

**فیزیک (۳)**  
**(مجموعه فیزیک)**

مجموعه فیزیک

فیزیک (3)

## فهرست مطالب

۱۰	فصل اول: سیالات و معادلات حاکم بر آن
11	منگنه‌ی آبی و اصل پاسگال
13	اصل ارشمیدس و نیروی شناوری
14	سیال متحرک و ویژگی‌های مربوط به آن
15	معادله پیوستگی مربوط به تحول سیال
15	معادله برنولی
16	لوله‌ی ونتوری
16	قضیه تورپیچلی و محاسبه‌ی سرعت سیال
18	نمونه سوالات تستی
21	پاسخنامه سوالات تستی
۲۶	فصل دوم: امواج و صوت
26	معادله موج
27	سرعت موج در حال انتشار
27	سرعت موج روی ریسمان کشیده
28	انرژی امواج رونده
29	بر هم نهی امواج
30	1-تداخل سازنده
30	2-تداخل ویرانگر
30	امواج ایستا
31	لوله‌های صوتی باز و بسته
31	دو انتهای لوله باز
31	زنش (ضربان)
33	بازتاب امواج با توجه به مانع سخت و نرم
34	صوت و ویژگی‌های آن
34	شدت صوت
35	تراز شدت صوت
35	اثر دوپلر و تغییر تغییر فرکانس
35	امواج ضربی‌های و ارتباط آن دوپلر
37	پرسش‌های چهار گزینه‌ای امواج و انتشار آنها
40	پاسخ پرسش‌های چهار گزینه‌ای امواج و انتشار آنها
44	نمونه سوالات تستی (تألیفی)
47	پاسخنامه سوالات تستی
۵۲	فصل سوم: دما-گرما
52	1-سیستم و محیط
52	2- دما
52	3-تعادل دمایی

52	کمیت دماسنجی و اندازه‌گیری دما
53	1-انبساط طولی
54	2-انبساط سطحی
54	3-انبساط حجمی
55	مفهوم فرایند در ترمودینامیک
56	گاز کامل (ایده آل) و ویژگی‌های وابسته به آن
56	گازهای حقیقی
56	معادله گاز حقیقی و اندر والس
57	مفهوم گرما و واحد‌های آن
57	ظرفیت گرمایی
57	ظرفیت گرمایی ویژه
58	بررسی دمای تعادل در تعادل گرمایی اجسام
59	گرمای نهان ذوب
59	گرمای نهان تبخیر
59	روش‌های انتقال گرما
59	1- رسانش گرمایی
61	2-تابش گرمایی
61	مفهوم کار در فرایندهای ترمودینامیکی
62	قانون اول ترمودینامیک (اصل بقای انرژی)
63	بررسی فرآیند ایستوار بی‌دررو و قانون اول ترمودینامیک
64	بررسی فرآیند هم‌حجم (ایزوکور) و قانون اول ترمودینامیک
70	پرسش‌های چهار گزینه‌ای دما و گرما
75	پاسخ پرسش‌های چهار گزینه‌ای دما و گرما
79	نمونه سوالات تستی (تألیفی)
80	پاسخنامه سوالات تستی
۸۲	<b>فصل چهارم: قانون دوم ترمودینامیک، آنتروپی و نظریه‌ی جنبشی گازها</b>
82	اصل دوم ترمودینامیک
83	ماشین بخار
84	بیان کلونین - پلانک
85	چرخه کارنو
86	یخچال کارنو
87	قانون دوم ترمودینامیک و بیان کلاسیوس
87	آنتروپی سیستم و تحولات بی‌نظمی
88	تغییر آنتروپی در تحول بی‌دررو برگشت‌پذیر
88	گاز کامل-آنتروپی
90	نظریه‌ی جنبشی گازها- توزیع سرعت‌های مولکولی
90	مسافت آزاد میانگین
93	تابع توزیع سرعت ماکسول - بولتزمن در نظریه‌ی جنبشی گازها

93	نکات مربوط به توزیع بولتزمن
100	پرسش‌های چهار گزینه‌ای نظریه جنبشی گازها، آنتروپی و قانون دوم ترمودینامیک
105	پاسخ پرسش‌های چهار گزینه‌ای فصل چهارم
110	نمونه سوالات تستی (تألیفی)
112	پاسخنامه سوالات تستی
115	نمونه سوالات تستی آنتروپی و قانون دوم ترمودینامیک (تألیفی)
118	پاسخنامه سوالات تستی
۱۲۲	<b>فصل پنجم: مبانی نور هندسی</b>
122	بازتابش و شکست:
123	اصل هویگنس و اصل فرما:
123	بازتابش داخلی کلی:
124	امواج کروی - آینه تخت:
124	امواج کروی - آینه کروی:
125	سطوح شکننده کروی:
126	عدسی‌های نازک:
128	نمونه سوالات تستی (تألیفی و GRE)
131	پاسخنامه سوالات تستی
۱۳۶	<b>فصل ششم: تداخل</b>
137	شدت در آزمایش ینگ:
138	تداخل از فیلم‌های نازک:
139	حلقه‌های نیوتون:
141	نمونه سوالات تستی (تألیفی)
143	پاسخنامه سوالات تستی
146	منابع





## فصل اول: سیالات و معادلات حاکم بر آن

قبل از شروع بحث، پیرامون ویژگی های اولیه ی سیال صحبت می کنیم. سیال ماده ای است که جاری می شود، زیرا نمی تواند در برابر تنش برشی مقاومت کند.

### تذکر

جرم واحد حجم یک جسم یا سیال را چگالی جرمی می نامند و از رابطه زیر بدست می آید.

$$\rho = \frac{m}{V} \left( \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right)$$

### تذکر

نیروی عمودی وارد بر سطح را فشار می نامند که در حالتی ساده به صورت زیر بیان می شود:

$$P = \frac{F}{A} \left( \frac{N}{\text{m}^2} \right)$$

### تذکر

فشار یک کمیت اسکالر است و مطابق رابطه ی فوق از آنجا که از اندازه نیرو که یک کمیت اسکالر استفاده می شود، اسفشار کمیتی اسکالر می باشد.

### تذکر

در SI واحد فشار، نیوتن بر متر مربع است که آن را پاسکال می نامند و ارتباط آنها به صورت زیر بیان می شود:

$$1 \text{ atm} = 1.013 \times 10^5 \text{ pa} = 760 \text{ torr} = 760 \text{ mmHg} = 14.7 \frac{\text{lb}}{\text{in}^2}$$

### نکته

هرگا سیال ساکن فرض شود می توان می توان اختلاف فشار بین دو نقطه غیر هم تراز را به صورت زیر بدست آورد که در آن فواصل  $Y$  از کف ظرف می باشد :

$$p_2 - p_1 = \rho g (y_2 - y_1)$$

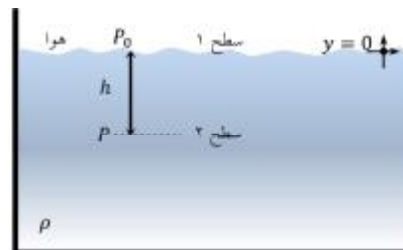


نکته

می توان در شکل دیگری با توجه به نفوذ  $h$  در سیال، در صورتی که فشار محیط باشد در هر عمقی از سیال رابطه ی فشار را به صورت زیر داشت:

$$p_2 = p \quad , y_2 = h \quad , y_1 = 0 \quad , p_1 = p_0$$

$$p = p_0 + \rho gh$$

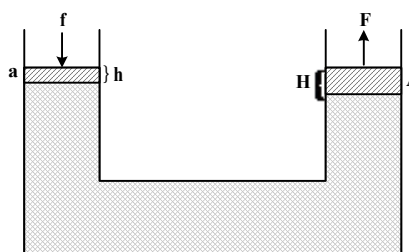


منگنه ی آبی و اصل پاسگال

اصل پاسگال:

تغییر فشار اعمال شده به یک سیال محصور و تراکم ناپذیر به صورت تضعیف نشده به تمام نقاط سیال و به دیواره های ظرف آن منتقل می شود.

ترمزهای هیدرولیکی و منگنه های آبی (همان طور که ذکر شد) بر اساس اصل پاسگال عمل می کنند. طبق شکل، می توان ارتباط بین کمیت های موجود را به صورت زیر نوشت:



شکل 1-7: منگنه ی آبی و  $h, H \rightarrow 0$

$$\frac{F}{f} = \left(\frac{D}{d}\right)^2 = \frac{A}{a} = \frac{\Delta x}{\Delta X}$$

توجه شود که نسبت  $\left(\frac{D}{d}\right)^2$  در صورتی در تساوی فوق ظاهر می شود که سطح مقطع های بزرگ (A) و کوچک a دایره ای باشند.

نکته

1- رابطه فوق نشان می‌دهد که به ازای  $A_0 > A_1$  نیروی  $F_0$  باید بزرگتر از  $F_1$  باشد.

2- اگر پیستون سمت چپ را به اندازه  $d_1$  پایین ببریم، پیستون سمت راست به اندازه  $d_0$  بالا می‌رود

$$V = A_1 d_1 = A_0 d_0$$

3- کار انجام شده بر روی پیستون ورودی (چپ) توسط نیروی اعمالی با کار  $w$  دو پیستون خارجی برابر است.

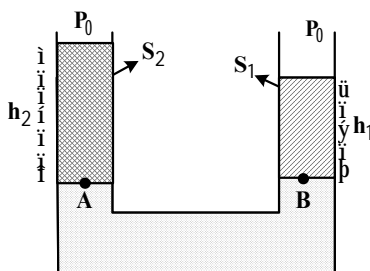
$$w = F_0 d_0 = F_1 d_1$$

لوله‌های u شکل

هرگاه درون لوله‌هایی به فرم u، مایع‌هایی با ارتفاع‌ها و چگالی‌های مختلف ریخته شود طبق اصل هم فشاری در حالت

تعادل داریم:

1- برای دو مایع با چگالی  $\rho_1$  و  $\rho_2$  با ارتفاع  $h_1$  و  $h_2$  مطابق شکل می‌توان رابطه‌ی را نوشت:

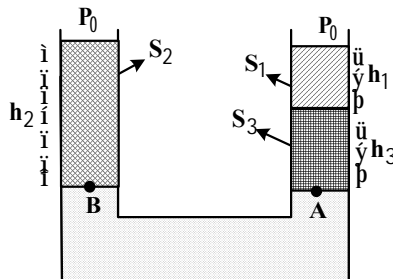


$$P_A = P_B \rightarrow \rho_1 g h_1 = \rho_2 g h_2$$

$$\rho_1 h_1 = \rho_2 h_2$$

2- برای سه مایع با چگالی‌های معین مطابق شکل رابطه‌ی را در حالت تعادل خواهیم داشت:

$$\rho_1 h_1 + \rho_3 h_3 = h_2 \rho_2$$



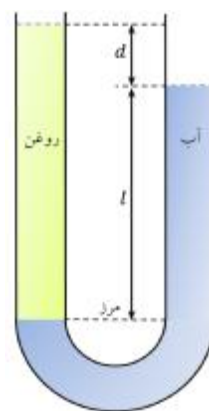
## نکته

در صورتی که جسم شناور را اندکی به بالا و پائین تغییر وضعیت دهیم جسم نوسان خواهد داشت به طوری که می‌توان برای وضعیت نوسان معادله‌ی حرکت را به صورت مستقیم و یا از طریق انرژی نوشت و فرکانس حرکت را بدست آورد.

مثال: لوله‌ی U شکل با دو سیال پر شده است که در حال سکون هستند، در سمت راست آب با

چگالی نامعلوم  $r_x$  و در سمت چپ روغنی با چگالی  $r_w = 998 \frac{kg}{m^3}$  و در سمت راست آب با چگالی  $r_w = 998 \frac{kg}{m^3}$  پر شده است. مقادیر  $d = 12.3mm, l = 135mm$  اندازه‌گیری شده-

اند. چگالی روغن کدام است؟



حل - با توجه به اصل هم فشاری در سیالات ساکن داریم:

$$p_R = p_0 + r_w g l$$

$$p_L = p_0 + r_x g (l + d)$$

$$r_x = r_w \frac{l}{l + d} = 915 \frac{kg}{m^3}$$

## اصل ارشمیدس و نیروی شناوری

وقتی بخشی از یک جسم یا تمام آن درون یک سیال قرار می‌گیرد، یک نیروی شناوری  $\mathbf{F}$  از طرف سیال به آن جسم وارد می‌شود، این نیرو، به سمت بالا بوده و اندازه‌ای برابر با وزن  $m'g$  سیال جابجا شده توسط جسم دارد.

$$F = m'g = r'Vg$$

که در آن  $m'$  جرم سیالی با چگالی  $\rho'$  و حجم  $V$  است که توسط جسم جابجا شده است.

وقتی جسمی روی یک سیال شناور باشد، اندازه  $F_b$  نیروی شناوری وارد بر آن با اندازه‌ی  $F_g$  نیروی گرانشی وارد بر آن

برابر است:

$$r'v'g = rvg \quad \text{یا} \quad F_B = F_g$$

می توان گفت اندازه نیروی شناوری وارد بر یک جسم شناور با وزن آن جسم برابر است.

**نکته**

به طور کلی وزن ظاهری برای یک جسم به صورت زیر در یک سیال به صورت زیر بیان می شود:

$$F'_g = F_g \left(1 - \frac{r'}{r}\right) \quad \text{یا} \quad F'_g = F_g - F_B = F'_g \quad (\text{اندازه نیروی شناوری}) \times (\text{وزن واقعی}) = (\text{وزن ظاهری})$$

**نکته**

اگر بخواهید سنگی را بلند کنید، می توانید این کار را در زیر آب راحت تر انجام دهید. در این حالت باید نیروی برابر وزن ظاهری سنگ به آن وارد کنید که از وزن واقعی آن کمتر است، زیرا نیروی شناوری در بلند کردن سنگ به شما کمک می کند.

### سیال متحرک و ویژگی های مربوط به آن

به علت پیچیدگی های رفتار سیال واقعی در مورد سیال ایده آل صحبت خواهیم کرد .

**نکته**

چهار فرض برای سیال ایده آل که در صورت وجود آن سیال ایده آل است به صورت زیر بیان می شود::

- 1- در شارش پایا (یا لایه ای) سرعت سیال متحرک از لحاظ جهت و اندازه در هر نقطه ثابتی با گذشت زمان تغییر نمی کند.
- 2- چنانچه چگالی سیال ثابت و یکنواخت باشد سیال تراکم ناپذیر می باشد.
- 3- چسبندگی یک سیال معیاری از مقاومت آن سیال در برابر جریان است در صورتی که موجود نباشد سیال ایدآل است.
- 4- در جریان بی گردش سیال حول محوری که از مرکز جرمش بگذرد نمی چرخد.

**نکته**

1- خط جریان مسیر یک عنصر کوچک سیال در هنگام جریان یافتن سیال است. سرعت عنصر سیال همیشه بر خط جریان مماس است.

2- دو خط جریان هرگز نمی توانند هم را قطع کنند

### معادله پیوستگی مربوط به تحول سیال

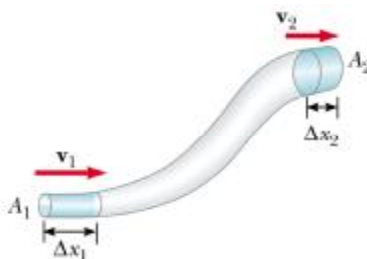
بقای جرم ایجاب می کند که جرمی که هر ثانیه وارد لوله می شود با جرمی که در هر ثانیه از آن لوله خارج می شود برابر باشد یعنی خواهیم داشت:

$$\text{ثابت} = \rho Av = (\text{آهنگ جرمی جریان})$$

اگر چگالی سیال یکنواخت باشد در حالت کلی می توان نوشت:

$$R_v = A_1 v_1 = A_2 v_2 = cte$$

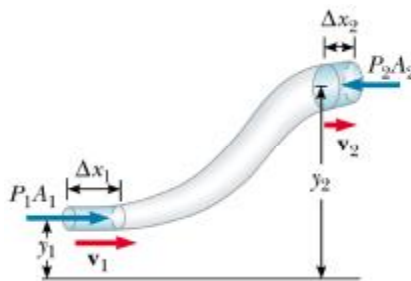
این رابطه بین تندی و مساحت مقطع معادله پیوستگی جریان سیال ایده آل نام دارد.



### معادله برنولی

هرگاه سیال تراکم ناپذیر باشد برای دو نقطه دلخواه مثلا 1 و 2 با توجه به این که معادله برنولی با اعمال اصل پایستگی انرژی مکانیکی به جریان یک سیال، بدست می آید می توان نوشت:

$$p_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho g y_1 = p_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \rho g y_2$$



و در حالت کلی برای این معادله داریم:

$$p + \frac{1}{2} \rho v^2 + \rho g y = cte$$

توجه

برای یک سیال ساکن  $v_1 = v_2 = 0$  ، نتیجه بصورت زیر است

$$p_2 = p_1 + \rho g (y_1 - y_2)$$

## لوله ی ونتوری

این دستگاه برای اندازه گیری تندی سیال داخل کانال بکار می رود که بین دو بخش لوله متصل

می شود. مساحت مقطع ورودی و خروجی  $A_1$  با مساحت مقطع لوله یکی است.

تندی سیال در ورودی برابر  $v_1$  است، ولی با تندی  $v_2$  از گلوگاه با سطح مقطع  $A_2$  می گذرد. یک فشارسنج بین بخش

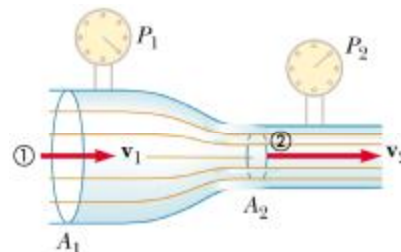
پهن و باریک دستگاه قرار دارد. تغییر تندی سیال با تغییر فشار  $\Delta p$  همراه است، که تغییر فشار در گلوگاه منهای

فشار در لوله است. با اعمال معادله برنولی و معادله پیوستگی می توان روابط زیر را نوشت:

$$p_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 \quad \text{و} \quad v_1 = \frac{A_2}{A_1} v_2$$

$$p_1 + \frac{1}{2} \rho \left( \frac{A_2}{A_1} v_2 \right)^2 = p_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2$$

$$v_2 = \sqrt{\frac{2(p_1 - p_2)}{\rho(A_1^2 - A_2^2)}}$$



## قضیه توریچلی و محاسبه ی سرعت سیال

شکل زیر باریکه ی آبی را نشان می دهد که از سوراخی به فاصله  $h$  از سطح آب مخزنی که ارتفاع آب درون آن  $y_2$  است

خارج می شود.

از آنجا که  $A_2 \gg A_1$ ، مایع در سطح فوقانی مخزن که فشار  $p$  است تقریباً ساکن است. با بکار بردن قانون برنولی برای نقاط

1 و 2 و توجه داشتن به این نکته که فشار  $p_1$  همان فشار اتمسفر است داریم

$$p_0 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho g y_1 = p + \rho g y_2$$

$$y_2 - y_1 = h$$

$$v_1 = \sqrt{\frac{2(p - p_0)}{\rho} + 2gh}$$

چنانچه سر ظرف باز و فشار  $p_1$  برابر فشار جو  $p_0$  باشد در آن صورت داریم:

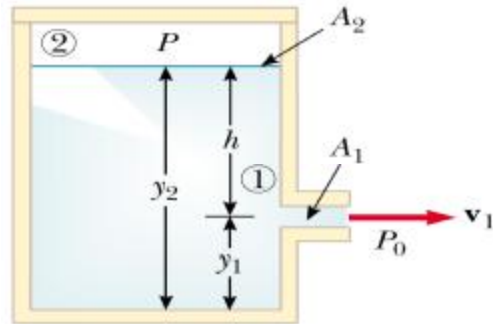
$$v_1 = \sqrt{2gh}$$

اینک برای یافتن فاصله می توان با استفاده از معادله حرکت، حرکت پرتابی نوشت:

$$y = \frac{-gx^2}{2v_0^2 \cos^2 \theta} + x \tan \theta + y_0$$

$$y=0 \quad y_0 = y_1 \quad , \theta = 0^\circ \quad , v_0 = v_1$$

$$y_1 = \frac{gx^2}{2v_1^2} \Rightarrow x = \sqrt{\frac{2v_1^2 y_1}{g}}$$



## نمونه سوالات تستی

۱- اگر رگهای خونی در بدن انسان به عنوان لوله‌های ساده در نظر گرفته شوند اختلاف در فشار خون بین خون پاها و سر یک مرد به بلندی ۱/۸ متر وقتی که در حال ایستاده است، چقدر است؟ فرض کنید که گرانش ویژه خون ۱/۰۶ است.

- 18/7kPa (1)      187kPa (2)      17/8kPa (3)      1/06kPa (4)

۲- اگر فرض کنیم که چگالی میانگین آب دریا  $1025 \text{ kg/m}^3$  است، اگر تراکم‌پذیری آن (مدول حجمی)  $2000 \text{ MPa}$  باشد، چند درصد از چگالی در ضمن رفتن از سطح تا عمق ۱ مایل ( $16/9 \text{ m}$ ) تغییر می‌یابد؟

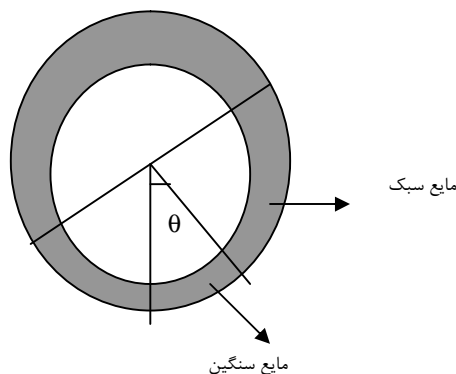
- 8% (1)      18% (2)      0/81% (3)      81% (4)

۳- یک جوسنج جیوه‌ای در ۷۶۲ میلی‌متر قرار دارد. حجم یک حباب گاز وقتی در ته یک دریاچه ۴۵/۷ متر قرار دارد برابر  $33 \text{ cm}^3$  است، این حباب به سطح آب می‌آید. حجم آن در سطح دریاچه چقدر است؟

- 178 $\text{cm}^3$  (1)      56/1 $\text{cm}^3$  (2)      45/7 $\text{cm}^3$  (3)      17/8 $\text{cm}^3$  (4)

۴- لوله یکنواخت کوچکی به شکل دایره‌ای به شعاع  $r$  که سطح آن قائم است، در آورده شده است. حجم‌های مساوی از دو مایع که چگالی‌های آن‌ها  $\rho$  و  $\sigma$  هستند  $\rho > \sigma$  نصف دایره را پر می‌کنند. زاویه‌ای را که فصل مشترک دو مایع با امتداد قائم می‌سازد پیدا کنید.

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{\rho + \sigma}{\rho - \sigma}\right) \quad (4) \quad \theta = \sin^{-1}\left(\frac{\rho - \sigma}{\rho + \sigma}\right) \quad (3) \quad \theta = \tan^{-1}\left(\frac{\rho - \sigma}{\rho + \sigma}\right) \quad (2) \quad \theta = \tan^{-1}\left(\frac{\rho}{\sigma}\right) \quad (1)$$





۵- یک بالابر هیدرولیکی در ایستگاه خدماتی دارای یک پیستون بزرگ به قطر 30cm و یک پیستون کوچک به قطر 2cm است. چه نیرویی برابر بالا بردن یک بار به جرم 1500kg بر پیستون کوچک باید وارد شود؟

- 450N (4)                      210N (3)                      650N (2)                      65N (1)

۶- یک بلوک چوبی به وزن  $71/2N$  و گرانش ویژه  $0/75$  برای شناوری کامل با نخ به ته مخزن آبی بسته شده است. کشش نخ چقدر است؟

- 450N (4)                       $71/2N$  (3)                       $23/7N$  (2)                      65N (1)

۷- سه چهارم یک بلوک به چگالی  $\rho_1$  را در مایعی با چگالی نامعلوم شناور می‌کنند. در اینصورت  $\rho_2$  چگالی مایع نامعلوم برابر کدام گزینه خواهد بود؟

- $\rho_2 = \frac{3}{4}\rho_1$  (4)                       $\rho_2 = 2\rho_1$  (3)                       $\rho_2 = \frac{1}{3}\rho_1$  (2)                       $\rho_2 = \frac{4}{3}\rho_1$  (1)

۸- شاره‌ای را با سرعت  $v_0$  که از یک لوله استوانه‌ای به شعاع  $r$  جاری می‌شود در نظر بگیرید. سرعت شاره در نقطه‌ای که بعلت انقباض شعاع استوانه،  $\frac{r}{4}$  است چقدر خواهد شد؟

- $16v_0$  (4)                       $8v_0$  (3)                       $2v_0$  (2)                       $4v_0$  (1)

۹- آب در یک دستگاه لوله مسدود بطور آرام جریان دارد. در یک نقطه سرعت آب  $3m/s$  و در یک نقطه دیگر ۱ متر بالاتر از آن سرعت آن  $4m/s$  است. اگر فشار در نقطه پایین 20kPa باشد، فشار در نقطه بالا چقدر است؟

- 12kPa (4)                       $6/7kPa$  (3)                      82kPa (2)                       $8/2kPa$  (1)

۱۰- یک قوطی پر از آب بر روی میز قرار دارد. آب از سوراخ کوچکی واقع در فاصله  $y$  زیر سطح آب به بیرون می‌جهد. ارتفاع آب در داخل قوطی  $h$  است. در چه فاصله‌ای  $R$  از قاعده قوطی درست زیر سوراخ، آب بر روی میز اصابت می‌کند؟

- $(h-y)$  (4)                       $2y(h-y)$  (3)                       $2\sqrt{3y(h+y)}$  (2)                       $2\sqrt{y(h-y)}$  (1)

۱۱- ارتفاع بلندترین سد جهان برابر ۳۰۰ متر است. آب چه فشاری را به پایه این سد وارد می‌کند؟ چگالی آب  $10^3 \text{ kg/m}^3$  است.

1/47Pa (4

1/64×10<sup>6</sup>Pa (3

1/47×10<sup>6</sup>Pa (2

10<sup>6</sup>Pa (1

## پاسخنامه سوالات تستی

۱- گزینه ۱ صحیح می باشد:

از رابطه مربوط به اختلاف فشار در شاره‌ها داریم:

$$\Delta p = \rho gh$$

با جاگذاری مقادیر داده شده در این سوال داریم:

$$\Delta p = \rho gh = 1060(9/8)(1/8) = 18/7 \text{ kPa}$$

۲- گزینه ۳ صحیح است:

بنابر تعریف مدول حجمی یا کپهای داریم:

$$B = -\frac{\Delta p}{\frac{\Delta V}{V}}$$

از طرفی فشار در عمق 16/9 متر زیر سطح اقیانوس برابر است با:

$$\Delta p = \rho gh = 1025(9/8)(16/9) = 16/2 \text{ MPa}$$

برای یک جرم ثابت داریم:

$$\Delta m = \rho \Delta V + V \Delta \rho \xrightarrow{\Delta m=0} \frac{\Delta V}{V} = -\frac{\Delta \rho}{\rho}$$

بنابراین رابطه مربوط به مدول کپهای یا حجمی برابر است با:

$$B = -\frac{\Delta p}{\frac{\Delta V}{V}} = \frac{\Delta p}{\frac{\Delta \rho}{\rho}} \Rightarrow \frac{\Delta p}{\rho} = \frac{\Delta p}{B} = \frac{16/2}{2000} = 0/0081 = 0/81\%$$

۳- گزینه ۱ صحیح است:

بر حسب  $\rho g$  چگالی وزنی آب داریم:

$$\left\{ \begin{array}{l} p_h = \rho gy + p_{atm} \Rightarrow p_h = \rho gy + \rho gh \\ \rho h = \rho_{Hg} h_{Hg} \Rightarrow h = \frac{\rho_{Hg}}{\rho} h_{Hg} \end{array} \right. \Rightarrow p_h = \rho gy + \rho g \frac{\rho_{Hg}}{\rho} h_{Hg} \Rightarrow p_h = \rho g [45/7 + (13/6)(0/762)] = 56/1 \rho g$$

برای حساب بر اساس قانون بویل با فرض اینکه دما ثابت باشد داریم:

$$pV = \text{const}$$

بنابراین داریم:

$$V = \frac{p_h}{p_{atm}} V_h \Rightarrow V = \frac{56/1\rho g}{10/4\rho g} \times 33 = 178 \text{ cm}^3$$

۴- گزینه ۲ صحیح می باشد:

از نیروهای خارجی که بر دو قسمت مایع وارد می شوند، فقط نیروهای وزن  $\rho g V$  و  $\sigma g V$  دارای گشتاورهایی نسبت به مرکز O هستند. نیروهایی که بوسیله محفظه وارد می شوند بطور خالص شعاعی هستند. پس در حالت تعادل داریم:

$$0 = \rho g V r \sin(45^\circ - \theta) - \sigma g V r \sin(45^\circ + \theta)$$

$$0 = \rho (\sin 45^\circ \cos \theta - \cos 45^\circ \sin \theta) - \sigma (\sin 45^\circ \cos \theta + \cos 45^\circ \sin \theta)$$

$$\Rightarrow 0 = \rho(1 - \tan \theta) - \sigma(1 + \tan \theta)$$

$$\Rightarrow \tan \theta = \frac{\rho - \sigma}{\rho + \sigma}$$

۵- گزینه ۱ صحیح می باشد:

اصل پاسکال بیان می کند که تغییر فشار در سراسر روغن بطور یکنواخت انتقال می یابد، بنابراین داریم:

$$\Delta p = \frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2}$$

که  $F_1, F_2$  بترتیب نیروهای وارد بر پیستون های کوچک و بزرگ و  $A_1, A_2$  مساحت های مربوطه هستند. بنابراین:

$$\frac{F_1}{\pi \left( \frac{2^2}{4} \right)} = \frac{1500(9/8)}{\pi \left( \frac{30^2}{4} \right)}$$

با حل این معادله بر حسب  $F_1$  داریم:

$$F_1 = \frac{(1500)(9/8)(2^2)}{30^2} = 65 \text{ N}$$

۶- گزینه ۲ صحیح می باشد:

این بلوک تحت اثر سه نیرو در حالت تعادل است:

(1) نیروی وزن:  $W = 71/2 \text{ N}$  (2) نیروی کشش T (3) نیروی شناوری B. در این حالت داریم:

$$B = W + T$$

برای بدست آوردن نیروی شناوری داریم:

$$B = \rho_L g V_B$$

که در این رابطه  $\rho_L$  چگالی آب جابجا شده و  $V_B$  حجم بلوک کاملاً شناور است.

از طرفی نیروی وزن برابر است با:

$$W = \rho_B g V_B$$

که در این رابطه  $\rho_B$  چگالی بلوک است. بنابراین داریم:

$$\frac{W}{B} = \frac{\rho_B}{\rho_L} = 0/75 \Rightarrow B = \frac{W}{0/75} = 94/9 \text{ N}$$

بنابراین نیروی کشش نخ برابر خواهد بود با:

$$T = B - W \Rightarrow T = 94/9 - 71/2 = 23/7 \text{ N}$$

۷- گزینه ۱ صحیح می باشد:

بنابر اصل ارشمیدس داریم:

$$\rho_1 V_1 g = \rho_2 V_2 g$$

$$\Rightarrow \rho_1 V g = \rho_2 \left( \frac{3V}{4} \right) g$$

$$\Rightarrow \rho_2 = \frac{4}{3} \rho_1$$

۸- گزینه ۴ صحیح می باشد:

اگر شعاع از  $r$  به  $\frac{r}{4}$  کاهش یابد، سطح مقطع از  $\pi r^2$  به  $\pi \frac{r^2}{16}$  کاهش می یابد. در این صورت از معادله پیوستگی داریم:

$$A_1 v_1 = A_2 v_2$$

$$\pi r^2 v_0 = \pi \frac{r^2}{16} v \Rightarrow v = 16v_0$$

۹- گزینه ۳ صحیح می باشد:

با استفاده از معادله برنولی داریم:

$$p + \frac{1}{2} \rho v^2 + \rho g y = \text{const}$$

$$\Rightarrow p_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho g y_1 = p_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \rho g y_2$$

با جاگذاری مقادیر داده شده در این مسئله داریم:

$$y_2 - y_1 = 1\text{m} \Rightarrow p_2 = 6/7\text{kPa}$$

۱۰- گزینه ۱ صحیح است:

با استفاده از روابط مربوط به قوانین نیوتون سرعت آب در هنگام ترک قوطی برابر است با:

$$v = \sqrt{2gy}$$

هر جزء جریان آب از مسیر ذره‌ای که بطور افقی با همان سرعت و ارتفاع پرتاب می‌شود، پیروی می‌کند. زمان سقوط  $t$  در معادله زیر صدق می‌کند:

$$h - y = \frac{1}{2}gt^2$$

بنابراین داریم:

$$t = \sqrt{\frac{2(h-y)}{g}}$$

مسافت افقی پیموده شده در ضمن سقوط برابر است با:

$$x = vt = \sqrt{2gy} \sqrt{\frac{2(h-y)}{g}} = 2\sqrt{y(h-y)}$$

۱۱- گزینه ۲ صحیح است:

فشار در عمق  $h$  از سطح آب برابر است با:

$$p = \rho gh$$

المان سطحی به طول  $a$  و عرض  $dh$  در نظر می‌گیریم:

$$p = \frac{F}{A} \Rightarrow F = pA \Rightarrow dF = padh$$

$$dF = \rho ghadh \Rightarrow \int dF = \int \rho ghadh \Rightarrow F_s = \frac{1}{2}\rho gah^2 \Rightarrow F_s = \frac{1}{2}\rho gA_s h$$

فشار وارد بر دیواره سد برابر است با:

$$p_s = \frac{F_s}{A_s} \Rightarrow p_s = \frac{1}{2}\rho gh$$

بنابراین فشار وارد بر دیواره سد در پای سد برابر است با:

$$p_s = \frac{1}{2}(1000)(9/8)(300) = 1/47 \times 10^6 \text{ Pa}$$



## فصل دوم: امواج و صوت

برای شروع لازم است به بررسی امواج بپردازیم. موج به سه نوع اصلی تقسیم می‌شود:

- 1- موج مکانیکی: این امواج برای آنها قوانین نیوتن حاکم است و تنها می‌توانند در محیط مادی منتشر شوند.
- 2- امواج الکترومغناطیسی: این امواج برای انتشار نیاز به محیط مادی ندارند.
- 3- امواج مادی: امواج متناظر با الکترون‌ها، پروتون‌ها و دیگر ذرات بنیادی و حتی خود اتم‌ها و مولکول‌ها هستند.

### نکته

هیچگاه منبع موج با موج منتشر نمی‌شود.

### نکته

تمام امواج الکترومغناطیسی در خلا با سرعت نور حرکت کنند.

## معادله موج

با اعمال قانون دوم نیوتن به حرکت یک عنصر می‌توانیم معادله‌ای کلی، موسوم به معادله‌ی موج را بدست آوریم که بر حرکت امواج مختلف حاکم است.

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$$

### نکته

در حالتی دیگر بر اساس انتشار و ارتعاش می‌توان امواج را به دو دسته‌ی طوری و عرضی تقسیم نمود به طوری که در امواج عرضی راستای ارتعاش بر جهت انتشار موج عمود است، طناب. در امواج طولی راستای ارتعاش با راستای انتشار موج موازی است.

### امواج سینوسی

شکل ریاضی یک موج سینوسی که در جهت مثبت محور  $x$  حرکت می‌کند، به صورت زیر است

$$y(x, t) = y_m \sin(kx - \omega t)$$

که در آن:

- 1-  $y_m$  اندازه جابجایی ماکزیمم را نشان می‌دهد و آن را دامنه موج می‌نامند.
- 2- طول موج  $\lambda$  یک موج فاصله بین دو تکرار متوالی موج (مانند دو قله متوالی) به موازات جهت حرکت موج است.



3- دوره تناوب  $T$ ، زمان لازم برای آنکه فاصله‌ای برابر یک طول موج، توسط موج طی شود را یک دوره یا پریود می‌نامند.

$$4- k = \frac{2p}{l} \text{ را عدد موج زاویه‌ای موج می‌نامیم، یکای SI این کمیت رادیان بر متر یا عکس متر است.}$$

تذکر

$$w = 2pf = \frac{2p}{T} \text{ فرکانس زاویه‌ای موج است. یکای SI این کمیت رادیان بر ثانیه یا عکس ثانیه است.}$$

### سرعت موج در حال انتشار

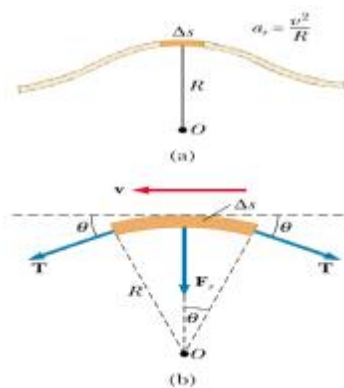
برای یافتن سرعت موج از فاز معادله موج نسبت به زمان مشتق می‌گیریم

$$\frac{d}{dt}(kx - wt + j) = 0 \Rightarrow k \frac{dx}{dt} - w = 0$$

$$\frac{dx}{dt} = v = \frac{w}{k} = \frac{l}{T} = lf$$

### سرعت موج روی ریسمان کشیده

سرعت موج به طول موج و فرکانس آن بستگی دارد، ولی این سرعت خاصیتی از محیط است. اگر موجی بخواهد در محیطی چون آب، هوا یا ریسمان کشیده حرکت کند، باید با عبور خود ذرات محیط را به نوسان وا دارد. برای اینکه چنین شود، محیط هم باید جرم داشته باشد و هم باید کشسان باشد. بنابراین جرم و خواص کشسانی محیط سرعت موج در محیط را تعیین می‌کند.



مطابق شکل زیر یک عنصر کوچک ریسمان به طول  $\Delta s$  در نظر بگیرید، عنصر انتخاب شده، کمانی از دایره‌ای به شعاع  $R$  است و از مرکز این دایره با زاویه  $2\theta$  دیده می‌شود. نیروی  $\vec{T}$  با اندازه‌ای برابر کشش ریسمان به صورت مماسی به دو طرف این عنصر وارد می‌شود. مولفه‌های افقی این دو نیرو همدیگر را خنثی می‌کنند، ولی مولفه‌های قائمشان با هم

جمع شده، نیروی شعاعی برگرداننده  $\mathbf{F}$  را ایجاد می‌کنند.

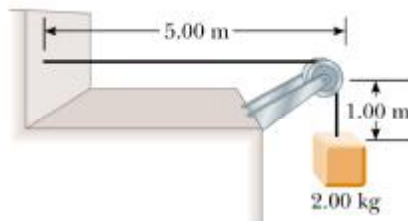
$$Dm = mDs$$

که در آن  $\mu$  چگالی خطی ریسمان است.

$$F = m \frac{v^2}{R} \Rightarrow T \frac{Ds}{R} = Dm \frac{v^2}{R} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{T}{m}}$$

مثال: ریسمان یکنواختی به طول  $6m$  و جرم  $0.3kg$  مطابق شکل از طریق قرقره به جرم  $2kg$  متصل است

سرعت موج را روی ریسمان پیدا کنید؟



$$T = mg = 2 \times 9.8 = 19.6 N$$

$$m = \frac{m}{L} = \frac{0.3}{6} = 0.05 \frac{kg}{m}$$

$$v = \sqrt{\frac{T}{m}} = \sqrt{\frac{19.6}{0.05}} = 19.8 \frac{m}{s}$$

سرعت، شتاب و ارتعاش ذره در اثر عبور موج

$$y = y_m \sin(kx - \omega t + j)$$

$$v_y = \left. \frac{dy}{dt} \right|_{x=cte} = -\omega y_m \cos(kx - \omega t + j)$$

$$a_y = \left. \frac{d^2y}{dt^2} \right|_{x=cte} = \left. \frac{dv_y}{dt} \right|_{x=cte} = -\omega^2 y_m \sin(kx - \omega t + j)$$

ماکزیمم مقادیر سرعت و شتاب عبارتند از

$$v_{y \max} = -\omega y_m, \quad a_{y \max} = -\omega^2 y_m$$

## انرژی امواج رونده

انرژی جنبشی  $dK$  متناظر با عنصری از ریسمان به جرم  $dm$  عبارتست از

$$dK = \frac{1}{2} dm v_y^2, \quad v_y = -\omega y_m \cos(kx - \omega t)$$

$$dm = \mu dx$$

$$dK = \frac{1}{2} \mu dx (\omega y_m)^2 \cos^2(kx - \omega t)$$

$$K = \int_0^l dK = \int_0^l \frac{1}{2} \mu (\omega y_m)^2 \cos^2(kx - \omega t) dx = \frac{1}{2} \mu (\omega y_m)^2 \left[ \frac{1}{2} x - \frac{1}{4k} \cos 2(kx - \omega t) \right]_0^l$$

$$K = \frac{1}{2} \mu \omega^2 y_m^2 \left( \frac{1}{2} l \right) = \frac{1}{4} \mu \omega^2 y_m^2 l$$

برای انرژی پتانسیل داریم :

$$dU = \frac{1}{2} \omega^2 y^2 dm = \frac{1}{2} \omega^2 y_m^2 \mu \sin^2(kx - \omega t) dx$$

$$U = \int_0^l dU = \int_0^l \frac{1}{2} \mu (\omega y_m)^2 \sin^2(kx - \omega t) dx = \frac{1}{2} \mu (\omega y_m)^2 \left[ \frac{1}{2} x - \frac{1}{4k} \cos 2(kx - \omega t) \right]_0^l$$

$$U = K = \frac{1}{4} \mu \omega^2 y_m^2 l$$

$$E = U + K = \frac{1}{2} \mu \omega^2 y_m^2 l$$

نکته

انرژی جنبشی و پتانسیل برابر هستند، بنابراین توان متوسط عبارتست از

$$P_{avg} = 2 \left( \frac{dK}{dt} \right)_{avg} = \frac{1}{2} \mu \omega^2 y_m^2 v$$

### بر هم نهی امواج

همانند دو موج زیر اگر دو یا تعدادی بیشتری موج همزمان از یک ناحیه بگذرند با هم تداخل می کنند و می توان نوشت:

$$y_1 = y_m \sin(kx - \omega t + j_1), \quad y_2 = y_m \sin(kx - \omega t + j_2)$$

$$y' = y_1 + y_2 = [2y_m \cos \frac{j_1 - j_2}{2}] \sin(kx - \omega t + \frac{j_1 + j_2}{2})$$

نکته

اگر دو موج سینوسی هم دامنه و با طول موج یکسان در یک جهت روی یک ریزمان حرکت کنند، تداخل آنها موج

برآیند سینوسی ایجاد می کند که در همان جهت حرکت می کند.

نکته

موج برآیند دارای فاز اولیه  $\frac{j_1+j_2}{2}$  و دامنه زیر است:

$$y' = 2y_m \cos \frac{j_1 - j_2}{2}$$

در حالت کلی می توان تداخل امواج را به صورت زیر تقسیم بندی نمود:

### 1- تداخل سازنده

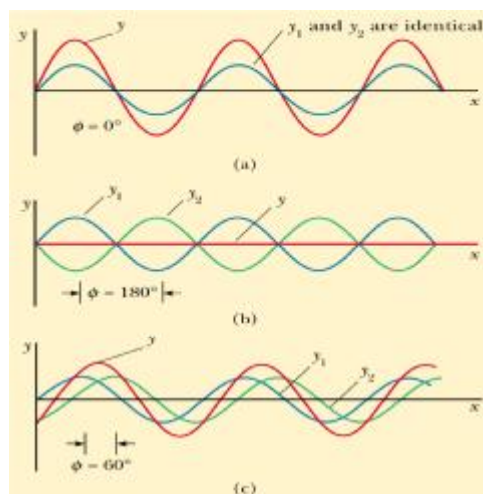
تداخلی که بزرگترین دامنه را ایجاد می کند، تداخل سازنده نامیده می شود.

$$Dj = j_1 - j_2 = 2np \Rightarrow y' = 2y_m$$

### 2- تداخل ویرانگر

امواج تداخل کننده کاملاً ناهمفازند و دامنه موج برآیند صفر می شود.

$$Dj = j_1 - j_2 = (2n+1)p \Rightarrow y' = 0$$



### امواج ایستا

اگر دو موج سینوسی با دامنه و طول موج یکسان در خلاف جهت هم بر روی یک ریسمان حرکت کنند، آنگاه دارای یک موج ایستا خواهیم بود یعنی:

$$\begin{cases} y_1 = y_m \sin(kx - wt) \\ y_2 = y_m \sin(kx + wt) \end{cases} \Rightarrow y = y_1 + y_2 = [2y_m \sin kx] \cos wt$$

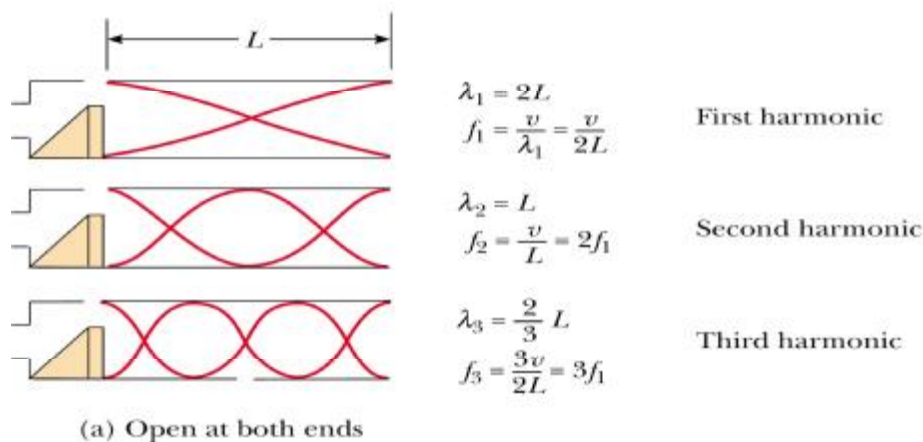
## لوله‌های صوتی باز و بسته

وقتی یک موج عرضی در طنابی که انتهای آن ثابت است، این موج از انتهای ثابت بازتابیده می‌شود و از برهم‌نهی موج-های فرودی و بازتابی موج ایستاده تشکیل می‌شود، در این بخش چگونگی ایجاد موج‌های ایستاده را در لوله‌ها مورد بررسی قرار می‌دهیم، چنین لوله‌ای را لوله صوتی می‌نامیم.

### دو انتهای لوله باز

در این مورد می‌توان نوشت که به دلیل باز بودن دو انتهای لوله، فرکانس‌های تشدید با طول موج متناسب خواهد بود و در دو انتهای لوله دارای شکم یا تداخل سازنده خواهیم بود:

$$l = \frac{2L}{n} \quad n=1,2,3,\dots, \quad f = \frac{v}{l} = \frac{nv}{4L} \quad n=1,2,3,\dots$$



یک انتهای لوله باز و یک انتهای لوله بسته باشد

در این صورت می‌توان ارتباط میان هارمونیک‌ها را با طول لوله و نیز با طول موج به صورت زیر نوشت:

$$l = \frac{2L}{n} \quad n=1,3,5,\dots, \quad f = \frac{v}{l} = \frac{nv}{4L} \quad n=1,3,5,\dots$$

همانگونه که می‌دانیم در نقطه‌ی بسته‌ی لوله دارای تداخل ویرانگر خواهیم بود.

### زنش (ضربان)

هرگاه دو موج با فرکانس‌هایی که اختلاف بسیار کمی دارند، با هم تداخل کنند، دامنه موج برآیند با زمان تغییر می‌کند.

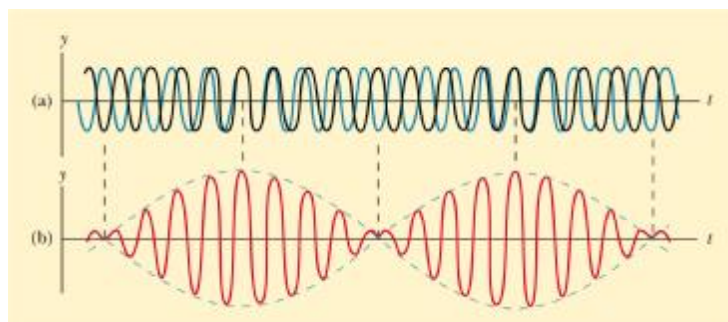
در این صورت افزایش و کاهش شدت با فرکانس  $|w_2 - w_1|$  تکرار می‌شود و زنش نام دارد پس خواهیم داشت:

$$y_1 = A_1 \cos w_1 t, \quad y_2 = A_1 \cos w_2 t$$

$$y = y_1 + y_2 = 2A \cos\left[\frac{w_1 - w_2}{2} t\right] \cos \frac{w_1 + w_2}{2} t$$

$$w' = \frac{w_1 - w_2}{2}, \quad w = \frac{w_1 + w_2}{2}$$

$$y(t) = 2A \cos w' t \cos wt$$



نکته

فرکانس زنش عبارتست از

$$f = f_1 - f_2$$

نکته

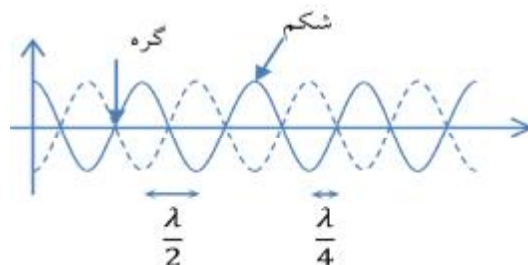
ویژگی امواج ایستا محل‌های ثابتی با جابجایی صفر، موسوم به گره و محل‌های ثابتی با جابجایی ماکزیمم موسوم به شکم است.

$$2y_m \sin kx = 0 \Rightarrow kx = np \Rightarrow x = \frac{nl}{2}, \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

$$2y_m \sin kx = 2y_m \Rightarrow kx = \frac{(2n+1)p}{2} \Rightarrow x = \frac{(2n+1)l}{4}, \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

نکته

فاصله بین دو گره یا دو شکم متوالی  $\frac{l}{2}$  است و فاصله بین گره و شکم متوالی  $\frac{l}{4}$  است.



نکته

در حالت کلی ریسمانی به طول  $L$  یک موج ایستا ایجاد می‌کند، اگر طول موج آن در شرط زیر صدق کند

$$L = \frac{2L}{n} \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

نکته

فرکانس‌های تشدید در تولید این امواج متناظر با طول موج فوق است:

$$f = \frac{v}{L} = \frac{nv}{2L} \quad \text{یا} \quad f = \frac{v}{L} = \frac{n}{2L} \sqrt{\frac{T}{m}} \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

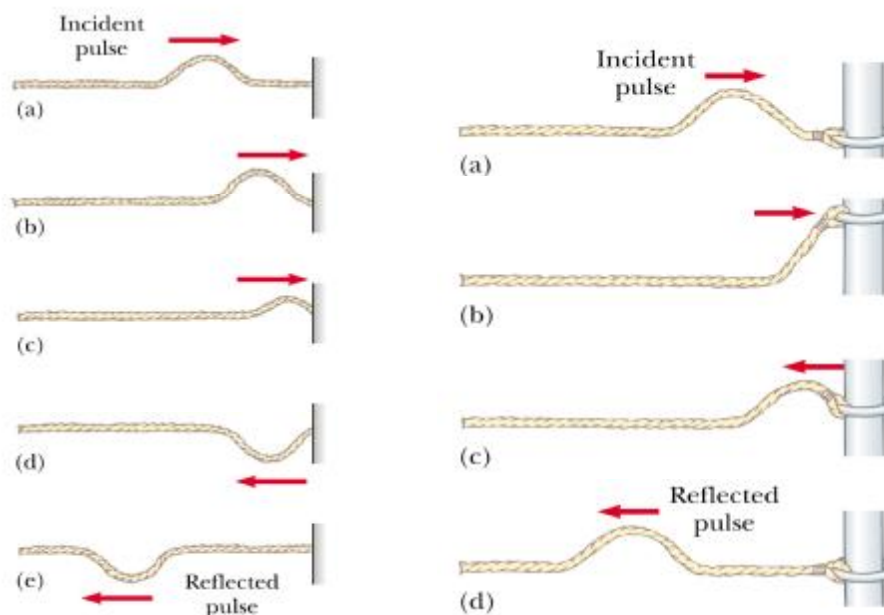
نکته

پایین‌ترین مرتبه ی فرکانس ( $f_1 = \frac{v}{2L}$ ) را همساز اول نامیده می‌گویند.

### بازتاب امواج با توجه به مانع سخت و نرم

با توجه به اشکال زیر اگر یک موج از محیطی سخت بازتاب پیدا کند به اندازه  $p$  اختلاف فاز پیدا می‌کند، اگر موج به

محیط نرم برخورد کند، موج انعکاسی نسبت به موج تابیده شده اختلافی فازی نخواهد داشت یعنی می‌توان نوشت:



## صوت و ویژگی های آن

این امواج به صورت طولی و عرضی هستند و در محیط مادی منتشر می شوند. یکی از ویژگی های مربوط به صوت سرعت آن است که به ویژگی های فیزیکی محیطی که در آن منتشر می شود وابسته است.

نکته

صوت در گازها، مایعات، جامدات منتشر می شود. هر چه ماده متراکم تر باشد سرعت انتشار صوت در آن بیشتر است.

نکته

ویژگی که تعیین کننده ی میزان تغییر حجم عنصر یک محیط هنگام تغییر فشار وارد بر آن است تحت نام مدول کپهای  $B$  می باشد، که یکای  $B$  پاسکال است.:

$$B = \frac{-DP}{\frac{DV}{V}}$$

نکته

علامت  $DP$  و  $DV$  همیشه خلاف یکدیگرند بنابراین  $B$  همیشه کمیتی مثبت است.

نکته

سرعت صوت با مدول کپهای  $B$  و  $r$  (چگالی محیط) بصورت زیر می باشد:

$$v = \sqrt{\frac{B}{r}}$$

## شدت صوت

شدت صوت  $I$  یک موج صوتی، آهنگ متوسط انتقال انرژی بر واحد سطحی است که از آن صفحه می گذرد یعنی:

$$I = \frac{P}{A}$$

که در آن  $P$  آهنگ زمانی انتقال انرژی (یا توان) موج صوتی و  $A$  مساحت صفحه ای است که صوت به آن می خورد.

بسادگی می توان نشان داد که  $I$  با دامنه جابجایی ماکزیمم رابطه زیر را دارد

$$I = \frac{1}{2} r v \omega^2 S_m^2$$



## نکته

شدت یا آهنگ انتقال انرژی بر واحد سطح هرگاه منبع تولید صوت نقطه ای باشد (با توجه به این که دارای سطوح کروی هستیم) خواهیم داشت:

$$I = \frac{P}{4\pi r^2}$$

## تراز شدت صوت

تراز شدت صوت عبارتست از لگاریتم نسبت شدت آن صوت به شدت صوت مبنا، تراز شدت صوت را با  $b$  نشان می‌دهند و یکای آن بل ( $B$ ) و دسی بل می باشد (هر بل برابر ده دسی بل است).

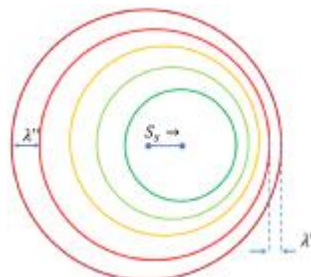
$I_0$  شدت صوت مبناست که برابر با آستانه شنوایی گوش سالم در بسامد  $1000Hz$  می باشد و دارای مقدار  $10^{-12} \frac{W}{m^2}$  است.

## اثر دوپلر و تغییر فرکانس

اثر دوپلر عبارتست از تغییر فرکانس، در اثر حرکت ناظر و چشمه، در این صورت فرکانس آشکار شده  $f_0$  و فرکانس منبع  $f_s$  بصورت زیر با هم رابطه دارند:

$$f_0 = f_s \frac{v - v_o}{v - v_s}$$

در این رابطه  $v$ ، سرعت صوت به طرف ناظر را مثبت فرض کرده‌ایم. علامت  $v_o$  و  $v_s$  در مقایسه با  $v$  مشخص می‌شود. اگر  $v_o$  یا  $v_s$  با  $v$  هم جهت باشند، مثبت و در غیر این صورت منفی خواهند بود.



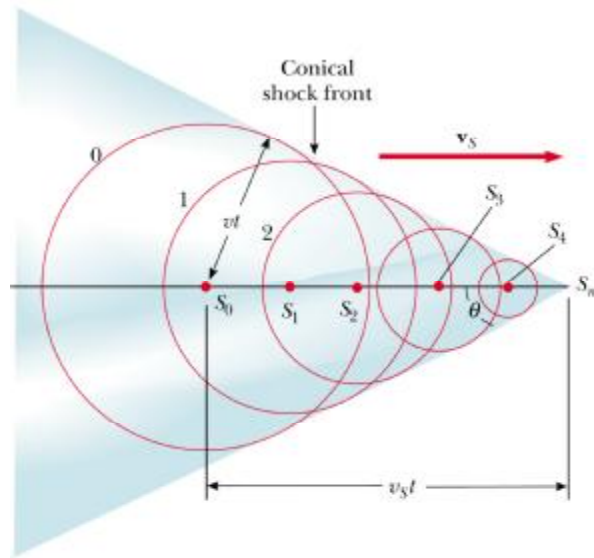
## امواج ضربه‌ای و ارتباط آن دوپلر

اگر سرعت یک منبع نسبت به محیط از سرعت صوت در آن محیط بیشتر باشد، آنگاه معادله دوپلر برقرار نیست چرا که در این حالت جبهه‌های موج در واقع سه بعدی هستند و شکل واقعی پوش مخروطی نام دارد. زاویه راس مخروط  $q$ ،

زاویه ماخ نامیده می شود و خواهیم داشت:

$$\sin q = \frac{v}{v_s}$$

نسبت  $\frac{v}{v_s}$  را عدد ماخ می نامند.



### پرسش‌های چهار گزینه‌ای امواج و انتشار آنها

۱- ذره‌ای در راستای محور  $x$  بر طبق رابطه  $X = a \cos(wt + a)$  حول مبدأ مختصات در نوسان است. وقتی ذره از مبدأ دور می‌شود، تدریجاً:

- 1) سرعت و شتاب آن هر دو افزایش یافته و نیروی وارد بر آن کاهش می‌یابد.
- 2) سرعت و نیروی وارد بر آن افزایش یافته و شتاب آن کاهش می‌یابد.
- 3) سرعت آن کاهش یافته و شتاب و نیروی وارد بر آن افزایش می‌یابد.
- 4) شتاب و نیروی وارد بر آن کاهش یافته و سرعت آن افزایش می‌یابد.

۲- دو سیم با ضخامت یکسان هر یک بین دو نقطه ثابت بسته شده‌اند. چگالی سیم اول سه برابر چگالی سیم دوم و کشش در سیم دوم سه برابر کشش در سیم اول است. نسبت سرعت انتشار امواج عرضی در سیم دوم به سیم اول مساوی است با:

- 1) 9
- 2) 3
- 3)  $\sqrt{3}$
- 4) 1

۳- در یک ریسمان افقی درازی توسط میله‌ای که سر ریسمان را در یک محدوده  $0/5$  سانتی‌متری بالا و پایین می‌برد، یک موج سینوسی عرضی ایجاد می‌کنیم. حرکت پیوسته است و به طور منظم در هر ثانیه  $120$  بار تکرار می‌شود، اگر چگالی خطی ریسمان  $0/25$  کیلوگرم بر متر و کشش سطحی آن  $90$  نیوتن باشد، سرعت حرکت این موج چقدر است؟

- 1)  $38ms^{-1}$
- 2)  $10ms^{-1}$
- 3)  $28ms^{-1}$
- 4)  $19ms^{-1}$

۴- یک تار کشیده تحت تأثیر نیروی کششی  $160$  نیوتنی قرار دارد. طول تار  $50$  سانتی‌متر و جرم آن  $0/5$  گرم است. اگر این تار به ارتعاش درآید، فرکانس موج اصلی (هارمونیک اصلی) آن چند هرتز است؟

- 1) 350
- 2) 400
- 3) 650
- 4) 700

۵- معادله ارتعاشی منبع  $M$  به صورت  $Y = a \sin wt$  است. اگر طول موجی که از این منبع منتشر می‌شود برابر

$2$  متر باشد معادله ارتعاشی نقطه  $A$  به فاصله  $50$  سانتی‌متر از منبع برابر است با:

- 1)  $Y = a \sin\left(wt + \frac{p}{4}\right)$
- 2)  $Y = a \sin wt$
- 3)  $Y = a \sin\left(wt + \frac{p}{2}\right)$
- 4)  $Y = a \sin\left(wt - \frac{p}{4}\right)$

۶- دو لوله صوتی یکی باز و دیگری بسته به طول یکسان را در نظر می‌گیریم. اگر لوله صوتی باز در هارمونیک اول و لوله صوتی بسته در هارمونیک سوم به صدا در آید نسبت فرکانس لوله صوتی بسته به فرکانس لوله صوتی باز برابر است با:

$$\frac{3}{2} \quad (1) \quad \frac{1}{3} \quad (2) \quad 1 \quad (3) \quad \frac{1}{3} \quad (4)$$

۷- دو منبع صوتی  $A$  و  $B$  اصواتی را با معادله  $y_A = A \cos w_1 t$  و  $y_B = B \cos w_2 t$  ایجاد می‌نمایند اگر فرکانس‌های  $w_1$  و  $w_2$  به هم نزدیک باشند، دامنه صوت حاصل از برهم‌نهی دو صوت بین مقادیر زیر تغییر می‌کند:

$$\frac{\sqrt{A^2 - B^2}}{2}, \frac{\sqrt{A^2 + B^2}}{2} \quad (1) \quad \frac{A-B}{2}, \frac{A+B}{2} \quad (2)$$

$$\sqrt{A^2 - B^2}, \sqrt{A^2 + B^2} \quad (3) \quad A-B, A+B \quad (4)$$

۸- فرکانس اصلی دو سیم مشابه پیانو که تحت کشش یکسان قرار دارد ۶۰۰ هرتز است. نیروی کشش یکی از سیم‌ها را به چه نسبتی باید افزایش داد تا هنگامی که هر دو سیم به طور هم‌زمان ارتعاش می‌کنند ۶ زنب در ثانیه به وجود آید؟

$$0.01 \quad (1) \quad 0.02 \quad (2) \quad 0.03 \quad (3) \quad 0.04 \quad (4)$$

۹- فرکانس یک موج صوتی ۳۰۰ هرتز و شدت آن  $\frac{16}{m^2} w$  است. دامنه ارتعاشات هوا در موقع عبور این موج

$$V = 330 \frac{m}{s} \quad r_0 = 1.22 \frac{kg}{m^3} \quad \text{چقدر است؟}$$

$$3/74 \times 10^{-8} m \quad (1) \quad 1/4 \times 10^{-4} m \quad (2)$$

$$7/07 \times 10^{-4} m \quad (3) \quad 2/25 \times 10^{-8} m \quad (4)$$

۱۰- یک دسته موج استوانه‌ای از یک چشمه خطی ساطع شده است. دامنه این موج با فاصله آن ( $R$ ) از

چشمه چه نسبتی دارد؟

$$R^2 \quad (4) \quad R \quad (3) \quad \frac{1}{R^2} \quad (2) \quad R \frac{1}{2} \quad (1)$$

۱۱- طول موج یک منبع صوتی در حال سکون برابر  $l$  می‌باشد. اگر شنونده‌ای با سرعت معادل نصف سرعت

صوت در محیط از منبع دور شود، طول موج صوتی که دریافت می‌کند برابر است با:

$$\frac{3}{l} \quad (4) \quad \frac{3l}{2} \quad (3) \quad \frac{l}{2} \quad (2) \quad 2l \quad (1)$$

۱۲- یک هواپیمای جت در ارتفاع  $5000$  متری با سرعت  $1/5$  برابر صوت (سرعت صوت برابر  $331$  متر بر ثانیه)

از بالای سر شخصی پرواز می‌کند. چند ثانیه پس از عبور هواپیما از بالای سر این شخص موج ضربه به زمین

می‌رسد؟

$$10 \quad (4) \quad 11 \quad (3) \quad 22 \quad (2) \quad 33 \quad (1)$$

۱۳- شنونده‌ای با نصف سرعت صوت به یک چشمه صوتی ساکن نزدیک می‌شود. نسبت بسامد صوتی که

شنونده دریافت می‌کند به بسامد چشمه کدام است؟

$$2 \quad (4) \quad \frac{3}{2} \quad (3) \quad \frac{2}{3} \quad (2) \quad \frac{1}{2} \quad (1)$$

۱۴- توان یک چشمه صوتی برابر یک میکرو وات است. اگر این چشمه نقطه‌ای باشد تراز شدت صوت در

فاصله  $3$  متری بر حسب دسی‌بل چقدر است؟ ( $I = 10^{-12} \frac{W}{m^2}$ )

$$53 \quad (4) \quad 33/5 \quad (3) \quad 51 \quad (2) \quad 39/5 \quad (1)$$

پاسخ پرسش‌های چهار گزینه‌ای امواج و انتشار آنها

1- گزینه 3 صحیح است.

2- گزینه 2 صحیح است.

$$\begin{cases} m_1 = 3m_2 \\ T_1 = \frac{1}{3}T_2 \end{cases} \quad \frac{V_2}{V_1} = \frac{\sqrt{\frac{T_2}{m_2}}}{\sqrt{\frac{T_1}{m_1}}} = \frac{\sqrt{\frac{3T_1}{\frac{1}{3}m_1}}}{\sqrt{\frac{T_1}{m_1}}} = 3$$

3- گزینه 4 صحیح است.

$$2y_m = 0.5\text{cm} \Rightarrow y_m = 0.25\text{cm}$$

$$f = 120\text{s}^{-1}$$

$$m = 0.25 \frac{\text{kg}}{\text{m}}$$

$$T = 90\text{N}$$

$$V = \sqrt{\frac{T}{m}} = \sqrt{\frac{90}{0.25}} = 19 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

4- گزینه 2 صحیح است.

$$T = 160\text{N} , L = 50\text{cm} , m = 0.5\text{gr} , f_1 = ?$$

$$f_n = \frac{n}{2L} \sqrt{\frac{T}{m}} \Rightarrow f_1 = \frac{1}{2 \times 50 \times 10^{-2}} \sqrt{\frac{160}{\frac{0.5 \times 10^{-3}}{50 \times 10^{-2}}}} \Rightarrow f_1 = \sqrt{16 \times 10^4} = 400\text{Hz}$$

5- گزینه 3 صحیح است.

$$l = 2m \quad kx = \frac{2p}{l}x = \frac{2p}{2}(50 \times 10^{-2}) = \frac{p}{2}$$

$$y = a\text{Sin}(kx + \omega t) = a\text{Sin}\left(\omega t + \frac{p}{2}\right)$$

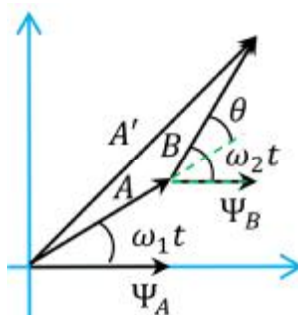
6- گزینه 1 صحیح است.

برای فرکانس‌های تشدید در لوله صوتی باز و بسته طبق متن درس خواهیم داشت:

$$f_n = \frac{nV}{2l} \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (\text{در لوله با دو سر باز})$$

$$f'_n = \frac{nV}{4l} \quad n=1,3,5,\dots \text{ (لوله با یک سر باز)}$$

$$f_1 = \frac{V}{2L}, \quad f'_3 = \frac{3V}{4L} \Rightarrow \frac{f'_3}{f} = \frac{\frac{3V}{4L}}{\frac{V}{2L}} = \frac{3}{2}$$



7- گزینه 4 صحیح است.

$$\begin{cases} \psi_A = A \cos \omega_1 t \\ \psi_B = B \cos \omega_2 t \end{cases}$$

$$\psi_A + \psi_B = A' \cos \omega' t$$

$$A' = \sqrt{A^2 + B^2 + 2AB \cos \theta} = \sqrt{A^2 + B^2 + 2AB \cos(\omega_2 - \omega_1)t}$$

با توجه به رابطه ی بدست آمده در فوق می توان نوشت:

1- ماکزیمم مقدار A زمانی است که  $\cos(\omega_2 - \omega_1)t$  یک باشد یعنی:

$$(\omega_2 - \omega_1)t = 2np \Rightarrow A' = A + B$$

2- مینیمم مقدار A زمانی است که  $\cos(\omega_2 - \omega_1)t$  منفی باشد یعنی:

$$(\omega_2 - \omega_1)t = (2n+1)p \Rightarrow A' = A - B$$

8- گزینه 2 صحیح است.

$$n = f_2 - f_1 \Rightarrow 6 = f_2 - f_1 \Rightarrow f_2 = 606 \text{ Hz}, \quad \frac{\Delta T}{T} = ?$$

$$f_1 = \frac{1}{2L} \sqrt{\frac{T}{\mu}}, \quad f_2 = \frac{1}{2L} \sqrt{\frac{T_2}{\mu}} \Rightarrow \frac{f_2}{f_1} = \sqrt{\frac{T_2}{T_1}} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{f_2}{f_1}\right)^2$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{606}{600}\right)^2 = 1.02 \Rightarrow T_2 = 1.02T_1, \quad \frac{\Delta T}{T} \times 100 = \frac{(1.02-1)T}{T} \times 100 = 2\%$$

9- گزینه 2 صحیح است.

$$F = 300\text{Hz} \quad , \quad I = 16 \frac{\text{W}}{\text{m}^2} \quad , \quad S_m = ? \quad , \quad \rho = 1.22 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \quad , \quad V = 330 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$I = \frac{1}{2} r V \omega^2 s_m^2 = \frac{1}{2} r V (2\pi f)^2 s_m^2 \Rightarrow s_m = \sqrt{\frac{I}{2\pi^2 f^2 r V}}$$

$$s_m = \sqrt{\frac{16}{2 \times (3.14)^2 \times (300)^2 \times 1.22 \times 330}} = 1.4 \times 10^{-4} \text{m}$$

10- گزینه 1 صحیح است.

$$\begin{cases} I = \frac{P}{A} = \frac{P}{2\pi RL} \\ I = \frac{1}{2} r V \omega^2 s_m^2 \end{cases} \Rightarrow \frac{P}{2\pi RL} = \frac{1}{2} r V \omega^2 s_m^2 \Rightarrow s_m = R^{-\frac{1}{2}}$$

11- گزینه 1 صحیح است.

$$\lambda_s = \lambda \quad , \quad V_s = 0 \quad , \quad V_0 = \frac{V}{2}$$

با توجه به پدیده دوپلر می توان داشت:

$$f_0 = f_s \frac{V - V_0}{V - V_s}$$

$$f_0 = f_s \frac{V - \frac{V}{2}}{V} \Rightarrow f_0 = \frac{f_s}{2}$$

$$I_0 = \frac{V}{f_0} \quad , \quad I_s = \frac{V}{f_s}$$

$$I_0 f_0 = I_s f_s \Rightarrow I_0 = 2I$$

12- گزینه 3 صحیح است.

$$\text{Sin } q = \frac{Vt}{V_s t} = \frac{V}{V_s} = \frac{V}{1.5V} = \frac{1}{1.5} \Rightarrow q = 42^\circ$$

$$\tan q = \frac{AB}{OA} \Rightarrow OA = \frac{AB}{\tan q} = 5555 \text{m}$$

$$t = \frac{OA}{V_s} = \frac{5555}{1.5 \times 331} = 11.18 \text{s}$$

13- گزینه 3 صحیح است.

ناظر با سرعت  $\frac{V}{2}$  در خلاف جهت سرعت صوت حرکت می کند



$$V_o = \frac{V}{2}, \quad v_s = 0$$

$$f_o = f_s \frac{V - V_o}{V - v_s} = f_s \frac{V + \frac{V}{2}}{V} \Rightarrow f_o = \frac{3}{2} f_s$$

14- گزینه 1 صحیح است.

$$P = 1 \text{ mW}, \quad r = 3 \text{ m}$$

$$I = \frac{P}{4\pi r^2} = \frac{1}{4\pi(9)} = \frac{1}{36\pi} \frac{\text{mW}}{\text{m}^2}$$

$$b = 10 \log \frac{I}{I_0} = 10 \log \frac{\frac{10^{-6}}{36\pi}}{10^{-12}} = 10 \log \frac{10^6}{36\pi} = 39.5 \text{ dB}$$

## نمونه سوالات تستی (تألیفی)

۱- شخصی بر فراز صخره‌ای ایستاده است و موج‌های اقیانوس را نگاه می‌کند. متوجه می‌شود که در هر 3s قله یک موج به صخره برخورد می‌کند. او از مقایسه فاصله بین دو قله مجاور با طول قایق ۸ متری تخمین می‌زند طول موج ۱۰ متر است. سرعت امواج سطح آب چقدر است؟

- 30m/s (1)      33m/s (2)      3/33m/s (3)      3m/s (4)

۲- ریسمانی دو مولفه x,y دارد و جابجایی آن از معادلات روبرو پیروی می‌کند:

$$x = 2/4 \sin \left[ 2\pi \left( \frac{z}{8} + \frac{t}{2} \right) \right]$$

$$y = 3/6 \sin \left[ 2\pi \left( \frac{z}{8} + \frac{t}{2} \right) \right]$$

دامنه و سرعت انتشار این موج برابر کدام گزینه می‌باشد؟

- v = 0/04m/s (1)      v = 4m/s (2)      v = 2m/s (3)      v = 14m/s (4)
- A = 0/0432m      A = 432m      A = 4/32m      A = 16m

۳- ریسمانی با بسامد 600Hz ارتعاش می‌کند. در امتداد آن چهار گره از جمله دو گره در دو طرف ثابتش تشکیل می‌شود. اگر طول ریسمان برابر ۱۲۰ سانتیمتر باشد، سرعت انتشار موج در ریسمان چقدر است؟

- 48m/s (1)      12m/s (2)      320m/s (3)      480m/s (4)

۴- وسط ریسمانی را می‌کشیم که بین دو نقطه به فاصله 60cm محکم شده است. قبل از رها شدن، ریسمان به شکل دو ساق یک مثلث متساوی‌الساقین در می‌آید. اگر سرعت انتشار موج در این ریسمان برابر 15m/s باشد، بسامد پایه برابر کدام گزینه می‌باشد؟

- 12/5Hz (1)      1/25Hz (2)      125Hz (3)      12Hz (4)

۵- ریسمانی بین دو تکیه‌گاه با فاصله 0/8m از هم، قرار دارد. اگر کشش ریسمان 60N باشد، چگالی خطی آن چقدر باشد تا کمترین بسامد تشدید برابر 400Hz باشد؟

- 1/46 × 10<sup>-4</sup> kg/m (1)      1/46kg/m (2)      46 × 10<sup>-4</sup> kg/m (3)      60 × 10<sup>-4</sup> kg/m (4)

۶- دو سیم فولادی یکسان بین دو نقطه به فاصله  $1/5$  متر کشیده شده‌اند. اگر کششی یکسان به دو سیم اعمال شود بسامد پایه ارتعاش دو سیم  $400\text{Hz}$  است. اگر کشش یکی از سیم‌ها را  $2\%$  زیاد کنیم بسامد ضربانی که از ارتعاش هم‌زمان دو سیم بوجود می‌آید برابر کدام گزینه می‌باشد؟

- 1Hz (1)      10Hz (2)      4Hz (3)      15Hz (4)

۷- سیمی با چگالی خطی  $0/01\text{kg/m}$  را تحت چنان کششی قرار می‌دهیم که سرعت انتشار موج  $40\text{m/s}$  باشد. دو طرف سیم به طول  $2/5$  متر ثابت است. اگر یک موج ایستاده با دامنه  $6\text{cm}$  روی سیم ایجاد کنیم بطوری که فقط دو گره در دو طرف ثابت آن وجود داشته باشد. چقدر انرژی در این سیستم ذخیره می‌شود؟

- $5/68 \times 10^{-2}\text{J}$  (1)       $3/48 \times 10^{-2}\text{J}$  (2)       $2/59 \times 10^{-2}\text{J}$  (3)       $568 \times 10^{-2}\text{J}$  (4)

۸- شدت‌های دو صوت برابر  $10^{-3}\text{W/m}^2$  است. اختلاف ترازهای دو صوت بر حسب دسی‌بل برابر کدام گزینه می‌باشد؟

- 4dB (1)      40dB (2)      400dB (3)      0/4dB (4)

۹- بسامد دو صوت باهم برابر است ولی تراز شدت آنها  $30\text{dB}$  باهم اختلاف دارند. نسبت دامنه فشار این دو صوت برابر کدام گزینه می‌باشد؟

- 3/6 (1)      31/6 (2)      2/33 (3)      6/32 (4)

۱۰- طول لوله ارگ دو طرف باز،  $0/6\text{m}$  است. در دمای متعارف، بسامد اولین تون فرعی این لوله چقدر است؟ سرعت صوت  $340\text{m/s}$  فرض شود.

- 283/3Hz (1)      141/7Hz (2)      566/7Hz (3)      741/2Hz (4)

۱۱- سوت قطاری، صوتی با بسامد  $600\text{Hz}$  گسیل می‌کند. شخصی در نزدیکی محل تقاطع ایستاده است و بسامد سوت را در  $645\text{Hz}$  می‌شنود. سرعت قطار چقدر است؟ سرعت صوت  $340\text{m/s}$  فرض شود.

- 23/8m/s (1)      33/5m/s (2)      13/2m/s (3)      8m/s (4)

۱۲- شخصی تقریباً در وسط فاصله بین اتومبیل و دیوار بازتابان ایستاده است. اتومبیل در حالتی بوق می‌زند

که به شخص و دیوار نزدیک می‌شود. شخص، صوتی با بسامد 840Hz می‌شنود که شدت آن با بسامد 10Hz

نوسان می‌کند. بسامد بوق ماشین و سرعت آن برابر است با:

$$\begin{aligned} v &= 540\text{Hz} \\ v_s &= 41\text{m/s} \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} v &= 12\text{Hz} \\ v_s &= 5\text{m/s} \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} v &= 50\text{Hz} \\ v_s &= 2\text{m/s} \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} v &= 830\text{Hz} \\ v_s &= 4/1\text{m/s} \end{aligned} \quad (1)$$

## پاسخنامه سوالات تستی

۱- گزینه ۳ صحیح است:

فاصله زمانی بین دو قله موج برابر یک طول موج است یعنی:  $T = 3s$ 

با استفاده از تعریف سرعت انتشار موج می توان نوشت:

$$v = \frac{\lambda}{T} \Rightarrow v = \frac{10}{3} = 3.33 \text{ m/s}$$

۲- گزینه ۱ صحیح است:

معادله موج برابر است با:

$$y = A \sin(kx + \omega t)$$

با مقایسه معادلات داده شده با این معادله داریم:

$$\begin{cases} x = 2/4 \sin \left[ 2\pi \left( \frac{z}{8} + \frac{t}{2} \right) \right] \\ y = 3/6 \sin \left[ 2\pi \left( \frac{z}{8} + \frac{t}{2} \right) \right] \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2/4 \sin \left( \frac{\pi}{4} z + \pi t \right) \\ y = 3/6 \sin \left( \frac{\pi}{4} z + \pi t \right) \end{cases}$$

دامنه این موج برابر است با:

$$A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2} \Rightarrow A = \sqrt{(2/4 \times 10^{-2})^2 + (3/6 \times 10^{-2})^2} \Rightarrow A = 0.0432 \text{ m}$$

برای بدست آوردن سرعت انتشار موج داریم:

$$v = \lambda \nu$$

بنابراین برای بدست آوردن سرعت باید  $\lambda, \nu$  را بدست آوریم:

$$k = \frac{\pi}{4 \text{ cm}} \Rightarrow k = \frac{\pi}{4} \times \frac{1}{10^{-2}} = 25\pi \frac{1}{\text{m}}$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \Rightarrow 25\pi = \frac{2\pi}{\lambda} \Rightarrow \lambda = 0.08 \text{ m}$$

برای سرعت زاویه‌ای داریم:

$$\omega = \pi \frac{\text{rad}}{\text{s}} \Rightarrow 2\pi v = \pi \Rightarrow v = 0.5 \text{ Hz}$$

بنابراین در نهایت سرعت برابر است با:

$$v = \lambda v = 0.08 \times 0.5 = 0.04 \text{ m/s}$$

۳- گزینه ۴ صحیح است:

دو سر ریسمان ثابت است و در طول آن 4 گره وجود دارد بنابراین  $n = 3$  است.

$$v_n = n \frac{v}{2L} \Rightarrow v_3 = \frac{3v}{2L} \Rightarrow 600 = \frac{3v}{2/4} \Rightarrow v = 480 \text{ m/s}$$

۴- گزینه ۱ صحیح می باشد:

برای حالت پایه می دانیم که:

$$\lambda_0 = 2L \Rightarrow \lambda_0 = 1/2 \text{ m}$$

بنابراین بسامد پایه برابر است با:

$$v_0 = \frac{v}{2L} \Rightarrow v_0 = 12/5 \text{ Hz}$$

۵- گزینه ۱ صحیح است:

برای امواج ایستاده تولید شده در ریسمان داریم:

$$v_n = n \frac{v}{2L} \Rightarrow v = \frac{2L}{n} v_n$$

از طرفی سرعت امواج برابر است با:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \Rightarrow \frac{2L}{n} v_n = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \Rightarrow v_n = \frac{n}{2L} \sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

برای کمترین بسامد تشدید  $n=1$  است:

$$v_n = \frac{n}{2L} \sqrt{\frac{F}{\mu}} \Rightarrow 400 = \frac{1}{2 \times 0.8} \sqrt{\frac{60}{\mu}} \Rightarrow \mu = 1/46 \times 10^{-4} \frac{\text{kg}}{\text{m}}$$

۶- گزینه ۳ صحیح می‌باشد:

دو سیم یکسان هستند بنابراین:  $\mu' = \mu$ . نیروی کشش به اندازه ۲٪ تغییر می‌کند، بنابراین:

$$F'_1 = F_1 + \frac{2}{100} F_1$$

برای فرکانس داریم:

$$v_n = n \frac{v}{2L} \Rightarrow v = \frac{2L}{n} v_n$$

بنابراین:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \Rightarrow \frac{2L}{n} v_n = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \Rightarrow v_n = \frac{n}{2L} \sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

برای بسامد پایه  $n = n' = 1$  داریم:

$$\frac{v_1}{v'_1} = \frac{\frac{n}{2L_1} \sqrt{\frac{F_1}{\mu}}}{\frac{n'}{2L'_1} \sqrt{\frac{F'_1}{\mu'}}} = \frac{nL'_1 \sqrt{F_1 \mu'}}{n'L_1 \sqrt{F'_1 \mu}} \Rightarrow \frac{400}{v'} = \frac{1(1/5) \sqrt{1}}{1(1/5) \sqrt{1/02}} \Rightarrow v'_1 = 404 \text{ Hz}$$

در نهایت داریم:

$$\Delta v = v'_1 - v_1 = 404 - 400 \Rightarrow \Delta v = 4 \text{ Hz}$$

۷- گزینه ۱ صحیح می‌باشد:

دو گره در دو سر ثابت وجود دارد بنابراین:

$$\frac{\lambda}{2} = 2/5 \Rightarrow \lambda = 5 \text{ m}$$

با استفاده از تعریف انتشار موج می‌توان نوشت:

$$v = \lambda \nu \Rightarrow \nu = 8 \text{ Hz}$$

طول کل قطعه برابر نصف طول موج است. انرژی ذخیره شده در این سیستم برابر است با:

$$E_p = \frac{1}{2} y_m^2 \mu \nu \omega^2 \Rightarrow E_p = 5/68 \times 10^{-2} \text{ J}$$

۸- گزینه ۲ صحیح است:

با استفاده از تعریف تراز شدت صوت می توان نوشت:

$$SL = \beta = 10 \log \frac{I}{I_0} \Rightarrow \begin{cases} \beta_1 = 10 \log \frac{I_1}{I_0} \\ \beta_2 = 10 \log \frac{I_2}{I_0} \end{cases}$$

بنابراین اختلاف ترازهای دو صوت برابر است با:

$$\Delta\beta = \beta_1 - \beta_2 \Rightarrow \Delta\beta = 10 \log \frac{10^{-3}}{I_0} - 10 \log \frac{10^{-7}}{I_0} \Rightarrow \Delta\beta = 10 \log \frac{10^{-3}}{10^{-7}} \Rightarrow \Delta\beta = 10 \log \frac{10^{-3}}{10^{-7}} = 40 \text{dB}$$

۹- گزینه ۲ صحیح است:

با استفاده از تعریف تراز شدت صوت و اختلاف تراز شدت دو صوت می توان نوشت:

$$\Delta\beta = \beta_1 - \beta_2 \Rightarrow 30 = 10 \log \frac{I_1}{I_0} - 10 \log \frac{I_2}{I_0} \Rightarrow \frac{I_1}{I_2} = 10^3$$

رابطه شدت موج بر حسب دامنه فشار برابر است با:

$$I = \frac{\bar{P}}{A} = \frac{(\Delta p_m)^2}{2\rho v}$$

بنابراین در این حالت داریم:

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{\frac{(p_1)^2}{2\rho v}}{\frac{(p_2)^2}{2\rho v}} \Rightarrow 10^3 = \frac{(p_1)^2}{(p_2)^2} \Rightarrow \frac{p_1}{p_2} = 31/6$$

۱۰- گزینه ۳ صحیح است:

برای اولین تون فرعی  $n=2$  است، بنابراین:

$$v_n = n \frac{v}{2L} \Rightarrow v_2 = \frac{2(340)}{2(0/6)} = 566/7 \text{Hz}$$



۱۱- گزینه ۱ صحیح است:

چون  $v' > v$  پس قطار در حال نزدیک شدن به ناظر است:

$$v' = v \frac{v + v_o}{v - v_s} \Rightarrow 645 = 600 \frac{340 + 0}{340 - v_s} \Rightarrow v_s = 23.8 \text{ m/s}$$

۱۲- گزینه ۱ صحیح است:

$$\Delta v = v' - v \Rightarrow 10 = 840 - v \Rightarrow v = 830 \text{ Hz}$$

ناظر و منبع به هم نزدیک می‌شوند:

$$v' = v \frac{v + v_o}{v - v_s} \Rightarrow 840 = 830 \frac{340 + 0}{340 - v_s} \Rightarrow v_s = 4.1 \text{ m/s}$$

## فصل سوم: دما - گرما

در ابتدا باید به مقدمات کار برای بررسی دما و گرما در طی تحولات هر سیستم در ترمودینامیک می پردازیم برای این منظور به موارد زیر توجه کنید:

### 1- سیستم و محیط

منظور از سیستم ترمودینامیکی قسمتی از فضا یا جسم است که آن را از سایر قسمت ها جدا می کنیم. اجسام خارج از سیستم را محیط می نامیم.

### 2- دما

درجه ی گرمی و یا سردی جسم را دما می نامند.

### 3- تعادل دمایی

اگر جسم های A و B با جسم سوم C در حال تعادل دمایی باشند، خود A و B نیز با هم در حال تعادل دمایی هستند. مفهوم فوق را تحت نام اصل صفرم ترمودینامیک می نامند و یا به عبارت دیگر کمیتی نرده ای به نام دما وجود دارد که خصوصیتی متعلق به سیستم های ترمودینامیکی بوده و برابری آن در دو سیستم شرط لازم و کافی برای تعادل گرمایی دو سیستم است.

### کمیت دماسنجی و اندازه گیری دما

برای اندازه گیری دما باید یک کمیت فیزیکی در نظر گرفت که در اثر تغییر دما تغییر کند، مثلاً مقاومت الکتریکی سیم در فشار و کشش ثابت، حجم جرم معینی از گاز در فشار ثابت؛ که به این کمیت کمیت دماسنجی گفته می شود. یعنی می توان با توجه به تغییر کمیت های دما سنجی و دما رابطه ی زیر را داشت:

$$T = \alpha x$$

از آنجا که با توجه به رابطه ی فوق باید میزان کمیت  $\alpha$  مشخص شود از نقطه ای تحت نام نقطه ی سه گانه استفاده می شود. به کمک نقطه سه گانه آب یعنی حالتی که در آن مخلوطی از یخ، مایع و بخار آب خالص در تعادل قرار دارند می توان نوشت:.

$$T = \frac{T_1}{x_1} x$$

و با توجه به اینکه دمای این نقطه 273/16 درجه است، می توان رابطه ی فوق را به صورت زیر نوشت:

$$T(x) = 273 / 16 \frac{x}{x_t}$$

### تذکر

برای اندازه گیری دما می توان از مقیاس کلوین، مقیاس سلسیوس و فارنهایت استفاده نمود که روابط بین این مقیاس ها به صورت زیر بیان می شود:

$$\begin{aligned} T_C &= T_K - 273 / 15 \\ T_F &= 32 + 1 / 8 T_C = 32 + 1 / 8 (T_K - 273 / 15) \\ \Delta T_C &= \Delta T_K \end{aligned}$$

### نکته

در مورد تغییرات دما با توجه به کمیت دما سنجی می توان به موارد زیر اشاره کرد:

1- برای گاز با فشار ثابت و حجم متغیر ( $x=V$ ) می توان تغییرات دما را به صورت زیر نوشت:

$$T(v) = 273 / 16 \frac{V}{V_t}$$

2- برای دماسنج مقاومتی، مقاومت در نقطه سه گانه  $R_t$  است پس می توان تغییرات دما را به صورت زیر نوشت:

$$R = 273 / 16 \frac{R}{R_t}$$

بعد از تعریف دما می توان اثرات تغییرات آن را روی مواد را به صورت زیر تعریف نمود:

### 1-انبساط طولی

هرگاه جسم جامد به شکل میله باشد انبساط آن بصورت تغییر طول مشاهده می گردد. در این حالت اگر طول میله در دما  $\theta_0$  برابر  $L_0$  و دمای  $\theta$  برابر  $L$  باشد ضریب انبساط طولی  $\alpha$  باشد. به این ترتیب می توان نوشت:

$$\frac{\Delta L}{L_0} = \lambda \Delta \theta \Rightarrow \Delta L = L_0 \alpha \Delta \theta$$

$$L = L_0 (1 + \alpha \Delta \theta)$$

## 2- انبساط سطحی

هرگاه جسم جامد به شکل یک سطحی باشد، انبساط آن بصورت تغییر سطح آشکار می‌شود. ضریب انبساط سطحی را با  $\beta$  نمایش می‌دهیم. به این ترتیب اگر مساحت ورقه‌ای در دمای  $\theta_0$  برابر  $A_0$  و در دمای  $\theta$  برابر  $A$  باشد، آنگاه:

$$\frac{\Delta A}{A_0} = \beta \Delta \theta \Rightarrow \Delta A = A_0 \beta \Delta \theta$$

پس:

$$A = A_0(1 + \beta \Delta \theta)$$

## 3- انبساط حجمی

با توجه به موارد فوق می‌توان گفت که در حالت کلی انبساط یک جامد به صورت تغییر حجم رخ می‌دهد. به طوری که با تعریف ضریب انبساط حجمی که با  $\gamma$  نشان داده می‌شود و نیز اینکه اگر حجم جسم جامدی در دمای  $\theta_0$  برابر  $V_0$  و در دمای  $\theta$  برابر  $V$  باشد آنگاه داریم:

$$\frac{\Delta V}{V_0} = \gamma \Delta \theta \Rightarrow \Delta V = V_0 \gamma \Delta \theta$$

$$V = V_0(1 + \gamma \Delta \theta)$$

## نکته ضروری

با توجه به انبساط حجمی که در مورد جامدات به آن پرداخته شد می‌توان گفت در مورد مایعات انبساط به صورت تغییر حجم است. توجه شود که از آنجایی که مایعات در ظروف جامد نگهداری می‌شوند انبساط دیده شده در آنها نتیجه انبساط همزمان مایع و ظرف در برگیرنده‌ی آن است.

اکنون می‌توان ذکر کرد که برای مایعات دو نوع ضریب انبساط حجمی تعریف می‌کنند. هرگاه حجم مایعی در دمای  $\theta_0$  برابر  $V_0$  باشد و هنگامی که دمای مایع به  $\theta$  می‌رسد، حجمش به اندازه  $\Delta V$  تغییر کند آنگاه ضریب انبساط حجمی مطلق مایع عبارت خواهد بود از:

$$\Omega = \frac{\Delta V}{V_0 \Delta \theta}$$

بنابر این اگر تغییر حجم ظاهری مایع  $\Delta V'$  باشد، ضریب انبساط ظاهری مایع معادل است با:

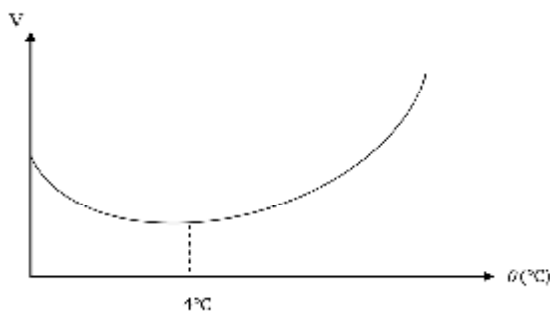
$$\Omega' = \frac{\Delta V'}{V_0 \Delta q}$$

پس اگر ضریب انبساطی ظرف را  $a$  بنامیم، آنگاه داریم:

$$\Omega' = \Omega - a$$

**نکته**

در مورد سیالاتی مانند آب دارای انبساط غیر عادی خواهیم بود. به طوری که اگر مقداری آب  $0^\circ\text{C}$  را حرارت دهیم، مطلب شکل ابتدا آب تا دمای  $4^\circ\text{C}$  منقبض شده و در  $4^\circ\text{C}$  کمترین حجم را دارد، سپس بعد از دمای  $4^\circ\text{C}$  انبساط آب تقریباً عادی می‌شود.



**نکته**

برای یک جسم جامد با توجه به تعریف چگالی می‌توان تغییرات دمایی آن را به صورت زیر داشت:

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{m}{V_0(1 + \gamma\Delta\theta)}$$

$$\rho = \frac{\rho_0}{1 + \gamma\Delta\theta}$$

### مفهوم فرایند در ترمودینامیک

هرگاه یک سیستم در طی مسیری دچار تحول شده و دستخوش تغییر می‌شود به مسیر تحول فرایند گفته می‌شود به

طوری که در ترمودینامیک می‌توان گروهی از فرایندها را به صورت زیر بیان نمود:

1- فرایند همدم (ایزوترم) که در طی آن دمای سیستم ثابت است.

2- فرایند بی‌دررو (آدیاباتیک) که در طی آن سیستم با محیط خارج تبادل گرما ندارد.

3- فرآیند هم فشار (ایزوبار) که در زیر آن فشار ثابت است.

4- فرآیند هم حجم (ایزوکور) که در طی آن حجم ثابت است.

معادله حالت در سیستم های ترمو دینامیکی

برای تحلیل یک سیستم ترمودینامیکی نیاز به پارامترهای ماکروسکوپیک مانند فشار، حجم، دما و جرم داریم که به ارتباط میان آنها معادله حالت دستگاه گفته می شود.

### گاز کامل (ایده آل) و ویژگی های وابسته به آن

در حالت ساده هرگاه از برهمکنش های ذرات گس و جرم آنها صرفه نظر شود دارای گاز ایده آل هستیم که دارای معادله ی حالت زیر است:

$$PV = nRT$$

که در آن  $R = 8/3 \text{ J/mol}$  ثابت عمومی گازها و  $n$  تعداد مول گاز می باشد.

### گازهای حقیقی

اگر فرض شود (1) که وقتی حجم گازی را تغییر کند، فضای بین مولکولی تغییر کند که طی آن در معادله حالت گازها تصحیحی در پارامتر  $V$  صورت می گیرد، یعنی اینکه بجای  $V$  باید  $V-b$  نوشت.

(2) از طرف دیگر فشاری که در داخل گازها وجود دارد، منحصراً فشار خارجی نیست بلکه به مقدار فشار که در معادله گازهای کامل نوشته شده باید فشار اضافی  $\beta$  را که فشار داخلی می نامند افزود شود.

با توجه به نکات بالا می توان معادله ی گاز را به صورت زیر باز نویسی نمود:

$$(P + \beta)(V - b) = nRT$$

نکته

فشار اضافی  $\beta$  ناشی از جاذبه متقابل مولکولها است و از طرف دیگر تابع فاصله بین مولکولی است که برای گازهای رقیق از  $\beta$  ,  $b$  می توان صرف نظر کرد..

### معادله گاز حقیقی واندر والس

گاز حقیقی را می توان با توجه به نظریه جنبشی گازها به صورت زیر نوشت که به آن معادله ی واندر والس گفته می شود  
یعنی:

$$\left(P + \frac{a}{V^2}\right)(V - b) = nRT$$

نکته

این معادله در ناحیه‌های مایع، بخار، نزدیک و بالای نقطه‌ی بحرانی صادق است.

نکته

کلیه گازها در دماهای بالا و فشارهای پایین رفتار گاز ایده‌آل را از خود نشان می‌دهند.

### مفهوم گرما و واحدهای آن

گرما صورتی از انرژی است که در طی اختلاف دما منتقل می‌شود و می‌تواند سبب تغییر انرژی درونی اجسام گردد.

واحد گرما در دستگاه SI، ژول و در دستگاه CGS، واحد کالری می‌باشد.

### ظرفیت گرمایی

هرگاه دارای تغییر فاز نباشیم وقتی جریان گرما به داخل سیستم وجود داشته باشد منجر به تغییر دمای سیستم می‌شود به طوری که ظرفیت پذیرش گرما به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\bar{C} = \frac{Q}{\Delta\theta} \left( \frac{j}{\text{kg} \cdot \text{K}} \right)$$

نکته

ظرفیت گرمایی واقعی هر سیستم در هر دمایی عبارتست از حد مقدار  $\bar{C}$  وقتی  $\Delta T$  به سمت صفر میل کند.

$$C = \lim_{\Delta T \rightarrow 0} \frac{Q}{\Delta T} = \frac{dQ}{dT} \left( \frac{j}{k} \right)$$

### ظرفیت گرمایی ویژه

ظرفیت گرمایی به ازای واحد جرم یا مول را ظرفیت گرمایی ویژه می‌نامند

$$c = \frac{C}{m} = \frac{1}{m} \frac{dQ}{d\theta} \left( \frac{j}{\text{kg} \cdot \text{K}} \right)$$

ظرفیت گرمایی در فشار ثابت و حجم ثابت

در حالت کلی می‌توان گفت:

1- ظرفیت در فرآیندی که در طی آن سیستم تحت فشار خارجی ثابتی قرار دارد، ظرفیت گرمایی در فشار ثابت می‌نامند

و با  $c_p$  نشان می‌دهند. مقدار  $c_p$  برای یک سیستم مفروض، هم به دما و هم به فشار بستگی دارد.

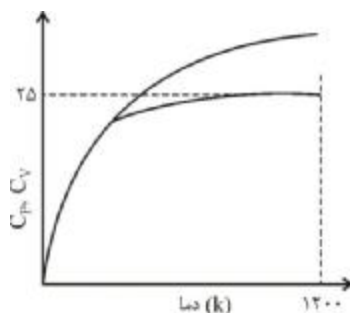
2- اگر در حین گرما دادن به سیستمی حجم ثابت بماند، ظرفیت گرمایی متناظر را ظرفیت گرمایی در حجم ثابت می‌نامند و آن را با  $C_V$  نمایش می‌دهند 0

#### نکته

در دماهای پایین این دو تقریباً برابرند، و در نزدیکی صفر مطلق هر دو سریعاً به صفر میل می‌کنند. این رفتار مشخصه اکثر جامدات است  $C_p$  و  $C_V$  از یک ماده به ماده دیگر به طور وسیعی تغییر می‌کند.

#### نکته

با توجه به شکل در دماهای بالا  $C_p$  به افزایش ادامه می‌دهد، در حالی که  $C_V$  تقریباً ثابت و برابر  $\frac{3}{2}k$  می‌ماند. و در حالتی جامع می‌توان گفت که در دماهای بالا مقدار  $C_V$  برای بسیاری از جامدات به سمت همین حد میل می‌کند و به آن مقدار دولون و پتی گفته می‌شود..



### بررسی دمای تعادل در تعادل گرمایی اجسام

با توجه به اصل صفرم ترمودینامیک اگر اجسام گرم و سرد در مجاورت یکدیگر قرار گیرند، پس از مدتی به تعادل گرمایی رسیده و همدمای می‌شوند به طوری که می‌توان با توجه به تغییر فاز و عدم تغییر فاز اجسام داشت:

1- اگر چند جسم در مجاورت هم بدون آنکه تغییر حالت بدهند به حال تعادل گرمایی برسند، برای دمای تعادل داریم:

$$\sum Q = 0 \Rightarrow Q_1 + Q_2 + \dots = 0$$

$$m_1 c_1 (\theta - \theta_1) + m_2 c_2 (\theta - \theta_2) + \dots + m_n c_n (\theta - \theta_n) = 0$$

$$\theta = \frac{m_1 c_1 \theta_1 + m_2 c_2 \theta_2 + \dots + m_n c_n \theta_n}{m_1 c_1 + m_2 c_2 + \dots + m_n c_n}$$

2- اگر در حین تبادل حرارت یک یا چند جسم تغییر فاز دهند، در این صورت انرژی گرمایی که صرف این کار می‌شود باید در نظر گرفته شود این گرما ها تحت نام گرمای نهان به صورت زیر بیان می‌شوند.



## گرمای نهان ذوب

مقدار گرمایی که واحد جرم جسم جامد در نقطه ذوب می‌گیرد تا بدون تغییر دما کاملاً ذوب شود یعنی:

$$Q = mL_f$$

نکته

هرگاه فرایند تغییر فاز به صورت معکوس باشد آنگاه عبارت فوق با علامت منفی تحت نام گرمای نهان انجماد خوانده می‌شود.

## گرمای نهان تبخیر

مقدار گرمایی که واحد جرم یک مایع در نقطه جوش می‌گیرد تا بدون تغییر دما کاملاً تبخیر شود یعنی:

$$Q = mL_v$$

نکته

تبخیر می‌تواند به صورت تبخیر سطحی، تبخیر در خلا و تبخیر در مجاورت مایعات دیگر تقسیم شود.

نکته

هرگاه فرایند تغییر فاز به صورت معکوس باشد آنگاه عبارت فوق با علامت منفی تحت نام گرمای نهان میعان خوانده می‌شود.

## روش‌های انتقال گرما

بعد از بررسی ویژگی‌های مربوط به گرما لازم است راههای شارش گرما را بیان نمود که در زیر به اختصار آمده است:

### 1- رسانش گرمایی

این روش شارش گرما در جامدات رخ می‌دهد که در آن مولکول‌هایی از جسم جامد که در مجاورت منبع گرم قرار دارند، گرم شده و در اثر برخورد به مولکول‌های مجاور انرژی گرمایی را به آنها منتقل می‌کنند.

نکته ضروری

با توجه به رسانش گرمایی می‌توان گفت که اگر یک بره به مساحت مقطع  $A$  و طول  $\Delta x$  و اختلاف دمای  $\Delta T$  موجود باشد برای شارش گرما داریم:

$$\frac{Q}{t} \propto A \frac{\Delta T}{\Delta x}$$

و در حالت کلی اگر  $K$  ثابت رسانش باشد، قانون بنیادی رسانش به صورت زیر خواهد بود:

$$\dot{Q} = \frac{dQ}{dt} = H = -kA \frac{dT}{dx}$$

چون با افزایش  $x$ ، دما کاهش می‌یابد  $T_2 < T_1$ ، بنابراین  $\frac{\Delta T}{\Delta x} < 0$  و چون  $H > 0$  می‌باشد، ضریب منفی قرار می‌دهیم.  $k$

ضریب رسانش است و واحد آن  $J/S.m.k$  است.

اکنون می‌توان نکته‌ی فوق را برای حالات خاص زیر در نظر گرفت:

1- هرگاه سطح مقطع ثابت باشد آنگاه می‌توان برای رسانش نوشت:

اگر جسمی به سطح مقطع ثابت  $A$  و طول  $L$  بین دو دمای ثابت  $T_1$  و  $T_2$  زیر قرار گیرد.

$$H = -kA(x) \frac{\Delta T}{\Delta x} = -kA \frac{T_2 - T_1}{L}, T_2 > T_1$$

2- هرگاه دارای سطح مقطع متغیر باشیم برای رسانش گرمایی داریم:

$$H = -kA(x) \frac{dT}{dx} \Rightarrow \int H \frac{dx}{A(x)} = - \int k dT$$

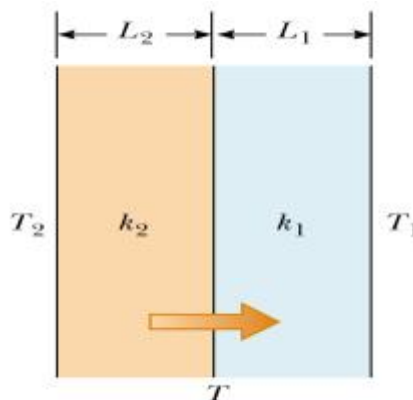
نکته

یکی از مفاهیم ضروری در رسانش گرمایی این است که بنا بر اصل بقای انرژی،  $H$  هنگام عبور از محیط‌های متوالی تغییر

نمی‌کند، یعنی با توجه به شکل زیر می‌توان دمای مربوط به مرز را به صورت زیر داشت:

$$T_2 > T_1 \quad H_1 = H_2 \Rightarrow -k_1 A \frac{T - T_1}{L_1} = -k_2 A \frac{T_2 - T}{L_2}$$

$$T = \frac{k_1 T_1 L_2 + k_2 T_2 L_1}{k_1 L_2 + k_2 L_1}$$



## 2- تابش گرمایی

هرگاه جسم با دمای معین از خود امواج الکترومغناطیسی گسیل کند با تابش گرمایی مواجه خواهیم بود به طوری که این امواج در اثر برخورد با اجسام می‌توانند آنها را گرم کنند.

نکته

با توجه به دیدگاه تابش گرمایی استفان بولتزمن نشان داد که تابش خروجی یک جسم سیاه در دمای  $T$  برابر است با:

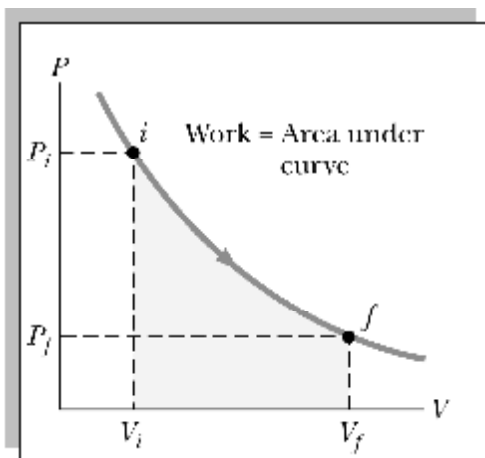
$$R_B(\theta) = \sigma T^4$$

$$\sigma = 5.67 \times 10^{-8} \frac{W}{m^2 k^4}$$

را ثابت استفان بولتزمن می‌نامند.

## مفهوم کار در فرایندهای ترمودینامیکی

در مکانیک کلاسیک کار  $dW$  عبارت بود از این که، اگر یک نیرو  $F$  نقطه اثر آن به اندازه  $dy$  تغییر مکان دهد منجر به صرف انرژی می‌شد در ترمودینامیک با توجه به این تعریف می‌توان نوشت:



$$dW = Fdy = PAdy = PdV$$

$$W = \int \mathbf{F} \cdot d\mathbf{s}$$

با توجه به نمودار فوق کار یعنی حجم سیستم (مثلاً گاز) از مقدار  $V_i$  به مقدار  $V_f$  برسد یعنی:

$$W = \int_{V_i}^{V_f} Fdx = \int_{V_i}^{V_f} PdV$$

نکته

مقدار کار انجام شده برابر است با مساحت زیر نمودار  $PV$  می‌باشد.

نکته

بر طبق قرارداد همواره در فرآیند انبساط کار مثبت و در فرآیند تراکم کار منفی است.

نکته

برای  $n$  مولکول از گاز کامل در دمای ثابت  $T$  که تحت انبساط قرار دارد کار انجام شده عبارت است از:

$$PV = nRT \rightarrow P = \frac{nRT}{V}$$

$$W = \int p dv = \int_{V_1}^{V_2} \frac{nRT}{V} dv$$

$$W = nRT \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = nRT \ln \frac{V_2}{V_1}$$

### قانون اول ترمودینامیک (اصل بقای انرژی)

بعد از بررسی اصل تعادل گرمایی (اصل صفرم ترمودینامیک) برای انرژی درونی  $U_b - U_a$ ، کار و گرما می توان نوشت:

$$U_b - U_a = Q - W$$

نکته

اگر جریان و گرما هر دو خیلی کوچک باشند، تغییر انرژی داخلی نیز خیلی کوچک است و رابطه بالا به صورت زیر در می آید:

$$du = dQ - dW$$

نکته

در مورد گاز کامل که  $U$  فقط تابعی از دماست.

نکته

$Q$  و  $W$  به مسیر بستگی دارند و تابع نقطه ای هستند اما  $\Delta u$  تنها به حالت اولیه و نهایی بستگی داشته و دیفرانسیل کامل است.

رابطه بین ظرفیت های گرمایی،  $C_p$  و  $C_v$  در گاز کامل

همانطور که بیان شد یک گاز حقیقی، تنها هنگامی که فشار آن به سمت صفر میل می کند، می تواند رفتاری شبیه به

گاز ایدال داشته باشد و معادله حالت به صورت ساده  $PV=nRT$  در می آید.

با بکارگیری قانون اول ترمودینامیک و تعریف ظرفیت گرمایی در حجم ثابت داریم:

$$dQ = dU + PdV, \quad C_V = \left( \frac{\partial U}{\partial V} \right)_V$$

می توان مشتق جزئی و مشتق کامل از معادله ی گاز کامل و رابطه ی فوق داشت:

$$dQ = C_V dT + PdV$$

$$PdV + VdP = nRdT$$

و در اثر جاگذاری در فرایند فشار ثابت داریم:

$$dQ = C_V dT + nRdT - VdP = (C_V + nR)dT - VdP$$

$$\left( \frac{dQ}{dT} \right)_P = C_V + nR \rightarrow \boxed{C_P = C_V + nR}$$

**نکته**

با توجه به رابطه ی بدست آمده در بالا می توان گفت که ظرفیت گرمایی در فشار ثابت یک گاز کامل بزرگتر از ظرفیت گرما در حجم ثابت است.

### بررسی فرآیند ایستاوار بی دررو و قانون اول ترمودینامیک

فرایند ایستاوار در هر لحظه به حالت تعادل نزدیک است اکنون برای فرایند ایستاوار بی دررو ( $dQ=0$ ) می توان با توجه به قانون اول ترمو دینامیک به صورت دیفرانسیلی نوشت:

$$\begin{cases} dQ = C_V dT + PdV \\ dQ = C_P dT - VdP \end{cases}$$

$$VdP = CPdT, \quad PdV = -C_V dT$$

اینک با تقسیم این دو رابطه و جایگذاری اتمیسیته یعنی  $\gamma = \frac{C_P}{C_V}$  خواهیم داشت:

$$\frac{dP}{P} = -\gamma \frac{dV}{V}$$

از آنجایی که ضریب اتمیسیته برای گازهای تک اتمی ثابت است، در صورتی که برای گازهای دو اتمی و چند اتمی ممکن است با دما تغییر کند، چنانچه تغییرات بزرگی در دما نباشد، می توان از تغییرات صرفه نظر نمود و ارتباط بین

فشار و حجم را به صورت زیر داشت:

$$TP^{(1-\gamma)/\gamma} = \text{cte}$$

$$TV^{\gamma-1} = \text{cte}$$

$$\text{Ln}p = -\gamma \text{Ln}V + \text{Ln const} \Rightarrow \boxed{PV^\gamma = \text{cte}}$$

**نکته**

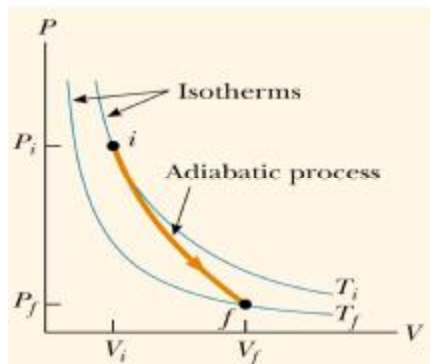
شیب هر نمودار بی دررو را می توان به صورت زیر نوشت:

$$\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_Q = -\frac{\gamma P}{V}$$

و در فرآیند هم دما نیز شیب نمودار عبارت است از:

$$\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T = -\frac{P}{V}$$

و با توجه به شکل زیر و مطلب فوق شیب نمودار بی دررو از هم دما بیشتر خواهد بود.



### بررسی فرآیند هم حجم (ایزوکور) و قانون اول ترمودینامیک

همانطور که بیان شد در این فرآیند حجم همواره ثابت می باشد و در نتیجه فشار گاز کامل متناسب با دمای آن تغییر می کند. کار انجام شده روی دستگاه برابر صفر و تغییر انرژی درونی طبق قانون اول ترمودینامیک فقط برابر گرمای مبادله شده می باشد یعنی:

$$V = \text{const} \Rightarrow W = 0 \Rightarrow \Delta U = Q \text{ و } Q = nC_V(T_2 - T_1)$$

**نکته**

$C_V$  برای گاز تک اتمی، دو اتمی، چند اتمی عبارتست از  $\frac{3}{2}R$ ،  $\frac{5}{2}R$  و  $\frac{7}{2}R$  است.

### بررسی فرآیند هم فشار (ایزوبار)

از آنجا که فشار وارد بر گاز از طرف محیط همواره ثابت می‌باشد، در نتیجه حجم گاز متناسب با دمای آن تغییر می‌کند پس خواهیم داشت:

$$W_p = -P(V_2 - V_1) \quad \text{و} \quad Q_p = nC_p(T_2 - T_1)$$

### نکته

$C_p$  برای گاز تک اتمی، دو اتمی، چند اتمی عبارتست از  $\frac{5}{2}R$ ،  $\frac{7}{2}R$  و  $\frac{9}{2}R$  است.

### بررسی فرآیند هم دما (ایزو ترمال)

از آنجا که در این فرآیند دما همواره ثابت است، در نتیجه فشار گاز متناسب با عکس حجم گاز تغییر می‌کند پس می‌توان در مورد کار، گرما و انرژی درونی داشت:

$$T = \text{ثابت} \begin{cases} PV = \text{ثابت} \Rightarrow P \propto \frac{1}{V} \\ \Delta T = 0 \Rightarrow \Delta U = 0 \Rightarrow Q = W \end{cases}$$

### نکات ضروری

1- انرژی درونی مقدار معینی گاز فقط تابع تغییرات دمای آن می‌باشد و برای گازهای تک اتمی، دو اتمی و چند اتمی عبارت است از:

$$U = \frac{3}{2}nRT \quad \text{گاز تک اتمی}$$

$$U = \frac{5}{2}nRT \quad \text{گاز دو اتمی}$$

$$U = \frac{7}{2}nRT \quad \text{گاز چند اتمی}$$

2- با استفاده از مساحت چرخه می‌توان کار انجام شده روی دستگاه را در یک چرخه محاسبه نمود:

$$W = -S \quad (\text{کار محیط روی دستگاه})$$

$$W = +S \quad (\text{کار محیط روی دستگاه})$$

3- برای یک سیستم بسته (منزوی) که یک چرخه را طی می‌کند حالت اولیه و نهایی یکسان هستند. بنابراین در مورد انرژی درونی می‌توان گفت که تغییرات انرژی درونی صفر است.

به مثال های زیر توجه کنید:

مثال ۱: دما سنج الکتریکی دما را بر حسب کلونین بر حسب مقاومت  $R = 90\Omega$  نمایش می دهد، دمای محیطی

که مقاومت آن  $R' = 180\Omega$  است چقدر خواهد بود؟

$$546 / 32 \quad (2) \qquad 546 \quad (1)$$

$$546 / 35 \quad (4) \qquad 546 / 32 \quad (3)$$

حل - گزینه «3» صحیح است.

با توجه به رابطه ی مربوط به دما، سنجی می توان نوشت:

$$T = 273 / 16 \frac{x}{x_r} = 273 / 16 \left( \frac{R}{R_r} \right)$$

$$T = 273 / 16 \left( \frac{180\Omega}{90\Omega} \right) = 546 / 32$$

مثال ۲: دماسنجی نقطه ذوب یخ در فشار یک اتمسفر را با عدد 10- و نقطه جوش آب را با عدد 30 نشان

می دهد. اگر دمای محیطی  $1^\circ\text{C}$  تغییر کند، این دماسنج چه تغییر دمایی را اندازه گیری خواهد کرد؟

$$0/8 \quad (4) \qquad 0/6 \quad (3) \qquad 0/4 \quad (2) \qquad 0/2 \quad (1)$$

حل - گزینه (2) صحیح است.

اگر  $x$  را تغییر دما در مقیاس مورد نظر باشد،

$$\frac{100-0}{1} = \frac{30-(-10)}{x} \Rightarrow x = 0/4$$

مثال ۳: در چه دمایی بر حسب درجه سانتی گراد عددی که دماسنج فارنهایت نشان می دهد، پنج برابر

عددی است که دماسنج سانتی گراد نشان می دهد؟

$$-10 \quad (4) \qquad 40 \quad (3) \qquad 10 \quad (2) \qquad 20 \quad (1)$$

حل - گزینه (2) صحیح است.

$$\theta_F = 5\theta_C \Rightarrow 1/8\theta_C + 32 = 5\theta_C \Rightarrow \theta_C = 10^\circ\text{C}$$



مثال ۴: یک حباب هوا به حجم  $20\text{cm}^3$  در ته یک دریاچه به عمق 40m قرار دارد و دما در آنجا  $4^\circ\text{C}$  است. حباب به سطح آب می‌رسد که در آنجا دما  $20^\circ\text{C}$  است. دمای هوای حباب با دمای آبی که آن را احاطه کرده است یکسان است. درست وقتی که حباب به سطح می‌رسد حجم آن چقدر است؟  
حل - از قانون گازهای کامل داریم:

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2}$$

که در آن شاخص پایین 1 مربوط به ته دریاچه و شاخص پایین 2 مربوط به سطح آب دریاچه است. با فرض اینکه فشار هوا در حباب به اندازه‌ی فشار آبی باشد که آن را در بر گرفته است:

$$P_1 = P_0 + \rho gh$$

که در آن  $r$  چگالی آب و  $h$  عمق دریاچه است. بدیهی است که  $P_2 = P_0$ :

$$V_2 = \frac{T_2}{T_1} \frac{P_0 + \rho gh}{P_0} V_1$$

$$= \left( \frac{293\text{K}}{277\text{K}} \right) \times \left( \frac{1/013 \times 10^5 \text{ Pa} + (0/998 \times 10^3 \text{ kg/m}^3)(9/8 \text{ m/s}^2)(40\text{m})}{3 \times 10^5 \text{ Pa}} \right) \times (20\text{cm}^3)$$

$$= 103\text{cm}^3$$

مثال ۵: از درون یک عایق استوانه‌ای به شعاع  $R$  که یک لوله‌ی بخار استوانه‌ای به شعاع  $3R$  را در بر می‌گیرد گرما به صورت شعاعی به بیرون با آهنگ  $3SI$  شارش می‌یابد. هرگاه دمای سطح داخلی معادل  $4T_0$  و سطح خارجی معادل  $T_0$  باشد در چه فاصله‌ی از مرکز استوانه دما بین این دو دما خواهد بود؟ (طول استوانه و ثابت رسانش را واحد (SI) در نظر بگیرید)

$$r = R e^{-(\pi)} \quad (1)$$

$$r = \frac{R}{2} e^{(\pi)} \quad (2)$$

$$r = R e^{(\pi)} \quad (3)$$

$$r = \frac{R}{2} e^{-(\pi)} \quad (4)$$

حل - گزینه‌ی (3) صحیح است.

با توجه به رسانش گرمایی در در متن درس آمده است می‌توان نوشت:

$$Q = H = -AK \frac{dT}{dr}$$

$$\int_{\frac{3}{4}T_0}^{\frac{3}{2}T_0} dT = -\frac{Q}{2\pi kL} \int_R^r \frac{dr}{r} \rightarrow r = Re^{(\pi)}$$

مثال ۶: ظرفی به ضریب انبساط خطی  $9 \times 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$  را دمای  $20^\circ\text{C}$  از یک لیتر مایعی به ضریب انبساط مطلق

$187 \times 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$  در همان دما پر می‌کنیم. اگر دمای ظرف و مایع را به  $80^\circ\text{C}$  برسانیم چند سی‌سی مایع از

ظرف بیرون می‌ریزد؟

8(4

9/6(3

9/4(2

12(1

حل - هنگامی که دمای مایع از  $20^\circ\text{C}$  به  $80^\circ\text{C}$  افزایش می‌یابد، هم مایع و هم ظرف منبسط می‌شوند. برای محاسبه

حجم مایعی که بیرون می‌ریزد باید تغییر حجم ظاهری مایع را محاسبه کنیم. برای این منظور داریم:

$$\lambda' = \lambda - K = 187 \times 10^{-6} = 160 \times 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$$

$$\Delta V' = V_0 \alpha' \Delta \theta = 1000^\circ\text{C} \times 160 \times 10^{-6} \times 60 = 9/6 \text{ cc}$$

مثال ۷: ۱۰ گرم یخ  $0^\circ\text{C}$  را داخل گرم ۱۰۰ آب  $4^\circ\text{C}$  می‌اندازیم. پس از حصول تعادل چند گرم یخ در آب است؟

گرما نهان ذوب یخ را  $80 \frac{\text{cal}}{\text{gr}}$  و مبادله گرما را فقط بین آب و یخ فرض کنید؟

8(4

5(3

2(2

1(صفر

حل - جرم یخ ذوب شده را  $m$  می‌نامیم، گرمای لازم برای ذوب  $m$  گرم یخ  $0^\circ\text{C}$  برابر است با:

$$Q_1 = mL_f = 80m$$

چون فرض شده است که پس از برقراری تعادل هنوز مقداری یخ وجود دارد، دمای تعادل باید  $0^\circ\text{C}$  باشد. در اینصورت

گرمایی که آب از دست می‌دهد تا به دمای  $0^\circ\text{C}$  برسد برابر است با

$$Q_2 = mc\Delta\theta = 100 \times 1 \times (4 - 0) = 400 \text{ j}$$

$$Q_1 = Q_2 \Rightarrow 80m = 400 \Rightarrow m = 5 \text{ gr}$$

جرم یخ باقیمانده برابر می‌شود با

$$m' = 10 - 5 = 5 \text{ gr}$$

مثال ۸: برای اندازه‌گیری دمای نقطه‌ی جوش آب از دماسنج‌های گازی با حجم ثابت و گازهای مختلف

استفاده می‌شود کدام مورد صحیح است؟

- 1) در تمامی شرایط دماسنج‌ها دمای یکسان را نمایش می‌دهند.
- 2) در تمامی شرایط دماسنج‌ها، دمای مختلف را نمایش می‌دهند.
- 3) در شرایطی که گاز کاملاً رقیق باشد دماسنج‌ها دمای یکسان را نمایش می‌دهند.
- 4) در شرایطی که فشار گاز در نقطه‌ی 3 گانه آب برای دماسنج‌های مختلف یکسان داشته دمای یکسان نشان می‌دهد.

حل - گزینه «3» صحیح است.

در حالت کلی در فشارهای بالا، چگالی گاز کمتر می‌شود، که شرایط گاز ایده‌آل می‌باشد و اگر از این گاز در محیط دماسنج مورد استفاده قرار گیرد، در تمامی شرایط دما سنج‌ها اعداد یکسانی را نمایش خواهند داد.

مثال ۹: در یک دماسنج نقطه‌ی ذوب یخ را ۳۰ و جوش آب را در فشار ۱ atm، ۵۰ نمایش می‌دهد این دما

سنج دمای جسمی را که 25<sup>0c</sup> است را چه مقدار نمایش می‌دهد؟

حل - به عهده ی دانشجو

مثال ۱۰: علت استفاده از ترموکوپل در اندازه‌گیری دما کدام است؟

- 1) میزان دقت آن
- 2) سرعت اندازه‌گیری آن
- 3) سادگی آن
- 4) حساسیت آن

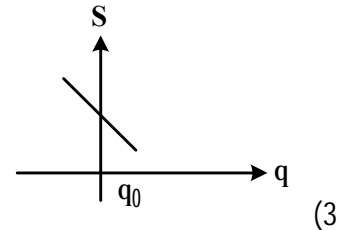
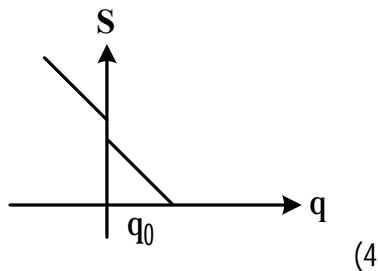
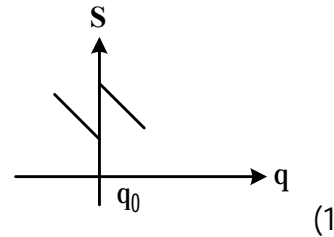
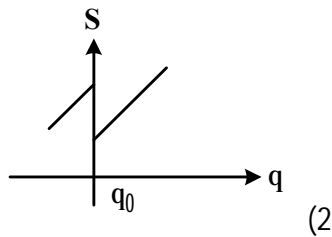
حل - گزینه «2» صحیح است.

به علت انتقال حرارتی سریع که در آن به سرعت موجب تغییر دما می‌شود از آن استفاده می‌کنند

پرسش‌های چهار گزینه‌ای دما و گرما

1- یک جسم جامد دارای نقطه‌ی ذوب  $\theta_0$  است که با افزایش فشار کاهش می‌یابد. کدام نمودار تغییرات

چگالی جسم جامد با دما در نزدیکی نقطه‌ی ذوب  $\theta_0$  را نمایش می‌دهد؟



2- ۳۰ گرم از مایع A با ظرفیت گرمایی ویژه  $\frac{1}{5} \frac{j}{gr^{\circ}c}$  و دمای  $25^{\circ}c$ ، ۴۰ گرم از مایع B با ظرفیت گرمایی ویژه

$\frac{1}{4} \frac{j}{gr^{\circ}c}$  و دمای اولیه  $40^{\circ}c$  و ۵۰ گرم از مایع C با ظرفیت گرمایی ویژه  $\frac{0}{4} \frac{j}{gr^{\circ}c}$  و دمای اولیه  $70^{\circ}c$  را با یکدیگر

مخلوط می‌کنیم دمای تعادل چقدر است؟

$37/14^{\circ}c$  (4)

$46/72^{\circ}c$  (3)

$52/54^{\circ}c$  (2)

$45/07^{\circ}c$  (1)

3- ظرف عایقی محتوی ۱۶ گرم آب صفر درجه است. بر اثر تبخیر سطحی مقداری از آب بخار و بقیه تبدیل

به یخ صفر درجه می‌شود. اگر دمای تبخیر آب ۲۰۰ ژول بر گرم و گرمای ذوب یخ ۳۰۰۰ ژول بر گرم باشد،

جرم یخ تولید شده بر حسب گرم چقدر است؟

8 (4)

10 (3)

2 (2)

14 (1)

۴- هرگاه ظرفیت گرمایی جسمی از جسم دیگر بیشتر باشد مفهوم آن چیست؟

(1) در این جسم انرژی گرمایی بیشتری می توان ذخیره کرد.

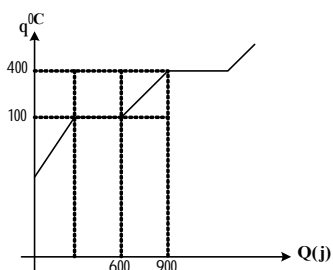
(2) این جسم حساسیت بیشتری نسبت به انرژی گرمایی دارد.

(3) نقطه ذوب این جسم بالا است.

(4) دمای این جسم معمولاً پائین تر از دمای اجسام مجاور خود است.

۵- با توجه به نمودار زیر که برای یک جسم به جرم ۱۰ gr رسم شده است، این نمودار مربوط به گرمای داده

شده به جسم است، ظرفیت گرمایی آن جسم چقدر است؟



$600 \frac{j}{kgk}$  (4)

$300 \frac{j}{kgk}$  (3)

$200 \frac{j}{kgk}$  (2)

$100 \frac{j}{kgk}$  (1)

۶- در داخل ظرف استوانه‌ای شکلی را تا ارتفاع  $h$  از مایعی به ضریب انبساط مطلق  $\lambda$  ریخته‌ایم و انبساط

ظرف ناچیز است. اگر دمای مایع را از  $c^\circ$  به  $\theta$  برسانیم تغییر نسبی ارتفاع مایع کدام است؟

$\frac{3}{2} \lambda \theta$  (4)

$\frac{2}{3} \lambda \theta$  (3)

$\lambda \theta$  (2)

$\frac{1}{3} \lambda \theta$  (1)

۷- یک میله فلزی به طول و ضریب انبساط خطی را به میله دیگری در همان دما به طول و ضریب انبساط

خطی در یک امتداد می‌چسبانیم. ضریب انبساط طولی میله حاصل کدام است؟

$\frac{\alpha_1 L_1}{L_2}$  (4)

$\frac{\alpha_1 L_1 - \alpha_2 L_2}{L_1 + L_2}$  (3)

$\frac{\alpha_1 L_1 + \alpha_2 L_2}{L_1 + L_2}$  (2)

$\frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2}$  (1)

۸- معادله واندروالس برای یک گاز از رابطه  $P = \frac{RT}{V-b} - \frac{a}{V^2}$  بدست می آید. در این معادله:

(1) b یک ضریب تصحیح برای فشار ناشی از نیروهای جاذبه بین ملکولی است.

(2) b معرف حجم یک ملکول و  $\frac{a}{V^2}$  نشانگر فشار ناشی از یک مولکول است.

(3) b یک ضریب تصحیح برای حجم اشغال شده توسط مولکول هاست.

(4)  $\frac{a}{V^2}$  معرف حجم یک مولکول و b فشار ناشی از یک مولکول را بیان می دارد.

۹- برطبق مدل دبی برای تعیین ظرفیت گرمایی جامدات در کجاها قانون دولانگ پتی معتبر است؟

(1) برای دماهای پایین

(2) برای دماهای بالا

(3) برای دمای بحرانی  $T = T_c$

(4) فقط برای فلزات

۱۰- در یک فرآیند بی دررو گاز کامل تک اتمی از حالت (۱) به حالت (۲) می رود. کاری که گاز در این فرآیند

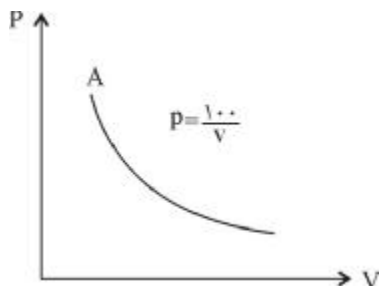
می گیرد برابر است با :

(1)  $P_2V_2 - P_1V_1$       (2)  $\frac{3}{2}(P_2V_2 - P_1V_1)$       (3)  $\frac{5}{2}(P_2V_2 - P_1V_1)$       (4)  $4(P_2V_2 - P_1V_1)$

۱۱- در یک فرایند، فشار گاز کاملی را ۴ برابر و حجم آن را نصف می کنیم انرژی درونی گاز چه تغییر می کند؟

(1) تغییر نمی کند      (2) نصف می شود      (3) دو برابر می شود      (4) 8 برابر می شود

۱۲- کدام گزینه برای فرآیند شکل روبرو یک گاز کامل انجام شده، صحیح نیست؟



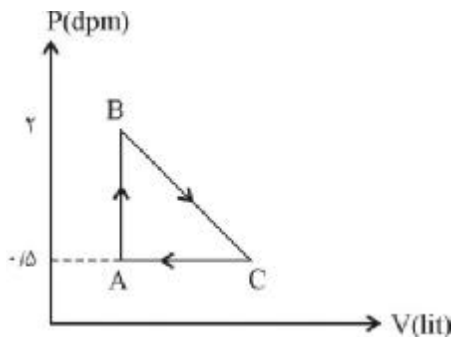
(1)  $\Delta U = 0$

(2)  $W < 0$

(3)  $Q > 0$

(4)  $\Delta T > 0$

۱۳- مطابق شکل زیر مقدار گاز کامل چرخه ی ABCA داخلی می کند کار خاصی که گاز روی محیط انجام



می دهد چند ژول است.

(1) -75

(2) -150

(3) 150

(4) 75

14- کاواک میانی دو پوسته ی کروی نازک هم مرکز که شعاع آنها به ترتیب ۰/۰۵ متر و ۰/۱۵ متر است، با

ذغال چوب پر شده است. وقتی که به یک گرم کننده واضح در مرکز، با آهنک ثابت ۳۱/۴۵ انرژی داده

می شود، یک اختلاف دمای  $50^{\circ}\text{C}$  بین کره ها ایجاد می شود. ضریب رسانش گرمایی ذغال چوب بر حسب  $\frac{\text{W}}{\text{m}^{\circ}\text{C}}$

کدام است؟

(4)  $\frac{2}{3}$

(3)  $\frac{1}{3}$

(2)  $\frac{2}{10}\text{Ln}3$

(1)  $\frac{1}{10}\text{Ln}3$

۱۵- به جرم ثابتی از یک گاز کامل حرارت داده می شود تا دمای  $50^{\circ}\text{C}$  به دمای  $80^{\circ}\text{C}$  در فشارهای ثابت الف)

۱۰۰ KPa ب) ۳۰۰ KPa متحول گردد، تغییر انرژی داخلی گاز در این دو حالت چه رابطه ای با هم دارند؟

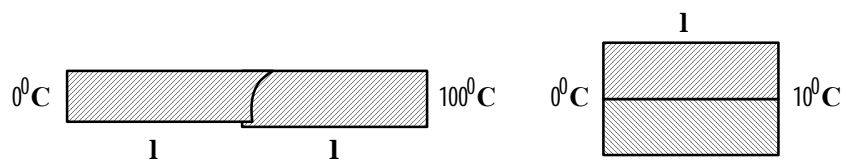
(1) در حالت (ب) بیشتر است. (2) در حالت (الف) بیشتر است.

(3) در هر دو حالت یکسان هستند. (4) در حالت (ب) دقیقاً 3 برابر حالت (الف) است.

۱۶- دو میله ی فلزی چهارگوش مشابه مطابق شکل (الف) سر به سر به هم جوش خورده اند. فرض کنید که در

مدت ۲ دقیقه ۱۰ کالری گرما از میله ها عبور می کند. اگر این دو میله مطابق شکل (ب) جوش بخورند، در چه

مدت ۱۰ کالری گرما از آنها عبور می کند؟



( )

( )

(4) 2 دقیقه

(3) 1 دقیقه

(2) 0/5 دقیقه

(1) 10 دقیقه

۱۷- چرا لیوان‌های شیشه‌ای در هنگام ریختن آب جوش می‌شکنند؟

- 1) آب جوش منبسط شده و شیشه را بیرون می‌ماند.
- 2) آب جوش بر اثر تماس با لیوان می‌شود و آن را به طرف داخل می‌کشد.
- 3) قسمت داخل لیوان سریعتر از قسمت خارجی آن منبسط و باعث شکستن آن می‌شود.
- 4) شیشه داغ منبسط می‌شود و مولکول‌ها می‌شکنند.



پاسخ پرسش‌های چهار گزینه‌ای دما و گرما

1- گزینه «1» صحیح است.

از آنجا که نقطه‌ی ذوب با افزایش فشار کاهش می‌یابد بنابراین این جسم هنگام ذوب کاهش حجم دارد و در نتیجه چگالی آن در نقطه‌ی ذوب به طور جهشی زیاد می‌شود.

2- گزینه «4» صحیح است.

چون تغییر حالتی در میا نیست داریم:

$$\theta = \frac{m_1c_1\theta + m_2c_2\theta_2 + m_3c_3\theta_3}{m_1c_1\theta_1 + m_2c_2\theta_2 + m_3c_3\theta_3} = 37/14^{\circ}\text{C}$$

3- گزینه «1» صحیح است.

گرمای لازم برای تبخیر آب، از اب باقی مانده (که به یخ تبدیل می‌شود) تأمین می‌گردد بنابراین اگر جرم یخ  $m$  باشد، جرم بخار تولید شده  $(16 - m)$  بر حسب گرم به صورت زیر است:

$$\theta_1 = m l_f \theta_2 = (16 - m) l v \theta_1 = \theta_2 \rightarrow 300 m = (16 - m) 2000$$

$$\rightarrow m = 13/91 \sim 14 \text{gr}$$

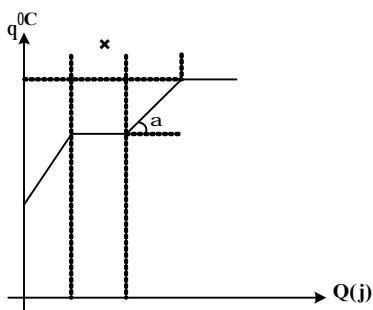
4- گزینه «2» صحیح است.

اگر  $m$  گرم بخار آب کافی باشد باید گرمائی که این مقدار بخار آب می‌تواند بعد از تبدیل شدن به آب  $100^{\circ}\text{C}$  و سپس به آب  $0^{\circ}\text{C}$  به یخ (با دمای  $0^{\circ}\text{C}$ ) بدهد برای ذوب  $1 \text{ kg}$  یخ کافی باشد، بنابراین:

$$m l v + m c (100 - 0) = m l f \rightarrow m = 119/04 \sim 119 \text{gr}$$

5- گزینه «1» صحیح است.

مطابق شکل شیب نمودار عکس ظرفیت گرمائی می‌باشد. پس:



$$\tan \alpha = \frac{400-100}{900-600} = 1 = \frac{1}{mc} = \frac{1}{nC}$$

$$C = 100 \frac{j}{gr^{\circ}c}$$

6- گزینه (2) صحیح است.

اگر مساحت قاعده ظرف را  $A$  بنامیم، با توجه به اینکه حجم استوانه از ضرب مساحت قاعده‌اش در ارتفاع بدست می‌آید داریم:

$$\Delta V = \lambda V_0 \Delta \theta \Rightarrow (A \Delta h) = (Ah) \lambda \Delta \theta$$

$$\frac{\Delta h}{h} = \lambda \Delta \theta$$

7- گزینه (2) صحیح است.

اگر دمای میله حاصل به اندازه  $\Delta \theta$  افزایش یابد، تغییر طول میله آن برابر مجموع تغییر طول‌های هر کدام از میله‌هاست:

$$\Delta L = \Delta L_1 + \Delta L_2 = L_1 \alpha_1 \Delta \theta + L_2 \alpha_2 \Delta \theta$$

$$\alpha = \frac{\Delta L}{L} = \frac{L_1 \alpha_1 \Delta \theta + L_2 \alpha_2 \Delta \theta}{(L_1 + L_2) \Delta \theta} = \frac{L_1 \alpha_1 + L_2 \alpha_2}{L_1 + L_2}$$

8- گزینه (3) صحیح است.

$$P = \frac{RT}{V-b} - \frac{a}{V^2} \Rightarrow (P + \frac{a}{V^2})(V-b) = RT$$

در معادله فوق  $b$  یک ضریب تصحیح برای حجم اشغال شده توسط یک مول و  $\frac{a}{V^2}$  یک تصحیح برای فشار ناشی از نیروهای مولکول‌های برهم است.

9- گزینه (2) صحیح است.

بنابر قانون دولن - پتی،  $C_V = 3nR$  است. مقدار  $V_c$  در تئوری پتی و در دمای  $T = 0K$  به صفر و در دماهای بالا مقدار  $C_V$  به  $3nR$  نزدیک می‌شود، در نتیجه قانون دولانگ - پتی تنها برای جایی که  $C_V = 3nR$  است معتبر می‌باشد.

10- گزینه (2) صحیح است.

می‌دانیم در فرآیند بی‌دررو:  $\Delta U = W$ ، از طرف دیگر می‌دانیم تغییرات انرژی داخلی در هر فرآیند روی گاز کامل تک

اتمی عبارتست از

$$\Delta U = \frac{3}{2}(P_2 V_2 - P_1 V_1)$$

11- گزینه (3) صحیح است.

12- گزینه (4) صحیح است.

مقدار ثابت  $KT = PV = 100 =$  بنابراین دما مقداری است ثابت.

در فرآیند هم دما  $\Delta U = 0$  است چون حجم زیاد می شود کار منفی است ( $W < 0$ )

$$\Delta U = Q + W \Rightarrow Q + W \Rightarrow Q = -W > 0$$

13- گزینه (3) صحیح است.

یعنی سیستم کار از دست می دهد و محیط کار می گیرد.

$$W = \frac{1}{2} \times (2 \times 10^{-3}) \times (1/5 \times 10^5) = 150 \text{ j}$$

14- گزینه «4» صحیح است.

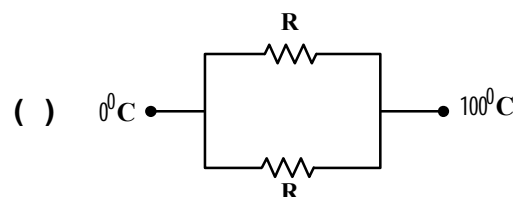
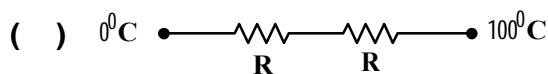
$$\left. \begin{aligned} H &= \frac{R_2 - R_1}{6k\pi R_1 R_2} \\ \mathcal{Q} &= \frac{\Delta T}{H} \end{aligned} \right\} \rightarrow K = \frac{2}{3} \frac{w}{m^0 c}$$

15- گزینه «3» صحیح است.

انرژی درونی گاز به فشار مربوط نیست و تنها تابع دما به همین دلیل چون تغییر دماها یکسان است انرژی داخلی دو حالت یکی است.

16- گزینه «2» صحیح است.

برای سیستم (الف) می توان با مشابه سازی مقاومت ها داشت:



$$R_{T(1)} = \frac{R}{2} = R = \frac{1}{KA}$$

$$R_{T(2)} = 2R$$

$$(الف) \quad Q_2 \Delta t = \frac{\Delta T}{R_{T(1)}} \Rightarrow \frac{\Delta T}{R} = 10 \quad ; \quad (ب) \quad Q_2 \Delta t = \frac{\Delta t}{R_{T(2)}} \Rightarrow \Delta t_2 = 0.5 \text{ min}$$

17- گزینه «3» صحیح است.

با توجه به رسانش حرارتی H و ضخامت مربوط به لیوان، در اثر آب جوش، جداره‌ی داخلی انبساط می‌یابد و چون قسمت خارج لیوان با بیرون در تعادل گرمائی است، لیوان می‌شکند.

## نمونه سوالات تستی (تألیفی)

۱- مقاومت سیم معینی از جنس پلاتین بین نقطه سه‌گانه و نقطه جوش عادی آب با ضریب  $1/2$  افزایش پیدا

می‌کند. دمای نقطه جوش آب بر اساس مقاومت سیم پلاتینی کدام است؟

- 12K (4)      128/8K (3)      380/2K (2)      327/8K (1)

۲- در چه دمایی، سلسیوس و فارنهایت دارای مقدار عددی یکسانی هستند؟

- 40 (4)      -20 (3)      20 (2)      40 (1)

۳- یک میله بطول ۲ متر با افزایش دما به  $60^\circ\text{C}$ ،  $0/091\text{cm}$  افزایش طول پیدا می‌کند.  $\alpha$  برای جنس میله

چقدر است؟

- $324\text{K}^{-1}$  (4)       $5/1 \times 10^6 \text{K}^{-1}$  (3)       $6/3 \times 10^6 \text{K}^{-1}$  (2)       $5/1 \times 10^{-6} \text{K}^{-1}$  (1)

۴- یک استوانه به قطر 1cm در دمای  $30^\circ\text{C}$  درجه سانتیگراد باید در سوراخی واقع در صفحه فولادی قرار

بگیرد. قطر سوراخ در این دما برابر  $0/99970\text{cm}$  است. این صفحه تا چه دمایی بایر گرم شود تا استوانه درون

آن قرار گیرد؟

- $50^\circ\text{C}$  (4)       $25^\circ\text{C}$  (3)       $55^\circ\text{C}$  (2)       $30^\circ\text{C}$  (1)

۵- ضریب انبساط خطی شیشه برابر  $8/3 \times 10^{-6} \text{C}^{-1}$  می‌باشد. اگر ظرفیت یک بطری در دمای  $15^\circ\text{C}$  برابر

$50\text{cm}^3$  باشد، ظرفیت آن در  $25^\circ\text{C}$  چقدر است؟

- $12\text{cm}^3$  (4)       $49/8\text{cm}^3$  (3)       $51/2\text{cm}^3$  (2)       $50/012\text{cm}^3$  (1)

۶- یک دماسنج جیوه در شیشه را در نظر بگیرید. فرض کنید سطح مقطع لوله موئینه آن مقدار ثابت A

است و حجم مخزن جیوه آن در دمای صفر درجه سانتیگراد برابر V است. در این دما جیوه دقیقاً مخزن را پر

کرده است. در دمای T بر حسب درجه سانتیگراد طول ستون جیوه در قسمت موئینه L برابر کدام گزینه

می‌باشد؟

- $L = V(\beta - 3\alpha)T$  (4)       $L = \frac{V}{A}(\beta - 3\alpha)T$  (3)       $L = \frac{V}{A}(2\beta - 3\alpha)T$  (2)       $L = \frac{V}{A}(\beta + 3\alpha)T$  (1)

## پاسخنامه سوالات تستی

۱- گزینه ۱ صحیح است:

با در نظر گرفتن R به عنوان خاصیت دماسنجی X با استفاده از معادلات مربوط به دماسنجی داریم:

$$T(R) = T_{tr} \frac{R}{R_{tr}}$$

از طرفی در صورت سوال گفته شده:

$$R = 1/2 R_{tr}$$

بنابراین با جاگذاری این رابطه در معادله بالا داریم:

$$T(R) = T_{tr} \frac{R}{R_{tr}} = (273/16K)(1/2) = 327.8K$$

۲- گزینه ۴ صحیح می باشد:

رابطه بین دمای سلیسوس و فارنهایت برابر بود با:

$$T_F = \frac{9}{5} T_C + 32$$

حال می خواهیم دمایی را بدست آوریم که در آن:

$$T_F = T_C = X$$

بنابراین داریم:

$$X = \frac{9}{5} X + 32 \Rightarrow \frac{4}{5} X = -32 \Rightarrow X = -40$$

۳- گزینه ۱ صحیح می باشد:

با استفاده از روابط مربوط به انبساط طولی داریم:

$$\Delta L = \alpha L \Delta T \Rightarrow \alpha = \frac{\frac{\Delta L}{L}}{\Delta T}$$

بنابراین در این حالت داریم:

$$\alpha = \frac{\frac{\Delta L}{L}}{\Delta T} = \frac{0/091 \times 10^{-2}}{(3)(60)} = 5/1 \times 10^{-6} K^{-1}$$

۴- گزینه ۲ صحیح است:

صفحه، چه سوراخ باشد، یا نباشد انبساط پیدا خواهد کرد. از این رو سوراخ مانند یک دایره فولادی که منبسط می‌شود، انبساط پیدا می‌کند، می‌خواهیم که قطر حفره به اندازه  $\Delta L$  تغییر کند:

$$\Delta L = (1 - 0/99970) \text{cm} = 0/00030 \text{cm}$$

با استفاده از رابطه انبساط طولی داریم:

$$\Delta L = \alpha L \Delta T \Rightarrow \Delta T = \frac{\Delta L}{\alpha L} = \frac{0/00030 \text{cm}}{(1/2 \times 10^{-5})(0/99971 \text{cm})} = 25^\circ \text{C}$$

بنابراین دمای صفحه باید برابر باشد با:

$$30 + 25 = 55^\circ \text{C}$$

۵- گزینه ۱ صحیح می‌باشد:

شیشه در تمام ابعاد بطور یکنواخت منبسط می‌شود، پس ظرفیت متناسب با شیشه منبسط خواهد شد. ضریب حجمی انبساط با رابطه  $\beta = 3\alpha$  با ضریب خطی آن ارتباط دارد. بنابراین:

$$V = V_0(1 + 3\alpha\Delta T) = (50)[1 + 3(8/3 \times 10^{-6})(10)] = 50/012 \text{cm}^3$$

۶- گزینه ۳ صحیح می‌باشد:

از روابط موجود در متن درس برای انبساط حجمی یک جسم جامد در اینجا شیشه داریم:

$$\Delta V = 3\alpha V \Delta T$$

اما رابطه مربوط به انبساط مایعات برابر بود با:

$$\Delta V = \beta V \Delta T$$

در این حالت برای بدست آوردن طول ستون جیوه  $L$  داریم:

$$LA = V\beta T \Rightarrow L = \frac{V}{A}\beta T$$

اما طول جیوه در لوله با اندازه مقدار انبساط شیشه کمتر از این مقدار می‌باشد یعنی:

$$L = \frac{V}{A}(\beta - 3\alpha)T$$

## فصل چهارم: قانون دوم ترمودینامیک، آنتروپی و نظریه ی جنبشی گازها

### اصل دوم ترمودینامیک

به شکل ساده این اصل پیرامون تبادل کار و گرما در طی چرخه های ماشین گرمایی و یخچال بحث می کند یعنی تبدیل کار به گرما ممکن است در صورتی که تبدیل گرما به کار تحت شرایط معین انجام می شود. برای یک چرخه کامل  $Q_C$  و  $Q_H$  بترتیب اندازه گرمای جذب شده توسط سیستم و پس داده شده توسط سیستم است و  $W$  کل کار انجام شده توسط سیستم است. اینک به بررسی ماشین و یخچال و چرخه های آن ها می پردازیم.

#### نکته

تبدیل گرما به کار معمولاً در عمل توسط دو نوع ماشین گرمایی که در زیر آمده است انجام می شود:

الف) استرلینگ و ماشین بخار.

ب) ماشین بنزینی و دیزلی.

که دسته ی اول را برون سوز و دسته ی دوم را درون سوز می گویند.

#### 1- ماشین گرمایی

می توان گفت که در واقع یک ماشین گرمایی :

1- فرآیند یا فرآیندهایی وجود دارند که دستگاه در خلال آن از یک منبع خارجی در دمای زیاد گرما جذب می کند.

2- فرآیند یا فرآیندهایی وجود دارند که در خلال آنها گرما، به یک منبع خارجی با دمای پایین تر پس داده می شود.

3- فرآیند یا فرآیندهایی وجود دارند که در طی آن به محیط کار تحویل داده می شود.

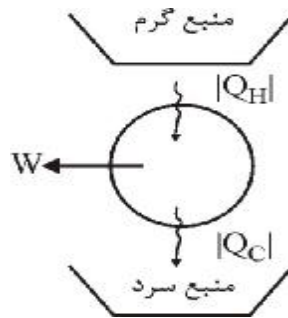
در این سیستم با توجه به گرما های معرفی شده و طرح واره ی زیر می توان گفت اگر  $|Q_H|$  بزرگتر از  $Q_C$  باشد و کار انجام شده توسط سیستم  $W$  باشد، بازده گرمایی ماشین  $\eta$  بصورت زیر تعریف می شود :

$$\eta = \frac{|W|}{|Q_H|}$$

$$|Q_H| - |Q_C| = |W|$$

$$\eta = \frac{|Q_H| - |Q_C|}{|Q_H|} = 1 - \frac{|Q_C|}{|Q_H|}$$





### ماشین بخار

با توجه به طرح واره ی ماشین بخار می توان فرایندهایی را به صورت زیر بیان نمود. در ماشین های بخار، سیستم ترمودینامیکی شامل آب است:

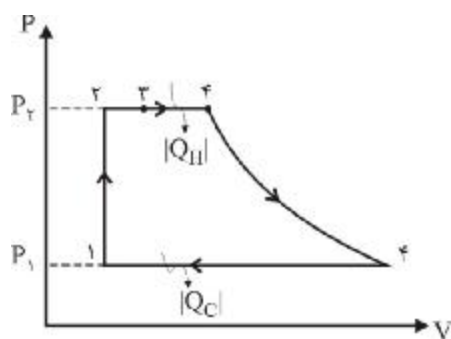
1- آب مایع در داخل چگالنده در فشار  $p_2$  قرار دارد و بوسیله تلمبه بطور بی دررو تحت فشار قرار گرفته و به فشار  $p_1 > p_2$  (فشار دیگ) می رسد و سپس وارد دیگ دیگر می گردد (مسیر  $1 \rightarrow 2$ )

2- آب در داخل دیگ در فشار ثابت  $p_1$  مقداری گرما می گیرد تا به نقطه جوش برسد (مسیر  $2 \rightarrow 3$ )، سپس تبخیر صورت می گیرد.

3- در فشار ثابت حجم آن زیاد می شود تا به حجم اشباع برسد (مسیر  $3 \rightarrow 4$ )

4- بخار اشباع تولید شده وارد استوانه می شود این بخار در داخل استوانه بی دررو انبساط می یابد تا فشار آن به فشار چگالنده برسد (مسیر  $4 \rightarrow 5$ )

5- در پایان در فشار چگالنده یعنی در فشار ثابت  $p_2$  بخار به مایع تبدیل می گردد.



### نکته

این چرخه معروف به رانکین است.

**نکته**

می توان برای چرخه ی فوق بازده ی گرمایی را به صورت زیر بررسی نمود در طی فرآیندهای 2 → 3 و 3 → 4 گرمای  $|Q_H|$  از یک منبع داغ وارد دستگاه می شود، در صورتی که در طی فرآیند تقطیر 1 → 5 گرمای  $|Q_C|$  توسط سیستم به یک منبع که در دمای  $T_C$  قرار داده می شود، با استفاده از روابطی که در فرآیندهای بی دررو ذکر شد می توان نوشت:

$$T_4 v_1^{\gamma-1} = T_3 v_2^{\gamma-1} \text{ و } T_1 v_1^{\gamma-1} = T_2 v_2^{\gamma-1}$$

$$(T_4 - T_1) v_1^{\gamma-1} = (T_3 - T_2) v_2^{\gamma-1}$$

$$\frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2} = \left( \frac{v_2}{v_1} \right)^{\gamma-1} \text{ و } r = \frac{v_1}{v_2}$$

$$\eta = 1 - \frac{1}{\left( \frac{v_1}{v_2} \right)^{\gamma-1}} = 1 - \frac{1}{r^{\gamma-1}}$$

**نکته**

با توجه به رابطه ی بدست آمده برای ماشین بخار می توان بازده یک ماشین دیزلی را از رابطه زیر بدست آورد:

$$\eta = 1 - \frac{1 - \left( \frac{1}{r_E} \right)^{\gamma} - \left( \frac{1}{r_C} \right)^{\gamma}}{\gamma \left( \frac{1}{r_E} \right) - \left( \frac{1}{r_C} \right)}$$

$$r_E = \frac{v_1}{v_3} \text{ و } r_C = \frac{v_1}{v_2}$$

**بیان کلوین - پلانک**

غیر ممکن است تحول مسدودی انجام گیرد که نتیجه آن منحصراً عبارت از این باشد که از یک چشمه گرما گرفته شود و کاری معادل آن انجام گیرد.

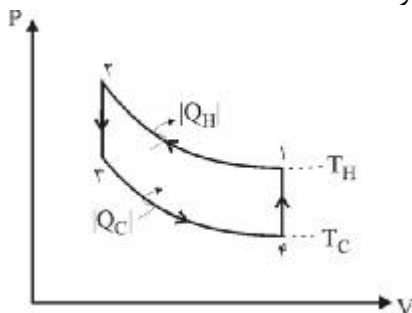
**یخچال**

وقتی یک دستگاه با دو چشمه با دماهای  $T_H$  و  $T_C$  گرما مبادله می کند، پس از سیکل بسته مقداری کار روی سیستم انجام می دهد. یعنی چرخه ای را می پیماید که مقداری گرما در منبع گرم دریافت می کند و مقدار کمتری در منبع سرد دفع می کند. حال اگر چرخه ای که در جهت مخالف ماشین گرمایی می پیماید را تصور کنیم، نتیجه آن جذب مقداری

گرما در دمای پایین و دفع مقدار بیشتری گرما در دمای بالاتر و انجام کار خالص بر روی سیستم خواهد بود. وسیله‌ای که چنین چرخه‌ای را می‌پیماید یخچال و چرخه فوق را چرخه سرماساز می‌گویند.

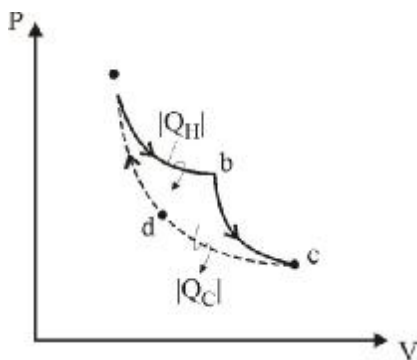
### نکته

یکی از مفیدترین انواع یخچال‌ها با معکوس شدن چرخه استرلینگ تولید می‌شود:



### چرخه کارنو

با توجه به طرح واره زیر که تحت نام چرخه ی کارنو مشهور است می‌توان داشت:



1- با شروع از حالت a سیستم در یک دمای  $T_H$  با یک منبع گرما در این دما در تماس قرار می‌گیرد و فرآیند برگشت پذیر همدمايي انجام می‌دهد که آن را به حالت b می‌برد. در این فرآیند جریان گرمایی  $Q_2$  به داخل سیستم وجود دارد و کار  $W_2$  توسط سیستم انجام می‌گیرد.

2- در b، سیستم یک فرآیند بی‌دررویی برگشت پذیر را تا حالت c می‌پیماید. در این فرآیند دما به مقدار پایین‌تر از  $T_C$  کاهش می‌یابد.

3- در c سیستم در تماس با یک منبع گرم با دمای  $T_C$  قرار می‌گیرد و یک فرآیند همدمايي برگشت پذیر تا حالت d می‌پیماید. در این حالت یک جریان گرمایی  $Q_C$  به خارج سیستم وجود دارد.

## نکته

در سیستم کارنو، اگر ماهی موجود را گاز کامل فرض کنیم، می توان پیرامون گرماهای مبادله شده و نیز ارتباط آن با دمای چشمه ها ی موجود با توجه به طرح واره ی داده شده داشت:

$$Q_H = W_2 = nRT_H \ln \frac{V_b}{V_a}$$

$$Q_C = W_1 = nRT_C \ln \frac{V_c}{V_d}$$

$$T_H V_b^{\gamma-1} = T_C V_c^{\gamma-1}$$

$$T_H V_a^{\gamma-1} = T_C V_d^{\gamma-1}$$

$$\frac{V_b}{V_a} = \frac{V_c}{V_d} \rightarrow \frac{Q_H}{Q_C} = \frac{T_H}{T_C}$$

بنابراین می توان گفت برای یک گاز کامل در این چرخه، نسبت  $\frac{Q_H}{Q_C}$  فقط به دماهای  $T_H$  و  $T_C$  وابسته است.

## نکته

بازده گرمایی این چرخه عبارتست از:

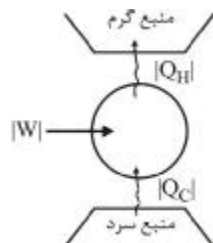
$$\eta = \frac{W}{|Q_H|} = \frac{|Q_H| - |Q_C|}{|Q_H|} = 1 - \frac{|Q_C|}{|Q_H|} = 1 - \frac{T_C}{T_H}$$

## یخچال کارنو

اگر چرخه کارنو جهت معکوس پیدا کند آنگاه یک یخچال کارنو داریم به طوری که ضریب عملکرد یخچال کارنو عبارتست از:

$$\omega = \frac{|Q_C|}{W} = \frac{|Q_C|}{|Q_H| - |Q_C|} = \frac{T_C}{T_H - T_C}$$

کار یک یخچال را می توان بصورت طرح وار در شکل زیر مشاهده کرد. همیشه برای انتقال گرما از یک منبع سرد به یک



منبع گرم، احتیاج به انجام کار است.

می‌توان قانون دوم ترمودینامیک را از دیدگاه یخچال‌ها بصورت زیر بیان کرد.

### قانون دوم ترمودینامیک و بیان کلاسیوس

از دید کلاسیوس غیر ممکن است تحولی انجام گیرد که در نتیجه آن چشمه مقداری گرما بدهد و چشمه دیگری که دمایش بالاتر از چشمه اول است گرمای را جذب کند، بدون اینکه در طی این تحول کاری انجام شود.

نکته

دو بیان کلویین – پلانک و بیان کلاؤسیوس کاملاً مکمل هم هستند، درستی اولی دلالت بر درستی دومی و درستی دومی دلالت بر درستی اولی دارد.

### آنتروپی سیستم و تحولات بی‌نظمی

در حالت کلی برای تمامی تحولات برگشت‌پذیر و برگشت‌ناپذیر مربوط به سیستم در طول یک چرخه می‌توان برای تغییرات گرمای مبادله شده داشت: در یک دور مسدود روابط زیر برقرار است:

$$\oint \frac{dQ}{T} = 0 \text{ or } \oint \frac{dQ}{T} < 0$$

در طی تحول سیستم تابعی به نام آنتروپی که معرف تغییرات بی‌نظمی در سیستم می‌باشد به صورت زیر بیان می‌شود:

$$S_B - S_A = \int_{AB} \frac{dQ}{T}$$

که تغییر آنتروپی یک دستگاه بین دو حالت A و B مساوی  $\int \frac{dQ}{T}$  در مسیر برگشت‌پذیر AB است.

نکته

اگر دستگاهی از حالتی به حالت دیگر به طور برگشتی تحول یابد،  $\int \frac{dQ}{T}$  به مسیر طی شده بستگی ندارد و فقط تابع دو حالت ابتدایی و انتهایی است.

نکته

در یک تحول برگشت‌پذیر  $\int \frac{dQ}{T}$  کوچکتر از تغییر آنتروپی بین دو حالت آغاز و انجام دستگاه است.

## تغییر آنتروپی در تحول بی درو برگشت پذیر

در تحول بی درو برگشت پذیر، می توان نوشت:

$$dQ = 0 \rightarrow dS = \frac{dQ}{T} = 0$$

$$S_2 - S_1 = \int \frac{dQ}{T} = 0 \rightarrow S_1 = S_2$$

یعنی در یک تحول برگشت پذیر بی درو، آنتروپی دستگاه ثابت می ماند.

**نکته**

در تحول همدمما  $\int \frac{dQ}{T}$  به صورت  $\frac{1}{T} \int dQ = \frac{Q}{T}$  تبدیل می شود زیرا T ثابت است.

**نکته**

برای یک سیستم که با محیط بیرون تبادل گرما و کار ندارد،  $Q = 0$  است و خواهیم داشت:

$$\int \frac{dQ}{T} = 0$$

واگر تحول این دستگاه برگشت پذیر باشد داریم:

$$S_2 - S_1 = 0, S_2 = S_1$$

$$\int \frac{dQ}{T} < S_2 - S_1 \rightarrow 0 < S_2 - S_1, S_2 > S_1$$

با توجه به رابطه ی بدست آمده می توان گفت که آنتروپی یک دستگاه منفرد در جریان تحول برگشت ناپذیر همواره افزایش می یابد.

## گاز کامل - آنتروپی

با توجه به تعریف آنتروپی سیستم در طی یک تحول یعنی  $ds = \frac{dQ}{T}$  و نیز قانون تبادل گرما که به صورت زیر بدست

آمده بود می توان به تحلیل آنتروپی برای گاز کامل پرداخت یعنی:

$$dQ = c_p dT - V dp$$

از تقسیم آن بر T می توان نوشت:

$$\frac{dQ}{T} = c_p \frac{dT}{T} - \frac{V}{T} dp, \quad pV = nRT$$

$$\frac{dQ}{T} = c_p \frac{dT}{T} - \frac{nR}{p} dp$$

نکته

با توجه به انتگرال گیری بین این دو حالت برای آنتروپی یک گاز کامل داریم:

$$\Delta S = c_p \ln \frac{T}{T_0} - nR \ln \frac{p}{p_0} \Rightarrow S = c_p \ln T - nR \ln p + S_0$$

$$\Delta S = c_v \ln \frac{T}{T_0} + nR \ln \frac{V}{V_0} \rightarrow S = c_v \ln T + nR \ln V + S_0$$

نکته

مساحت زیر منحنی T-S معرف گرماست.

نکته

در تحول سیستم هرگاه دو حالت تعادل بی نهایت به هم نزدیک باشند، در مورد تغییرات آنتروپی می توان نوشت:

$$dQ = T ds, \quad \frac{dQ}{dT} = T \frac{dS}{dT}$$

1- در فرایند فشار ثابت:

$$\left( \frac{dQ}{dT} \right)_p = C_p = T \left( \frac{\partial S}{\partial T} \right)_p$$

2- در فرایند حجم ثابت:

$$\left( \frac{dQ}{dT} \right)_V = C_v = T \left( \frac{\partial S}{\partial T} \right)_V$$

$$S_f - S_i = \int_i^f \frac{C_v}{T} dT, \quad S_f - S_i = \int_i^f \frac{C_p}{T} dT$$

نکته

طبق قضیه گیس پیرامون آنتروپی مخلوط می توان گفت که اگر آنتروپی مخلوط گازهای کامل خواسته شود مساوی مجموع آنتروپی هر یک از اجزای آن خواهد بود.

**نکته**

هر فرآیند طبیعی که از یک حالت تعادل شروع می‌شود و در حالت دیگر خاتمه می‌یابد در جهتی پیش می‌رود که آنترپی موجود در سیستم و محیط زیاد می‌شود.

**نکته**

در حد دماهای خیلی پایین آنترپی سیستم به صفر میل کرده و بی‌نظمی کمترین مقدار را دارد.

**نکته**

به ازاء هر درجه آزادی به انرژی سیستم مبلغ انرژی  $\frac{1}{2}KT$  اضافه می‌شود، به این اصل همپاری انرژی گفته می‌شود. درجات آزادی می‌تواند درجات حرکت، ترم انتقال، دوران و... باشد.

**نظریه ی جنبشی گازها - توزیع سرعت‌های مولکولی**

برای سرعت متوسط و مربعی متوسط ملکول های گاز، اگر  $N$  تعداد مولکول های گاز باشد و  $dn$  بخش کوچکی از مولکول های گاز باشد در حالت پیوسته و گسسته داریم:

1- در حالت گسسته می‌توان نوشت:

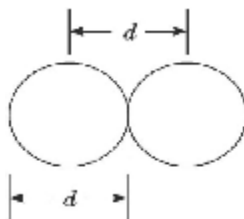
$$\bar{V} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N N_i V_i, \quad \bar{V}^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N N_i V_i^2$$

2- در حالت پیوسته می‌توان داشت:

$$\bar{V} = \frac{1}{N} \int_0^N v dn, \quad \bar{V}^2 = \frac{1}{N} \int_0^N V^2 dn$$

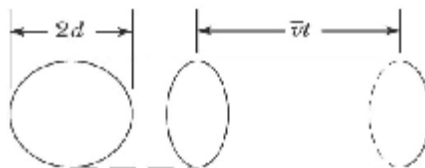
**مسافت آزاد میانگین**

در حالتی ساده مسافت آزاد میانگین، فاصله متوسطی است که یک مولکول بین دو برخورد متوالی و شاخ به شاخ طی می‌کند. با فرض کروی بودن مولکول ها با توجه به شکل زیر، اگر قطر مولکول هارا  $d$  بنامیم برخورد دو مولکول زمانی تعریف می‌شود که فاصله بین مراکز آنها کوچکتر یا مساوی قطر یک مولکول یعنی  $d$  باشد.





اگر یک مولکول دارای سرعت متوسط  $\bar{v}$  باشد طبق فرض بر خوردفوق، در زمان  $t$  مولکول مسافت  $\bar{v}t$  را طی می کند، که در این زمان مولکول استوانه‌ای به مساحت مقطع  $\pi d^2$  و ارتفاع  $\bar{v}t$  را جاروب می نماید.



### نکته

اگر  $n$  چگالی مولکول ها فرض شود در اینصورت :

1- زمان متوسط بین دو برخورد متوالی که عکس فرکانس برخورد است.

2- اگر مولکولها دارای حرکت فرض شوند آنگاه برای فرکانس برخورد و مسافت آزاد میانگین داریم:

$$L = \frac{1}{\sqrt{2}\pi d^2 n} \quad , \quad v = \sqrt{2}\pi d^2 \bar{v} n = \frac{\bar{v}}{L}$$

3- برای گاز های کامل اگر قطر مولکول  $2d$  باشد می توان مسافت آزاد میانگین را به صورت زیر بررسی نمود:

$$\left\{ \begin{array}{l} P = \frac{N}{V} K_B T = n K_B T \Rightarrow n = \frac{P}{K_B T} \\ L = \frac{1}{\sqrt{2}\pi d^2 n} \end{array} \right\} \Rightarrow L = \frac{K_B T}{\sqrt{2}\pi d^2 P}$$

### نکته

1- هرگاه مولکول ها کروی نباشند آنگاه  $d$  در رابطه ی مسافت آزاد میانگین معرف اندازه ی مکان مرکز جرم کل سیستم خواهد بود، می توان از دید فیزیک هسته ای بیان کرد که گاز ها با لایه ی والانس کامل تر کروی تر خواهند بود و  $d$  نقش شعاع را بازی می کند از این دسته از گاز ها می توان به گاز های نادر اشاره کرد .

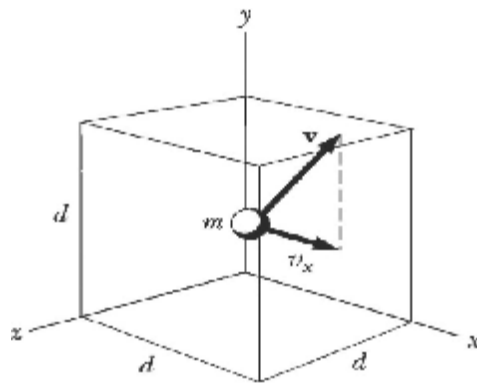
2- هرچه مسیر حرکت منظم تر و طولانی تر باشد میزان برخورد ها کمتر شده و رفتار محیط خلا گونه است.

فشار گاز کامل در نظریه جنبشی گازها

برای گاز کاملی که درون یک ظرف مکعبی به طول  $L$  قرار دارد با فرض کشتسان بودن تمامی برخورد ها با دیواره های ظرف می توان مفهوم فشار را با توجه به برخورد های کشتسان تحلیل نمود.

با این فرض برای یک مولکول مطابق شکل می توان نوشت اگر ، حجم گاز  $= d^3$  ، جرم یک مولکول  $= m$  ، جرم کل گاز

$M =$  و چگالی گاز  $\rho = \frac{M}{d^3}$  باشد آنگاه:



نیروی وارد از یک مولکول به دیواره  $f_x$ :

$$f_x = \frac{\Delta P_x}{\Delta t} = \frac{mV_x + (-mV_x)}{2\left(\frac{d}{V_x}\right)} = \frac{mV_x^2}{d}$$

نیروی کل وارد بر دیواره  $F_x$ :

$$F_x = \sum_i f_{ix} = \frac{m}{d} (V_{1x}^2 + V_{2x}^2 + V_{3x}^2 + \dots + V_{Nx}^2)$$

در نهایت برای فشار سیستم می توان داشت :

$$\left\{ \begin{array}{l} P = \frac{F_x}{A} = \frac{F_x}{d^2} \\ F_x = \frac{m}{d^3} (V_{1x}^2 + V_{2x}^2 + \dots + V_{Nx}^2) \end{array} \right\} \Rightarrow P = \frac{mN}{d^3} \frac{(V_{1x}^2 + V_{2x}^2 + \dots + V_{Nx}^2)}{N} = \frac{M}{d^3} \overline{V_x^2}$$

نکته

از آنجا که جهت مندی در سرعت اهمیت ندارد می توان رابطه ی فشار را به صورت زیر باز نویسی کرد:

$$\left\{ \begin{array}{l} \overline{V_x^2} = \overline{V_y^2} = \overline{V_z^2} \\ \overline{V_x^2} + \overline{V_y^2} + \overline{V_z^2} = \overline{V^2} \end{array} \right\} \Rightarrow \overline{V_x^2} = \frac{1}{3} \overline{V^2}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} P = \frac{M}{d^3} \overline{V_x^2} \\ \overline{V_x^2} = \frac{1}{3} \overline{V^2} \end{array} \right\} \Rightarrow P = \frac{1}{3} \rho \overline{V^2}$$

### تابع توزیع سرعت ماکسول - بولتزمن در نظریه ی جنبشی گاز ها

طبق این توزیع تعداد ذراتی که دارای انرژی  $\epsilon$  و  $\epsilon + d\epsilon$  هستند و یا سرعت  $V$  و  $V + dV$  می باشند دارای تابعی به صورت زیر می باشند:

$$1 - n(\epsilon)d\epsilon = C \frac{4m\pi v}{h^3} (2m\epsilon)^{\frac{1}{2}} e^{-\frac{\epsilon}{k_B T}} d\epsilon = \frac{2\pi N}{3} (\epsilon)^{\frac{1}{2}} e^{-\frac{\epsilon}{k_B T}} d\epsilon$$

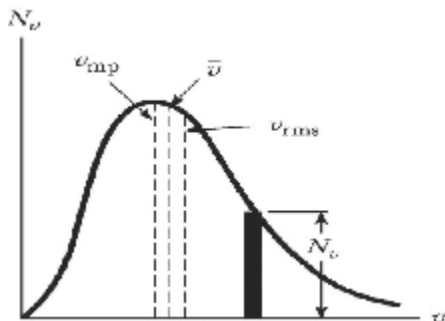
$$(\pi k_B T)^2$$

$$2 - n(V)dV = N \left( \frac{2}{\pi} \right)^{\frac{1}{2}} \left( \frac{m}{k_B T} \right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{mV^2}{2k_B T}} V^2 dV$$

ارتباط بین دو رابطه ی فوق توسط رابطه ی  $(\epsilon = \frac{1}{2} mV^2)$  و دیفرانسیل گیری از آن برقرار می شود.

### نکات مربوط به توزیع بولتزمن

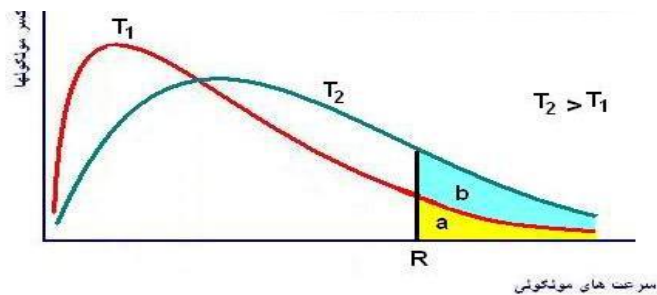
1- شکل این تابع توزیع، گوسی است .



2- اگر فضای این توزیع سرعت را قسمت بندی کنیم، فضائی وجود دارد که در آن ذرات دارای سرعت بیشینه ای هستند و تعداد ذراتی که حاوی این سرعت می باشند زیاد است به عبارت بهتر این سرعت محتملترین سرعت ذرات می باشد:

$$\frac{dn(v)}{dv} = 0 \longrightarrow v_{max} = \sqrt{\frac{2k_B T}{m}}$$

سرعت بیشینه  $(V_m)$  با دما رابطه ی مستقیم دارد به طوری که با کاهش دما، کاهش می یابد می توان در شکل این پدیده را که در دماهای  $T_2 > T_1$  را دید:



نکته

در توزیع ماکسول - بولتزمن می توان سرعت های زیر را داشت:

$$1- \bar{v} = \frac{\int_0^{\infty} vn(v)dv}{N} = \sqrt{\frac{8k_B T}{\pi m}}$$

$$2- \bar{v} = \frac{2}{\sqrt{\pi}} v_{max}$$

$$3- \overline{v^2} = \frac{\int_0^{\infty} v^2 n(v)dv}{N}$$

$$4- v_{rms} = \sqrt{\overline{v^2}} = \frac{3}{2} v_m = \sqrt{\frac{3K_B T}{m}}$$

اینک می توان برای فهم بهتر مطالب به مثال های زیر دقت نمود:

مثال ۱: کدام گزینه بیان کلوین پلانک در مورد قانون دوم ترمودینامیک نقض نمی کند؟

«چرخه ای می توان ساخت که .....»

- 1) فقط با یک منبع حرارتی تبادل گرمایی داشته باشد و کار خالص آن صفر یا منفی است.
- 2) فقط با یک منبع حرارتی تبادل گرمایی داشته باشد و تمام گرمای دریافتی به کار تبدیل شود.
- 3) برای آن همواره  $\int \frac{\delta Q}{T}$  بزرگتر از صفر باشد.
- 4) بدون دریافت کار تنها فرآیندهای انتقال گرما بین دو منبع با دماهای مختلف صورت پذیرد.

حل - گزینه «۱» صحیح است.

گزینه ی ۲، ۳ و ۴ برخلاف تعریف قانون دوم ترمودینامیک می باشد.

مثال ۲: یک اتاق به صورت عایق موجود و در آن یخچالی در حال کار کردن است. اگر درب یخچال باز شود،

در مورد تغییر دمای اتاق کدام صحیح است؟

- (1) ابتدا پائین می‌آید و سپس بالا می‌رود. (2) ابتدا بالا می‌رود و سپس ثابت می‌شود.  
 (3) بالا می‌رود. (4) ابتدا پائین می‌آید و سپس ثابت می‌ماند

حل - گزینه «2» صحیح است.

در ابتدا به علت سرمای خروجی از یخچال، دمای اتاق کاهش می‌یابد، اما پس از مدتی افزایش  $Q_H$  برای یخچال، دمای محیط به علت این که بعد از گذشت زمان، کل کار ورودی به یخچال وارد می‌شود این امر باعث ازدیاد گرما در محیط خواهد شد

مثال ۳: (الف) انرژی جذب شده به صورت گرما و (ب) تغییر در آنتروپی یک قطعه  $2 \text{ kg}$  مسی را که دمای آن

به طور برگشت پذیر از  $25^\circ\text{C}$  تا  $100^\circ\text{C}$  افزایش می‌یابد، پیدا کنید. گرمای ویژه مس  $386 \text{ J/kg}\cdot\text{k}$  است.

حل -

(الف)

$$Q = mc\Delta T = (2/00\text{kg})\left(386 \text{ J/kg}\cdot\text{k}\right)(75\text{k}) = 5/79 \times 10^4 \text{ J}$$

(ب) تغییر آنتروپی :

$$\Delta S = \int \frac{dQ}{T} = \int \frac{mcdT}{T} = mc \ln\left(\frac{T_f}{T_i}\right) = (2\text{kg})(386 \text{ J/kg}\cdot\text{k}) \ln\left(\frac{373/15}{298/15}\right) = 173/22 \text{ J/k}$$

مثال ۴: حجم یک گاز آرمانی در انبساط تکدمای برگشت پذیر در  $77^\circ\text{C}$  از  $3/30 \text{ L}$  به  $3/40 \text{ L}$  افزایش می‌یابد.

تغییر آنتروپی گاز  $22 \text{ J/k}$  است. چند مول از گاز وجود داشته است؟

حل -

در حالت کلی، داریم:

$$\Delta S = S_f - S_i = nR \ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right) + nC_v \ln\left(\frac{T_f}{T_i}\right)$$

در فرایند تکدما  $T_i = T_f$  بنابر این داریم:

$$\left(\frac{V_f}{V_i}\right) \Delta S = nR \ln$$

$$n = \frac{22 \text{ J/k}}{(8 / 31 \text{ J/mol} \cdot \text{k}) \ln(3 / 4 / 1 / 3)} = 2 / 75 \text{ mol}$$

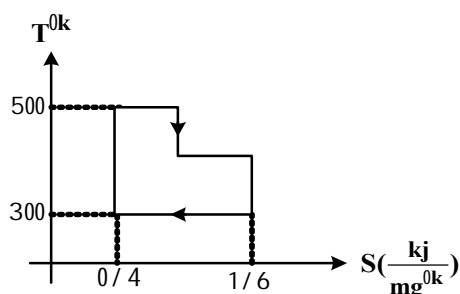
مثال 5: میزان راندمان حرارتی سیکل برگشت پذیر زیر کدام است؟

(4) اطلاعات کافی نیست

(3) 0/333

(2) 0/34

(1) 0/293



حل - گزینه «3» صحیح است.

مساحت داخل نمودار T-S معرف کار مبادله شده و مساحت زیر نمودار معرف گرمای دریافتی از چشمه ی گرم در چرخه ی ماشین گرمایی می باشد، پس برای بازده ی حرارتی ماشین داریم:

$$\eta = \frac{w}{Q_H} = \frac{\text{مساحت داخل نمودار}}{\text{مساحت زیر نمودار}} = 0/333$$

مثال 6: برای هر گاز شیب خط فشار ثابت در نمودار معرف T-S کدام است؟

(4)  $\frac{T}{S}$

(3)  $\frac{S}{T}$

(2)  $\frac{T}{C_V}$

(1)  $\frac{T}{C_P}$

حل - گزینه «1» صحیح است.

با توجه به فشار ثابت بودن مسیر در این نمودار داریم:

$$dh = TdS + VdP; P = \text{ثابت}; dh = C_p dT$$

$$\frac{dT}{dS} = \frac{T}{C_p}$$

مثال ۷: شیب خطوط فشار ثابت در یک گاز کامل در نمودار T-S کدام است؟

$$\frac{T}{\gamma S} \quad (4) \qquad \frac{T}{S} \quad (3) \qquad \frac{\gamma T}{C_p} \quad (2) \qquad \frac{T}{\gamma C_v} \quad (1)$$

حل - گزینه «1» صحیح است.

با توجه به فشار ثابت بودن مسیر در این نمودار داریم:

$$C_p dT = T dS + V dP; P = \text{constant}; \gamma = \frac{C_p}{C_v} \Rightarrow \frac{dT}{dS} = \frac{T}{C_p} = \frac{T}{\gamma C_v}$$

مثال ۸: در شتابدهنده، پروتونها مسیری دایره ای به قطر 23.0m را در یک اتاقک خلا طی می کنند که دمای

گاز باقیمانده در آن 295K و فشار آن  $1.00 \times 10^{-6}$  torr است. (الف) تعداد مولکولهای گاز در هر سانتی متر

مکعب را در این فشار محاسبه کنید. (ب) اگر قطر مولکولی  $2.00 \times 10^{-8}$  cm باشد، مسافت آزاد میانگین

مولکولهای گاز چقدر است؟

حل -

(الف) طبق قانون گازهای کامل  $PV = nRT$  است. از تقسیم طرفین این معادله بر  $N_A$ ، با توجه به این که

$n = N/N_A$ ،  $k = R/N_A$  است، به معادله  $pV = NkT$  و از آنجا به  $N/V = p/kT$  می رسیم که در اینجا

p فشار محفظه و برابر است با:

$$P = 1 \text{ torr} = (10^{-6} \text{ mmHg}) \left( \frac{1.01 \times 10^5 \text{ pa}}{760 \text{ mmHg}} \right) = 1.333 \times 10^{-4} \text{ pa}$$

$$\begin{aligned} \frac{N}{V} &= \frac{p}{kT} = \frac{1.333 \times 10^{-4} \text{ pa}}{(1.38 \times 10^{-23} \text{ J/k})(295 \text{ k})} \\ &= 3.27 \times 10^6 \text{ molecule / m}^3 = 3.27 \times 10^{10} \text{ molecule / cm}^3 \end{aligned}$$

(ب) مسافت آزاد میانگین:

$$\begin{aligned} l &= \frac{1}{\sqrt{2} \pi d^2 N/V} \\ &= \frac{1}{\sqrt{2} \pi (2.00 \times 10^{-10} \text{ m})^2 (3.27 \times 10^{10} \text{ m}^{-3})} = 172 \text{ m} \end{aligned}$$

مثال ۹: در دمای  $20^{\circ}\text{C}$  و فشار  $750\text{ torr}$ ، پویش آزاد میانگین گاز آرگون ( $Ar$ ) و گاز نیتروژن ( $N_2$ ) عبارت اند از  $l_{Ar} = 9/9 \times 10^{-6}\text{ cm}$  و  $l_{N_2} = 2/75 \times 10^{-6}\text{ cm}$  (الف) نسبت قطر اتم  $Ar$  به قطر مولکول  $N_2$  را پیدا کنید.

حل -

(الف) نسبت پویش های آزاد میانگین مولکول های آرگون و نیتروژن:

$$\frac{l_{Ar}}{l_{N_2}} = \frac{1 / (\pi \sqrt{2} d_{Ar}^2 (N/V))}{1 / (\pi \sqrt{2} d_{N_2}^2 (N/V))}$$

$$\frac{d_{Ar}}{d_{N_2}} = \sqrt{\frac{l_{N_2}}{l_{Ar}}} = \sqrt{\frac{27/5 \times 10^{-6}\text{ cm}}{9/9 \times 10^{-6}\text{ cm}}} = 1/67$$

مثال ۱۰: یک توپ ۲ Kg از برنج در  $75^{\circ}\text{C}$  داخل ظرفی با ۱۵ kg آب که درجه حرارت اولیه ی ظرف  $5^{\circ}\text{C}$  می باشد

قرار گرفته است. در صورت ایزوله بودن ظرف تغییرات کل آنتروپی آب و توپ چگونه است؟

$$C_p(\text{H}_2\text{O}) = 4/2 \frac{\text{J}}{\text{g}^{\circ}\text{K}} ; C_p(\text{ball}) = 0/5 \frac{\text{J}}{\text{g}^{\circ}\text{K}}$$

$$-0/22 \frac{\text{kJ}}{\text{K}} \quad (2) \qquad +0.046 \frac{\text{kJ}}{\text{K}} \quad (1)$$

$$-0.046 \frac{\text{kJ}}{\text{K}} \quad (4) \qquad +0/22 \frac{\text{kJ}}{\text{K}} \quad (3)$$

حل - گزینه «4» صحیح است

$$m_1 c_1 (T_1 - T') = m_2 c_2 (T' - T_2), T_1 = 75^{\circ}\text{C}, c_1 = 0/5, m_1 = 2\text{kg}$$

$$m_2 = 15, T_2 = 5, c_2 = 4/2$$

$$\rightarrow T' = 6/09^{\circ}\text{C} \rightarrow T' = 279^{\circ}\text{K}$$

$$\Delta S_1 = m_1 c_1 \ln \frac{T'}{T_1} = -0/22 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}$$

$$\Delta S_2 = m_2 c_2 \ln \frac{T'}{T_2} = 0/266 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}$$

$$\Delta S_1 + \Delta S_2 = +0.046 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}$$



مثال ۱۱: تغییر آنتروپی گازی که از معادله‌ی حالت  $V(P+b) = RT$  تبعیت می‌کند در فرآیند ایزوترمال در

صورتی که از فشار  $P_1$  تا  $P_2$  برود چقدر است؟

$$R \ln \frac{P_2 + b}{P_1 + b} \quad (2)$$

$$R \ln \frac{P_2 - b}{P_1 + b} \quad (1)$$

$$R \ln \frac{P_2 + b}{P_1 - b} \quad (4)$$

$$R \ln \frac{P_1 + b}{P_2 + b} \quad (3)$$

حل-گزینه «2» صحیح است

$$dh = TdS + \bar{V}dP ; T = \text{ثابت} ; dh = C_p dT = 0$$

$$dS = \frac{V}{T} dP \rightarrow dS = \frac{R}{P+b} dP \rightarrow \Delta S = R \ln \frac{P_2 + b}{P_1 + b}$$

پرسش‌های چهار گزینه‌ای نظریه جنبشی گازها، آنتروپی و قانون دوم ترمودینامیک

۱- شش مولکول در یک جعبه و ۲ مولکول در جعبه‌ی دیگر قرار دارند، دو جعبه را به هم نزدیک می‌کنیم تا

۴ مولکول در هر جعبه قرار بگیرد. تغییر آنتروپی در این فرآیند چند  $\frac{J}{k}$  است؟ (حجم هر ظرف برابر است و

$$(R = 8(J) \quad k_B = 1/38 \times 10^{-23} (SI))$$

$$1/38 \ln \frac{7}{3} \times 10^{-23} \quad (2) \qquad 2/22 \times 10^{-23} \quad (1)$$

$$1/38 \ln 2 \times 10^{-23} \quad (4) \qquad 0/73 \times 10^{-23} \quad (3)$$

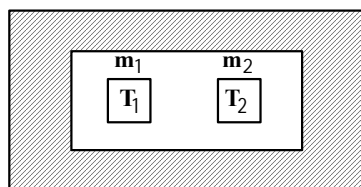
۲-  $n = 0/55$  مول از یک گاز کامل در یک جعبه قرار دارد، این جعبه در کنار جعبه‌ی خالی قرار می‌گیرد تا دو

جعبه پر شوند و به تعادل گرمائی برسند، تغییر آنتروپی در این فرآیند چقدر است؟ (دو جعبه همسانند)

$$0/03/7 \frac{J}{k} \quad (4) \qquad 0/317 \frac{J}{k} \quad (3) \qquad 3/7 \frac{J}{k} \quad (2) \qquad 3/17 \frac{J}{k} \quad (1)$$

۳- دو قطعه مشابه به دماهای مطلق  $T_1$  و  $T_2$  در یک سیستم ایزوله را کنار هم قرار می‌دهیم. پس از تعادل،

تغییر آنتروپی این سیستم کدام است؟



$$2mc \ln \frac{|T_2 - T_1|}{2\sqrt{T_1 T_2}} \quad (1)$$

$$2mc \ln \frac{T_1 + T_2}{|T_1 - T_2|} \quad (2)$$

$$2mc \ln \frac{T_1 + T_2}{2\sqrt{T_1 T_2}} \quad (3)$$

$$2mc \ln \frac{T_1}{T_2} \quad (4)$$

۴- سه موتور کارنو را در نظر بگیرید که اولی بین درجه حرارت  $T_i$ ،  $T_n$  و دومی بین  $T_1$ ،  $T_c$  و سومی بین

$T_c$ ،  $T_n$  کار نماید رابطه راندمان حرارتی بین این سه موتور به صورت زیر خواهد بود.

$$\eta_3 = \eta_1 + \eta_2 \quad (2) \qquad \eta_3 = \eta_1 \eta_2 \quad (1)$$

$$\eta_3 = \eta_1 + \eta_2 - \eta_1 \eta_2 \quad (4) \qquad \eta_3 = \eta_1 + \eta_2 + \eta_1 \eta_2 \quad (3)$$

۵- یک یخچال با سیکل کارنو کار می کند و گرما را از منبع سرد  $20^\circ\text{F}$  می گیرد و به منبع گرم  $80^\circ\text{F}$  پس

می دهد. ضریب عملکرد آن کدام است؟

80 (4)

20 (3)

8 (2)

2 (1)

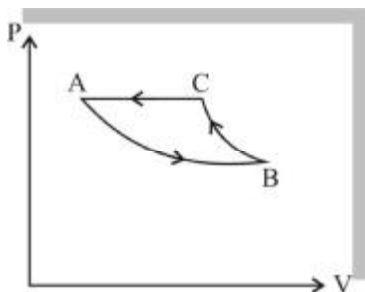
۶- یک مول گاز ایده آل تک اتمی تحت فرآیند زیر واقع می شود.

مرحله  $A \rightarrow B$  ایزوترم و برگشت پذیر

مرحله  $B \rightarrow C$  آدیاباتیکی و برگشت پذیر

مرحله  $C \rightarrow A$  فشار ثابت

کدام یک از معادلات زیر برای تغییر در آنترپی مرحله ایزوترم صحیح می باشند؟



$$\Delta s = \frac{\gamma}{1-\gamma} R \ln \frac{T_C}{T_A} \quad (2)$$

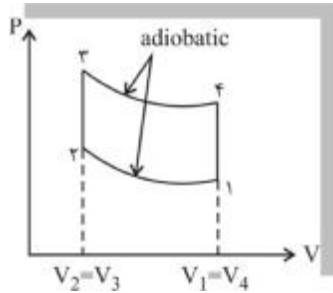
$$\Delta s = \ln \frac{V_B}{V_A} + C \ln \frac{T_C}{T_A} \quad (1)$$

$$13 \Delta s = \frac{\gamma}{1-\gamma} R \ln \frac{T_A}{T_C} \quad ($$

$$4 \Delta s = \frac{\gamma}{1-\gamma} + R \ln \frac{T_C}{T_A} \quad (3)$$

۷- بازده حرارتی برای یک موتور حرارتی برگشت پذیر که در یک سیکل اتو کار می کند چقدر است؟ (در این

سیستم یک گاز ایده آل به ظرفیت حرارتی ثابت به عنوان سیال کار مورد استفاده قرار می گیرد. فرض شود

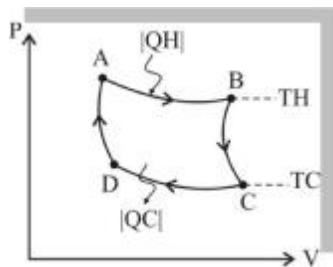


$$r = \frac{V_1}{V_2}$$

$$\eta = 1 - \left(\frac{1}{r}\right)^{\lambda-1} \frac{1}{r-1} \quad (2) \quad \eta = 1 - \left(\frac{1}{r}\right)^{\lambda} \quad (1)$$

$$\eta = 1 - \left(\frac{1}{r}\right)^{\lambda} \times \frac{1}{\lambda} \quad (4) \quad \eta = 1 - \left(\frac{1}{r}\right)^{\lambda-1} \quad (3)$$

۸- سیکل کارنو یک یخچال نمایش داده شده است. بازده آن کدام است؟



$$e = 1 - T_C / T_H \quad (1)$$

$$e = 1 - T_H / T_C \quad (2)$$

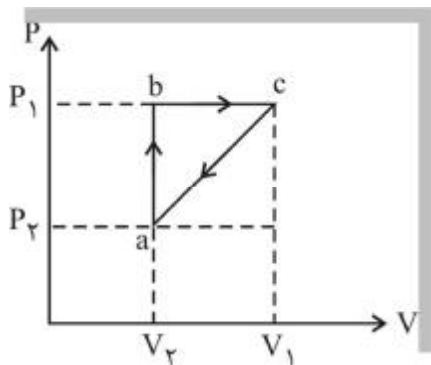
$$e = 1 + T_C / T_H \quad (3)$$

$$e = T_C / T_H - 1 \quad (4)$$

$$e = T_H / T_C - 1 \quad (5)$$

۹- شکل زیر یک شکل خیالی برای ماشین گازی است. بازده این ماشین را با فرض ثابت بودن گرمای ویژه

$C_p$  و  $C_v$  کدام است؟ (برحسب  $V_1, V_2, P_1, P_2, C_p, C_v$ )



$$\eta = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{C_v}{C_p}\right) \left(\frac{V_1}{V_2} - 1\right) \quad (1)$$

$$\eta = \frac{R}{C_v \left(\frac{V_2}{V_1 - V_2}\right) + C_p \frac{V_1}{P_1 - P_2}} \quad (2)$$

$$\frac{P_1 V_2 - P_2 V_1}{P_1 (V_1 - V_2)} \quad (3)$$

(4) هیچ کدام

۱۰- در یک نیروگاه دمای بخار گرم  $1300^{\circ}\text{F}$  و دمای آب سرد چگالنده  $48^{\circ}\text{F}$  می باشد. بیشترین بازدهی گرمائی

این سیستم چقدر است؟

- (1) 15%      (2) 39%      (3) 71%      (4) 85%

۱۱- بیان قانون دوم ترمودینامیک کدام گزینه است؟

(1) انتگرال سیگما  $\int \frac{\delta Q}{T}$  نمی تواند بزرگ تر از صفر شود.

(2) قابلیت کاردهی انرژی در جهان ثابت است.

(3) نمی توان همه کار را در یک فرآیند یا سیکل به گرما تبدیل کرد.

(4) نمی توان همه گرما را در یک فرآیند به کار تبدیل کرد.

۱۲- آنتروپی سیستم ایزوله شده:

(1) یا ثابت می ماند یا افزایش می یابد.      (2) ثابت می ماند.

(3) همیشه افزایش می یابد.      (4) همیشه کاهش می یابد.

۱۳- تغییرات آنتروپی یک گاز ایده آل در یک فرآیند از حالت  $(T_1, V_1)$  به حالت  $(T_2, V_2)$  عبارت است از:

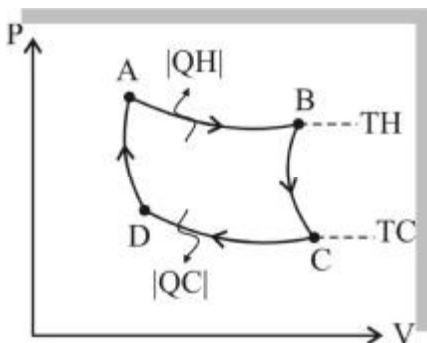
$$\Delta s = nR \ln \frac{P_1}{P_2} + C_p \ln \frac{T_2}{T_1} \quad (2)$$

$$\Delta s = nR \ln \frac{V_2}{V_1} + C_v \ln \frac{T_2}{T_1} \quad (1)$$

(4) هر دو جواب 1 و 2 صحیح می باشد.

$$\Delta s = nR \ln \frac{T_2}{T_1} \quad (3)$$

۱۴- برای یک مول از گاز ایده آل چرخه کارنو مطابق شکل زیر به تصویر درآمده است.  $Q_H - Q_C$  را بیابید.



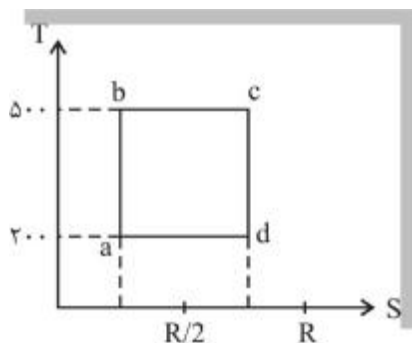
$$RT_H \ln(V_A / V_B) - RT_C \ln(V_C / V_D) \quad (1)$$

$$RT_H \ln(V_A / V_B) - RT_C \ln(V_D / V_C) \quad (2)$$

$$RT_H \ln(V_A / V_B) - RT_C \ln(V_D / V_C) \quad (3)$$

$$RT_H \ln(V_B / V_A) - RT_C \ln(V_C / V_D) \quad (4)$$

۱۵- سیستم شکل مقابل حول سیکل a-b-c-d و دیاگرام T-S که برگشت پذیر است نشان داده شده است



سیکل مورد نظر:

- (1) ماشین حرارتی (سیکل کارنو است)
- (2) پمپ حرارتی است (سیکل تبرید)
- (3) هم ماشین حرارتی و هم سیکل تبرید است
- (4) هیچ کدام

۱۶- تغییر آنتروپی جهان برای خازنی که دارای ظرفیت  $1\mu\text{f}$  در  $0^\circ\text{C}$  به یک باتری برگشت پذیر  $100\text{V}$  وصل

است کدام است؟

$$1/83 \times 10^{-5} \frac{\text{J}}{\text{K}} \quad (2)$$

$$-1/83 \times 10^5 \frac{\text{J}}{\text{K}} \quad (1)$$

$$1/83 \times 10^5 \frac{\text{J}}{\text{K}} \quad (4)$$

$$-18/3 \times 10^{-5} \frac{\text{J}}{\text{K}} \quad (3)$$

۱۷- هرگاه یک بلوک مسی با جرم  $0.4\text{kg}$  و ظرفیت گرمایی کل در فشار ثابت معادل  $150 \frac{\text{J}}{\text{K}}$  با دمای  $100^\circ\text{C}$  در

دریاچه ای با دمای  $10^\circ\text{C}$  قرار می گیرد تغییر آنتروپی جهان کدام است؟

$$6/3 \frac{\text{J}}{\text{K}} \quad (4)$$

$$89/1 \frac{\text{J}}{\text{K}} \quad (3)$$

$$47/7 \frac{\text{J}}{\text{K}} \quad (2)$$

$$-41/4 \frac{\text{J}}{\text{K}} \quad (1)$$

۱۸- هرگاه بلوک سوال فوق در  $10^\circ\text{C}$  در  $100\text{m}$  ارتفاع از ارتفاع  $100\text{m}$  به درون دریاچه سقوط کند تغییر

آنتروپی کل جهان کدام مورد است؟

(4) هیچکدام

$$-139 \frac{\text{J}}{\text{K}} \quad (3)$$

(2) صفر

$$139 \frac{\text{J}}{\text{K}} \quad (1)$$

### پاسخ پرسش‌های چهار گزینه‌ای فصل چهارم

1- گزینه «4» صحیح است.

با توجه به این که فرایند ایزوترمال است می توان در حالت ثانویه با توجه به  $V_2 = 2V_1$  می توان نوشت:

$$\Delta S = \frac{Nk_B}{R} \ln \frac{V_2}{V_1} = \frac{8k_B}{8} \ln 2$$

2- گزینه «1» صحیح است.

در طی این فرآیند دمای تحول می تواند ثابت باشد پس با توجه به اینکه داریم  $V_2 = 2V_1$ :

$$\Delta S = Rn \ln \frac{V_2}{V_1} = 8 / 3 \times 0 / 55 \ln 2 \sim 3 / 17 \frac{J}{K}$$

3- گزینه «3» صحیح است.

برای آنتروپی، که معرف بی‌نظمی محیط است می توان نوشت:  $S = \frac{\delta Q}{T}$  که در آن  $\delta Q$  تغییرات جزئی گرمائی مبادله شده و  $T$  دمای محیط می باشد.

تذکر: از دیدگاه آماری می توان آنتروپی را با توجه به حالات قابل حصول در سیستم به صورت زیر نوشت یعنی:

$$S = K_B \ln \Omega$$

که در آن  $K_B$  ثابت بولتزمن و  $\Omega$  حصول در سیستم می باشد. با توجه به این رابطه می توان مفهوم بی‌نظمی جهان را نیز یافت.

توجه: اگر ظرفیت گرمائی یک جسم  $C$  و جرم آن  $m$  باشد می توان تغییر آنتروپی آن را به صورت زیر نوشت:

$$\Delta S = mc \ln \frac{T_2}{T_1}$$

حال می توان گفت دو سیستم ذکر شده در سوال بعد از رسیدن به حالت تعادل دارای ویژگی زیر هستند یعنی:

$$mc\Delta T + mc\Delta T = mc((T_1 - T_f) + (T_2 - T_f)) = 0$$

$$T_f = \left( \frac{T_1 + T_2}{2} \right)$$

و برای آنتروپی داریم:

$$\Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2 = mc \ln T \frac{f}{T_1} + mc \ln T \frac{T_f}{T_2}$$

$$\Delta S = mc \ln \left( \frac{(T_1 + T_2)^2}{4T_1 T_2} \right) = 2mc \ln \frac{T_1 + T_2}{2\sqrt{T_1 T_2}}$$

4- گزینه (4) صحیح است.

$$\begin{cases} \eta_1 = 1 - \frac{T_h}{T_i} \\ \eta_2 = 1 - \frac{T_i}{T_c} \Rightarrow \eta_3 = \eta_1 + \eta_2 - \eta_1 \eta_2 \\ \eta_3 = 1 - \frac{T_h}{T_c} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} (\eta_3 &= (1 - \frac{T_h}{T_i}) + (1 - \frac{T_i}{T_c}) - (1 - \frac{T_h}{T_i})(1 - \frac{T_i}{T_c})) \\ &= 2 - \frac{T_h}{T_i} - \frac{T_i}{T_c} - (1 - \frac{T_i}{T_c} - \frac{T_h}{T_i} + \frac{T_h}{T_i} \times \frac{T_i}{T_c}) = 1 - \frac{T_h}{T_c} \end{aligned}$$

5- گزینه (2) صحیح است.

$$\begin{cases} T_C = 20^\circ \text{F} = -6 / 66^\circ \text{C} \\ T_H = 80^\circ \text{F} = 26 / 66^\circ \text{C} \end{cases} \Rightarrow \omega = \frac{T_L}{T_H - T_L} = \frac{273 - 6 / 66}{26 / 66 + 6 / 66} = 7 / 99 \approx 8$$

6- گزینه (4) صحیح است.

$$\Delta s = nR \ln \frac{V_B}{V_A}, \begin{cases} P_B V_B^\gamma = P_C V_C^\gamma \\ P_A = P_C \Rightarrow P_C V_A \end{cases} \Rightarrow \frac{V_B}{V_A} = \left( \frac{V_B}{V_A} \right)^\gamma \Rightarrow \Delta S = \gamma nR \ln \frac{V_B}{V_C}$$

$$T_C V_C^{\gamma-1} = T_B V_B^{\gamma-1} \Rightarrow \left( \frac{V_B}{V_C} \right)^{\gamma-1} = \frac{T_C}{T_B}$$

$$\Rightarrow \Delta S = \gamma nR \ln \left( \frac{T_C}{T_B} \right)^{\frac{1}{\gamma-1}} = \frac{\gamma nR}{\gamma-1} \ln \frac{T_C}{T_B} = \frac{\gamma nR}{1-\gamma} \ln \frac{T_B}{T_C}$$

$$T_B = T_A$$

$$\Delta S = \frac{\gamma nR}{1-\gamma} \ln \frac{T_A}{T_C}$$

7- گزینه (3) صحیح است.

سیستم در فرآیند 3 → 2 گرمای Q<sub>1</sub> را گرفته و در فرآیند 1 → 4 گرمای Q<sub>2</sub> را از دست می‌دهد.



$$\eta = 1 - \frac{|Q_2|}{Q_1} = 1 - \frac{|nC_p(T_1 - T_2)|}{nC_p(T_3 - T_2)} = 1 - \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2} = 1 - \frac{T_1(\frac{T_2}{T_1} - 1)}{T_2(\frac{T_3}{T_2} - 1)}$$

$$\begin{cases} T_1 V_1^{\lambda-1} = T_3 V_2^{\lambda-1} \\ T_4 V_4^{\lambda-1} = T_3 V_3^{\lambda-1} \end{cases}, V_3 = V_2, V_1 = V_4 \Rightarrow \frac{T_3}{T_2} = \frac{T_4}{T_1}$$

$$\Rightarrow \eta = 1 - \frac{T_1}{T_2} = 1 - \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\lambda-1} = 1 - \left(\frac{1}{r}\right)^{\lambda-1}, r = \frac{V_1}{V_2}$$

8- گزینه (5) صحیح است.

$$\Delta U = 0 = \Delta Q - \Delta W \quad \text{چون} \quad \Delta Q = Q_C - Q_H = \Delta W$$

$$e = \frac{|\Delta W|}{Q_C} = \frac{Q_H}{Q_C} - 1 \quad \text{چون} \quad Q_H > Q_C$$

$$\frac{Q_H}{Q_C} = \frac{T_H}{T_C}, \quad \boxed{e = \frac{T_H}{T_C} - 1}, \quad T_H > T_C$$

9- گزینه (4) صحیح است.

$$Q_{a \rightarrow b} = C_v(T_b - T_a) \quad , \quad Q_{b \rightarrow c} = C_p(T_c - T_b)$$

کل گرمای داده شده به سیستم عبارتست از

$$Q_H = Q_{a \rightarrow b} + Q_{b \rightarrow c} = C_v(T_b - T_a) + C_p(T_c - T_b)$$

کل کار انجام شده برابر با مساحت مثلث abc است

$$W = \frac{1}{2}(P_1 - P_2)(V_1 - V_2)$$

$$\begin{cases} \eta = \frac{W}{Q_H} = \frac{\frac{1}{2}(P_1 - P_2)(V_1 - V_2)}{C_v(T_b - T_a) + C_p(T_c - T_b)} \\ T_a = \frac{P_2 V_2}{R}, T_b = \frac{P_1 V_2}{R}, T_c = \frac{P_1 V_1}{R} \end{cases} \Rightarrow \eta = \frac{\frac{1}{2}R}{\frac{C_2 V_2}{V_1 - V_2} + \frac{C_p P_1}{P_1 - P_2}}$$

10- گزینه «3» صحیح است.

$$\eta = 1 - \frac{T_C}{T_H} = 0/711$$

11- گزینه (4) صحیح است.

12- گزینه (1) صحیح است.

13- گزینه (4) صحیح است.

$$\Delta S = \int \frac{dQ}{T} = \int \frac{dU + dW}{T} = \int \frac{nC_v dT + PdV}{T} = nC_v \int_{T_1}^{T_2} \frac{dT}{T} + \int \frac{PdV}{T}$$

$$= nC_v \ln \frac{T_2}{T_1} + \int_{V_1}^{V_2} \frac{\frac{nRT}{V} dV}{T} = nC_v \ln \frac{T_2}{T_1} + nR \ln \frac{V_2}{V_1}$$

14- گزینه (4) صحیح است.

چون انرژی یک گاز کامل فقط تابعی از دمای آن است، تغییرات انرژی داخلی در فرآیند همدمای a-b صفر است

$$Q_H = W_2 = nRT_H \ln \frac{V_b}{V_a}$$

به گونه‌ای مشابه، اندازه جریان گرمای  $Q_C$  برابر کار  $W_1$  است. پس داریم

$$Q_C = W_1 = nRT_C \ln \frac{V_c}{V_a}$$

$$Q_H - Q_C = RT_H \ln \frac{V_b}{V_a} - RT_C \ln \frac{V_c}{V_d}$$

15- گزینه (1) صحیح است.

فرآیند b-c و d-c، دو فرآیند تک دما در دماهای  $T_H = 500K$  و  $T_C = 200K$  بوده و دو فرآیند ab و cd بی‌دررو هستند.

16- گزینه (2) صحیح است.

با توجه به انرژی ذخیره شده در خازن می توان نوشت:

$$Q = \frac{1}{2} CV^2 = 5 \times 10^{-3} \text{ J}, T = 273$$

$$\Delta S = + \frac{Q}{T} = 1/83 \times 10^{-5} \frac{\text{J}}{\text{K}}$$

17- گزینه (4) صحیح است.

برای این سیستم می توان از رابطه ی آنتروپی نوشت:

$$\Delta S_{\text{cu}} = C \ln \frac{T_2}{T_1} = -41/4 \frac{\text{j}}{\text{k}}$$

$$\Delta S_{\text{la}} = \frac{\Delta Q}{T} = \frac{C \Delta T}{T} = \frac{150 \times 90}{283} = 47/7 \frac{\text{j}}{\text{k}}$$

$$\Delta S_T = -41/4 + 47/7 = 6/3 \frac{\text{j}}{\text{k}}$$

18- گزینه ی (1) صحیح است.

از انجا که دمای مربوط به بلوک ثابت فرض شده است تغییر آنتروپی آن صفر می باشد و برای دریاچه داریم:

$$\Delta S_{\text{cu}} = 0$$

$$\Delta S_{\text{la}} = \frac{\Delta Q}{T} = \frac{mgh}{T} = \frac{0/41 \times 9/8 \times 100}{283} = 139 \frac{\text{j}}{\text{k}}$$

$$\Delta S_T = 139 \frac{\text{j}}{\text{k}}$$

## نمونه سوالات تستی (تألیفی)

۱- یک ماشین فشار  $70 \text{ L}$  هوا را به داخل یک مخزن با ظرفیت  $6 \text{ L}$  که دمای آن بدون تغییر می ماند پمپ

می کند. اگر تمام هوا در ابتدا در فشار  $1 \text{ atm}$  اتمسفر باشد، فشار مطلق نهایی هوا در داخل مخزن چقدر است؟

- (1)  $17 \text{ atm}$  (2)  $17/2 \text{ atm}$  (3)  $1 \text{ atm}$  (4)  $15/6 \text{ atm}$

۲- یک حباب هوا به حجم  $V_0$  بوسیله یک ماهی در عمق  $h$  دریاچه ای رها می شود. حباب به سطح آب

می رسد. فرض کنید که دما و فشار اتمسفر استاندارد سطح دریاچه ثابت است، حجم حباب درست قبل از

رسیدن به سطح چقدر است؟ چگالی آب  $\rho$  است.

$$V = \left(1 + \frac{\rho gh}{p}\right) V_0 \quad (1)$$

$$V = \left(\frac{\rho gh}{p}\right) V_0 \quad (2)$$

$$V = pV_0 \quad (3)$$

$$V = \left(p + \frac{\rho gh}{p}\right) V_0 \quad (4)$$

۳- یک استوانه قائم به ارتفاع  $h = 30 \text{ cm}$  و مساحت قاعده  $A = 12 \text{ cm}^2$  بحالت سرباز در دما و فشار

استاندارد قرار دارد. حال پیستونی به جرم  $5 \text{ kg}$  را که بطور کیپ با استوانه جفت می شود، داخل آن

قرار می دهیم که تا ارتفاع تعادل در داخل آن فرو رود. ارتفاع تا پیستون چقدر خواهد بود؟

- (1)  $21/4 \text{ cm}$  (2)  $30 \text{ cm}$  (3)  $15/2 \text{ cm}$  (4)  $50 \text{ cm}$

۴- دو گاز دو ظرف **A** و **B** را اشغال کرده اند. حجم گاز داخل **A** برابر  $0/11 \text{ m}^3$  و فشار  $1/38 \text{ MPa}$  وارد

می کند. حجم داخل **B**  $0/16 \text{ m}^3$  و فشار  $0/69 \text{ MPa}$  را اعمال می کند. این دو ظرف را بوسیله لوله ای با حجم

ناچیز به هم مرتبط می کنیم تا اینکه این دو باهم آمیخته شوند، اگر دما ثابت باقی بماند، فشار نهایی ظرف

چقدر می شود؟

- (1)  $97 \text{ MPa}$  (2)  $0/097 \text{ MPa}$

- (3)  $9/7 \text{ MPa}$  (4)  $0/97 \text{ MPa}$

۵- یک حباب شیشه‌ای به حجم  $400\text{cm}^3$  بوسیله لوله‌ای با حجم ناچیز به حباب شیشه‌ای دیگری به حجم  $200\text{cm}^3$  متصل شده است. حباب‌ها محتوی هوای خشک بوده و در دما و فشار مشترک  $20^\circ\text{C}$ ,  $1\text{atm}$  هستند. حباب بزرگتر در بخار  $100^\circ\text{C}$  و حباب کوچکتر در یخ مذاب  $0^\circ\text{C}$  فرو برده می‌شود. فشار مشترک نهایی برابر کدام گزینه می‌باشد؟

- (1)  $1/13\text{atm}$       (2)  $17/2\text{atm}$       (3)  $1\text{atm}$       (4)  $15/6\text{atm}$

۶- محفظه‌ای به حجم  $2\text{mL}$  محتوی  $50\text{mg}$  گاز در فشار  $100\text{kPa}$  است. جرم هر ذره گاز  $8 \times 10^{-26}\text{kg}$  است. میانگین انرژی جنبشی انتقالی هر ذره برابر است با:

- (1)  $4/8 \times 10^{23}\text{J}$       (2)  $4/8 \times 10^{22}\text{J}$       (3)  $48 \times 10^{23}\text{J}$       (4)  $0/48 \times 10^{23}\text{J}$

۷- اگر  $150$  لیتر گاز نیتروژن  $\gamma = 1/4$  بطور بی‌دررو در فشار  $1$  اتمسفر شروع به انبساط کند، فشار نهایی چقدر است؟ حجم نهایی  $250$  لیتر است

- (1)  $49\text{atm}$       (2)  $15\text{atm}$       (3)  $0/49\text{atm}$       (4)  $64/2\text{atm}$

## پاسخنامه سوالات تستی

۱- گزینه ۲ صحیح می باشد:

چون دما ثابت است، بنابراین از قانون بویل داریم:

$$p = \frac{C'}{V} \quad N, T = \text{const}$$

یعنی:

$$p_i V_i = p_f V_f$$

حجم اولیه برابر است با:

$$V_i = 70 + 6 = 76L$$

$$V_f = 6L$$

بنابراین در نهایت داریم:

$$p_i V_i = p_f V_f \Rightarrow 1(76) = p(6) \Rightarrow p_f = 17/2 \text{atm}$$

۲- گزینه ۱ صحیح است:

با مساوی قرار دادن  $p_0 V_0$  در عمق  $h$  با  $pV$  در سطح آب داریم:

$$(p + \rho gh) V_0 = pV \Rightarrow V = \left(1 + \frac{\rho gh}{p}\right) V_0$$

۳- گزینه ۱ صحیح خواهد بود.

فشار داخل استوانه به اندازه مقدار زیر افزایش می یابد:

$$\Delta p = \frac{mg}{A} = \frac{5(9/8)}{12 \times 10^{-4}} = 42 \text{kPa}$$

بنابراین فشار جدید برابر خواهد بود با:

$$p_{\text{atm}} + \Delta p = 141 \text{kPa}$$

برای  $T$  ثابت داریم:

$$p_i V_i = p_f V_f \Rightarrow p_{\text{atm}} (30)A = 142(h)(A)$$

از حل این رابطه بدست می‌آوریم:

$$h = \frac{101(30)}{142} = 21/4 \text{ cm}$$

۴- گزینه ۴ صحیح است:

با استفاده از معادله حالت گاز کامل داریم:

$$pV = nRT$$

برای هر یک از گازها می‌توانیم بنویسیم:

$$p_A V_A = n_A RT$$

$$p_B V_B = n_B RT$$

پس از باز کردن شیر و آمیخته کردن گازها و رسیدن به حالت تعادل، با استفاده از قانون بویل برای فشار نهایی می‌توان

نوشت:

$$p_f (V_A + V_B) = (n_A + n_B) RT = p_A V_A + p_B V_B$$

بنابراین داریم:

$$p_f = \frac{p_A V_A + p_B V_B}{V_A + V_B}$$

$$\Rightarrow p_f = \frac{(1/38)(0/11) + (0/69)(0/16)}{(0/11) + (0/16)} = 0/97 \text{ MPa}$$

۵- گزینه ۱ صحیح است:

$n_A, n_B$  تعداد مولهای گاز در حبابهای بزرگ و کوچک در حالت نهایی می‌باشد.

با نمایش دماهای نهایی به صورت  $T_{Af}, T_{Bf}$  و فشار نهایی بصورت  $p_f$  از قانون گاز ایده آل خواهیم داشت:

$$p_f V_{Af} = n_A RT_{Af}$$

$$p_f V_{Bf} = n_B RT_{Bf}$$

همچنین در حالت اولیه داریم:

$$p_i V_i = nRT_i$$

که در آن داریم:

$$V_i = V_{Af} + V_{Bf}$$

از معادله  $n = n_A + n_B$  داریم:

$$\frac{p_f V_{Af}}{RT_{Af}} + \frac{p_f V_{Bf}}{RT_{Bf}} = \frac{p_i V_i}{Rt_i}$$

بنابراین با جاگذاری مقادیر داده شده در صورت سوال خواهیم داشت:

$$p_f = 1/13 \text{ atm}$$

۶- گزینه ۲ صحیح می باشد:

برای بدست آوردن انرژی جنبشی انتقالی هر ذره، ابتدا چگالی عددی ذره را پیدا می کنیم:

تعداد ذرات برابر است با:

$$N = \frac{M}{m} = \frac{50 \times 10^{-6}}{8/3 \times 10^{-26}} = 6/3 \times 10^{20}$$

حال چگالی عددی ذرات برابر است با:

$$n = \frac{N}{V} = \frac{6/3 \times 10^{20}}{2 \times 10^{-6}} = 3/2 \times 10^{26}$$

بنابراین انرژی جنبشی انتقالی برابر است با:

$$p = \frac{2}{3} (n_u K_{avg}) \Rightarrow K_{avg} = 4/8 \times 10^{22} \text{ J}$$

۷- گزینه ۳ صحیح است:

از معادله گاز بی دررو داریم:

$$p_i V_i^\gamma = p_f V_f^\gamma \Rightarrow 1(150^{1/4}) = p_f (250^{1/4}) \Rightarrow p_f = 0/49 \text{ atm}$$



### نمونه سوالات تستی آنتروپی و قانون دوم ترمودینامیک (تألفی)

۱- یک ماشین بنزینی، به قدرت  $20\text{hp}$ ،  $35\text{ Kw}$  گرما از سوخت می‌گیرد. بازده گرمایی و مقدار گرمایی که

این ماشین به محیط دفع می‌کند کدام است؟

$$e=1/43, Q_L = 21/1\text{KW} \quad (2)$$

$$e=0/43, Q_L = 20/1\text{KW} \quad (1)$$

$$e=1/43, Q_L = 21/1\text{KW} \quad (4)$$

$$e=0/33, Q_L = 20/1\text{KW} \quad (3)$$

۲- یخچالی  $1\text{kJ}$  کار از بیرون می‌گیرد و  $1/5\text{kJ}$  گرما از فضای سرد دفع می‌کند. چقدر انرژی وارد آشپزخانه

می‌شود و ضریب عملکرد کدام است؟

$$1/5\text{kJ}, 2/5 \quad (4)$$

$$35\text{kJ}, 3/5 \quad (3)$$

$$2/5\text{kJ}, 1/5 \quad (2)$$

$$25\text{kJ}, 2/5 \quad (1)$$

۳- نیروگاهی  $150\text{ MW}$  برق تولید می‌کند. این نیروگاه  $1000\text{ MW}$  از منبع گرم زیرزمینی دریافت و به

اتمسفر گرما دفع می‌کند. آهنگ هوای ورودی به برج خنک‌کن چقدر خواهد بود، در صورتی که بخواهیم

دمای هوا بیش از  $10^\circ\text{C}$  افزایش نیابد؟

$$48611 \quad (4)$$

$$68441 \quad (3)$$

$$84661 \quad (2)$$

$$86461 \quad (1)$$

۴- اتومبیلی  $5\text{kg}$  سوخت را در  $1500\text{K}$  می‌سوزاند و انرژی را در دمای متوسط  $750\text{K}$  از طریق رادیاتور و گاز

خروجی دفع می‌کند. اگر ارزش گرمایی سوخت  $40\text{kJ/kh}$  باشد، ماکزیمم قدرت موتور برابر کدام گزینه

خواهد بود؟

$$10 \quad (4)$$

$$2000 \quad (3)$$

$$100 \quad (2)$$

$$1000 \quad (1)$$

۵- تغییرات آنتروپی ناشی از گرم کردن یک مول از اتم‌های نقره در حجم ثابت از  $0^\circ\text{C}$  تا  $30^\circ\text{C}$  برابر کدام

گزینه می‌باشد؟  $C_V$  دارای مقداری ثابت برابر با  $5/85\text{cal/deg.mol}$  می‌باشد.

$$1/23 \quad (4)$$

$$0/23 \quad (3)$$

$$1/61 \quad (2)$$

$$0/61 \quad (1)$$

۶- یک موتور حرارتی را در نظر بگیرید که میان دو منبع گرمایی کار می‌کند. هر دو منبع دارای ظرفیت گرمایی مستقل از حرارت  $c$  می‌باشند. منبع های حرارتی دارای دمای اولیه  $T_1, T_2$  می‌باشند بطوری که  $T_2 > T_1$ . موتور حرارتی تا زمانی کار می‌کند که این دو منبع هر دو به دمای یکسان  $T_3$  برسند. در این صورت رابطه بین  $T_1, T_2, T_3$  برابر کدام گزینه خواهد بود؟

$$T_3 \geq \sqrt{T_1 T_2} \quad (1) \quad T_3 \leq \sqrt{T_1 T_2} \quad (2) \quad T_3 \geq T_1 T_2 \quad (3) \quad T_3^2 \geq \sqrt{T_1 T_2} \quad (4)$$

۷- دو منبع حرارتی بزرگ در دماهای  $900\text{K(H)}$  و  $300\text{K(L)}$  وجود می‌باشند.  $100\text{cal}$  گرما از منبع (H) برداشته شده و به منبع (L) افزوده می‌شود. در اینصورت تغییرات آنتروپی جهان چگونه خواهد بود؟

$$\frac{2}{3} \text{ cal/K} \quad (1) \quad \frac{2}{5} \text{ cal/K} \quad (2) \quad \frac{3}{9} \text{ cal/K} \quad (3) \quad \frac{2}{9} \text{ cal/K} \quad (4)$$

۸- دو منبع حرارتی بزرگ در دماهای  $900\text{K(H)}$  و  $300\text{K(L)}$  موجود می‌باشند. یک موتور حرارتی بین (L) و (H) کار می‌کند. به ازای هر  $100\text{cal}$  گرما که از منبع (H) برداشته می‌شود چه مقدار کار انجام می‌شود و چه مقدار گرما به منبع (L) افزوده می‌شود؟

$$W = \frac{100}{3}, Q = \frac{200}{3} \quad (1) \quad W = \frac{200}{3}, Q = \frac{100}{3} \quad (2) \quad W = \frac{20}{3}, Q = \frac{100}{3} \quad (3) \quad W = \frac{3}{100}, Q = \frac{100}{3} \quad (4)$$

۹- دو جسم جامد با ظرفیت گرمایی مشخص و برابر  $C$  به عنوان منبع گرمایی برای یک موتور حرارتی مورد استفاده قرار گرفته‌اند. دمای اولیه آن‌ها به ترتیب برابر  $T_1, T_2$  می‌باشد. ماکزیمم کاری که می‌توان از این سیستم بدست آورد برابر کدام گزینه می‌باشد؟

$$C(T_1 + T_2 - 2\sqrt{T_1 T_2}) \quad (1) \quad C(T_1 + T_2 + 2\sqrt{T_1 T_2}) \quad (2) \quad C(T_1 - T_2 - 2\sqrt{T_1 T_2}) \quad (3) \quad C(T_1 + T_2 - \sqrt{T_1 T_2}) \quad (4)$$

۱۰- یک مول از یک گاز ایده‌آل تحت انبساط تکدما قرار می‌گیرد. و حجم آن از  $V_1$  به  $2V_1$  افزایش می‌یابد. تغییرات آنتروپی گاز کدام است؟

$$R \ln 4 \quad (1) \quad \ln 2 \quad (2) \quad 2 \ln 2 \quad (3) \quad R \ln 2 \quad (4)$$

۱۱- N اتم از یک گاز کامل در یک سیلندر با دیواره‌های عایق قرار دارند. که از یک طرف به یک پیستون وصل هستند. دمای اولیه برابر  $T_1$  و حجم اولیه برابر  $V_1$  می‌باشد. اگر با کشیدن پیستون حجم بصورت ناگهانی به مقدار  $V_2$  افزایش یابد. تغییرات آنتروپی چگونه خواهد بود؟

$$3Nk \ln \frac{V_1}{V_2} \quad (4)$$

$$2Nk \ln \frac{V_2}{V_1} \quad (3)$$

$$Nk \ln \frac{V_2}{V_1} \quad (2)$$

$$Nk \ln \frac{V_1}{V_2} \quad (1)$$

## پاسخنامه سوالات تستی

۱- گزینه ۱ صحیح است:

کار انجام شده برابر است با:

$$W = 20\text{hp} = 20(0.7457) = 14.91\text{kW}$$

از رابطه مربوط به بازده گرمایی داریم:

$$e = \frac{|W|}{|Q_H|} = \frac{14.91}{35} = 0.43$$

از طرف دیگر برای بدست آوردن گرمای دفع شده به محیط داریم:

$$\begin{aligned} |Q_H| - |Q_L| &= |W| \\ \Rightarrow |Q_L| &= |Q_H| - |W| \end{aligned}$$

در نتیجه داریم:

$$|Q_H| = 35 - 14.91 = 20.1\text{kW}$$

۲- گزینه صحیح گزینه ۲ می باشد:

معادله انرژی را بصورت زیر داشتیم:

$$|Q_H| - |Q_L| = |W| \Rightarrow |Q_H| = |W| + |Q_L|$$

بنابراین با جاگذاری داریم:

$$|Q_H| = 1 + 1/5 = 2/5\text{kJ}$$

برای ضریب عملکرد یخچال رابطه زیر را داشتیم:

$$K = \frac{|Q_L|}{|W|} = \frac{1/5}{1} = 1/5$$

۳- گزینه ۲ صحیح می باشد:

در ابتدا معادله انرژی را بصورت زیر می نویسیم:

$$|Q_H| - |Q_L| = |W| \Rightarrow |Q_L| = |Q_H| - |W| \Rightarrow |Q_L| = 1000 - 150 = 850\text{MW}$$

این مقدار برابر قدرت داده شده به هوا می باشد. اما مسئله از ما آهنگ هوای ورودی را خواسته است:

$$Q_L = mC_p\Delta T$$

بنابراین خواهیم داشت:

$$m = \frac{Q_L}{C_p\Delta T}$$

و در نهایت با جاگذاری مقادیر داریم:

$$m = \frac{850000}{1/004(10)} = 84661$$

۴- گزینه صحیح گزینه ۲ می باشد:

$$|Q_H| = mq = 5(40) = 200\text{kJ}$$

بازده یک ماشین گرمایی که روی چرخه کارنو عمل می کند برابر است با:

$$e = 1 - \frac{|T_L|}{|T_H|} = 1 - \frac{750}{1500} = 0/5$$

بنابراین بیشینه قدرت موتور برابر خواهد بود با:

$$e = \frac{|W|}{|Q_H|} \Rightarrow |W| = e|Q_H| = 100\text{kJ}$$

۵- گزینه صحیح گزینه ۱ می باشد

طبق روابطی که برای آنتروپی داشتیم در فرایندهای با حجم ثابت داریم:

$$S_f - S_i = \int_i^f \frac{dQ}{T} = n \int_i^f \frac{C_V}{T} dT$$

$$\Rightarrow \Delta S = nC_V \ln \frac{T_2}{T_1}$$

با جاگذاری مقادیر داده شده خواهیم داشت:

$$\Delta S = 5/85 \ln \frac{30+273}{273} = 0/61\text{cal/K}$$

۶- گزینه صحیح گزینه ۱ می باشد.

افزایش آنتروپی کل سیستم برابر است با:

$$\Delta S = \int_{T_1}^{T_3} \frac{C}{T} dT + \int_{T_2}^{T_3} \frac{C}{T} dT = C \ln \frac{T_3^2}{T_1 T_2}$$

طبق قانون دوم ترمودینامیک می‌دانیم که در تمامی فرایندها داریم:

$$\Delta S \geq 0$$

بنابراین داریم:

$$C \ln \frac{T_3^2}{T_1 T_2} \geq 0$$

بنابراین:

$$T_3^2 \geq T_1 T_2 \Rightarrow T_3 \geq \sqrt{T_1 T_2}$$

۷- گزینه ۳ صحیح است

از فرمول آنتروپی داریم:

$$dS = \frac{dQ}{T}$$

بنابراین:

$$\Delta S = Q \left( \frac{1}{T_L} - \frac{1}{T_H} \right) = 100 \left( \frac{1}{300} - \frac{1}{900} \right) = \frac{2}{9} \text{ cal/K}$$

۸- گزینه ۲ صحیح می‌باشد

کار خارجی انجام شده توسط گرما به ازای هر 100 کالری گرما برابر است با:

$$|W| = eQ_H$$

$$|W| = \left( 1 - \frac{T_L}{T_H} \right) Q_H$$

بنابراین با جاگذاری مقادیر عددی داریم:

$$|W| = \left( 1 - \frac{300}{900} \right) 100 = \frac{200}{3} \text{ cal}$$

گرمای جذب شده توسط (L) برابر است با:

$$Q_L = Q_H - W = \frac{100}{3} \text{ cal}$$

۹- گزینه ۱ صحیح می‌باشد

کار بدست آمده برابر است با:

$$W = C(T_1 + T_2 - 2T_f)$$

که در آن  $T_f$  دمای نهایی سیستم می‌باشد. از قانون دوم ترمودینامیک داریم:

$$\Delta S = C \ln \frac{T_f}{T_1} + C \ln \frac{T_f}{T_2} > 0$$

بنابراین خواهیم داشت:

$$T_f > \sqrt{T_1 T_2}$$

بنابراین در نهایت برای ماکزیمم کار بدست می‌آوریم:

$$W_{\max} = C(T_1 + T_2 - 2\sqrt{T_1 T_2})$$

۱۰- گزینه ۴ صحیح است:

در فرایند انبساط تکدما کار انجام گرفته برابر است با:

$$W = \int_{V_1}^{2V_1} p dV = RT \int_{V_1}^{2V_1} \frac{dV}{V} = RT \ln 2$$

بدلیل اینکه انرژی درونی گاز در این فرایند تغییری نکرده است، کار توسط گرمای جذب شده از محیط انجام می‌گیرد،

بنابراین افزایش آنتروپی گاز برابر است با:

$$\Delta S = \frac{\Delta Q}{T} = \frac{W}{T} = R \ln 2$$

۱۱- گزینه ۲ صحیح می‌باشد.

آنتروپی برابر است با:

$$dS = \frac{dQ}{T}$$

$$S_2 - S_1 = \int_{V_1}^{V_2} \frac{p}{T} dV = Nk \ln \frac{V_2}{V_1}$$

که برای قسمت دوم از معادله گاز کامل استفاده کرده‌ایم:

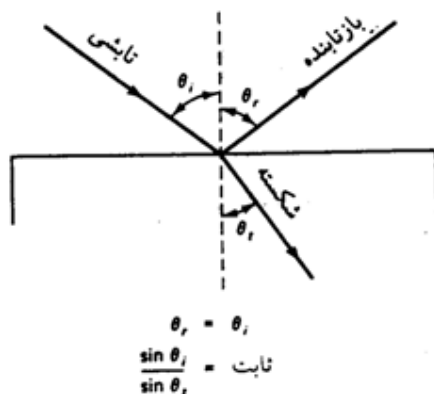
$$pV = NkT$$

## فصل پنجم: مبانی نور هندسی

اگر ابعاد سیستم هندسی مورد مطالعه به مقدار قابل توجهی بزرگتر از طول موج باشد، برای مطالعه سیستم از پرتوها و اپتیک هندسی استفاده می‌شود. اما اگر شرایط لازم برای اپتیک هندسی برقرار نباشد، نمی‌توانیم برای توصیف رفتار نور از پرتوها استفاده کنیم بلکه باید خصلت موجی نور را در نظر بگیریم. به این نوع مطالعه نور، اپتیک موجی می‌گویند. اپتیک هندسی حالت حدی مهمی از اپتیک موجی است.

### بازتابش و شکست:

همانطور که می‌بینید در شکل زیر  $\theta_i$  زاویه تابش،  $\theta'_1$  زاویه بازتابش و  $\theta_2$  زاویه شکست می‌باشد. در این حالت داریم:



پرتوهای بازتابیده و شکسته در صفحه متشکل از پرتو فرودی و خط عمود بر سطح مشترک در نقطه فرود، یعنی در همان صفحه شکل قرار دارند.

برای بازتابش داریم:

$$\theta'_1 = \theta_1$$

برای شکست، قانون اسنل برابر است با:

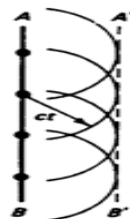
$$\frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = n_{21}$$

$n_{21}$  ضریب شکست محیط 2 نسبت به محیط 1 است.



### اصل هویگنس و اصل فرما:

هر نقطه‌ای از یک جبهه موج را می‌توان به عنوان چشمه ثانویه موج‌های کروی جدیدی در نظر گرفت که با سرعت نور در محیط منتشر می‌شوند، و سطحی که بر موج‌های ثانویه مماس می‌شود جبهه موج بعدی است.



با استفاده از اصل هویگنس می‌توان قوانین بازتابش و شکست پرتوها را بدست آورد. در این حالت برای قانون شکست بدست می‌آوریم:

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$$

که در این حالت می‌توانیم بدست آوریم:

$$\lambda_n = \frac{\lambda}{n}$$

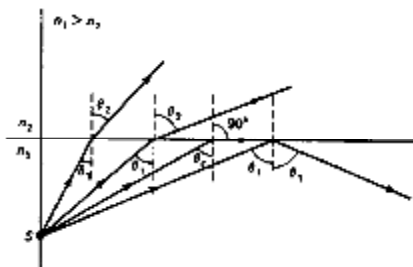
یعنی، طول موج نور در هر محیط مادی از طول موج همان نور در خلا کمتر است.

### اصل فرما:

پرتو نور در عبور از یک نقطه به نقطه دیگر چنان مسیری را دنبال می‌کند که زمان لازم برای طی آن، در مقایسه با مسیرهای مجاور، یا مینیموم باشد یا ماکزیموم و یا تغییر نکند، یعنی مانا باشد. با استفاده از اصل فرما نیز می‌توان قوانین بازتابش و شکست را بدست آورد.

### بازتابش داخلی کلی:

فرض می‌کنیم پرتوهای نور از یک محیط چگال نوری به سطحی می‌تابند که در طرف دیگر آن محیطی با چگالی نوری کمتر وجود دارد. با زیاد شدن زاویه فرود  $\theta$  وضعیتی پیش می‌آید که در آن پرتو شکسته در امتداد سطح قرار می‌گیرد، یعنی وضعیتی که زاویه شکست در آن  $90^\circ$  است. برای زوایای فرودی بزرگتر از این زاویه بحرانی  $\theta_c$ ، پرتو شکسته وجود ندارد و این منجر به پدیده‌ای می‌شود که به آن بازتابش داخلی کلی می‌گویند.



مقدار این زاویه بحرانی برابر است با:

$$n_1 \sin \theta_c = n_2 \sin 90^\circ$$

$$\Rightarrow \sin \theta_c = \frac{n_2}{n_1}$$

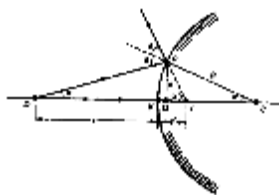
### امواج کروی - آینه تخت:

تصاویر یا حقیقی هستند یا مجازی. در تصویر حقیقی نور واقعاً از نقطه تصویر می‌گذرد، در تصویر مجازی رفتار نور طوری است که گویی از نقطه تصویر واگرا می‌شود، اگرچه در واقع نوری از این نقطه عبور نمی‌کند. تصاویری که در آینه‌های تخت تشکیل می‌شوند معمولاً مجازی‌اند. اگر  $O$  فاصله جسم تا آینه و  $i$  فاصله تصویر تا آینه باشد، در آینه تخت داریم:

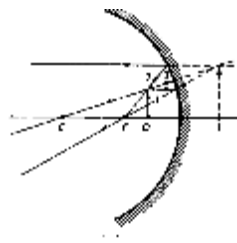
$$o = -i$$

### امواج کروی - آینه کروی:

آینه‌های کروی شامل دو نوع می‌باشند: آینه‌های مقعر و محدب. در آینه‌های مقعر مرکز انحنای آینه در سمت حقیقی یا در سمتی است که جسم قرار می‌گیرد اما در آینه‌های محدب مرکز انحنای آینه در سمت مجازی می‌باشد. نمایی از دو آینه محدب و مقعر در شکل زیر آمده است:



آینه محدب



آینه مقعر

در مورد این آینه‌ها رابطه بین محل تشکیل تصویر و محل جسم برابر است با:

$$\frac{1}{o} + \frac{1}{i} = \frac{2}{r}$$

که در آن  $r$  شعاع انحنای آینه می‌باشد. که  $r = 2f$  بنابراین بر حسب فاصله کانونی آینه این رابطه بصورت زیر نوشته می‌شود:

$$\frac{1}{o} + \frac{1}{i} = \frac{1}{f}$$

قرارداد علامت در این مورد عبارت است از:

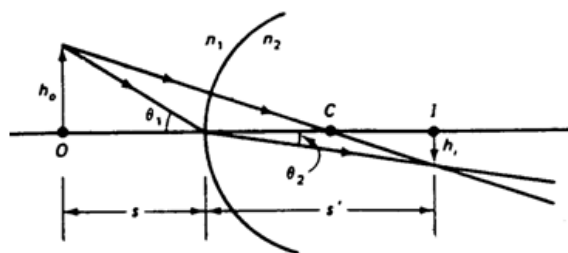
- (1) فاصله تصویر  $i$  مثبت است اگر تصویر در طرف حقیقی آینه باشد و منفی است اگر تصویر در طرف مجازی باشد.
- (2) شعاع انحنای آینه  $r$  مثبت است اگر مرکز انحنای در طرف حقیقی باشد و منفی است اگر مرکز انحنای در طرف مجازی باشد.

بزرگنمایی عرضی این آینه‌ها برابر است با:

$$m = -\frac{i}{o}$$

### سطوح شکاننده کروی:

در شکل زیر چشمه نقطه‌ای  $O$  را که نزدیک سطح شکاننده کروی به شعاع انحنای  $r$  قرار گرفته است، در نظر می‌گیریم. این سطح دو محیط را که ضریب شکست‌های آن‌ها متفاوت است از هم جدا می‌کند. ضریب شکست محیطی که نور از آن به سطح می‌تابد  $n_1$  است و ضریب شکست محیطی که در طرف دیگر این سطح قرار گرفته  $n_2$  است.



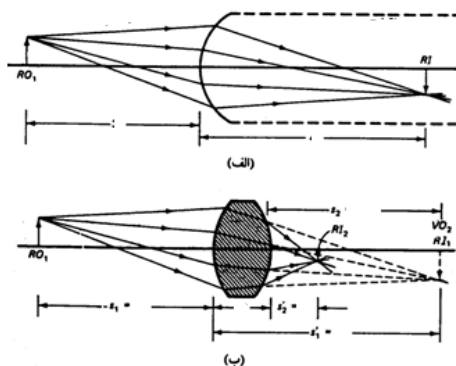
برای نوری که از شیء نقطه‌ای به سطوح کروی می‌تابد و می‌شکند، رابطه زیر برقرار است:

$$\frac{n_1}{o} + \frac{n_2}{i} = \frac{n_2 - n_1}{r}$$

در این حالت بر خلاف حالت آینه‌ها به طرفی که نور از آن می‌تابد طرف مجازی می‌گوییم. قرارداد علامت برای سطوح شکننده کروی مثل همان قرارداد علامت برای آینه‌ها است، چون تفاوت اساسی این دو مورد، که همان تعریف طرف حقیقی و طرف مجازی است در قرارداد ظاهر نمی‌شود.

### عدسی‌های نازک:

در اغلب موارد بیشتر از یک سطح شکننده در کار است. در اینگونه موارد اگر فاصله شیء اصلی را با  $O$  و تصویر نهایی را با  $I$  و شعاع انحنای هر یک از سطوح را با  $r'$  و  $r''$  نشان دهیم داریم:



$$\frac{1}{o} + \frac{1}{i} = (n-1) \left( \frac{1}{r'} - \frac{1}{r''} \right)$$

در این حالت قراردادهای علامت عبارتند از:

(1) فاصله تصویر  $i$  مثبت است اگر تصویر حقیقی در طرف حقیقی عدسی باشد و منفی است اگر تصویر (مجازی) در طرف مجازی عدسی باشد.

(2) فاصله شیء  $o$  مثبت است اگر پرتوهایی که به عدسی می‌تابند واگرا باشند، شیء در چنین مواردی حقیقی است.

فاصله شیء  $o$  منفی است اگر پرتوهایی که به عدسی می‌تابند، همگرا باشند، شیء در چنین مواردی مجازی است.

(3) شعاع‌های انحنای  $r'$  و  $r''$  به ترتیب به اولین و دومین سطوحی که نور با آن‌ها می‌خورد مربوط می‌شوند. این شعاع‌ها وقتی مثبتند که مرکزهای انحنای متناظر با آن‌ها در طرف حقیقی عدسی باشند، در غیر اینصورت منفی‌اند.

در عدسی‌های نازک فاصله کانونی برابر است با:

$$\frac{1}{f} = (n-1) \left( \frac{1}{r'} - \frac{1}{r''} \right)$$

به این رابطه معادله عدسی سازها می گویند زیرا از روی آن می شود فاصله کانونی را بر حسب شعاع انحنا و ضریب شکست ماده عدسی بدست آورد.

با ترکیب این دو معادله باهم، معادله عدسی نازک بصورت زیر در می آید:

$$\frac{1}{o} + \frac{1}{i} = \frac{1}{f}$$

فاصله کانونی در عدسی همگرا مثبت و در عدسی واگرا منفی در نظر گرفته می شود.

بزرگنمایی در عدسی های نازک برابر است با:

$$m = -\frac{i}{o}$$

نمونه سوالات تستی (تألیفی و GRE)

۱- شعاع انحنای یک آینه مقعر برابر ۴۰ سانتیمتر است. مکان شیء ای که دارای تصویر حقیقی و بزرگنمایی ۲ باشد، برابر کدام گزینه می باشد؟

- (1) 10 سانتیمتر      (2) 30 سانتیمتر      (3) 40 سانتیمتر      (4) 80 سانتیمتر

۲- برای اندازه گیری فاصله کانونی یک آینه، شمع روشنی در فاصله ۱۰ سانتیمتری آن قرار داده می شود. تصویر واضحی از شمع روی پرده ای در ۳۰ سانتیمتری آینه تشکیل می شود. فاصله کانونی آینه،  $f$  برابر است با:

- (1) 3/5cm      (2) 5/5cm      (3) 7/5cm      (4) 9/5cm

۳- دو عدسی نازک را که فاصله های کانونی آنها  $f_1, f_2$  است به هم چسبانده ایم. در این صورت این مجموعه معادل است با یک تک عدسی نازک. فاصله کانونی این تک عدسی برابر کدام گزینه خواهد بود؟

- (1)  $f = \frac{f_1 f_2}{f_1 + f_2}$       (2)  $f = \frac{f_1 f_2}{f_1 - f_2}$       (3)  $f = \frac{f_1 - f_2}{f_1 + f_2}$       (4)  $f = f_1 + f_2$

۴- در تابش یک پرتو بر سطح جدایی دو محیط، قسمتی از آن بازتابیده و قسمت دیگر شکسته می شود. اگر پرتو بازتابیده بر پرتو شکسته عمود باشد، زاویه تابش  $\theta$  چقدر است؟

- (1)  $\tan n$       (2)  $\sin n$       (3)  $\tan^{-1} \theta'$       (4)  $\tan^{-1} n$

۵- یک سیستم هم محور شامل دو عدسی نازک با فواصل کانونی  $f_1, f_2$  و به فاصله  $l$  از یکدیگر است. در صورتی که فضای بین عدسی های سیستم از آب پر شده باشد فاصله کانونی آن  $f$  برابر کدام گزینه می باشد؟

- (1)  $f = \frac{f_1 f_2}{f_1 + f_2}$       (2)  $f = \frac{f_1 f_2}{f_1 + f_2 - \frac{1}{n}}$       (3)  $f = \frac{f_1 f_2}{f_1 + f_2 - 1}$       (4)  $f = f_1 + f_2$

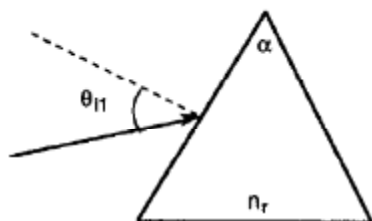
۶- نوری با زاویه تابش  $\theta_{i1} = 30^\circ$  به منشوری با زاویه راس  $\alpha = 60^\circ$  برخورد می‌کند. منشور از ماده‌ای با ضریب شکست  $n_r = 1/5$  ساخته شده و بوسیله خلا احاطه شده است. زاویه انحراف نور در اثر عبور از منشور برابر کدام گزینه می‌باشد؟

47° (4)

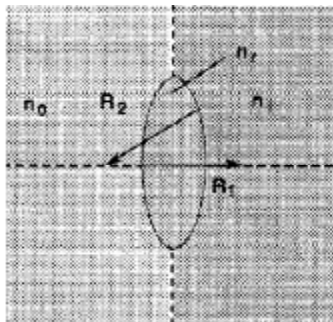
23° (3)

60° (2)

30° (1)



۷- عدسی نازکی را در نظر بگیرید. جسمی نقطه‌ای در مقابل عدسی در محیط با ضریب شکست  $n_0$  قرار گرفته است. عدسی محدب از ماده‌ای به ضریب شکست  $n_r$  ساخته شده است و تصویر در محیط  $n_i$  تشکیل می‌شود. اگر شعاع‌های انحنای برابر  $R_1, R_2$  باشند، فاصله کانونی دوم عدسی برابر کدام گزینه می‌باشد؟



$$f' = \frac{-n_0}{\frac{(n_r - n_0)}{R_1} + \frac{(n_i - n_r)}{R_2}} \quad (1)$$

$$f' = \frac{n_i}{\frac{(n_r - n_0)}{R_1} + \frac{(n_i - n_r)}{R_2}} \quad (2)$$

$$f' = \frac{n_i}{\frac{(n_i - n_r)}{R_1} + \frac{(n_r - n_0)}{R_2}} \quad (3)$$

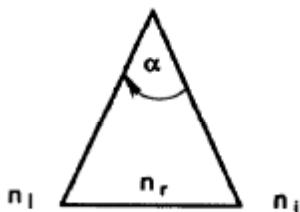
$$f' = \frac{-n_0}{\frac{(n_i - n_0)}{R_1} + \frac{(n_r - n_0)}{R_2}} \quad (4)$$

۸- نزدیکترین نقطه دید شخص ۵۰ ساله‌ای برابر ۱۰۰ سانتیمتر می‌باشد، چه لنزی باید استفاده شود تا این شخص بتواند اشیا در فاصله ۲۵ سانتیمتری را بخوبی ببیند ( فاصله کانونی عدسی مورد نیاز را بدست آورید).

20cm (1)      -33/3cm (2)      33/3cm (3)      -25cm (4)

۹- نور به منشوری با زاویه راس  $\alpha$  می‌تابد. منشور از ماده‌ای به ضریب شکست  $n_r$  ساخته شده است و نور از محیطی به ضریب شکست  $n_i$  می‌آید، زاویه انحراف پرتو برابر کدام گزینه می‌باشد؟

$\left(\frac{n_i}{n_r+1}\right)\alpha$  (4)       $\left(\frac{n_i}{n_r-1}\right)\alpha$  (3)       $\left(\frac{n_r}{n_i-1}\right)\alpha$  (2)       $\left(\frac{n_r}{n_i+1}\right)\alpha$  (1)





## پاسخنامه سوالات تستی

۱- گزینه ۲ صحیح می باشد:

در مورد آینه مقعر بزرگنمایی برابر بود با:

$$m = -\frac{i}{o} \Rightarrow 2 = -\frac{i}{o} \Rightarrow i = -2o$$

رابطه مربوط به فاصله شیء و تصویر در این حالت برابر بود با:

$$\frac{1}{o} + \frac{1}{i} = \frac{2}{r}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{o} + \frac{1}{-2o} = \frac{2}{40} \Rightarrow \frac{3}{2o} = \frac{1}{20} \Rightarrow o = 30\text{cm}$$

علامت مثبت برای  $i$  به دلیل حقیقی بودن تصویر می باشد.

۲- گزینه ۳ صحیح می باشد:

رابطه مربوط به فاصله شیء و تصویر در این حالت برابر است با:

$$\frac{1}{o} + \frac{1}{i} = \frac{1}{r}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{10} + \frac{1}{30} = \frac{1}{r} \Rightarrow \frac{4}{30} = \frac{1}{r} \Rightarrow r = 7.5\text{cm}$$

۳- گزینه ۱ صحیح می باشد:

برای تعیین فاصله کانونی ترکیب دو عدسی نازک به فواصل کانونی  $f_1, f_2$  داریم:

$$\frac{1}{o_1} + \frac{1}{i_1} = \frac{1}{f_1}$$

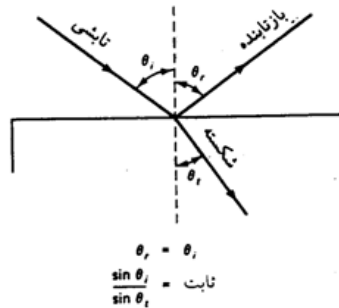
$$\frac{1}{o_2} + \frac{1}{i_2} = \frac{1}{f_2}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{o_1} + \frac{1}{i_2} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} = \frac{1}{f}$$

بنابراین در نهایت داریم:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} \Rightarrow f = \frac{f_1 f_2}{f_1 + f_2}$$

۴- گزینه ۴ صحیح می باشد:



در اینصورت با توجه به شکل خواهیم داشت:

$$\theta_2 + \theta' = 90^\circ$$

از طرفی در تابش یک پرتو بر سطح جدایی دو محیط برای بازتابش داریم:

$$\theta_1' = \theta_1 \Rightarrow \theta_2 + \theta_1 = 90^\circ$$

برای شکست، قانون اسنل برابر است با:

$$\frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = n \Rightarrow \frac{\sin \theta_1}{\sin(90 - \theta_1)} = n$$

$$\Rightarrow \frac{\sin \theta_1}{\cos \theta_1} = n \Rightarrow \tan \theta_1 = n \Rightarrow \theta_1 = \tan^{-1} n$$

۵- گزینه ۲ صحیح است:

همانند تست شماره 3 در این حالت داریم:

$$f = \frac{f_1 f_2}{f_1 + f_2 - \frac{1}{n}}$$

۶- گزینه ۴ صحیح می باشد:

در این مسئله داریم:  $\alpha = 60^\circ$  و  $\theta_{i1} = 30^\circ$  با استفاده از قانون اسنل داریم:

$$n_i \sin \theta_i = n_r \sin \theta_r$$

بنابراین داریم:

$$(1) \sin 30^\circ = 1/5 \sin \theta_{r1} \Rightarrow \theta_{r1} = 19/47^\circ$$

با استفاده از هندسه شکل داریم:

$$\alpha = \theta_{r1} + \theta_{i2} \Rightarrow \theta_{i2} = 60 - 19/47 = 40/53^\circ$$

دوباره با اعمال قانون اسنل داریم:

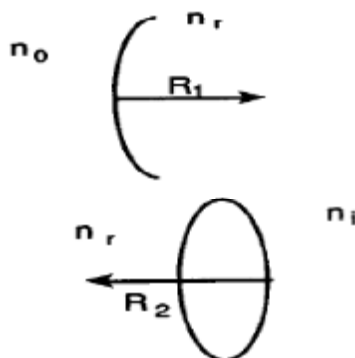
$$1/5 \sin 45/53^\circ = 1 \sin \theta_{r2} \Rightarrow \theta_{r2} = 77/10^\circ$$

زاویه انحراف کل برابر است با:

$$\delta = (\theta_{i1} - \theta_{r1}) + (\theta_{r2} - \theta_{i2}) = \theta_{i1} + \theta_{r1} - \alpha = 30 + 77/1 - 60 = 47/1^\circ$$

۷- گزینه ۲ صحیح می باشد:

این مسئله یک مسئله عمومی عدسی های نازک است. با استفاده از رابطه اپتیکی برای عبور از یک محیط به محیط دیگر داریم:



$$\frac{-n}{s} + \frac{n'}{s'} = \frac{n' - n}{R}$$

بنابراین داریم:

$$\frac{-n_o}{s_o} + \frac{n_r}{s'} = \frac{n_r - n_o}{R_1}$$

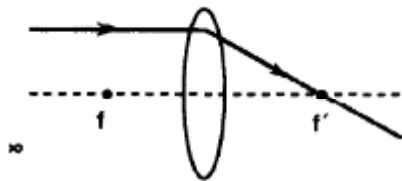
و

$$\frac{-n_r}{s'} + \frac{n_i}{s_i} = \frac{n_i - n_r}{R_2}$$

با جمع این دو رابطه داریم:

$$\frac{-n_o}{s_o} + \frac{n_i}{s_i} = \frac{n_r - n_o}{R_1} + \frac{n_i - n_r}{R_2}$$

برای بدست آوردن فاصله کانونی دوم قرار می دهیم:  $s_o = -\infty$



بنابراین داریم:

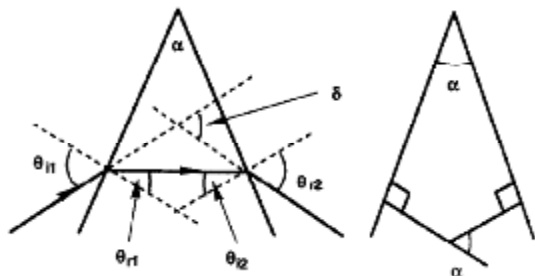
$$\frac{n_i}{f'} = \frac{n_r - n_o}{R_1} + \frac{n_i - n_r}{R_2} \Rightarrow f' = \frac{n_i}{\frac{(n_r - n_o)}{R_1} + \frac{(n_i - n_r)}{R_2}}$$

۸- گزینه ۳ صحیح است:

ما باید عدسی داشته باشیم که اشیا در فاصله 25 سانتیمتری را به فاصله 100 سانتیمتری بیاورد. توجه کنید که  $i$  منفی است زیرا فرض شده است که تصویر در همان طرف شیء واقع شده است:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{o} + \frac{1}{i} = \frac{1}{25} - \frac{1}{100} \Rightarrow f = 33.3 \text{ cm}$$

۹- گزینه ۲ صحیح می باشد:



$$n_i \sin \theta_{i1} = n_r \sin \theta_{r1}$$

برای بدست آوردن زاویه انحراف از قانون اسنل و هندسه شکل داریم:

با استفاده از تقریب زاویه کوچک داریم:

$$n_i \theta_{i1} = n_r \theta_{r1}$$

و:

$$n_r \theta_{i2} = n_i \theta_{r2}$$

زاویه انحراف کل شامل دو قسمت می‌باشد:

$$\delta = (\theta_{i1} - \theta_{r1}) + (\theta_{r2} - \theta_{i2})$$

$$\delta = \frac{n_r}{n_i} \theta_{r1} - \theta_{r1} + \frac{n_r}{n_i} \theta_{i2} - \theta_{i2}$$

$$\delta = \left( \frac{n_r}{n_i} - 1 \right) (\theta_{r1} + \theta_{i2})$$

$$\alpha = (\theta_{r1} + \theta_{i2})$$

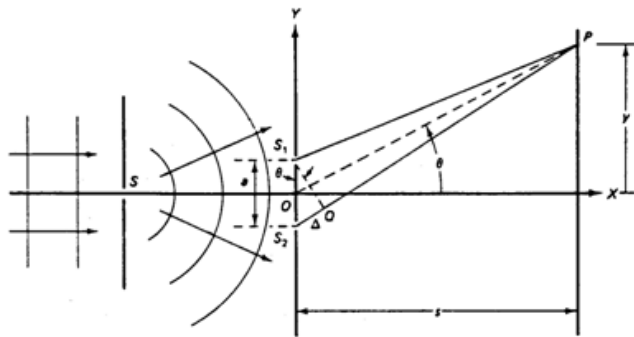
از طرفی داریم:

$$\delta = \left( \frac{n_r}{n_i} - 1 \right) \alpha$$

بنابراین:

## فصل ششم: تداخل

در این بخش به بررسی اپتیک موجی می‌پردازیم. یکی از آثار بررسی نور توسط اپتیک موجی تداخل است. در شکل زیر نمایی از آزمایش ینگ آمده است:



طرح ساده‌ای از آزمایش دو شکاف ینگ. روزنه‌های  $S_1$  و  $S_2$  معمولاً به صورت شکافهایی هستند، که در اینجا بر صفحه کاغذ عمودند.

دو پرتوی که از  $S_1, S_2$  به  $P$  می‌رسند در محل شکاف‌های چشمه همفاز هستند، چون هر دو از یک جبهه موج فرودی ناشی می‌شوند، این پرتوها وقتی به  $P$  می‌رسند اختلاف فاز دارند چون طول راه‌های نوری آن‌ها باهم فرق می‌کند. تعداد طول موج‌هایی که در  $\Delta$  جا می‌گیرد، نوع تداخل را در نقطه  $P$  تعیین می‌کند. برای آنکه در  $P$  ماکزیموم داشته باشیم، باید در  $\Delta = d \sin \theta$  تعداد درستی طول موج بگنجد:

$$d \sin \theta = m\lambda \quad m=0,1,2,\dots$$

شرط وجود مینیمم در نقطه  $P$  آن است که  $\Delta = d \sin \theta$  شامل تعداد نیم-درستی طول موج باشد، یعنی:

$$d \sin \theta = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda \quad m=0,1,2,\dots$$

در این حالت برای بدست آوردن دو ماکزیموم متوالی داریم:

$$\Delta y = y_{m+1} - y_m = \frac{\lambda D}{d}$$

### شدت در آزمایش ینگ:

فرض می‌کنیم مولفه‌های مربوط به میدان الکتریکی دو موج در نقطه P با زمان بصورت زیر تغییر کنند:

$$E_1 = E_0 \sin \omega t$$

$$E_2 = E_0 \sin(\omega t + \varphi)$$

اختلال موجی برآیند در نقطه P برابر است با:

$$E = E_1 + E_2$$

$$E = E_\theta \sin(\omega t + \beta)$$

$$\beta = \frac{1}{2}\varphi$$

در نتیجه:

$$E_\theta = 2E_0 \cos \beta = E_m \cos \beta$$

شدت I موج متناسب با مربع دامنه موج است بنابراین برای شدت موج داریم:

$$I_\theta = 4I_0 \cos^2 \beta = I_m \cos^2 \beta$$

بین اختلاف فاز و اختلاف راه رابطه زیر را داریم:

$$\frac{\Delta}{\lambda} = \frac{\Phi}{2\pi}$$

یعنی:

$$\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}(d \sin \theta)$$

یا می‌توان نوشت:

$$\beta = \frac{1}{2}\varphi = \frac{\pi d}{\lambda} \sin \theta$$

بنابراین بطور خلاصه در تداخل ناشی از شکاف‌های باریک یعنی  $a \ll \lambda$  داریم:

$$E_\theta = E_m \cos \beta$$

$$I_\theta = I_m \cos^2 \beta$$

$$\beta \left( = \frac{1}{2}\varphi \right) = \frac{\pi d}{\lambda} \sin \theta$$

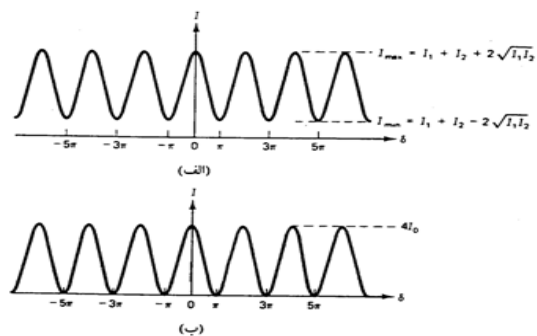
برای پیدا کردن جای ماکزیمومهای شدت داریم:

$$\beta = m\pi \quad m = 0, 1, 2, \dots$$

و برای مینیمومهای شدت داریم:

$$\beta = \frac{m}{2}\pi \quad m = 0, 1, 2, \dots$$

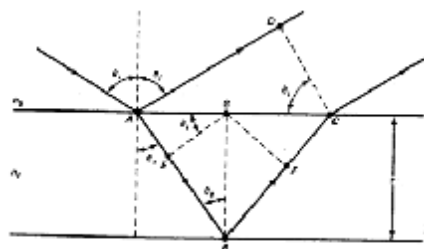
در شکل زیر نقش شدت برای تداخل با دو شکاف نشان داده شده است:



### تداخل از فیلمهای نازک:

فیلمی به ضخامت یکنواخت  $d$  و ضریب شکست  $n$  را در نظر می‌گیریم. فیلم با یک چشمه گسترده نور تکفام روشن شده است. روی این چشمه، نقطه‌ای وجود دارد که دو پرتوی که از آن گسیل می‌شوند راه‌های نوری متفاوتی را برای رسیدن به چشم طی می‌کنند. در اینجا توجه به دو نکته مهم است: اول اینکه باید طول موج نور در فیلم یعنی  $\lambda_n$  را در نظر بگیریم نه طول موج نور در هوا را به عبارت دیگر باید طول راه نوری را در نظر گرفت نه طول راه هندسی را. رابطه طول موجها در فیلم و در هوا عبارت است از:

$$\lambda_n = \frac{\lambda}{n}$$





نکته دوم اینکه برای پرتوی که از سطح بالا بازتابیده می‌شود تغییر فاز 180 درجه‌ای اتفاق می‌افتد اما در مورد پرتو دیگر که شکسته می‌شود، چه موقع عبور از سطح بالایی و چه موقع بازتابش از سطح پایینی، چنین تغییر فاز ناگهانی وجود ندارد. بنابراین در این حالت دو عامل ماهیت تداخل را تعیین می‌کند: اختلاف راه نوری و اختلاف فاز. برای آنکه ترکیب دو پرتو به یک شدت ماکزیموم منجر شود، با فرض فرود عمودی باید داشته باشیم:

$$2d = \left(m + \frac{1}{2}\right) \lambda_n \quad m = 0, 1, 2, \dots$$

عبارت  $\frac{\lambda_n}{2}$  به خاطر همان تغییر فازی که ناشی از بازتابش است وارد می‌شود و می‌دانیم که تغییر فاز 180 درجه‌ای

معادل نصف طول موج است. اگر  $\frac{\lambda}{n}$  را به جای  $\lambda_n$  بگذاریم نتیجه می‌شود:

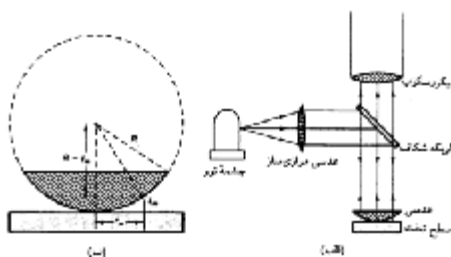
$$2dn = \left(m + \frac{1}{2}\right) \lambda \quad m = 0, 1, 2, \dots$$

شرط شدت مینیموم عبارت است از:

$$2dn = m\lambda \quad m = 0, 1, 2, \dots$$

### حلقه‌های نیوتون:

شکل زیر یک عدسی به شعاع انحنای R را نشان می‌دهد که روی یک تیغه شیشه‌ای کاملاً تخت قرار گرفته و از بالا با نوری به طول موج  $\lambda$  روشن شده است. در این حالت فریزهای تداخلی داخلی دایره‌ای یا حلقه‌های نیوتون ظاهر می‌شوند. این حلقه‌ها وابسته به ضخامت لایه هوایی هستند که میان عدسی و شیشه وجود دارد. برای بدست آوردن شعاع ماکزیموم‌های تداخلی دایره‌ای داریم:



در این مورد پرتوهایی که از سطح زیری لایه هوا بازتابیده می‌شوند دچار تغییر فاز 180 درجه‌ای هستند نه پرتوهایی که از سطح بالایی لایه می‌آیند، چون در پایین لایه است که پرتوها از محیط غلیظ‌تر بازتابیده می‌شوند. به هر حال شرط تشکیل ماکزیموم‌ها برابر است با:

$$2d = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda \quad m=0,1,2,\dots$$

از روی شکل می‌توانیم بنویسیم:

$$d = R - \sqrt{R^2 - r^2} = R - R \left[1 - \left(\frac{r}{R}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}} \cong \frac{r^2}{2R}$$

که در این حالت از بسط دو جمله‌ای استفاده کرده‌ایم.

$$r = \sqrt{\left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda R} \quad m=0,1,2,\dots$$

در نهایت با جاگذاری این مقدار شعاع حلقه‌های روشن برابر است با:

مثال: برای کاهش بازتاب از یک شیشه با ضریب شکست  $1/6$  یک ماده شفاف با ضریب شکست  $1/4$  روی آن نشانده می‌شود، حداقل ضخامت لازم برای این لایه چند نانومتر باشد تا برای تابش تقریباً عمودی، انعکاس

در طول موج  $5600\text{\AA}$  حذف شود؟

122/5 (4)

160 (3)

100 (2)

87/5 (1)

گزینه ۲ صحیح می‌باشد:

فرض می‌کنیم نور بطور عمودی به عدسی می‌خورد. می‌خواهیم ببینیم تحت چه شرایطی تداخل میان پرتوهای بازتابی و شکستی ناشی از این سیستم ویرانگر است. چون در این حالت بازتابش هم در سطح بالایی و هم در سطح پایینی از محیطی صورت می‌گیرد که ضریب شکست آن از ضریب شکست محیط نور فرودی بزرگتر است، برای هر یک از پرتوها اختلاف فاز  $180$  درجه‌ای وجود دارد بنابراین در این حالت شرط تداخل ویرانگر برابر است با:

$$2dn = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda \quad m=0,1,2,\dots$$

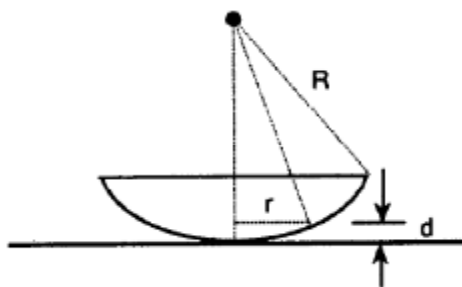
اگر این معادله را به ازای  $m=0$  برای  $d$  حل کنیم نتیجه می‌شود:

$$d = \frac{\left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda}{2n} = \frac{\lambda}{4n} = \frac{5600}{4(1/4)} = 100\text{nm}$$

نمونه سوالات تستی (تألیفی)

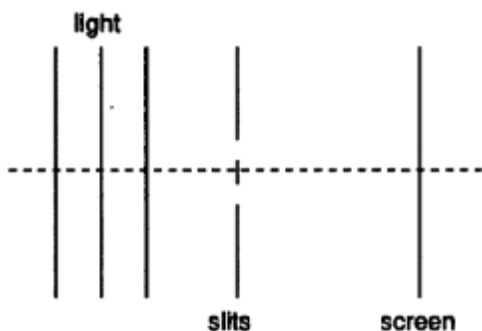
۱- حلقه‌های نیوتون بوسیله عدسی تخت-محدب که بر روی یک سطح شیشه‌ای مسطح قرار گرفته‌اند، مشاهده می‌شود. اگر شعاع انحنای عدسی و  $\lambda$  طول موج نور فرودی باشد، شعاع حلقه‌های تداخلی تاریک برابر کدام گزینه می‌باشد؟

- (1)  $\sqrt{(m+1)\lambda R}$       (2)  $\sqrt{\frac{m\lambda}{R}}$       (3)  $\sqrt{m\lambda R}$       (4)  $\sqrt{\frac{(m+1)\lambda R}{2}}$



۲- نور همدوسی با طول موج ۶۰۰۰ آنگستروم به دو شکاف به فاصله ۰/۱۵ میلی‌متر از هم می‌تابد و الگوی شدت مورد نظر بر روی پرده‌ای در فاصله ۱/۵ متر مشاهده می‌شود، موقعیت اولین ماکزیموم در این حالت برابر است با:

- (1) 6mm      (2) 12mm      (3) 24mm      (4) 3mm



۳- در آزمایش یانگ اگر فاصله دو شکاف ۱ میلی‌متر باشد و آزمایش با لیزری با طول موج ۴۰۰۰ آنگستروم انجام شود، اولین نوار روشن تحت چه زاویه‌ای بر حسب درجه تشکیل می‌شود؟

- (1)  $0/0299^\circ$       (2)  $28/2^\circ$       (3)  $0/0399^\circ$       (4)  $21/8^\circ$

۴- در آزمایش حلقه‌های نیوتون اگر طول موج  $6000$  آنگستروم و شعاع عدسی برابر  $2$  متر باشد، شعاع حلقه روشن دوازدهم بر حسب میلی‌متر برابر است با:

- (1)  $2/654\text{mm}$  (2)  $8/4\text{mm}$  (3)  $1/262\text{mm}$  (4)  $3/873\text{mm}$

۵- در آزمایش دوشکافی یانگ، فریزهای تداخلی حاصل از منبع نور سدیم  $\lambda = 589\text{nm}$  برابر  $10/1^\circ$  است. فاصله جدایی دو شکاف برابر است با:

- (1)  $0/034\text{mm}$  (2)  $0/34\text{mm}$  (3)  $0/0034\text{mm}$  (4)  $3/4\text{mm}$

۶- ضخامت یک فیلم آب ( $n = 1/33$ ) در هوا  $320$  نانومتر است. اگر این فیلم را در معرض تابش عمودی نور سفید قرار بدهیم، نور بازتابیده از آن در مینیموم اول دارای چه طول موجی خواهد بود؟

- (1)  $1700$  (2)  $850$  (3)  $570$  (4)  $425$

۷- در آزمایش یانگ نوری با طول موج  $\lambda = 546\text{nm}$  را به شکافها می‌تابانیم. شکافها  $10/1\text{mm}$  از هم فاصله دارند و پرده‌ای که نقش تداخل روی آن می‌افتد در  $20$  سانتیمتری شکافها قرار گرفته است. زاویه مکان اولین مینیموم برابر کدام گزینه می‌باشد؟

- (1)  $0/0027^\circ$  (2)  $0/16^\circ$  (3)  $3/8^\circ$  (4)  $0/27^\circ$

## پاسخنامه سوالات تستی

۱- گزینه ۳ صحیح می باشد:

موقعیت حلقه های تداخلی ویرانگر در فیلم نازک برابر است با:

$$2nd = m\lambda$$

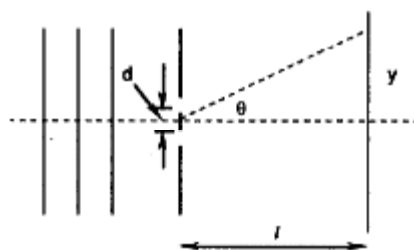
برای هوا داریم  $n=1$  بنابراین:

$$d = \frac{m\lambda}{2}$$

با استفاده از هندسه شکل داریم:

$$\begin{aligned} R^2 &= (R-d)^2 + r^2 \\ \Rightarrow r^2 &= 2Rd - d^2 \approx 2Rd \\ \Rightarrow r &= \sqrt{2Rd} = \sqrt{m\lambda R} \end{aligned}$$

۲- گزینه ۱ صحیح است:



موقعیت تداخل سازنده برابر است با:

$$d \sin \theta = n\lambda$$

از طرفی داریم:

$$\sin \theta = \frac{\lambda}{d} = \frac{y}{\sqrt{l^2 + y^2}} \approx \frac{y}{l}$$

بنابراین داریم:

$$y = \lambda \frac{l}{d} = \frac{(6000 \times 10^{-10})(15)}{(0.15 \times 10^{-3})} = 0.006 \text{ m} = 6 \text{ mm}$$

که برابر موقعیت اولین ماکزیموم است.

۳- گزینه ۱ صحیح می باشد:

شرط داشتن ماکزیموم در آزمایش دوشکافی یانگ برابر است با:

$$d \sin \theta = m \lambda$$

چون اولین نوار روشن مورد نظر است بنابراین:  $m=1$

$$\sin \theta = \frac{\lambda}{d} \Rightarrow \sin \theta = \frac{4000 \times 10^{-10}}{1 \times 10^{-3}} = 4 \times 10^{-4} \Rightarrow \theta = 0.0299^\circ$$

۴- گزینه ۴ صحیح است:

در آزمایش حلقه‌های نیوتون شعاع حلقه‌های روشن برابر است با:

شرط تشکیل ماکزیمم‌ها برابر است با:

$$2d = \left(m + \frac{1}{2}\right) \lambda \quad m = 0, 1, 2, \dots$$

از روی شکل می‌توانیم بنویسیم:

$$d = R - \sqrt{R^2 - r^2} = R - R \left[ 1 - \left(\frac{r}{R}\right)^2 \right]^{1/2} \cong \frac{r^2}{2R}$$

در نهایت با جاگذاری این مقدار شعاع حلقه‌های روشن برابر است با:

$$r = \sqrt{\left(m + \frac{1}{2}\right) \lambda R} \quad m = 0, 1, 2, \dots$$

بنابراین در این حالت داریم:

$$r = \sqrt{\left(12 + \frac{1}{2}\right) (6000 \times 10^{-10}) (2)} = 3.873 \text{ mm}$$

۵- گزینه ۳ صحیح است:

در آزمایش دو شکافی یانگ برای بدست آوردن فاصله بین دو فریز متوالی داریم:

اگر  $\theta$  به اندازه کافی کوچک باشد، در اینصورت داریم:

$$\sin \theta \approx \tan \theta \approx \theta$$

اما از روی شکل آزمایش داشتیم:

$$\tan \theta = \frac{y}{D}$$

بنابراین برای جای ماکزیمومها داریم:

$$d \sin \theta = m\lambda \Rightarrow \tan \theta = \frac{m\lambda}{d}$$

برای دو فریز متوالی داریم:

$$\tan \theta = \frac{\lambda}{d} \Rightarrow d = \frac{\lambda}{\tan \theta} = 0/0034\text{mm}$$

۶- گزینه ۲ صحیح می باشد

در این حالت برای مینیمومها داریم:

$$2dn = m\lambda \quad m = 0, 1, 2, \dots$$

بنابراین برای بدست آوردن طول موج داریم:

$$\lambda = \frac{2dn}{m} = \frac{2(320\text{nm})(1/33)}{m} = \frac{850\text{nm}}{m} \xrightarrow{m=1} 850\text{nm}$$

۷- گزینه ۲ صحیح می باشد:

برای مینیمومها داریم:

$$d \sin \theta = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda \quad m = 0, 1, 2, \dots$$

برای اولین مینیموم در این معادله داریم:  $m=0$

$$\sin \theta = \frac{\left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda}{d} \Rightarrow \frac{(1/2)(546 \times 10^{-9}\text{m})}{0/1 \times 10^{-3}\text{m}} = 0/0027$$

این مقدار برای  $\sin \theta$  آنقدر کوچک است که می توانیم آن را مقدار خود  $\theta$  بر حسب رادیان بگیریم:

$$\theta \cong 0/0027\text{rad} = 0/16^\circ$$

## منابع

فیزیک هالیدی جلد دوم و چهارم

فیزیک فردریک بیوکی