به نام خدا

درس الکترومغناطیس

چگالی شار مغناطیسی

هنگامی که یک بار q با سرعت $\mathbf{u}$ در میدان مغناطیسی با چگالی شار مغناطیسی $\mathbf{B}$ قرار گیرد به آن نیروی مغناطیسی برابر

$$\mathbf{F} = q\mathbf{u} \times \mathbf{B}$$

وارد می‌شود. سپس بطور کلی به یک بار در یک میدان الکترومغناطیسی یک نیروی الکتریکی و یک نیروی مغناطیسی وارد می‌شود که مجموع آنها توسط معادلهٔ نیروی لورنتس بیان می‌شود:

$$\mathbf{F} = q(\mathbf{E} + \mathbf{u} \times \mathbf{B})$$

بردار چگالی شار مغناطیسی مانند هر بردار دیگر توسط دیورژانس وکرل آن کاملاً تعریف می‌شود. خواهیم داشت:

$$\nabla . \mathbf{B} = ۰$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_۰ J$$

و به شکل انتگرالی معادل با دو اصل بالا، خواهیم داشت:

$$\oint_s \mathbf{B} . d\mathbf{s} = ۰ \qquad (*)$$

$$\oint_c \mathbf{B} . d\mathbf{l} = \mu_۰ I \qquad (**)$$

معادلهٔ (*) بیانگر عدم وجود بارهای مغناطیسی مجزاست و معادلهٔ (**) بیانگر قانون مداری آمپر است. معادلهٔ (**) را می‌توان برای محاسبهٔ چگالی شار مغناطیسی، از طریق پیدا کردن مسیری که در طول آن مقدار چگالی شار مغناطیسی ثابت باشد بکار برد.

پتانسیل مغناطیسی برداری

بردار پتانسیل مغناطیسی $\mathbf{A}$ را بصورت زیر تعریف می‌کنیم.

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$$

$$\nabla . \mathbf{A} = 0$$

بر طبق دو رابطهٔ بالا خواهیم داشت:

$$\nabla^2 \mathbf{A} = -\mu_0 \mathbf{J}$$

برای محاسبهٔ پتانسیل مغناطیسی برداری از روی چگالی جریان حجمی خواهیم داشت:

$$\mathbf{A} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{\mathbf{J}\, dv}{R}$$

و در صورت داشتن جریان سطحی یا خطی می‌توان از روابط زیر استفاده نمود:

$$\mathbf{J}\, dv = I\, d\mathbf{l} = \mathbf{J}_s\, ds$$

قانون بیوساوار

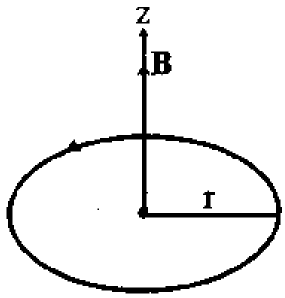
طبق قانون بیوساوار برای محاسبهٔ چگالی شار مغناطیسی از روی چگالی جریان خواهیم داشت:

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \oint \frac{d\mathbf{l} \times \mathbf{a}_R}{R^2} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{\mathbf{J} \times \mathbf{a}_R}{R^2}\, dv = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{\mathbf{J}_s \times \mathbf{a}_R}{R^2}\, ds$$

$\mathbf{a}_R$ بردار یکه‌ای است در جهت حرکت از منبع به طرف نقطه‌ای که در آن چگالی شار را می‌خواهیم محاسبه کنیم.

در مورد یک حلقهٔ حامل جریان I با شعاع r چگالی شار مغناطیسی را در فاصلهٔ Z از مرکز حلقه و در امتداد محور آن از قانون فوق می‌توان بصورت زیر بدست آورد:

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0 I r^2}{2(r^2 + Z^2)^{\frac{3}{2}}}\ \mathbf{a}_z$$



با قرار دادن $Z = 0$، چگالی شار مغناطیسی در مرکز حلقه بصورت

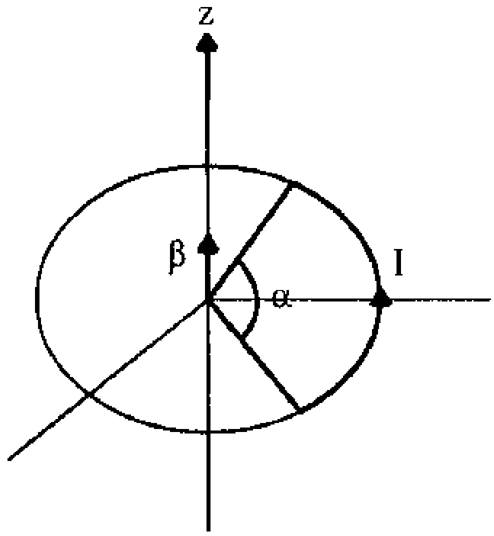
$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0 I}{2r}\,\mathbf{a}_z$$

بدست می‌آید.

می‌توان ثابت نمود اگر حلقه کامل نباشد و طبق شکل دارای زاویهٔ α رادیان باشد چگالی شار در مرکز حلقه بصورت

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0 I}{2r} \times \frac{\alpha}{2\pi}\,\mathbf{a}_z$$

خواهد بود.



دوقطبی مغناطیسی

دوقطبی مغناطیسی یک حلقهٔ شامل جریان I می‌باشد. گشتاور دوقطبی مغناطیسی، برداری است که اندازهٔ آن برابر مساحت حلقه در جریان حلقه می‌باشد و اگر انگشتان دست را در جهت جریان قرار دهیم، انگشت شست جهت آنرا نشان می دهد.

$$|\mathbf{m}| = SI$$

در فواصل دور از دوقطبی مغناطیسی، چگالی شار مغناطیسی بصورت زیر خواهد بود:

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_\circ m}{۴\pi R^{۳}} \left(۲\cos\theta\, \mathbf{a}_R + \sin\theta\, \mathbf{a}_\theta\right)$$

V_m پتانسیل مغناطیسی عددی کمیتی است اسکالر که مطابق تعریف بصورت زیر می‌باشد:

$$\mathbf{B} = -\mu_\circ \nabla V_m$$

اختلاف پتانسیل مغناطیسی عددی بین دو نقطهٔ ۱ و ۲ بصورت زیر می‌باشد:

$$V_{m۲} - V_{m۱} = -\int_{۱}^{۲} \frac{۱}{\mu_\circ}\, \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l}$$

پتانسیل مغناطیسی عددی ناشی از یک دوقطبی مغناطیسی بصورت زیر خواهد بود:

$$V_m = \frac{\mathbf{m} \cdot \mathbf{a}_R}{۴\pi R^{۲}}$$