_i}\right)^2}$

۳) $\frac{n-2}{\left(\sum_{i=1}^{n} e^{-X_i}\right)^2}$

۴) $\frac{1}{n-2}\left(\sum_{i=1}^{n} e^{-X_i}\right)^2$

۳۶- فرض کنید $X_1,...,X_n$ یک نمونه تصادفی از توزیع $N(0,\sigma^2)$ باشد. برآوردگر UMVU برای $(1-\sigma^2)^{-\frac{n}{2}}$ کدام است؟

۱) $e^{\frac{1}{2}\sum X_i^2}$

۲) $e^{\frac{1}{n}\sum X_i^2}$

۳) $(1-\frac{1}{n}\sum X_i^2)^{-\frac{n}{2}}$

۴) $(1-\frac{1}{2}\sum X_i^2)^{-\frac{n}{2}}$

۳۷- فرض کنید θ دارای توزیع پیشین برنولی با پارامتر $\frac{1}{2}$ باشد و X به شرط θ دارای تابع چگالی احتمال $f_\theta(x)$ باشد، در این صورت برآورد بیز برای θ تحت تابع زیان مربع خطا (SEL) کدام است؟

۱) $\frac{\frac{1}{2}f_0(x)}{f_0(x)+f_1(x)}$

۲) $\frac{\frac{1}{2}f_1(x)}{f_0(x)+f_1(x)}$

۳) $\frac{f_0(x)}{f_0(x)+f_1(x)}$

۴) $\frac{f_1(x)}{f_0(x)+f_1(x)}$

۳۸- فرض کنید $X_1,...,X_n$ یک نمونه تصادفی از توزیع $N(\theta,\sigma^2)$ باشد. اگر اندازه پیشین $\pi_1(\theta)=1$ برای θ و توزیع پیشین $\pi_2(\sigma^2)=\frac{1}{\Gamma(m)}\frac{1}{(\sigma^2)^{m+1}}e^{-\frac{1}{\sigma^2}}$ را برای σ^2 در نظر بگیریم و θ و σ^2 از هم مستقل باشند، براوردگر بیز تعمیم یافته σ^2 تحت تابع زیان $L(\sigma^2,\delta)=(\delta-\sigma^2)^2$ کدام است؟

۱) $\frac{2+\sum_{i=1}^{n}(X_i-\bar{X})^2}{n+2m-1}$

۲) $\frac{2+\sum_{i=1}^{n}(X_i-\bar{X})^2}{n+2m-3}$

۳) $\frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i-\bar{X})^2}{n-1}$

۴) $\frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i-\bar{X})^2}{n+2m-3}$

۳۹- فرض کنید در یک مسأله تصمیم $\theta=\{0,2\}$ $A=\{0,2\}$، جدول تابع زیان و تابع احتمال به صورت زیر باشند. اگر پیشین یکنواخت برای θ اختیار شود، گزینه صحیح کدام است؟

θ \ A	0	2
0	0	4
2	4	0

جدول تابع زیان

θ \ X	0	2
0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
2	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$

جدول تابع احتمال

۱) براوردگر $\delta(0)=\delta(2)=0$ برای θ بیزو غیرمجاز (ناپذیرفتنی) است.

۲) براوردگر $\delta(x)=\begin{cases}0 & x=0\\ 2 & x=2\end{cases}$ برای θ بیزو غیرمجاز (ناپذیرفتنی) است.

۳) براوردگر $\delta(x)=\begin{cases}0 & x=0\\ 2 & x=2\end{cases}$ برای θ بیزو مجاز (پذیرفتنی) است.

۴) براوردگر $\delta(0)=\delta(2)=0$ برای θ بیزو مجاز (پذیرفتنی) است.

۴۰- فرض کنید $X_1,...,X_n$ یک نمونه تصادفی از توزیع $N(\theta,1)$ و θ دارای اندازه پیشین $\pi(\theta)=e^{\theta},\theta\in R$ باشد. تحت تابع زیان توان دوم خطا برآوردگر بیز تعمیم یافته θ کدام است؟

۱) $\bar{X}+\frac{1}{n}$

۲) $\bar{X}$

۳) $\bar{X}-\frac{1}{n}$

۴) $\bar{X}+1$

۴۱- در سؤال ۴۰ گزینه صحیح برای برآوردگر بیز تعمیم یافته کدام است؟

۱) پذیرفتنی (مجاز) و مینیماکس است.

۲) ناپذیرفتنی (غیرمجاز) و مینیماکس است.

۳) پذیرفتنی (مجاز) است.

۴) ناپذیرفتنی (غیرمجاز) است.

۴۲- فرض کنید $X_1,...,X_n$ یک نمونه تصادفی از توزیع پواسون با میانگین λ باشد که در آن $0<\lambda<1$ است. در بین برآوردگرهای به شکل $\delta_c(X)=c\bar{X}$، $c>0$ برآوردگر مینیماکس λ تحت تابع زیان توان دوم خطا کدام است؟

۱) $\frac{n+1}{n}\bar{X}$

۲) $\bar{X}$

۳) $\frac{n}{n+1}\bar{X}$

۴) $\frac{n+1}{n+2}\bar{X}$

۴۳- فرض کنید $X_1,...,X_n$ نمونه‌ای تصادفی از توزیع $N(\theta,1)$ باشد، که در آن $\theta>2$ است. تحت تابع زیان توان دوم خطا، گزینه صحیح کدام است؟

۱) $\bar{X}$ برآوردگر مینیماکس θ نیست و پذیرفتنی (مجاز) است.

۲) $\bar{X}$ برآوردگر مینیماکس θ نیست و ناپذیرفتنی (غیرمجاز) است.

۳) $\bar{X}$ برآوردگر مینیماکس و پذیرفتنی (مجاز) θ است.

۴) $\bar{X}$ برآوردگر مینیماکس و ناپذیرفتنی (غیرمجاز) θ است.

۴۴- فرض کنید $X\sim B(n,p)$ باشد. تحت تابع زیان توان دوم خطا کدام‌یک از برآوردگرهای زیر برای p ناپذیرفتنی (غیرمجاز) است؟

۱) $\frac{X}{n+2}$

۲) $\frac{X}{n-1}$

۳) $\frac{X}{n}$

۴) $\frac{X}{n+1}$

۴۵- فرض کنید $X_1,...,X_n$ نمونه‌ای تصادفی از توزیع پواسون با پارامتر θ ، $\bar{X}$ و S^2 به ترتیب میانگین نمونه‌ای و واریانس نمونه‌ای باشند. با تعریف

$$\delta^*(\underset{\sim}{X}) = a\bar{X} + (1-a)S^2 \qquad \delta_a(\underset{\sim}{X}) = \begin{cases} \bar{X} & \text{با احتمال } a \\ S^2 & \text{با احتمال } 1-a \end{cases}$$

که در آن $a \in (0,1)$ است. اگر تابع زیان $L(\theta,\delta)$ در δ محدب باشد، گزاره صحیح کدام است؟

۱) δ^* به خوبی δ_a است.

۲) $\bar{X}$ به خوبی δ_a است.

۳) δ_a به خوبی δ^* است.

۴) δ^* به خوبی $\bar{X}$ است.