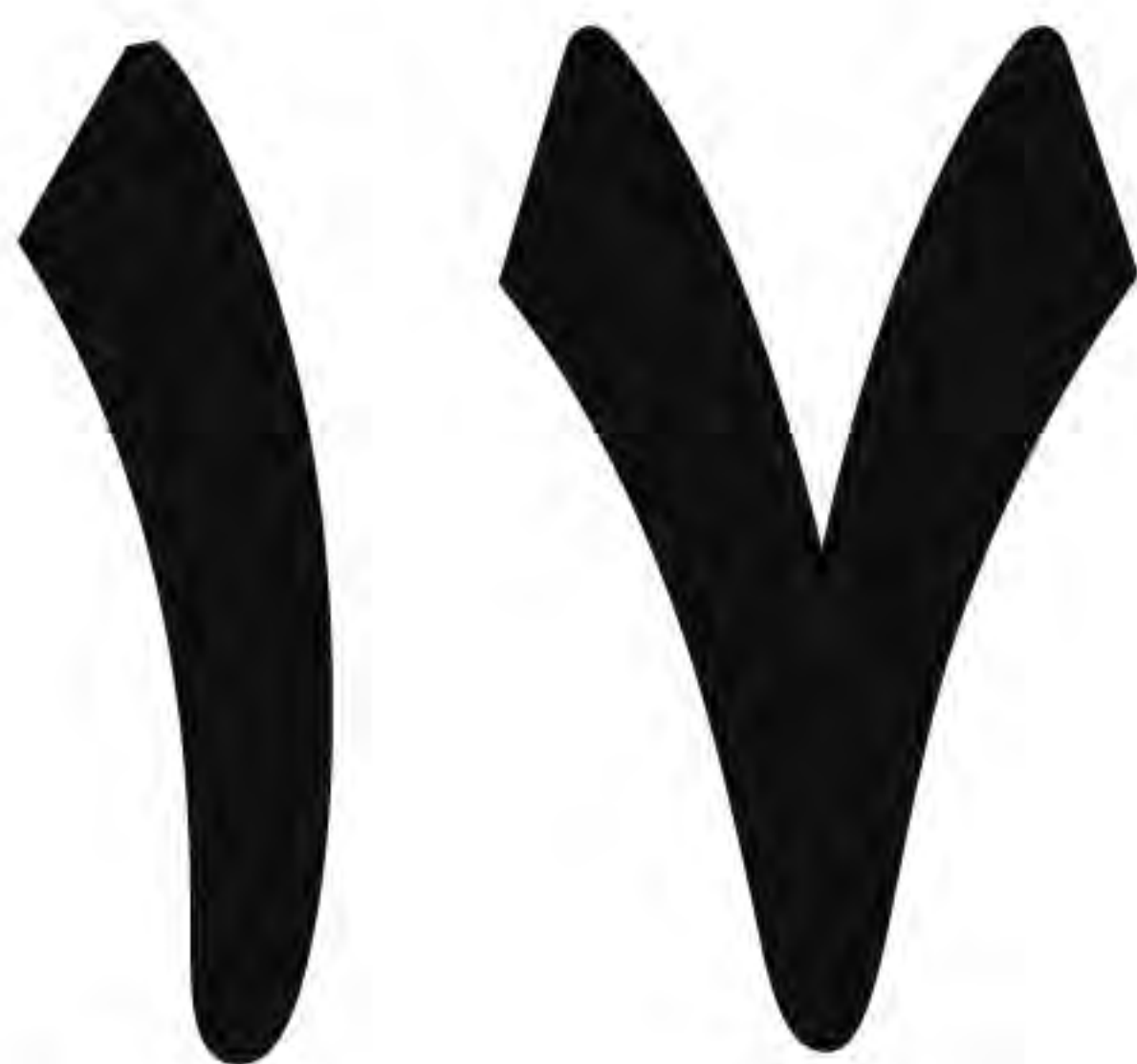


تشریح مسایل نظریه اساسی مدارها و شبکه ها

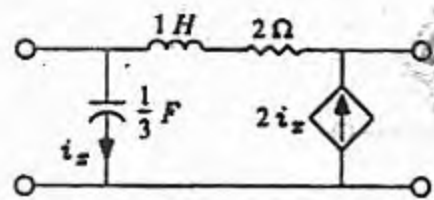


دو قطبی ها



دو قطبی ها

۱- پارامترهای Z دو قطبی شکل (مسألة ۱۷-۱) را تعیین کنید.



شکل (مسألة ۱۷-۱)

حل:

بر اساس تجزیه و تحلیل گره داریم:

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{3}s + \frac{1}{s+2} & -\frac{1}{s+2} \\ -\frac{1}{s+2} & \frac{1}{s+2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 + 2I_x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 2I_x \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \times V_1 \times \frac{1}{3}s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{2}{3}s & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \frac{s}{3} + \frac{1}{s+2} & -\frac{1}{s+2} \\ -\frac{1}{s+2} & -\frac{2}{3}s + \frac{1}{s+2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{s}{3} + \frac{1}{s+2} & -\frac{1}{s+2} \\ -\frac{1}{s+2} & \frac{1}{s+2} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

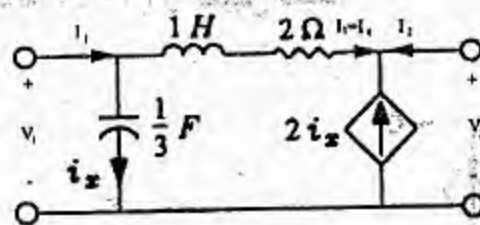
$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{\frac{1}{(s+2)^2} + \frac{s}{3(s+2)} - \frac{1}{(s+2)^2} - \frac{3s}{3(s+2)}} \begin{bmatrix} \frac{1}{s+2} & \frac{1}{s+2} \\ \frac{2}{3} s + \frac{1}{s+2} & \frac{s}{3} + \frac{1}{s+2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{3}{s} & -\frac{3}{s} \\ -2s-4-\frac{3}{s} & -s-2-\frac{3}{s} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

پس از ساده کردن خواهیم داشت:

$$Z = \begin{bmatrix} -\frac{3}{s} & -\frac{3}{s} \\ -\frac{2s^2+4s+3}{s} & -\frac{s^2+2s+3}{s} \end{bmatrix}$$

حل به روش دیگر:



$$V_1 = I_x \times \frac{3}{s}$$

$$kcl: I_1 - I_x + I_2 + 2I_x = 0 \Rightarrow I_x = -I_1 - I_2$$

$$V_1 = \frac{3}{s} (-I_1 - I_2) = -\frac{3}{s} I_1 - \frac{3}{s} I_2 \quad (a)$$

$$kvl: (I_1 - I_x)(s+2) + v_2 - I_x \times \frac{3}{s} = 0$$

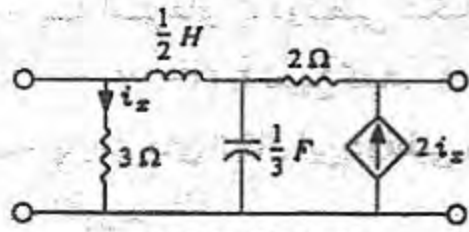
$$(I_1 + I_1 + I_2)(s+2) + (I_1 + I_2) \frac{3}{s} + v_2 = 0$$

پس از ساده‌سازی عبارت فوق خواهیم داشت:

$$V_2 = -\frac{2s^2+4s+3}{s} I_1 - \frac{s^2+2s+3}{s} I_2 \quad (b)$$

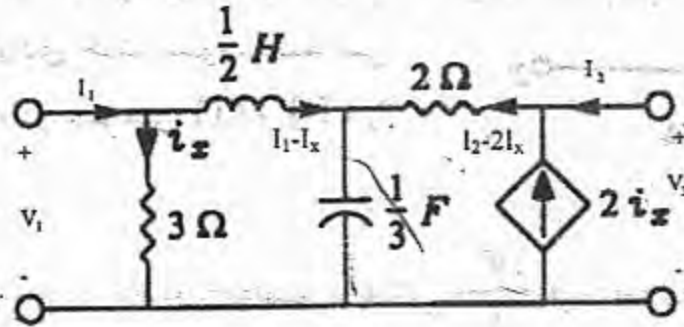
$$(a), (b) \Rightarrow Z = \begin{bmatrix} -\frac{3}{s} & -\frac{3}{s} \\ -\frac{2s^2+4s+3}{s} & -\frac{s^2+2s+3}{s} \end{bmatrix}$$

۲- پارامترهای Y دو قطبی نشان داده شده در شکل (مسألة ۱۷-۲) را تعیین کنید.



شکل (مسألة ۱۷-۲)

حل:



$$kvl : V_1 = \frac{s}{2} I_1 - \frac{s}{2} I_x - 2I_2 - 4I_x + V_2 \Rightarrow V_1 = \frac{5}{2} I_1 - 2I_2 + V_2 - \frac{s+8}{2} I_x \quad (a)$$

$$kvl : V_1 = 3I_x \Rightarrow I_x = \frac{V_1}{3} \quad (b)$$

$$(a), (b) \Rightarrow V_1 = \frac{5}{2} I_1 - 2I_2 + V_2 + \left(\frac{-s-8}{2}\right) \left(\frac{V_1}{3}\right) \Rightarrow (14+s)V_1 = 3sI_1 - 12I_2 + 6V_2 \quad (c)$$

$$kvl : V_2 = 2I_2 + 4I_x + \frac{3}{s} I_1 + \frac{3}{s} I_2 + \frac{3}{s} I_x \Rightarrow V_2 = \frac{2s+3}{2} I_2 + \frac{3}{s} I_1 + \frac{4s+3}{6} V_1 \quad (d)$$

پس از ساده کردن روابط (c) و (d) خواهیم داشت:

$$I_1 = \frac{6s^2 + 97s + 129}{3(6s^2 + 9s + 36)} V_1 - \frac{6}{2s^2 + 3s + 12} V_2$$

$$I_2 = \frac{-4s^2 - 6s - 42}{6s^2 + 9s + 36} V_1 + \frac{6s^2 + 36}{6s^2 + 9s + 36} V_2$$

با معلوم بودن I_1 و I_2 بر حسب V_1 و V_2 و رابطه $I = YV$ خواهیم داشت:

$$y = \begin{bmatrix} \frac{6s^2 + 97s + 129}{3(6s^2 + 9s + 36)} & -\frac{6}{2s^2 + 3s + 12} \\ -\frac{4s^2 + 6s + 42}{6s^2 + 9s + 36} & \frac{6s^2 + 36}{6s^2 + 9s + 36} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{2}{3}s^2 + 5s + 10 & -6 \\ 2s^2 + 3s + 12 & 2s^2 + 3s + 12 \\ -\frac{4}{3}s^2 - 2s - 14 & 2s^2 + 12 \\ 2s^2 + 3s + 12 & 2s^2 + 3s + 12 \end{bmatrix}$$

۳-الف - پارامترهای Z دوقطبی شکل (مسألة

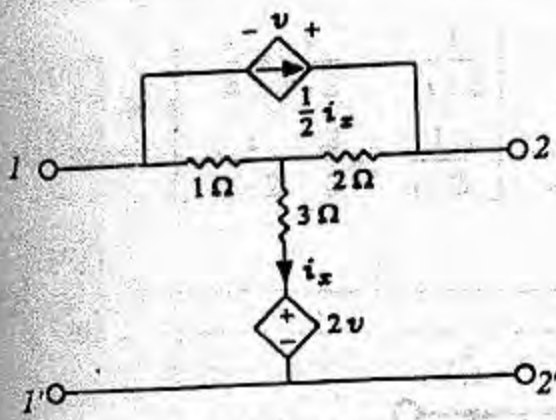
۳-۱۷) را تعیین کنید.

ب - پارامترهای انتقال این دوقطبی را به دست آورید.

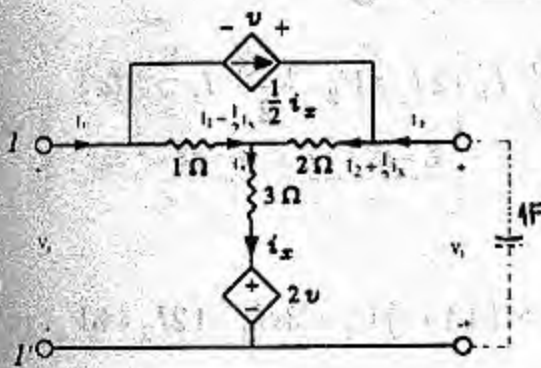
پ - اگر این دوقطبی در سرهای (2) و (2') به خازن 1 فارادی ختم شود، امپدانس دیده شده در سرهای (1) و (1') را تعیین کنید.

حل:

الف:



شکل (مسألة ۳-۱۷)



$$kvl : V = V_2 - V_1$$

$$kcl : I_x = I_1 - \frac{1}{2} I_x + I_2 + \frac{1}{2} I_x$$

$$I_x = I_1 + I_2$$

$$kvl : V_1 = I_1 - \frac{1}{2} I_x + 3I_x + 2V$$

$$\Rightarrow V_1 = I_1 + \frac{5}{2} I_x + 2V \Rightarrow$$

$$V_1 = I_1 + \frac{5}{2} (I_1 + I_2) + 2(V_2 - V_1) \Rightarrow V_1 = \frac{7}{6} I_1 + \frac{5}{6} I_2 + \frac{2}{3} V_2 \quad (a)$$

$$kvl : V_2 = 2I_2 + i_x + 3i_x + 2V = 2I_2 + 4i_x + 2V = 2I_2 + 4(I_1 + I_2) + 2(V_2 - V_1)$$

$$V_2 = 2V_1 - 6I_2 - 4I_1 \quad (b)$$

$$(a), (b) \Rightarrow V_1 = \frac{7}{6} I_1 + \frac{5}{6} I_2 + \frac{2}{3} (2V_1 - 6I_2 - 4I_1) = \frac{9}{2} I_1 + \frac{19}{2} I_2$$

$$V_1 = \frac{9}{2} I_1 + \frac{19}{2} I_2 \quad (c)$$

$$(b), (c) \Rightarrow V_2 = 2 \left(\frac{9}{2} I_1 + \frac{19}{2} I_2 \right) - 6I_2 - 4I_1 = 5I_1 + 13I_2$$

$$V_2 = 5I_1 + 13I_2 \quad (d)$$

$$(c), (d) \Rightarrow Z = \begin{bmatrix} \frac{9}{2} & \frac{19}{2} \\ 5 & 13 \end{bmatrix}$$

$$(d) \Rightarrow I_1 = \frac{1}{5} V_2 - \frac{13}{5} I_2 \quad (e)$$

ب -

$$(c),(e) \Rightarrow V_1 = \frac{9}{2} \left(\frac{1}{5} V_2 - \frac{13}{5} I_2 \right) + \frac{19}{2} I_2 = \frac{9}{10} V_2 - \frac{117}{10} I_2 + \frac{19}{2} I_2$$

$$V_1 = \frac{9}{10} V_2 - \frac{22}{10} I_2 \quad (f)$$

با توجه به تعریف ماتریس انتقال و روابط (e) و (f) می‌توان نتیجه گرفت که :

$$T = \begin{bmatrix} \frac{9}{10} & \frac{22}{10} \\ \frac{1}{5} & \frac{13}{5} \end{bmatrix}$$

پ- در این قسمت از مسئله هدف محاسبه $\frac{V_1}{I_1}$ می‌باشد با استفاده از نتیجه (c) بدست آمده از قسمت الف خواهیم داشت:

$$(c) \Rightarrow V_1 = \frac{9}{2} I_1 + \frac{19}{2} I_2$$

$$kvl : V_2 = -\frac{I_2}{s} \quad (g)$$

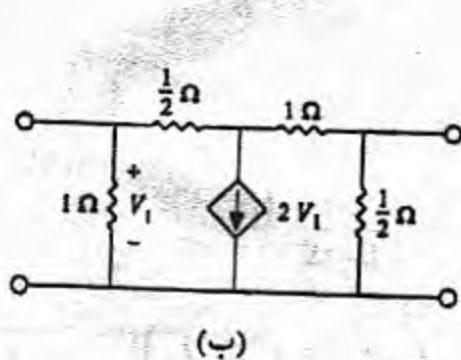
$$(d),(g) \Rightarrow -\frac{I_2}{s} = 5I_1 + 13I_2 \Rightarrow \left(13 + \frac{1}{s}\right) I_2 = -5I_1 \Rightarrow I_2 = -\frac{5s}{13s+1} I_1 \quad (h)$$

$$(c),(h) \Rightarrow V_1 = \frac{9}{2} I_1 + \frac{19}{2} \left(\frac{-5s}{13s+1} \right) I_1 = \left(\frac{9}{2} - \frac{95s}{26s+2} \right) I_1$$

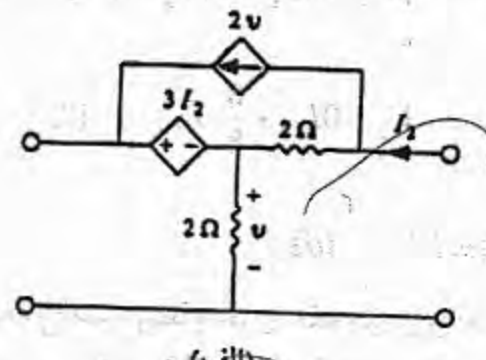
$$V_1 = \frac{117s+9-95s}{26s+2} I_1 = \frac{22s+9}{26s+2} I_1 \Rightarrow \frac{V_1}{I_1} = \frac{22s+9}{26s+2}$$

بنابراین امپدانس دیده شده در سرهای (1) و (1') برابر $\frac{22s+9}{26s+2}$ می‌باشد.

۴- پارامترهای Z و Y دوقطبی‌های مقاومتی داده شده در شکل (مسألة ۱۷-۴) را به دست آورید.



(ب)



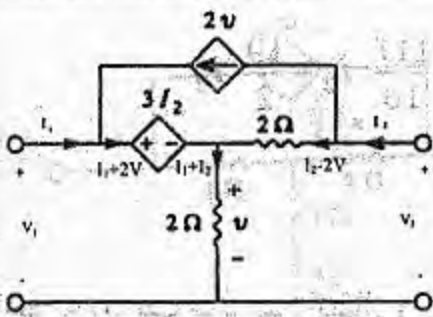
(الف)

شکل (مسألة ۱۷-۴)

$$kvl : V_1 = 3I_2 + 2(I_1 + I_2)$$

حل:

الف:



$$V_1 = 2I_1 + 5I_2 \quad (a)$$

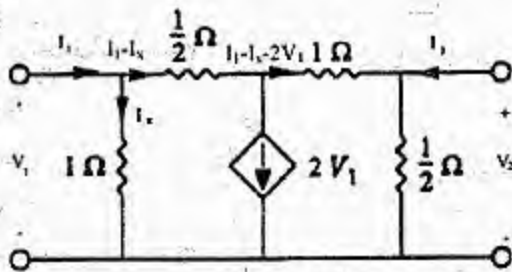
$$kvl : V_2 = 2I_2 - 4V + V = 2I_2 - 3V$$

$$V_2 = 2I_2 - 3(2(I_1 + I_2))$$

$$V_2 = -6I_1 - 4I_2 \quad (b)$$

$$(a), (b) \Rightarrow Z = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ -6 & -4 \end{bmatrix}, \quad Y = Z^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ -6 & -4 \end{bmatrix}^{-1}$$

$$Y = \frac{1}{-8+30} \begin{bmatrix} -4 & -5 \\ 6 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow Y = \frac{1}{22} \begin{bmatrix} -4 & -5 \\ 6 & 2 \end{bmatrix}$$



$$kvl : V_1 = \frac{1}{2} I_1 - \frac{1}{2} I_x + I_1 - I_x - 2V_1 + V_2 \Rightarrow 6V_1 = 3I_1 - 3I_x + 2V_2 \quad (a)$$

$$kvl : V_2 = \frac{1}{2} (I_1 - I_x - 2V_1 + I_2) \Rightarrow 2V_2 = I_1 - I_x - 2V_1 + I_2 \Rightarrow$$

$$I_x = I_2 + I_1 - 2V_1 - 2V_2 \quad (b)$$

$$(a), (b) \Rightarrow 6V_1 = 3I_1 - 3(I_2 + I_1 - 2V_1 - 2V_2) + 2V_2 \Rightarrow V_2 = \frac{3}{8} I_2$$

$$V_2 = 0I_1 + \frac{3}{8} I_2 \quad (c)$$

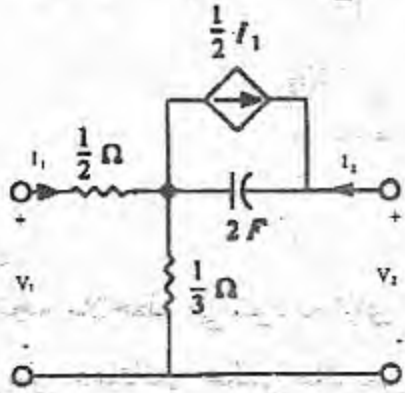
$$kvl : V_1 = I_x \quad (d)$$

$$(b), (d) \Rightarrow V_1 = I_2 + I_1 - 2V_1 - 2V_2 \Rightarrow 3V_1 = I_2 + I_1 - 2\left(\frac{3}{8} I_2\right)$$

$$3V_1 = I_1 + \left(1 - \frac{3}{4}\right) I_2 \Rightarrow V_1 = \frac{1}{3} I_1 + \frac{1}{12} I_2 \quad (e)$$

$$(c), (e) \Rightarrow Z = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{12} \\ 0 & \frac{3}{8} \end{bmatrix} \Rightarrow Y = Z^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{12} \\ 0 & \frac{3}{8} \end{bmatrix}$$

$$y = \frac{1}{\frac{1}{3} \times \frac{3}{8} - 0 \times \frac{1}{12}} \begin{bmatrix} \frac{3}{8} & -\frac{1}{12} \\ 0 & \frac{1}{3} \end{bmatrix} \Rightarrow Y = \begin{bmatrix} 3 & -\frac{2}{3} \\ 0 & \frac{8}{3} \end{bmatrix}$$



۵- پارامترهای h دوقطبی شکل (مسئله ۱۷-۵) را به دست آورید.

$$kvl : V_1 = \frac{1}{2} I_1 + \frac{1}{3} \left(I_1 + I_2 + \frac{1}{2} I_1 \right)$$

$$V_1 = \frac{1}{2} I_1 + \frac{1}{3} \left(\frac{3}{2} I_1 + I_2 \right)$$

$$V_1 = I_1 + \frac{1}{3} I_2 \quad (a)$$

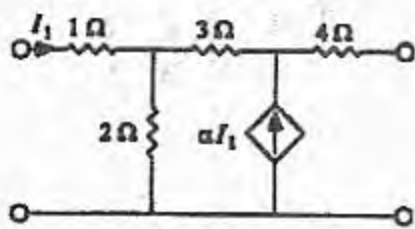
$$kvl : V_2 = \frac{1}{2s} \left(I_2 + \frac{1}{2} I_1 \right) + \frac{1}{3} \left(I_1 + I_2 + \frac{1}{2} I_1 \right) = \frac{I_2}{2s} + \frac{1}{3} I_2 + \frac{I_1}{4s} + \frac{1}{2} I_1$$

$$V_2 - \frac{1+2s}{4s} I_1 = \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{2s} \right) I_2 \Rightarrow I_2 = \frac{6s}{2s+3} V_2 - \frac{3(1+2s)}{2} I_1 \quad (b)$$

$$(a), (b) \Rightarrow V_1 = I_1 + \frac{1}{3} \left(\frac{6s}{2s+3} V_2 - \frac{3(1+2s)}{2} I_1 \right) = \left(1 - \frac{1+2s}{2} \right) I_1 + \frac{2s}{2s+3} V_2$$

$$V_1 = \frac{1-2s}{2} I_1 + \frac{2s}{2s+3} V_2 \quad (c)$$

$$(b), (c) \Rightarrow H = \begin{bmatrix} \frac{1-2s}{2} & \frac{2s}{2s+3} \\ -\frac{3(1+2s)}{2} & \frac{6s}{2s+3} \end{bmatrix}$$



شکل (مسئله ۱۷-۶)

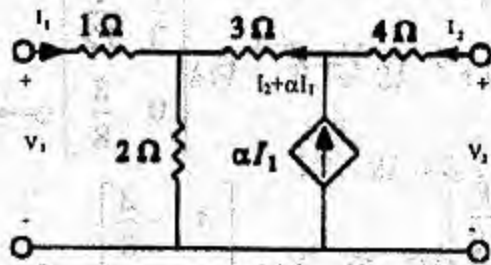
۶- الف - به ازای چه مقدار α دوقطبی شکل (مسئله ۱۷-۶)

دارای پارامترهای ادمیتانس نمی باشد؟

ب - به ازای چه مقدار α دوقطبی دارای پارامترهای

امپدانس نمی باشد؟

حل:



$$kvl : V_1 = I_1 + 2I_1 + 2I_2 + 2\alpha I_1 = (3 + 2\alpha)I_1 + 2I_2 \quad (a)$$

$$kvl : V_2 = 4I_2 + 3I_2 + 3\alpha I_1 + 2(I_1 + I_2 + \alpha I_1) = (2 + 5\alpha)I_1 + 9I_2 \quad (b)$$

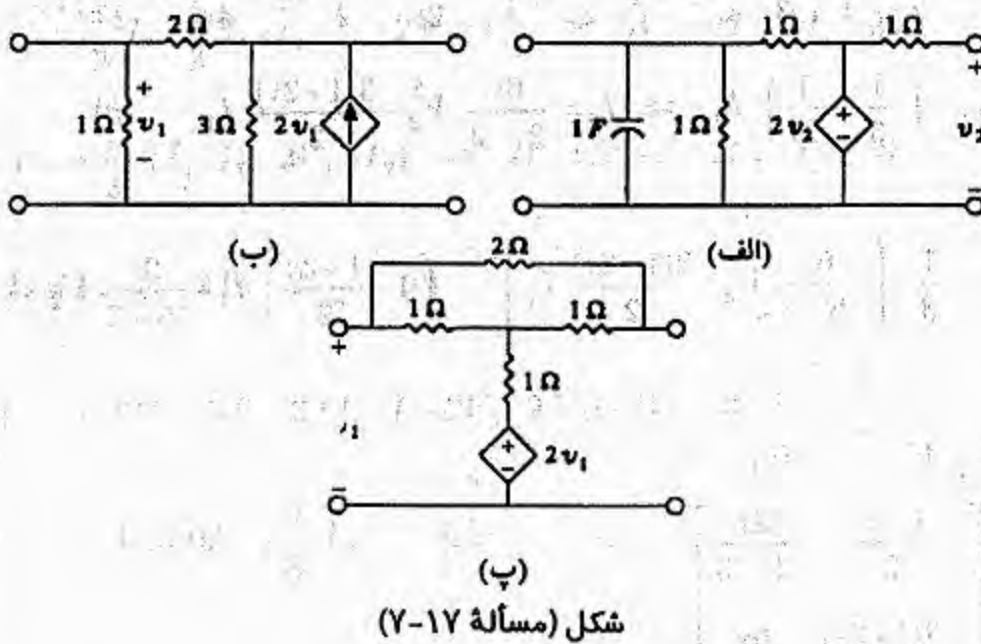
$$(a), (b) \Rightarrow \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 + 2\alpha & 2 \\ 2 + 5\alpha & 9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

چنانچه ملاحظه می‌شود به ازای تمام مقادیر α ماتریس Z موجود می‌باشد و با توجه به اینکه می‌دانیم ماتریس ادمیتانس عکس ماتریس امپدانس می‌باشد لذا برای اینکه ماتریس ادمیتانس وجود نداشته باشد باید $\det Z = 0$ باشد پس داریم:

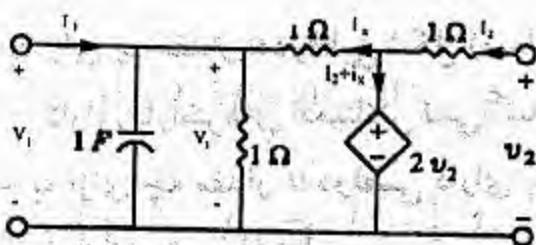
$$9(3 + 2\alpha) - 2(2 + 5\alpha) = 0 \Rightarrow 27 + 18\alpha - 4 - 10\alpha = 0$$

$$\Rightarrow 8\alpha = -23 \Rightarrow \alpha = -\frac{23}{8}$$

۷- پارامترهای h دوقطبی‌های شکل (مسألة ۱۷-۷) را به دست آورید.



شکل (مسألة ۱۷-۷)



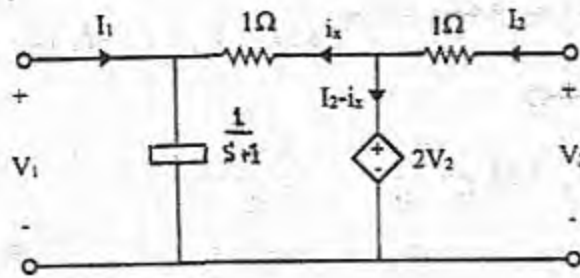
حل:

$$kvl : V_2 = I_2 + 2V_2 \Rightarrow V_2 = -I_2 \quad (a)$$

$$kvl : I_x + V_1 - 2V_2 = 0 \Rightarrow I_x = 2V_2 - V_1$$

اگر خازن 1F را که با مقاومت یک اهمی بطور موازی قرار گرفته‌اند را یک المان در نظر بگیریم و امیدانس معادل آنها را محاسبه کنیم مدار بصورت زیر ساده می‌گردد.

$$\left(\frac{1}{5} \parallel 1 \right) = \frac{\frac{1}{s}}{\frac{1}{s} + 1} = \frac{1}{s+1}$$

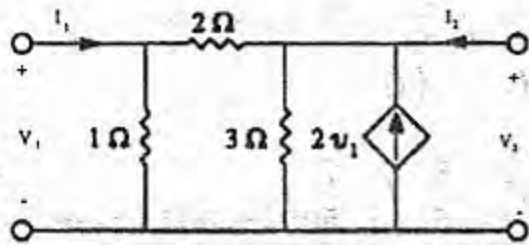


$$kvl : V_1 = \left(\frac{1}{s+1} \right) (I_1 - i_x) = \frac{I_1}{s+1} + \frac{i_x}{s+1} = \frac{I_1}{s+1} + \frac{2V_2 - V_1}{s+1}$$

$$\Rightarrow \frac{s+2}{s+1} V_1 = \frac{I_1}{s+1} + \frac{2}{s+1} V_2 \Rightarrow V_1 = \frac{1}{s+2} I_1 + \frac{2}{s+2} V_2 \quad (b)$$

$$(a), (b) \Rightarrow H = \begin{bmatrix} \frac{1}{s+2} & \frac{2}{s+2} \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

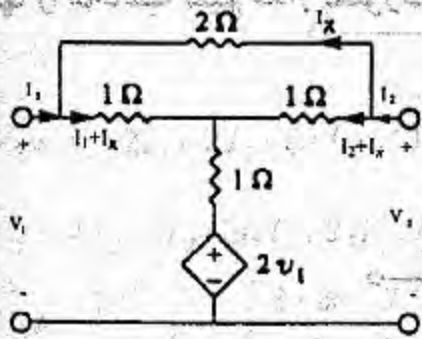
ب. برای محاسبه ماتریس H از تجزیه و تحلیل گره استفاده می‌کنیم.



$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 + 2V_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 + \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{3}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{5}{2} & \frac{5}{6} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} I_1 = \frac{3}{2} V_1 - \frac{1}{2} V_2 \Rightarrow V_1 = \frac{2}{3} I_1 + \frac{1}{3} V_2 & (a) \\ I_2 = -\frac{5}{2} V_1 + \frac{5}{6} V_2 \Rightarrow I_2 = -\frac{5}{2} \left(\frac{2}{3} I_1 + \frac{1}{3} V_2 \right) + \frac{5}{6} V_2 \\ \Rightarrow I_2 = -\frac{5}{3} I_1 + 0 V_2 & (b) \end{cases}$$

$$(a), (b) \Rightarrow H = \begin{bmatrix} \frac{2}{3} & \frac{1}{3} \\ -\frac{5}{3} & 0 \end{bmatrix}$$



$$kvl : 2I_x + I_1 + I_x - I_2 + I_x = 0$$

$$4I_x = I_2 - I_1 \Rightarrow I_x = \frac{1}{4} I_2 - \frac{1}{4} I_1$$

$$kvl : V_1 = I_1 + I_x + I_1 + I_2 + 2V_1$$

$$V_1 = 2I_1 + I_2 + \frac{1}{4} I_2 - \frac{1}{4} I_1 + 2V_1$$

$$V_1 = -\frac{7}{4} I_1 - \frac{5}{4} I_2 \quad (a)$$

$$kvl : V_2 = I_2 - I_x + I_1 + I_2 + 2V_1 = I_2 - \frac{1}{4} I_2 + \frac{1}{4} I_1 + I_1 + I_2 + 2V_1$$

$$V_2 = \frac{7}{4} I_2 + \frac{5}{4} I_1 + 2V_1 \Rightarrow V_1 = \frac{V_2}{2} - \frac{7}{8} I_2 - \frac{5}{8} I_1 \quad (b)$$

$$(a) \Rightarrow I_2 = -\frac{4}{5} V_1 - \frac{7}{5} I_1 \quad (c)$$

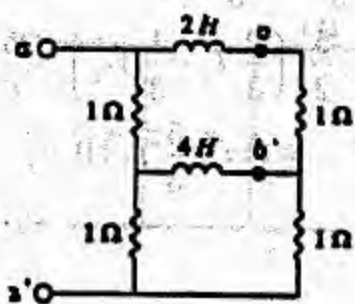
$$(b), (c) \Rightarrow V_1 = \frac{V_2}{2} - \frac{7}{8} \left(-\frac{4}{5} V_1 - \frac{7}{5} I_1 \right) - \frac{5}{8} I_1$$

$$V_1 = \frac{V_2}{2} + \frac{7}{10} + \frac{49}{4} I_1 - \frac{5}{8} I_1 \Rightarrow V_1 = \frac{5}{3} V_2 + 2I_1 \quad (d)$$

$$(c), (d) \Rightarrow I_2 = -\frac{4}{5} \left(\frac{5}{3} V_2 + 2I_1 \right) - \frac{7}{5} I_1 = -\frac{4}{3} V_2 - \frac{8}{5} I_1 - \frac{7}{5} I_1$$

$$I_2 = -\frac{4}{3} V_2 - 3I_1 \quad (e)$$

$$(d), (e) \Rightarrow H = \begin{bmatrix} 2 & \frac{5}{3} \\ -3 & -\frac{4}{3} \end{bmatrix}$$

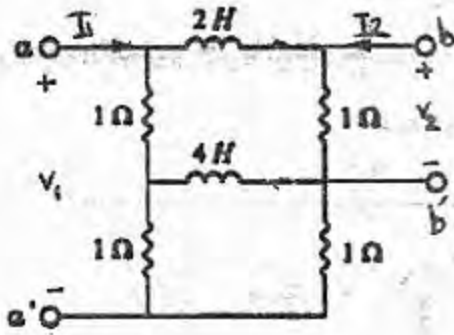


شکل (مسألة ۱۷-۸)

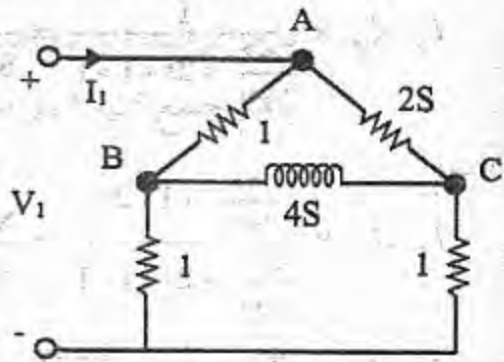
۸- پارامترهای برید دو قطبی شکل (مسألة ۱۷-۸) را نسبت به سرهای (α', α) و (b', b) به دست آورید.

حل:

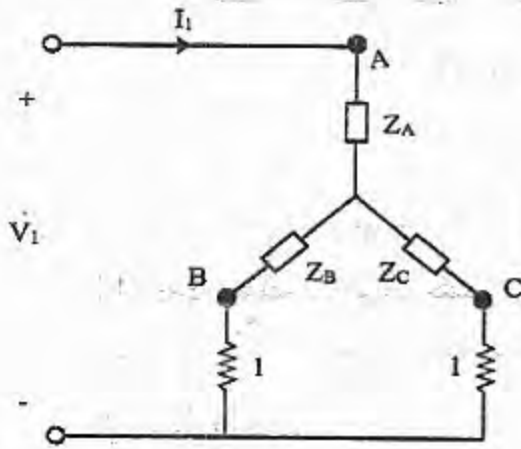
پارامترهای های برید با توجه به شکل عبارتند از:



$$h_{11} = \frac{V_1}{I_1} \quad | \quad V_2 = 0 \rightarrow$$

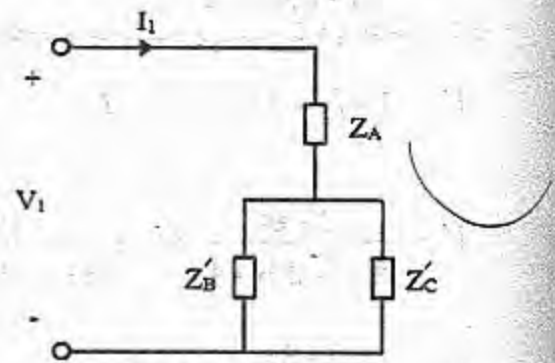


با توجه به تبدیلات مثلث به ستاره و بر عکس داریم:



$$\begin{cases} Z_A = \frac{1 \times 2s}{1 + 2s + 4s} = \frac{2s}{6s + 1} \\ Z_B = \frac{1 \times 4s}{1 + 2s + 4s} = \frac{4s}{6s + 1} \\ Z_C = \frac{2s \times 4s}{1 + 2s + 4s} = \frac{8s^2}{6s + 1} \end{cases}$$

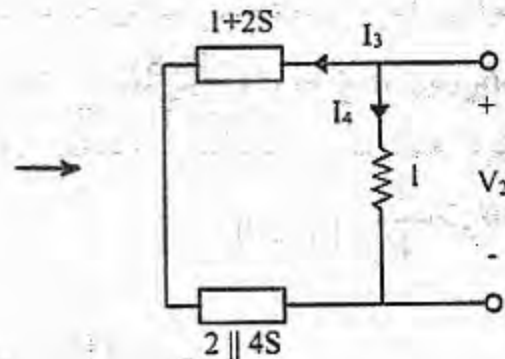
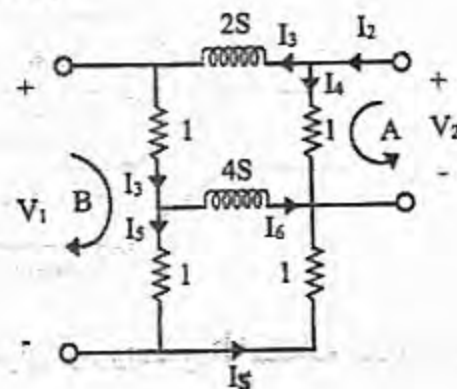
$$\begin{cases} Z'_B = Z_B + 1 = \frac{10s + 1}{6s + 1} \\ Z'_C = Z_C + 1 = \frac{8s^2 + 6s + 1}{6s + 1} \end{cases}$$



$$\frac{V_1}{I_1} \quad | \quad V_2 = 0 = Z_A + Z'_B \parallel Z'_C = \frac{2s}{6s + 1} + \frac{\frac{1 + 10s}{1 + 6s} \times \frac{8s^2 + 6s + 1}{6s + 1}}{\frac{1 + 10s + 8s^2 + 6s + 1}{6s + 1}}$$

$$h_{11} = \frac{96s^3 + 100s^2 + 20s + 1}{(6s + 1)(8s^2 + 16s + 2)} = \frac{16s^2 + 14s + 1}{8s^2 + 16s + 2}$$

$$h_{12} = \frac{V_1}{V_2} \quad | \quad I_1 = 0$$



$$I_3 = I_2 \times \frac{1}{\frac{8s}{2+4s} + 2s + 1 + 1} = \frac{2+4s}{8s^2+20s+4} \times I_2 \quad (I)$$

باتوجه به تقسیم جریان داریم:

$$I_4 = I_2 \times \frac{\frac{8s}{2+4s} + 1 + 2s}{\frac{8s}{2+4s} + 2s + 1 + 1} = \frac{8s^2+16s+2}{8s^2+20s+4} \times I_2 \quad (II)$$

$$I_5 = I_3 \times \frac{4s}{2+4s} \stackrel{(I)}{=} \frac{2+4s}{8s^2+20s+4} \times I_2 \times \frac{4s}{2+4s}$$

$$I_5 = \frac{4s}{8s^2+20s+4} \times I_2 \quad (III)$$

$$V_2 = 1 \times I_4 = I_4$$

kvl را در حلقه A می‌نویسیم:

$$V_2 = \frac{8s^2+16s+2}{8s^2+20s+4} \times I_2 \quad (IV)$$

از رابطه II داریم:

$$V_1 = 1 \times I_3 + 1 \times I_5 = I_3 + I_5$$

kvl را در حلقه B می‌نویسیم:

$$V_1 = \frac{2+4s}{8s^2+20s+4} \times I_2 + \frac{4s}{8s^2+20s+4} \times I_2$$

بنابراین روابط (I) و (III) داریم:

$$V_1 = \frac{2+8s}{8s^2+20s+4} \times I_2 \quad (V)$$

$$h_{12} = \frac{V_1}{V_2} = \frac{2+8s}{8s^2+16s+2}$$

با تقسیم رابطه (V) به (IV) داریم:

چون مدار از سلف و مقاومت تشکیل شده است پس دوقطبی متقابل است بنابراین:

$$h_{21} = -h_{12} = -\frac{2+8s}{8s^2+16s+2}$$

$$h_{22} = \frac{I_2}{V_2} \Big|_{I_1=0}$$

برای محاسبه h_{22} داریم:

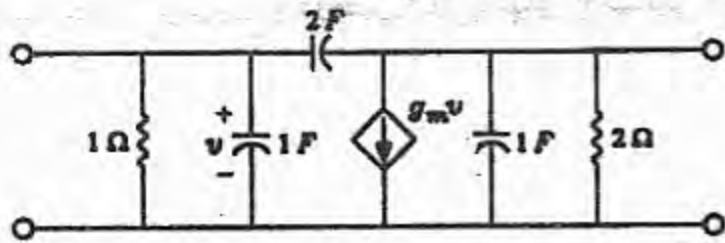
چون $I_1=0$ می‌باشد باز میتوان از روابط h_{12} استفاده نمود. از رابطه (IV) داریم:

$$h_{22} = \frac{I_2}{V_2} = \frac{8s^2+20s+4}{8s^2+16s+2}$$

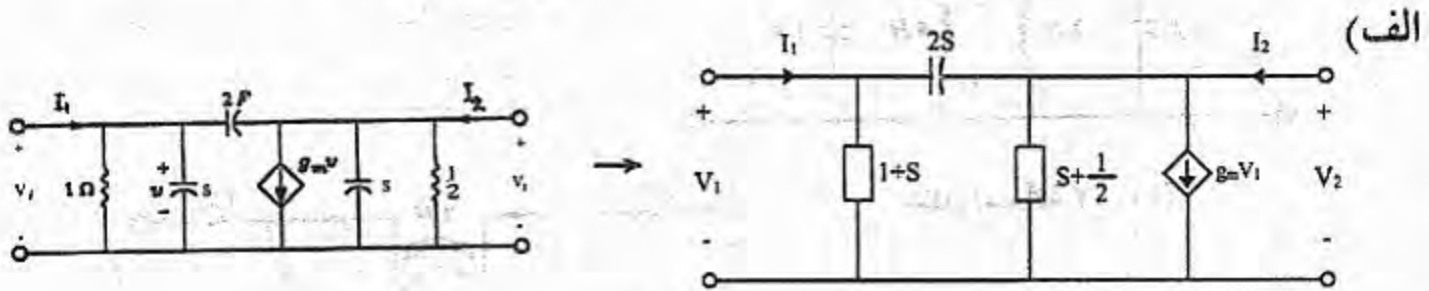
۹- الف - پارامترهای ادمیتانس دوقطبی شکل (مسأله ۱۷-۹) را تعیین کنید.

ب - آیا می‌توانید این دوقطبی را به صورت اتصال موازی دو دوقطبی درآورده و پارامترهای آنها را باهم جمع کنید؟ در صورت مثبت بودن این کار را انجام دهید؟

حل:



شکل (مسأله ۱۷-۹)

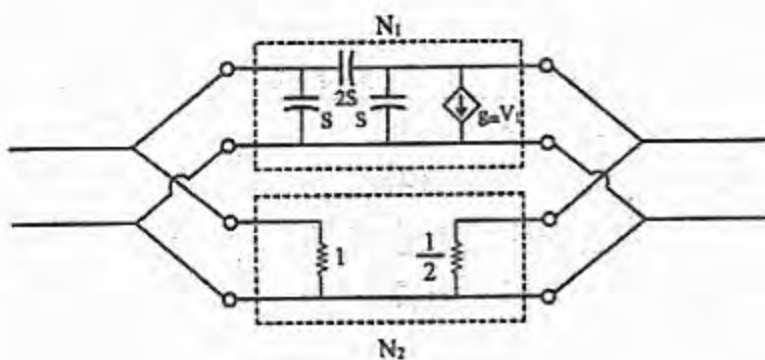


با توجه به روش نظری تجزیه و تحلیل گره داریم:

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 - g_m V_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1+s+2s & -2s \\ -2s & s + \frac{1}{2} + 2s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1+3s & -2s \\ -2s+g_m & 3s + \frac{1}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} \Rightarrow Y = \begin{bmatrix} 3s+1 & -2s \\ -2s+g_m & 3s + \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

ب) میتوان دوقطبی را بصورت اتصال موازی دو دوقطبی بصورت زیر نشان داد:



با توجه به تست برونی میتوان از اتصال موازی این دو دوقطبی برای محاسبه ماتریس ادمیتانس دوقطبی اولیه استفاده کرد. ماتریس ادمیتانس دوقطبی N_1 عبارتست از:

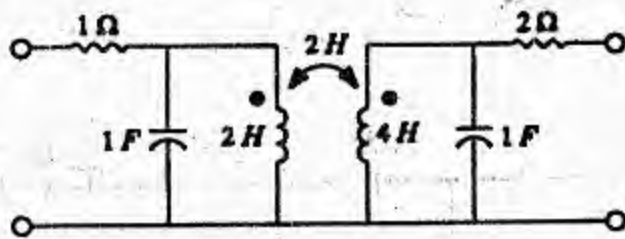
$$Y_1 = \begin{bmatrix} s+2s & -2s \\ -2s+g_m & s+2s \end{bmatrix}$$

$$Y_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

ماتریس ادمیتانس دو قطبی N_2 عبارتست از:

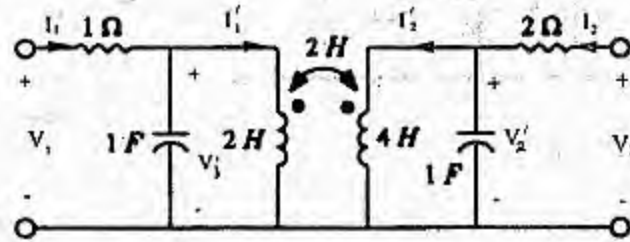
در حالت اتصال موازی دو دو قطبی ماتریسهای ادمیتانس آنها باهم جمع می‌گردد بنابراین داریم:

$$Y = Y_1 + Y_2 = \begin{bmatrix} 3s+1 & -2s \\ -2s+g_m & 3s+\frac{1}{2} \end{bmatrix}$$



۱۰- پارامترهای انتقال دو قطبی شکل (مسئله ۱۷-۱۰) را به دست آورید.

شکل (مسئله ۱۷-۱۰)



$$kvl : V_1' = 2 \frac{dI_1'}{dt} + 2 \frac{dI_2'}{dt} = 2sI_1' + 2sI_2' \quad (a)$$

$$kvl : V_2' = 4 \frac{dI_2'}{dt} + 2 \frac{dI_1'}{dt} = 2sI_1' + 4sI_2' \quad (b)$$

$$(a), (b) \Rightarrow I_1' = \frac{\begin{vmatrix} V_1' & 2s \\ V_2' & 4s \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2s & 2s \\ 2s & 4s \end{vmatrix}} = \frac{2V_1' - V_2'}{2s}, \quad I_2' = \frac{\begin{vmatrix} 2s & V_1' \\ 2s & V_2' \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2s & 2s \\ 2s & 4s \end{vmatrix}} = \frac{V_2' - V_1'}{2s}$$

$$kvl : V_1 = I_1 + (I_1 + I_1') \frac{1}{s} = \frac{s+1}{s} I_1 - \frac{1}{s} I_1'$$

$$V_1 = \frac{s+1}{s} I_1 - \frac{1}{s} \left(\frac{2V_1' - V_2'}{2s} \right) = \frac{s+1}{s} I_1 + \frac{V_2' - 2V_1'}{2s^2} \quad (a)$$

$$kvl : V_1 = I_1 + V_1' \Rightarrow V_1' = V_1 - I_1 \quad (b)$$

$$kvl : V_2 = 2I_2 + V_2' \Rightarrow V_2' = V_2 - 2I_2 \quad (c)$$

$$(a),(b),(c) \Rightarrow v_1 = \frac{s+1}{s} I_1 + \frac{V_2 - 2I_2 - 2V_1 + 2I_1}{2s^2} = \left(\frac{s+1}{s} + \frac{1}{s^2} \right) I_1 + \frac{1}{2s^2} V_2 - \frac{1}{s^2} V_1 - \frac{2I_2}{2s^2}$$

$$\left(1 + \frac{1}{s^2} \right) V_1 = \frac{s^2+s+1}{s^2} I_1 + \frac{V_2 - 2I_2}{2s^2} \Rightarrow V_1 = \frac{s^2+s+1}{s^2+1} I_1 + \frac{V_2 - 2I_2}{2(s^2+1)} \quad (d)$$

$$kvl : V_2 = 2I_2 + (I_2 - I_2') \frac{1}{s} = \frac{2s+1}{s} I_2 - \frac{1}{s} I_2' = \frac{2s+1}{s} I_2 - \frac{1}{s} \left(\frac{V_2' - V_1'}{2s} \right) \quad (e)$$

$$(b),(c),(e) \Rightarrow V_2 = \frac{2s+1}{s} I_2 + \frac{V_1 - I_1 - V_2 + 2I_2}{2s^2} = \left(\frac{2s+1}{s} + \frac{2}{2s^2} \right) I_2 + \frac{V_1 - I_1}{2s^2} - \frac{V_2}{2s^2}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{2s^2+1}{2s^2} \right) V_2 = \left(\frac{2s(2s+1)+2}{2s^2} \right) I_2 + \frac{V_1 - I_1}{2s^2} \Rightarrow V_2 = \frac{4s^2+2s+2}{2s^2+1} I_2 + \frac{V_1 - I_1}{2s^2+1} \quad (f)$$

$$\Rightarrow \frac{I_1}{2s^2+1} = \frac{4s^2+2s+2}{2s^2+1} I_2 + \frac{V_1}{2s^2+1} - V_2 \Rightarrow I_1 = (4s^2+2s+2) I_2 + V_1 - (2s^2+1) V_2 \quad (g)$$

$$(d),(g) \Rightarrow I_1 = (4s^2+2s+2) I_2 + \frac{s^2+s+1}{s^2+1} I_1 + \frac{V_2 - 2I_2}{2(s^2+1)}$$

$$\left(\frac{s^2+1-s^2-s-1}{s^2+1} \right) I_1 = \left(4s^2+2s+2 - \frac{2}{2(s^2+1)} \right) I_2 + \frac{V_2}{2(s^2+1)}$$

$$\frac{-s}{s^2+1} I_1 = \left(\frac{(4s^2+2s+2)(2s^2+2)-2}{2(s^2+1)} \right) I_2 + \frac{V_2}{2(s^2+1)}$$

$$I_1 = - \left(\frac{8s^4+4s^3+10s^2+4s+3}{2s} \right) I_2 - \frac{1}{2s} V_2 \quad (h)$$

$$(g),(h) \Rightarrow V_1 = \frac{s^2+s+1}{s^2+1} \left(- \frac{8s^4+4s^3+10s^2+4s+3}{2s} I_2 - \frac{V_2}{2s} \right) + \frac{V_2 - 2I_2}{2(s^2+1)}$$

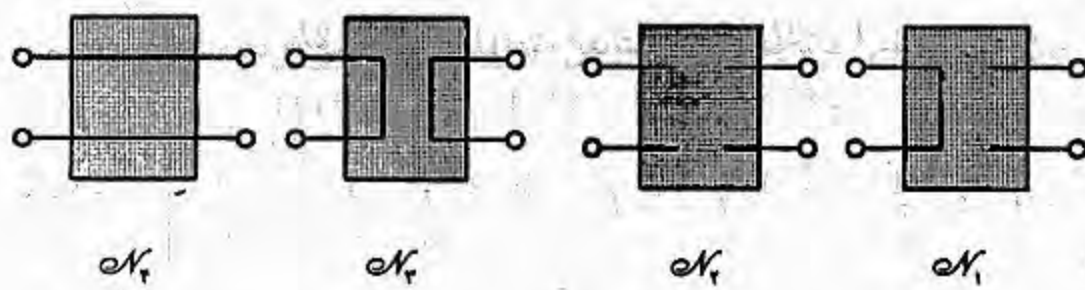
$$V_1 = \left(- \frac{(s^2+s+1)(8s^4+4s^3+10s^2+4s+3)}{2s(s^2+1)} - \frac{2}{2(s^2+1)} \right) I_2 + \left(- \frac{(s^2+s+1)}{2s(s^2+1)} + \frac{1}{2(s^2+1)} \right) V_2$$

$$V_1 = \frac{-(s^2+s+1)(8s^4+4s^3+10s^2+4s+3) - 2s}{2s(s^2+1)} I_2 + \frac{-s^2-s-1+s}{2s(s^2+1)} V_2$$

$$V_1 = \frac{-(s^2+s+1)(8s^4+4s^3+10s^2+4s+3) - 2s}{2s(s^2+1)} I_2 - \frac{1}{2s(s^2+1)} V_2 \quad (i)$$

حال با توجه به روابط (i) و (h) می‌توان ماتریس انتقال را نوشت.

۱۱ - تعیین کنید از دو قطبی شکل (مسألة ۱۷-۱۱) کدامیک دارای توصیفهای پارامترهای T, g, h, y, z یا T' هستند. در صورت وجود، این پارامترها را حساب کنید.



حل:

شکل (مسألة ۱۷-۱۱)

الف: شبکه N_1 :

$$\begin{matrix} V_1=0 \\ I_2=0 \end{matrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} V_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ V_2 \end{bmatrix} \Rightarrow H = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \det H = 0$$

بقیه ماتریسها را با توجه به جدول تبدیل ماتریسهای دو قطبی که در صفحه 478 کتاب موجود است بدست می‌آوریم. با توجه به اینکه تمامی درایه‌های ماتریسی H و $\Delta H = \det H$ که صفر هستند هیچ یک از ماتریسهای G, T', T, Y, Z برای این دو قطبی موجود نمی‌باشد.

$$\begin{matrix} I_1=0 \\ I_2=0 \end{matrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} \Rightarrow Y = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \det Y = 0$$

ب: شبکه N_2 : با توجه به اینکه تمامی درایه‌های ماتریسی Y و $\Delta Y = \det Y$ که صفر هستند هیچ یک از ماتریسهای Z, G, H, T', T برای این دو قطبی وجود ندارند.

ج: شبکه N_3 :

$$\begin{matrix} V_1=0 \\ V_2=0 \end{matrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} \Rightarrow Z = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \det Z = 0$$

با توجه به اینکه تمامی درایه‌های ماتریسی Z و $\Delta Z = \det Z$ که صفر هستند هیچ یک از ماتریسهای Y, G, H, T', T برای این دو قطبی موجود نمی‌باشند.

$$\begin{matrix} V_1=V_2 \\ I_1=-I_2 \end{matrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} \Rightarrow H = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \det H = 1$$

د: شبکه N_4 :

با توجه به رابطه ماتریسی H و Z که در مقابل نشان داده شده و با توجه به اینکه $h_{22} = 0$ است لذا ماتریس Z برای این دو قطبی وجود ندارد.

$$Z = \begin{bmatrix} \frac{\Delta H}{h_{22}} & \frac{h_{12}}{h_{22}} \\ h_{22} & h_{22} \\ -\frac{h_{21}}{h_{22}} & \frac{1}{h_{22}} \end{bmatrix}$$

بنابراین رابطه ماتریسی H و Y و صفر بودن h_{11} ماتریسی Y نیز برای این دوقطبی وجود ندارد.

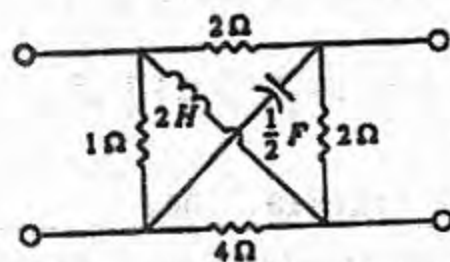
$$Y = \begin{pmatrix} \frac{1}{h_{11}} & -\frac{h_{12}}{h_{11}} \\ \frac{h_{21}}{h_{11}} & \frac{\Delta H}{h_{11}} \end{pmatrix}$$

$$T = \begin{pmatrix} -\frac{\Delta H}{h_{21}} & \frac{h_{11}}{h_{21}} \\ -\frac{h_{22}}{h_{21}} & -\frac{1}{h_{21}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$T' = \begin{pmatrix} \frac{1}{h_{12}} & \frac{h_{11}}{h_{12}} \\ \frac{h_{22}}{h_{12}} & \frac{\Delta H}{h_{12}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$G = \begin{pmatrix} \frac{h_{22}}{\Delta H} & -\frac{h_{12}}{\Delta H} \\ -\frac{h_{21}}{\Delta H} & \frac{h_{11}}{\Delta H} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

۱۲- پارامترهای لادوقطبی داده شده در شکل (مسألة ۱۷-۱۲) را تعیین کنید.



شکل (مسألة ۱۷-۱۲)

حل:

محاسبه y_{11} : طبق تعریف $y_{11} = \frac{I_1}{V_1} \Big|_{v_2=0}$ است که در این صورت مقاومت 4Ω با خازن $\frac{1}{2}F$ و مقاومت

2Ω با سلف $2H$ موازی می‌شوند بنابراین داریم:

$$(4) \parallel \left(\frac{2}{s}\right) = \frac{4}{2s+1}$$

$$(2) \parallel (2s) = \frac{2s}{s+1}$$

$$Z_{eq} = (1) \parallel \left[\frac{4}{2s+1} + \frac{2s}{s+1}\right] = (1) \parallel \left[\frac{4s^2+6s+4}{2s^2+3s+1}\right] = \frac{4s^2+6s+4}{6s^2+9s+5}$$

$$V_1 = I_1 Z_{eq} \Rightarrow \frac{I_1}{V_1} = \frac{1}{Z_{eq}} \Rightarrow y_{11} = \frac{6s^2 + 9s + 5}{4s^2 + 6s + 4}$$

محاسبه y_{22} : طبق تعریف $y_{22} = \frac{I_2}{V_2} |_{V_1=0}$ است که در این صورت سلف $2H$ و مقاومت 4Ω و خازن $\frac{1}{2}F$ و مقاومت 2Ω باهم موازی می‌شوند بنابراین داریم:

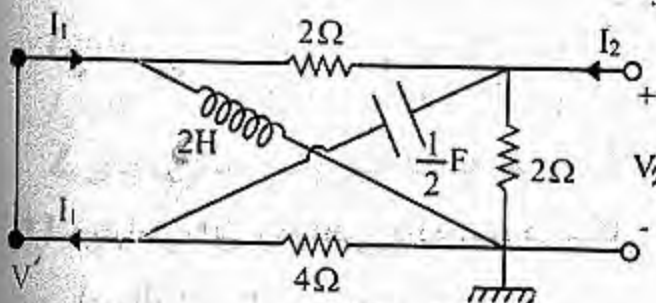
$$(2s) \parallel (4) = \frac{4s}{s+2}$$

$$\left(\frac{2}{5}\right) \parallel (2) = \frac{2}{s+1}$$

$$Z_{eq} = (2) \parallel \left(\frac{4s}{s+2} + \frac{2}{s+1}\right) = (2) \parallel \left(\frac{4s^2 + 6s + 4}{s^2 + 3s + 2}\right) = \frac{4s^2 + 6s + 4}{3s^2 + 6s + 4}$$

$$V_2 = I_2 Z_{eq} \Rightarrow \frac{I_2}{V_2} = \frac{1}{Z_{eq}} \Rightarrow y_{22} = \frac{3s^2 + 6s + 4}{4s^2 + 6s + 4}$$

محاسبه y_{21}, y_{12} : چون دوقطبی از عناصر ذخیره کننده انرژی است (سلف و خازن) و مقاومت تشکیل شده و هیچ منبع وابسته‌ای نداریم بنابراین $y_{12} = y_{21}$ است.

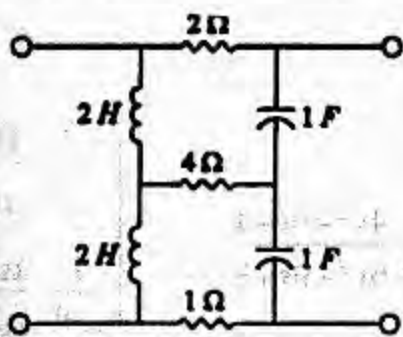


$$V_2 = \frac{(4) \parallel (2s)}{(4) \parallel (2s) + (2) \parallel \left(\frac{2}{s}\right)} V_1 \quad (a)$$

$$(kcl) : I_1 = - \left(\frac{V_1 - V_2}{\frac{2}{s}} + \frac{V_1}{4} \right) \quad (b)$$

$$(a), (b) \Rightarrow I_1 = \frac{s}{4s^2 + 6s + 4} V_2 \Rightarrow y_{12} = y_{21} = \frac{s}{4s^2 + 6s + 4}$$

$$y = \frac{1}{4s^2 + 6s + 4} \begin{bmatrix} 6s^2 + 9s + 5 & s \\ s & 3s^2 + 6s + 4 \end{bmatrix}$$

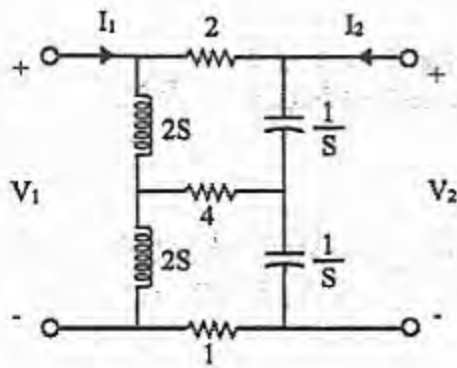


شکل (مسألة ۱۷-۱۳)

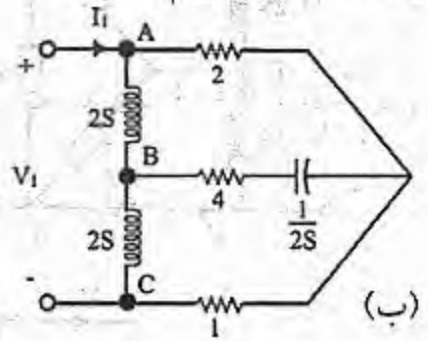
۱۳- می‌خواهیم پارامترهای های برید دوقطبی شکل (مسألة ۱۷-۱۳) را حساب کنیم. یک بار به طور مستقیم حساب کنید. بار دیگر پارامترهای Z را محاسبه کنید و پارامترهای h را از روی پارامترهای Z به دست آورید.

حل:

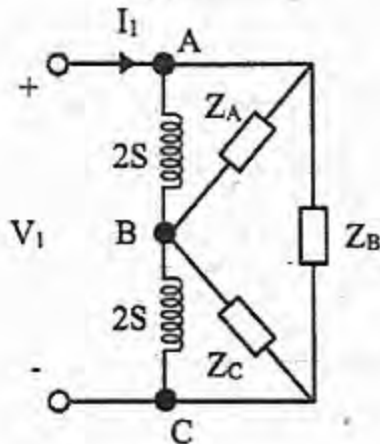
با توجه به شکل داریم:



$$h_{11} = \frac{V_1}{I_1} \Big|_{V_2=0}$$



اتصال ستاره بین نقاط A و B و C را به اتصال مثلث تبدیل می کنیم:



$$Z_A = \frac{2 \times 1 + 2 \times \left(4 + \frac{1}{2S}\right) + 1 \times \left(4 + \frac{1}{2S}\right)}{1}$$

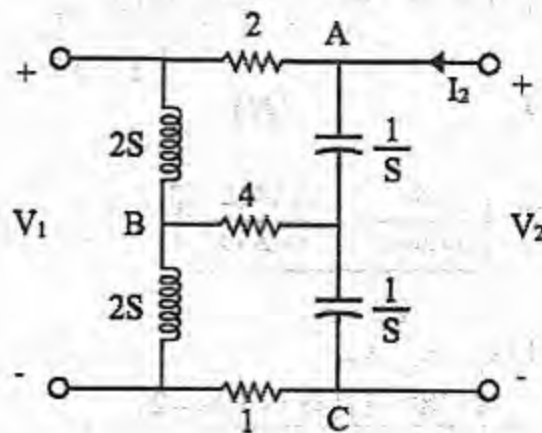
$$Z_B = \frac{2 \times 1 + 2 \times \left(4 + \frac{1}{2S}\right) + 1 \times \left(4 + \frac{1}{2S}\right)}{4 + \frac{1}{2S}}$$

$$Z_C = \frac{2 \times 1 + 2 \times \left(4 + \frac{1}{2S}\right) + 1 \times \left(4 + \frac{1}{2S}\right)}{2}$$

$$Z_A = \frac{28S+3}{2S}, \quad Z_B = \frac{28S+3}{8S+1}, \quad Z_C = \frac{28S+3}{4S}$$

$$h_{11} = \frac{V_1}{I_1} \Big|_{V_2=0} = Z_B \parallel \left(2S \parallel Z_A + 2S \parallel Z_C\right) = \left(\frac{28S+3}{8S+1}\right) \parallel \left(\frac{(56S^2+6S)(12S^2+56S+6)}{4S^2+28S+3}(8S^2+28S+3)\right)$$

$$h_{11} = \frac{(56S^2+6S)(12S^2+56S+6)(28S+3)}{(56S^2+6S)(12S^2+56S+6)(8S+1) + (28S+3)(4S^2+28S+3)(8S^2+28S+3)}$$



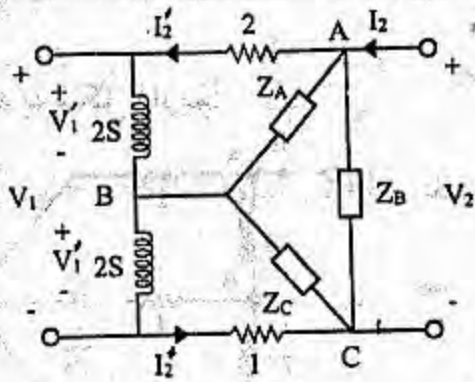
اتصال ستاره بین نقاط A و

B و C را به مثلث

تبدیل می کنیم:

$$h_{12} = \frac{V_1}{V_2} \Big|_{I_1=0}$$

$$Z_A = \frac{4 \times \frac{1}{S} + 4 \times \frac{1}{S} + \frac{1}{S} \times \frac{1}{S}}{\frac{1}{S}} = \frac{8S+1}{S}$$

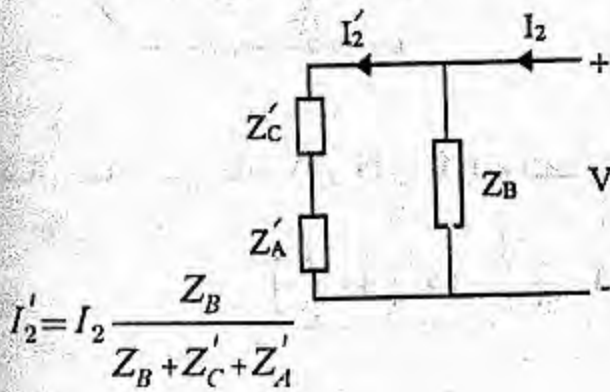


$$Z_B = \frac{4 \times \frac{1}{s} + 4 \times \frac{1}{s} + \frac{1}{s} \times \frac{1}{s}}{4} = \frac{8s+1}{4s^2}$$

$$Z_C = \frac{4 \times \frac{1}{s} + 4 \times \frac{1}{s} + \frac{1}{s} \times \frac{1}{s}}{\frac{1}{s}} = \frac{8s+1}{s}$$

$$Z'_C = Z_C \parallel (2+2s) = \frac{16s^2+18s+2}{2s^2+10s+1}$$

$$Z'_A = Z_A \parallel (1+2s) = \frac{16s^2+10s+1}{2s^2+9s+1}$$



$$I_2' = I_2 \frac{Z_B}{Z_B + Z_C' + Z_A'}$$

$$I_2'' = I_2' \frac{Z_C}{2+2s+Z_C} = I_2 \frac{Z_B Z_C}{(Z_B + Z_C' + Z_A')(2+2s+Z_C)}$$

$$V_1' = I_2 \frac{Z_B Z_C}{(Z_B + Z_C' + Z_A')(2+2s+Z_C)} \times 2s$$

$$I_2''' = I_2' \frac{Z_A}{1+2s+Z_A} = I_2 \frac{Z_A Z_B}{(Z_B + Z_C' + Z_A')(1+2s+Z_A)}$$

$$V_1'' = I_2 \frac{Z_A Z_B}{(Z_B + Z_C' + Z_A')(1+2s+Z_A)} \times 2s$$

$$V_1 = V_1' + V_1'' = \frac{2s \times Z_B}{Z_B + Z_C' + Z_A'} \left[\frac{Z_C}{2+2s+Z_C} + \frac{Z_A}{1+2s+Z_A} \right] I_2 \quad (I)$$

$$V_2 = [Z_B \parallel (Z_C' + Z_A')] I_2 \quad (II)$$

$$(I), (II) \rightarrow h_{12} = \frac{V_1}{V_2} = \frac{2s \left[\frac{Z_C}{2+2s+Z_C} + \frac{Z_A}{1+2s+Z_A} \right]}{Z_C' + Z_A'}$$

$$-h_{21} = h_{12} = \frac{2s(8s+1)(4s^2+19s+2)}{(16s^2+18s+2)(2s^2+9s+1) + (16s^2+10s+1)(2s^2+10s+1)}$$

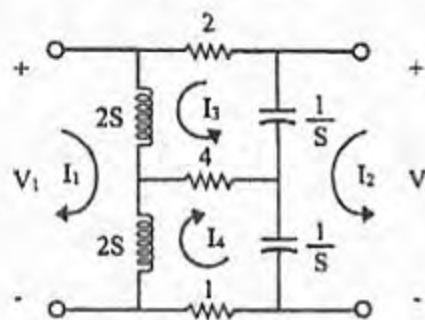
$$h_{22} = \frac{I_2}{V_2} \Big|_{I_1=0}$$

حال برای h_{22} می توان نوشت:

چون در h_{22} از $I_1=0$ استفاده می کنیم بنابراین از روابط h_{12} می توان استفاده نمود.

$$(II) \rightarrow h_{22} = \frac{I_2}{V_2} = \frac{1}{Z_B \parallel (Z_C + Z_A)}$$

$$h_{22} = \frac{\frac{8s+1}{4s^2} + \frac{16s^2+18s+2}{2s^2+10s+1} + \frac{16s^2+10s+1}{2s^2+9s+1}}{\frac{8s+1}{4s^2} \left(\frac{16s^2+18s+2}{2s^2+10s+1} + \frac{16s^2+10s+1}{2s^2+9s+1} \right)}$$



(ب) با توجه به شکل مقابل معادلات مش بصورت زیر است:

$$V_1 = 2s(I_1 + I_3) + 2s(I_1 - I_4) \quad (I)$$

$$V_2 = \frac{1}{s}(I_2 - I_3) + \frac{1}{s}(I_2 + I_4) \quad (II)$$

$$2(I_3) + 2s(I_3 + I_1) + 4(I_3 + I_4) + \frac{1}{s}(I_3 - I_2) = 0 \quad (III)$$

$$4(I_4 + I_3) + \frac{1}{s}(I_4 + I_2) + 1(I_4) + 2s(I_4 - I_1) = 0 \quad (IV)$$

از روابط (III) و (IV)، I_3 و I_4 را بر حسب I_1 و I_2 پیدا نموده و در معادلات (I) و (II) قرار می دهیم:

$$I_3 = \frac{(2s^2 + 9s + 1)(I_2 - 2s^2 I_1)}{4s^4 + 22s^3 + 18s^2 + 11s + 1}$$

$$I_4 = \frac{1}{4} \left[1 - \frac{(2s^2 + 9s + 1)(2s^2 + 6s + 1)}{4s^4 + 22s^3 + 18s^2 + 11s + 1} \right] \left[\frac{1}{s} I_2 - 2s I_1 \right]$$

$$I_4 = - \left[\frac{2s^2 + 10s + 1}{4s^4 + 22s^3 + 18s^2 + 11s + 1} \right] (I_2 - 2s^2 I_1)$$

I_3 و I_4 را در معادلات (I) و (II) قرار می دهیم:

$$V_1 = 4s I_1 + (4s^2 + 19s + 2) \frac{(I_2 - 2s^2 I_1)}{4s^4 + 22s^3 + 18s^2 + 11s + 1} \times 2s$$

$$V_2 = \frac{2}{s} I_2 - (4s^2 + 19s + 2) \frac{(I_2 - 2s^2 I_1)}{4s^4 + 22s^3 + 18s^2 + 11s + 1} \times \frac{1}{s}$$

حال پارامترهای Z عبارتند از:

$$Z_{11} = \frac{V_1}{I_1} \Big|_{I_2=0} = 4s - \frac{4s^3(4s^2 + 19s + 2)}{4s^4 + 22s^3 + 18s^2 + 11s + 1}$$

$$Z_{11} = \frac{12s^4 + 64s^3 + 44s^2 + 4s}{4s^4 + 22s^3 + 18s^2 + 11s + 1}$$

$$Z_{22} = \frac{V_2}{I_2} \Big|_{I_1=0} = \frac{8s^3 + 44s^2 + 32s + 3}{4s^4 + 22s^3 + 18s^2 + 11s + 1}$$

$$Z_{12} = \frac{V_1}{I_1} \Big|_{I_2=0} = \frac{8s^3 + 38s^2 + 4s}{4s^4 + 22s^3 + 18s^2 + 11s + 1}$$

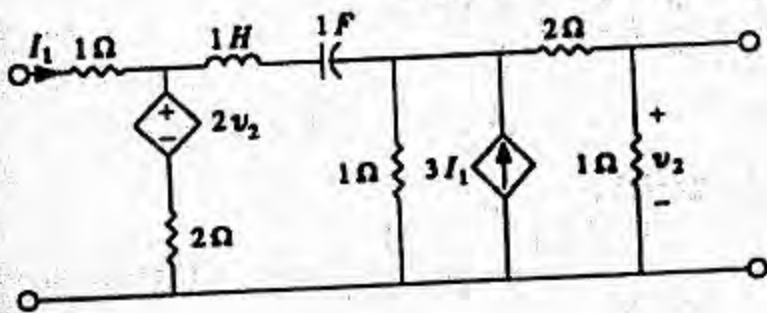
$$Z_{21} = \frac{V_2}{I_1} \Big|_{I_2=0} = \frac{8s^3 + 38s^2 + 4s}{4s^4 + 22s^3 + 18s^2 + 11s + 1}$$

حال از روی پارامترهای Z پارامترهای h را بصورت زیر بدست می‌آوریم:

$$h_{11} = \frac{\Delta Z}{Z_{22}} \quad h_{12} = \frac{Z_{12}}{Z_{22}} \quad h_{21} = -\frac{Z_{21}}{Z_{22}} \quad h_{22} = \frac{1}{Z_{22}}$$

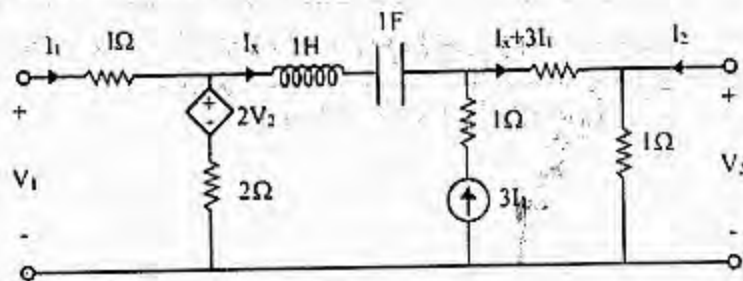
با جایگذاری مقادیر Z پارامترهای h با مقادیر قسمت اول بدست می‌آید.

۱۴- پارامترهای Z و h دوقطبی شکل (مساله ۱۷-۱۴) را به دست آورید.



حل:

شکل (مساله ۱۷-۱۴)



$$kvl : V_1 = I_1 + 2V_2 + 2(I_1 - I_x) = 3I_1 + 2V_2 - 2I_x \quad (a)$$

$$kvl : V_1 = I_1 + \left(s + \frac{1}{s}\right) I_x + 2I_x + 6I_1 + V_2$$

$$\Rightarrow V_1 = 7I_1 + \left(\frac{s^2 + 2s + 1}{s}\right) I_x + V_2$$

$$\Rightarrow I_x = \frac{s}{s^2 + 2s + 1} V_1 - \frac{7s}{s^2 + 2s + 1} I_1 - \frac{s}{s^2 + 2s + 1} V_2 \quad (b)$$

$$(a), (b) \Rightarrow V_1 = 3I_1 + 2V_2 - \frac{2s}{s^2 + 2s + 1} V_1 + \frac{14s}{s^2 + 2s + 1} I_1 + \frac{2s}{s^2 + 2s + 1} V_2$$

$$\Rightarrow V_1 = \frac{3s^2 + 8s + 3}{s^2 + 4s + 1} I_1 + \frac{2s^2 + 2s + 2}{s^2 + 4s + 1} V_2 \quad (c)$$

$$kvl : V_2 = I_2 + 3I_1 + I_x \Rightarrow I_2 = V_2 - 3I_1 - I_x \quad (d)$$

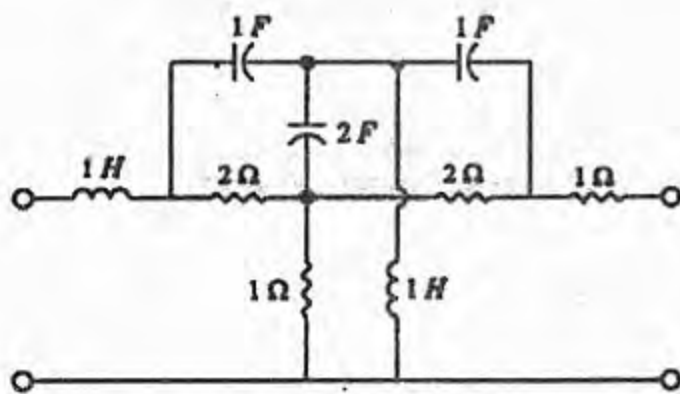
$$(b), (d) \Rightarrow I_2 = V_2 - 3I_1 + \frac{7s}{s^2 + 2s + 1} I_1 + \frac{s}{s^2 + 2s + 1} V_2 - \frac{s}{s^2 + 2s + 1} V_1$$

$$\Rightarrow I_2 = \frac{s^2 + 3s + 1}{s^2 + 2s + 1} V_2 + \frac{s - 3s^2 - 3}{s^2 + 2s + 1} I_1 - \frac{s}{s^2 + 2s + 1} V_1 \quad (e)$$

$$\Rightarrow I_2 = -\frac{3s^3 + 8s^2 + 3s + (3s^2 - s + 3)(s^2 + 4s + 1)}{(s^2 + 2s + 1)(s^2 + 4s + 1)} I_1 + \frac{(s^2 + 4s + 1)(s^2 + 3s + 1) - (2s^3 + 2s^2 + 2s)}{(s^2 + 2s + 1)(s^2 + 4s + 1)} V_2 \quad (f)$$

با توجه به روابط (c) و (f) ماتریس H مشخص می‌شود و با معلوم بودن ماتریس H و جدول صفحه 478 کتاب می‌توان ماتریس Z را از روی ماتریس H بصورت زیر محاسبه کرد.

$$Z = \begin{pmatrix} \frac{\det H}{h_{22}} & \frac{h_{12}}{h_{22}} \\ \frac{h_{21}}{h_{22}} & \frac{1}{h_{22}} \end{pmatrix}$$



شکل (مسئله ۱۷-۱۵)

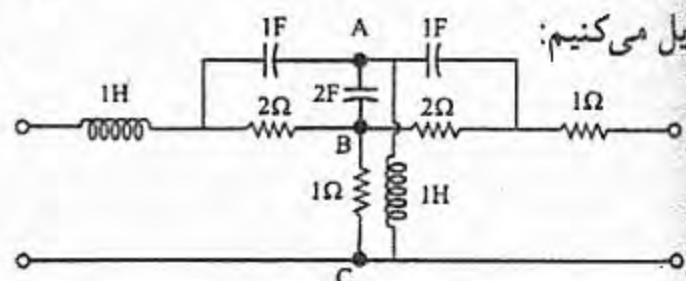
۱۵- پارامترهای Z دوقطبی شکل (مسئله)

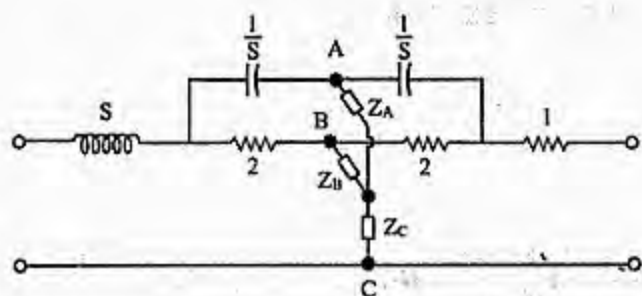
۱۷- را به دست آورید.

حل:

اتصال مثلث بین نقاط A و B و C را به اتصال ستاره

تبدیل می‌کنیم:





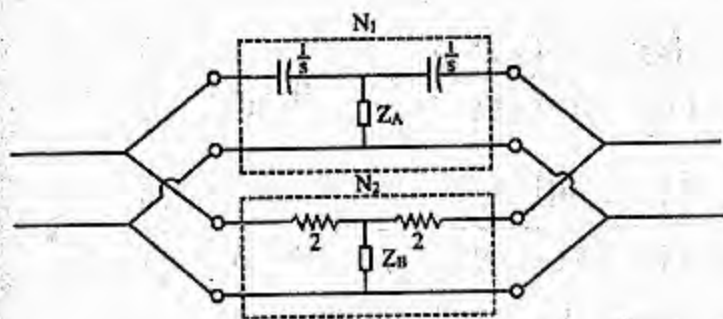
$$Z_A = \frac{\frac{1}{2s} \times S}{1 + \frac{1}{2s} + S} = \frac{S}{2S^2 + 2S + 1}$$

$$Z_B = \frac{\frac{1}{2s} + 1}{1 + \frac{1}{2s} + S} = \frac{1}{2S^2 + 2S + 1}$$

$$Z_C = \frac{1 \times S}{1 + \frac{1}{2s} + S} = \frac{2S^2}{2S^2 + 2S + 1}$$

ابتدا از طرفین مقاومت 1Ω و سلف $1H$ و امپدانس Z_C را کنار می‌گذاریم، شکل باقیمانده متشکل از دو

اتصال T موازی شده بصورت شکل زیر است :



اکنون ماتریس ادیتانس را برای شبکه N_1 و

N_2 پیدا نموده و چون دو شبکه موازیند

ماتریسهای ادیتانس بدست آمده را با

همدیگر جمع می‌کنیم جهت محاسبه ماتریس

ادیتانس از ماتریس امپدانس استفاده می‌کنیم:

شبکه N_1 :

$$Z_{12} = Z_{21} = Z_A$$

$$Z_{11} - Z_{12} = \frac{1}{s} \rightarrow Z_{11} = \frac{1}{s} + Z_A$$

$$Z_{22} - Z_{12} = \frac{1}{s} \rightarrow Z_{22} = \frac{1}{s} + Z_A$$

$$Z_1 = \begin{bmatrix} \frac{1}{s} + Z_A & Z_A \\ Z_A & \frac{1}{s} + Z_A \end{bmatrix} \rightarrow \Delta_{Z_1} = \frac{1}{s^2} + \frac{2}{s} Z_A$$

$$Y_1 = \begin{bmatrix} \frac{1}{s} + Z_A & Z_A \\ Z_A & \frac{1}{s} + Z_A \end{bmatrix} \times \frac{1}{\frac{1}{s^2} + \frac{2}{s} Z_A}$$

$$Z_{12} = Z_{21} = Z_B$$

$$Z_{11} - Z_{12} = 2 \rightarrow Z_{11} = 2 + Z_B$$

$$Z_{22} - Z_{12} = 2 \rightarrow Z_{22} = 2 + Z_B$$

$$Y_2 = \begin{bmatrix} 2+Z_B & +Z_B \\ +Z_B & 2+Z_B \end{bmatrix} \times \frac{1}{4+4Z_B}$$

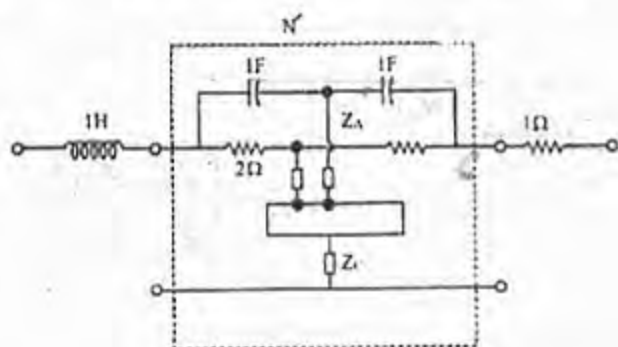
$$Y = Y_1 + Y_2 = \begin{bmatrix} \frac{(3s^2+2s+1)s}{4s^2+2s+1} & \frac{s^3}{4s^2+2s+1} \\ \frac{s^3}{4s^2+2s+1} & \frac{(3s^2+2s+1)s}{4s^2+2s+1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{4s^2+4s+3}{8s^2+8s+8} & \frac{1}{8s^2+8s+8} \\ \frac{1}{8s^2+8s+8} & \frac{4s^2+4s+3}{8s^2+8s+8} \end{bmatrix}$$

$$Y = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix} \rightarrow Z = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix}$$

فرض می‌کنیم:

امپدانس Z_C بصورت سری با شبکه فوق قرار دارد بنابراین مطابق شکل زیر ماتریس امپدانس Z با ماتریس امپدانس Z_C جمع می‌گردد داریم:

$$Z' = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Z_C & Z_C \\ Z_C & Z_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11}+Z_C & Z_{12}+Z_C \\ Z_{21}+Z_C & Z_{22}+Z_C \end{bmatrix}$$



$$Z_{eq} = \begin{bmatrix} Z_{11}+Z_C+s & Z_{12}+Z_C \\ Z_{21}+Z_C & Z_{22}+Z_C+1 \end{bmatrix}$$

اکنون با توجه به روابط فوق داریم:

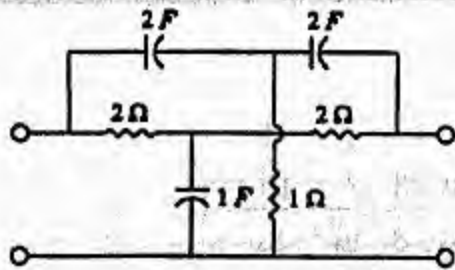
$$Y_{11} = Y_{22} = \frac{24s^5 + 56s^4 + 72s^3 + 48s^2 + 18s + 3}{8(4s^2 + 2s + 1)(s^2 + s + 1)}$$

$$Y_{12} = Y_{21} = \frac{8s^5 + 8s^4 + 8s^3 + 4s^2 + 2s + 1}{8(4s^2 + 2s + 1)(s^2 + s + 1)}$$

$$Z_{11} = Z_{22} = \frac{(24s^5 + 56s^4 + 72s^3 + 48s^2 + 18s + 3)8(4s^2 + 2s + 1)(s^2 + s + 1)}{512s^{10} + 2560s^9 + 6400s^8 + 10176s^7 + 11264s^6 + 8960s^5 + 5168s^4 + 128s^3 + 600s^2 + 104s + 8}$$

$$Z_{12} = Z_{21} = -\frac{(8s^5 + 8s^4 + 8s^3 + 4s^2 + 2s + 1)8(4s^2 + 2s + 1)(s^2 + s + 1)}{512s^{10} + 2560s^9 + 6400s^8 + 10176s^7 + 11264s^6 + 8960s^5 + 5168s^4 + 128s^3 + 600s^2 + 104s + 8}$$

۱۶- پارامترهای Y دوقطبی شکل (مسأله ۱۷-۱۶) را تعیین کنید.



شکل (مسألة ۱۶-۱۷)

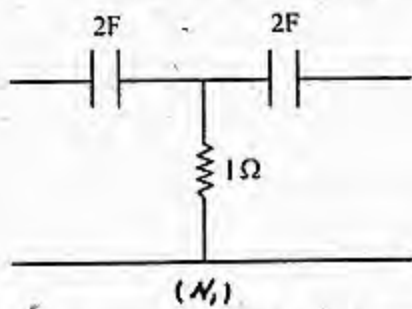
حل:

نوشتن معادلات kvl و kcl برای شبکه دو قطبی و بدست آوردن مدار معادل کار بسیار پیچیده و وقت گیر است. با دقت در ساختار مدار می توان دو شبکه دو قطبی T شکل را تشخیص داد که بطور موازی به هم وصل شده اند بنابراین برای حل این مسئله مراحل زیر را انجام می دهیم.

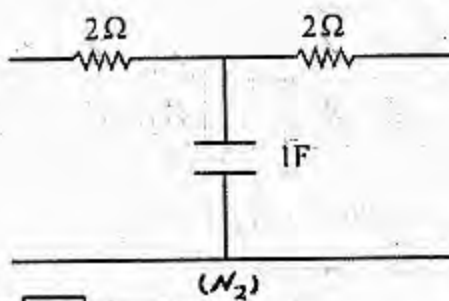
(۱) برای هر یک از شبکه های T جداگانه طبق شکل زیر ماتریس امپدانس معادل را بدست می آوریم.

(۲) ماتریس ادمیتانس را از معکوس ماتریس امپدانس محاسبه می کنیم.

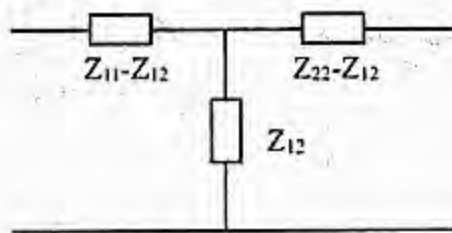
(۳) چون دو شبکه T شکل بطور موازی به هم متصل شده اند ماتریس شبکه معادل برابر با مجموع ماتریس ادمیتانسهای دو شبکه خواهد بود.



(N₁)



(N₂)



$$\Rightarrow Z = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix}$$

$$N_1 : Z_{12} = Z_{21} = 1, \quad Z_{11} = Z_{22} = 1 + \frac{1}{2s} = \frac{2s+1}{2s}$$

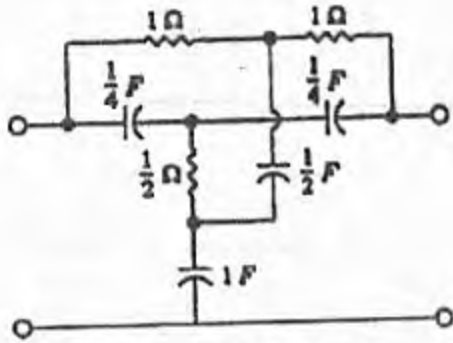
$$N_2 : Z_{12} = Z_{21} = \frac{1}{s}, \quad Z_{11} = Z_{22} = 2 + \frac{1}{s} = \frac{2s+1}{s}$$

$$Z_1 = \begin{bmatrix} \frac{2s+1}{2s} & 1 \\ 1 & \frac{2s+1}{2s} \end{bmatrix}, \quad Z_2 = \begin{bmatrix} \frac{2s+1}{s} & \frac{1}{s} \\ \frac{1}{s} & \frac{2s+1}{s} \end{bmatrix}$$

$$\det Z_1 = \frac{4s+1}{4s^2}, \quad \det Z_2 = \frac{4s+4}{s}$$

$$Y_1 = \begin{bmatrix} \frac{4s^2+2s}{4s+1} & -\frac{4s^2}{4s+1} \\ -\frac{4s^2}{4s+1} & \frac{4s^2+2s}{4s+1} \end{bmatrix}, \quad Y_2 = \begin{bmatrix} \frac{2s+1}{4s+4} & -\frac{1}{4s+4} \\ -\frac{1}{4s+4} & \frac{2s+1}{2s+4} \end{bmatrix}$$

$$Y_{eq} = Y_1 + Y_2$$



شکل (مسأله ۱۷-۱۷)

۱۷- می‌خواهیم پارامترهای Z دوقطبی نشان داده شده در

شکل (مسأله ۱۷-۱۷) و همچنین تابع شبکه

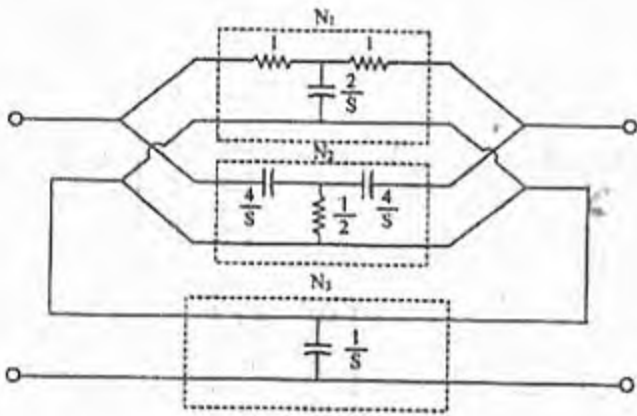
$H(s) = \frac{V_2(s)}{V_1(s)}$ را محاسبه کنیم. با استفاده از ایده به هم

پیوستن دوقطبی‌ها، راه حل ساده‌ای وجود دارد. با

استفاده از این راه حل یا هر راه حل دیگر، مسأله را حل

کنید.

حل:



دوقطبی را بصورت زیر تفکیک می‌کنیم:

شبکه N_1 و N_2 موازیند و حاصل

با N_3 سری است، بنابراین داریم:

شبکه N_3 :

$$Z_3 = \begin{bmatrix} \frac{1}{s} & \frac{1}{s} \\ \frac{1}{s} & \frac{1}{s} \end{bmatrix}$$

شبکه N_1 :

$$\rightarrow Z_1 = \begin{bmatrix} 1 + \frac{2}{s} & \frac{2}{s} \\ \frac{2}{s} & 1 + \frac{2}{s} \end{bmatrix}$$

$$Z_{12} = Z_{21} = \frac{2}{s}$$

$$Z_{11} - \frac{2}{s} = 1 \rightarrow Z_{11} = 1 + \frac{2}{s}$$

$$Z_{22} - \frac{2}{s} = 1 \rightarrow Z_{22} = 1 + \frac{2}{s}$$

$$\Delta_{Z_1} = 1 + \frac{4}{s} \rightarrow Y_1 = \begin{bmatrix} \frac{s+2}{s+4} & -\frac{2}{s+4} \\ -\frac{2}{s+4} & \frac{s+2}{s+4} \end{bmatrix}$$

$$Z_{12} = Z_{21} = \frac{1}{2}$$

شبکه N_2 :

$$\begin{aligned} Z_{11} - \frac{1}{2} &= \frac{4}{s} \quad \rightarrow \quad Z_{11} = \frac{4}{s} + \frac{1}{2} \\ Z_{22} - \frac{1}{2} &= \frac{4}{s} \quad \rightarrow \quad Z_{22} = \frac{4}{s} + \frac{1}{2} \end{aligned} \quad \rightarrow \quad Z_2 = \begin{bmatrix} \frac{4}{s} + \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{4}{s} + \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

$$\Delta Z_2 = \frac{16}{s^2} + \frac{4}{s} \quad \rightarrow \quad Y_2 = \begin{bmatrix} \frac{s(8+s)}{8(4+s)} & -\frac{s^2}{8(4+s)} \\ -\frac{s^2}{8(4+s)} & \frac{s(8+s)}{8(4+s)} \end{bmatrix}$$

$$Y' = Y_1 + Y_2 = \begin{bmatrix} \frac{s^2+16s+16}{8(s+4)} & \frac{s^2+16}{8(s+4)} \\ \frac{s^2+16}{8(s+4)} & \frac{s^2+16s+16}{8(s+4)} \end{bmatrix} \quad \rightarrow \quad \Delta Y' = \frac{s}{2}$$

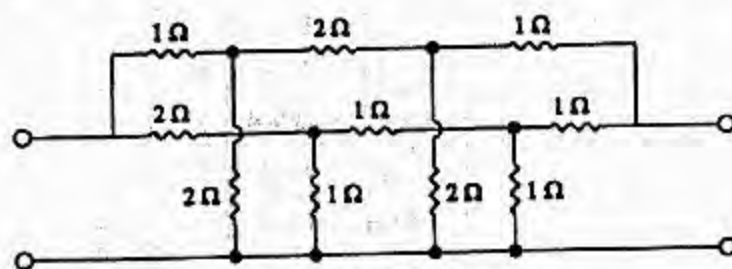
$$Z' = \begin{bmatrix} \frac{s^2+16s+16}{4s(s+4)} & \frac{s^2+16}{4s(s+4)} \\ \frac{s^2+16}{4s(s+4)} & \frac{s^2+16s+16}{4s(s+4)} \end{bmatrix}$$

$$Z = Z' + Z_3 = \begin{bmatrix} \frac{s^2+20s+32}{4s(s+4)} & \frac{s^2+4s+32}{4s(s+4)} \\ \frac{s^2+4s+32}{4s(s+4)} & \frac{s^2+20s+32}{4s(s+4)} \end{bmatrix}$$

تابع شبکه عبارتند از:

$$\frac{V_2}{V_1} = g_{21} \Big|_{I_2=0} = \frac{Z_{21}}{Z_{11}} = \frac{s^2+4s+32}{s^2+20s+32}$$

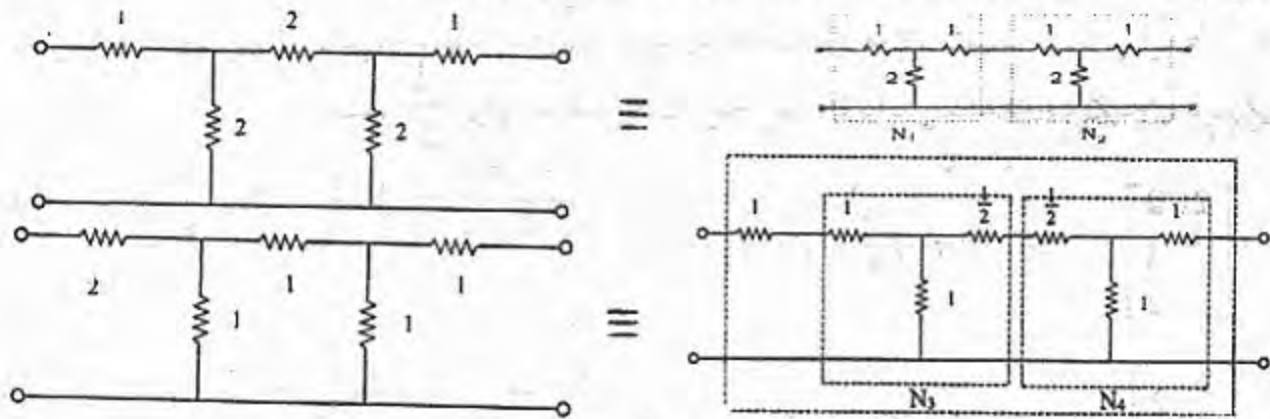
۱۸ - پارامترهای لادوقطبی نشان داده شده در شکل (مسألة ۱۷-۱۸) را به دست آورید.



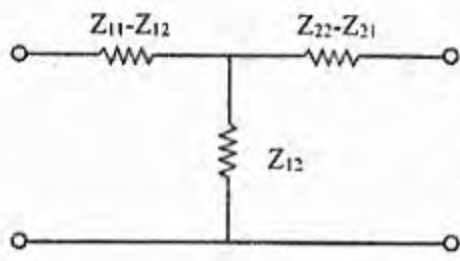
شکل (مسألة ۱۷-۱۸)

حل:

این دوقطبی ترکیب موازی دو شبکه نشان داده شده در شکل‌های زیر است.

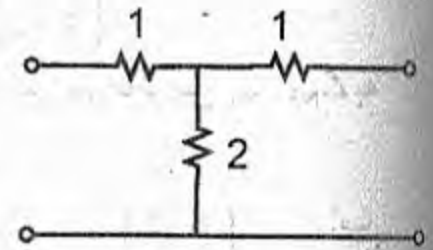


با توجه به مدار معادل T که بصورت مقابل است مسئله را حل می‌کنیم.



$$Z_{12} = Z_{21} = 2 \quad \Rightarrow \quad Z = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \quad \Rightarrow \quad \Delta Z = 5$$

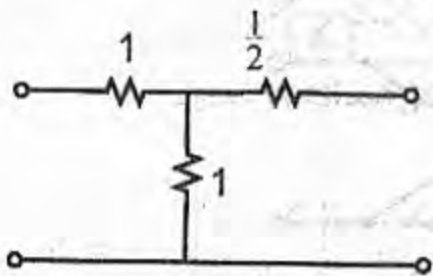
$$Z_{11} = Z_{22} = 3$$



$$T = \begin{pmatrix} \frac{3}{2} & \frac{5}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{3}{2} \end{pmatrix} \quad \Rightarrow \quad T_{N_1, N_2} = T_{N_1} \times T_{N_2} = \begin{pmatrix} \frac{3}{2} & \frac{5}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{3}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{3}{2} & \frac{5}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{3}{2} \end{pmatrix}$$

$$T_{N_1, N_2} = \begin{pmatrix} \frac{14}{4} & \frac{30}{4} \\ \frac{6}{4} & \frac{14}{4} \end{pmatrix} \quad \Rightarrow \quad \det T_{N_1, N_2} = \Delta T_{N_1, N_2} = 1$$

$$\Rightarrow Y_{N_1, N_2} = \begin{pmatrix} \frac{7}{15} & -\frac{2}{15} \\ -\frac{2}{15} & \frac{7}{15} \end{pmatrix}$$



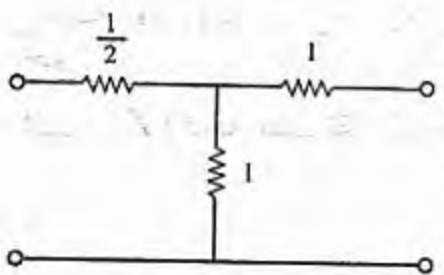
$$Z_{12} = Z_{21} = 1$$

$$Z_{11} - 1 = 1 \Rightarrow Z_{11} = 2$$

$$Z_{22} - \frac{1}{2} = 1 \Rightarrow Z_{22} = \frac{3}{2}$$

$$Z_{12} = Z_{21} = 1$$

$$\Rightarrow Z_{N_3} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & \frac{3}{2} \end{bmatrix}$$



$$Z_{11} - \frac{1}{2} = 1 \Rightarrow Z_{11} = \frac{3}{2}$$

$$Z_{22} - 1 = 1 \Rightarrow Z_{22} = 2$$

$$\Rightarrow Z_{N_4} = \begin{bmatrix} \frac{3}{2} & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\det Z_{N_3} = \Delta Z_{N_3} = 2$$

$$\det Z_{N_4} = \Delta Z_{N_4} = 2$$

$$T_{N_3} = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 1 & \frac{3}{2} \end{bmatrix} \Rightarrow \det T_{N_3} = \Delta T_{N_3} = 1$$

$$T_{N_4} = \begin{bmatrix} \frac{3}{2} & 2 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow \det T_{N_4} = \Delta T_{N_4} = 1$$

$$T_{N_3, N_4} = T_{N_3} \times T_{N_4} = \begin{bmatrix} 5 & 8 \\ 3 & 5 \end{bmatrix} \Rightarrow \det T_{N_3, N_4} = \Delta T_{N_3, N_4} = 1$$

$$\Rightarrow Z_{N_3, N_4} = \begin{bmatrix} \frac{5}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & \frac{5}{3} \end{bmatrix}$$

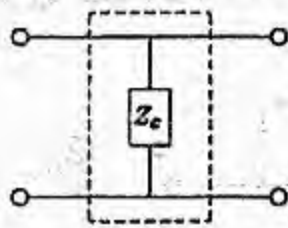
حال با توجه به اینکه یک مقاومت 1Ω بصورت سری به شبکه N_3 وصل شده پس در ماتریس Z_{N_3, N_4} به Z_{11} یک واحد اضافه می‌کنیم.

$$Z_{N_5} = \begin{bmatrix} \frac{8}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & \frac{5}{3} \end{bmatrix} \Rightarrow Y_{N_5} = \begin{bmatrix} \frac{5}{13} & -\frac{1}{13} \\ -\frac{1}{13} & \frac{8}{13} \end{bmatrix} \Rightarrow Y_{eq} = Y_{N_1, N_2} + Y_{N_5} = \frac{1}{195} \begin{bmatrix} 166 & -41 \\ -41 & 211 \end{bmatrix}$$

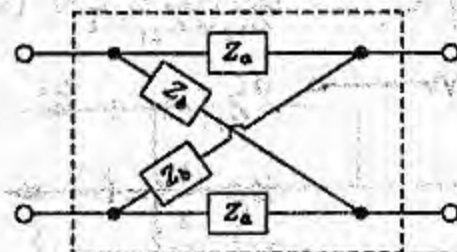
۱۹- الف - دو قطبی N_1 به صورت لیس متقارن در شکل (مسألة ۱۷-۱۹ الف) نشان داده شده است. پارامترهای Z این دو قطبی را تعیین کنید.

ب - دو قطبی N_2 به صورت داده شده در شکل (مسألة ۱۷-۱۹ ب) است. پارامترهای Z این دو قطبی را تعیین کنید.

پ - برای $Z_a = 4\Omega$ ، $Z_b = 6\Omega$ و $Z_c = 3\Omega$ می‌خواهیم این دو قطبی را به طور سری به همدیگر وصل کنیم. ماتریس پارامترهای امپدانس مدار - باز اتصال سری را تعیین کنید.



N_1
(ب)



N_2
(الف)

شکل (مسألة ۱۷-۱۹)

حل:

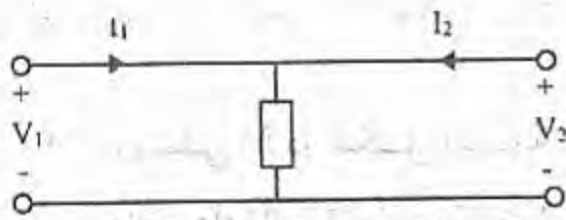
الف: Z_{11} (که به علت تقارن دو قطبی با Z_{22} برابر است) امپدانس ورودی هنگام باز بودن خروجی است.

$$Z_{22} = Z_{11} = (Z_a + Z_b) \parallel (Z_a + Z_b) = \frac{1}{2} (Z_a + Z_b) \quad (a)$$

Z_{12} که با Z_{21} برابر است نسبت v_1 به I_2 هنگام باز بودن ورودی است جریان I_2 بین دو امپدانس موازی تقسیم می‌شود و چون دو امپدانس برابرند پس جریان هر شاخه برابر $\frac{I_2}{2}$ است.

$$kvl : v_1 = \frac{I_2}{2} Z_b - \frac{I_2}{2} Z_a = \left(\frac{Z_b - Z_a}{2} \right) I_2 \Rightarrow Z_{12} = Z_{21} = \frac{Z_b - Z_a}{2} \quad (b)$$

$$(a), (b) \Rightarrow Z_1 = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} Z_a + Z_b & Z_b - Z_a \\ Z_b - Z_a & Z_a + Z_b \end{bmatrix}$$



$$kvl : v_1 = I_1 Z_c + I_2 Z_c \quad (c)$$

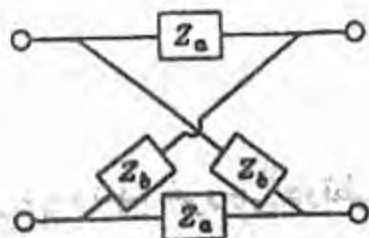
$$kvl : v_2 = I_1 Z_c + I_2 Z_c \quad (d)$$

$$(c), (d) \Rightarrow Z_2 = \begin{bmatrix} Z_c & Z_c \\ Z_c & Z_c \end{bmatrix}$$

$$\begin{matrix} Z_a = 4 \\ Z_b = 6 \end{matrix} \Rightarrow Z_1 = \begin{bmatrix} 5 & 1 \\ 1 & 5 \end{bmatrix}, \quad Z_2 = \begin{bmatrix} 3 & 3 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}$$

چون این دو، دوقطبی بصورت سری بهم متصل شده‌اند پس ماتریس امپدانس آنها باهم جمع می‌شود و داریم:

$$Z_{eq} = Z_1 + Z_2 = \begin{bmatrix} 8 & 4 \\ 4 & 8 \end{bmatrix}$$



شکل (مسئله ۱۷-۲۰)

۲۰- اگر دوقطبی شکل (مسئله ۱۷-۲۰) با تیس متقارن دیگری که در آن امپدانس‌های Z_{11} و Z_{22} باهم تعویض شده باشند، به طور سری وصل شود، پارامترهای امپدانس مدار-باز دوقطبی را تعیین کنید.

حل

با توجه به نتیجه قسمت الف مسئله ۱۹ داریم:

$$Z_1 = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} Z_a + Z_b & Z_b - Z_a \\ Z_b - Z_a & Z_a + Z_b \end{bmatrix}$$

چون دوقطبی متقارن است پس با عوض کردن جای Z_{11} و Z_{22} در ماتریس امپدانس نیز جای آنها عوض

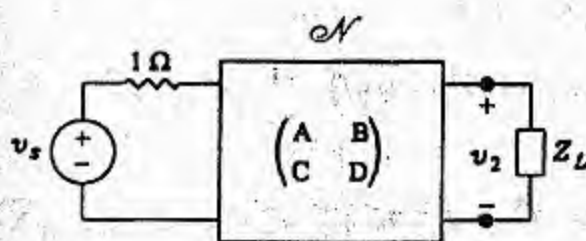
می‌شود، لذا داریم:

$$Z_2 = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} Z_a + Z_b & Z_a - Z_b \\ Z_a - Z_b & Z_a + Z_b \end{bmatrix}$$

حال با توجه به اینکه این دو، دو قطبی بصورت سری بهم متصل شده‌اند پس ماتریس امپدانس آنها جمع می‌شود.

$$Z_{eq} = Z_1 + Z_2 = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 2Z_a + 2Z_b & 0 \\ 0 & 2Z_a + 2Z_b \end{bmatrix}$$

$$Z_{eq} = \begin{bmatrix} Z_a + Z_b & 0 \\ 0 & Z_a + Z_b \end{bmatrix}$$



شکل (مسئله ۱۷-۲۱)

۲۱- دو قطبی N در شکل (مسئله ۱۷-۲۱) با

پارامترهای انتقال به صورت زیر توصیف

می‌شود. $C = \frac{1}{3}$ ، $B = -1 + j4$ ، $A = 1 + j1$

، $D = 1 + j\frac{1}{3}$ ، چنان تنظیم

می‌شود که حداکثر توان متوسط به آن انتقال یابد.

برای $V_s = 15.6 \angle 0^\circ$ فازور ولتاژ و V_2 را تعیین

کنید.

حل:

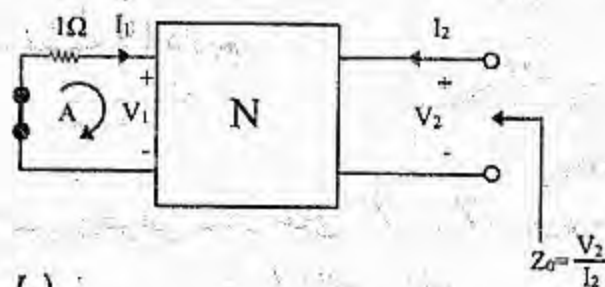
با توجه به پارامترهای انتقال داریم:

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1+j & -1+j4 \\ \frac{1}{3} & 1+j\frac{1}{3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ -I_2 \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{cases} V_1 = (1+j) V_2 - (-1+j4) I_2 \\ I_1 = \left(\frac{1}{3}\right) V_2 - \left(1+j\frac{1}{3}\right) I_2 \end{cases} \quad (I)$$

امپدانس دیده شده خروجی دو قطبی N بصورت زیر به دست می‌آید. (منابع ولتاژ ناپسته را جهت محاسبه

امپدانس صفر فرض می‌کنیم.)



$$kvl (A) : V_1 = 1 \times (-I_1)$$

$$\begin{cases} -I_1 = (1+j)V_2 - (-1+j4)I_2 \\ I_1 = \left(\frac{1}{3}\right)V_2 - \left(1+j\frac{1}{3}\right)I_2 \end{cases} +$$

را بر حسب I_2 در روابط (1) قرار می‌دهیم، داریم:

$$0 = \left(\frac{4}{3} + j\right)V_2 - \left(j\frac{13}{3}\right)I_2$$

$$Z_0 = \frac{V_2}{I_2} = \frac{j\frac{13}{3}}{\frac{4}{3} + j} = \frac{39}{25} \left(1 + j\frac{4}{3}\right)$$

جهت انتقال حداکثر توان باید $Z_L = Z_0^*$ باشد بنابراین $Z_L = \frac{39}{25}(1 - j\frac{4}{3})$ ماتریس انتقال را به ماتریس هایپرید تبدیل می‌کنیم:

$$T = \begin{bmatrix} \sqrt{2} \angle 45^\circ & 4.123 \angle 104.04 \\ \frac{1}{3} & 1.054 \angle 19.43 \end{bmatrix} \rightarrow \Delta T = \sqrt{2} \angle -45^\circ$$

$$H = \begin{bmatrix} 3.91 \angle 85.61 & 1.342 \angle -63.43 \\ -0.949 \angle -18.43 & 0.316 \angle -18.43 \end{bmatrix}$$

اکنون می‌توانیم مقاومت 1 اهمی و Z_L را به پارامترهای هایپرید بصورت زیر اضافه نماییم:

$$H_{new} = \begin{bmatrix} h_{11} + 1 & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} + \frac{1}{Z_L} \end{bmatrix}$$

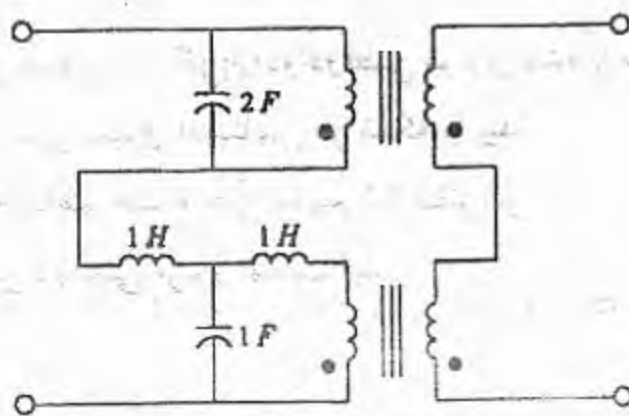
$$H_{new} = \begin{bmatrix} 1.3 + j3.9 & 0.6 - j1.2 \\ -0.9 + j0.3 & 0.531 + j0.208 \end{bmatrix}$$

بنابراین داریم:

$$\Delta H_{new} = 0.059 + j1.081$$

$$\frac{V_2}{V_1} \Big|_{I_2=0} = g_{21} = -\frac{h_{21}}{\Delta H_{new}} = -\frac{0.9 + j0.3}{0.059 + j1.081} = 0.876 \angle 111.55$$

$$V_2 = V_1 \times 0.876 \angle 111.55, \quad V_1 = 15.6 \angle 0 \rightarrow V_2 \approx 13.67 \angle 111.55$$

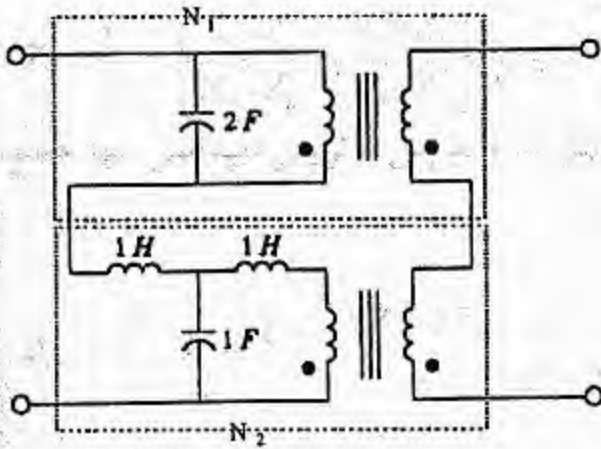


شکل (مسئله ۱۷-۲۲)

۲۲- پارامترهای Z دوقطبی شکل (مسئله ۱۷-۲۲) را به دست آورید. (ترانسفورماتورها دارای نسبت 1:1 هستند. نقش ترانسفورماتورها در این مدار چیست؟)

حل:

دوقطبی موجود متشکل از دو دوقطبی بصورت شکل زیر است:



$$Z_1 = \begin{bmatrix} \frac{1}{2s} & \frac{1}{2s} \\ \frac{1}{2s} & \frac{1}{2s} \end{bmatrix}$$

برای شبکه N_1 :

برای شبکه N_2 : (اتصال T داریم)

$$Z_{12} = Z_{21} = \frac{1}{s}$$

$$Z_{11} - \frac{1}{s} = s \rightarrow Z_{11} = s + \frac{1}{s}$$

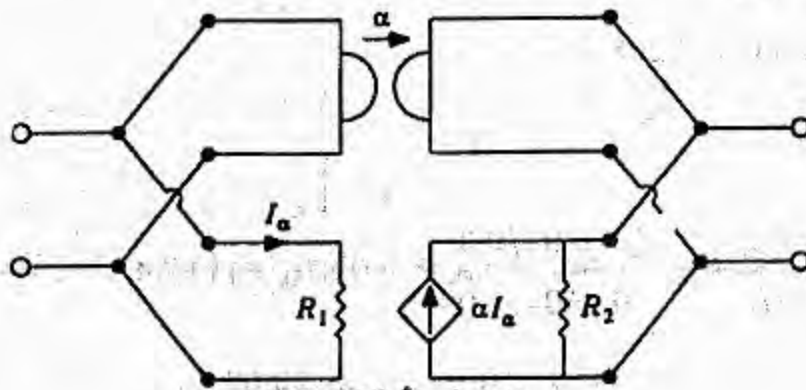
$$Z_{22} - \frac{1}{s} = s \rightarrow Z_{22} = s + \frac{1}{s}$$

$$\rightarrow Z_2 = \begin{bmatrix} s + \frac{1}{s} & \frac{1}{s} \\ \frac{1}{s} & s + \frac{1}{s} \end{bmatrix}$$

حال چون دو دوقطبی بصورت سری بهم متصل شده‌اند بنابراین امیدانسها را با یکدیگر جمع می‌کنیم داریم:

$$Z = Z_1 + Z_2 = \begin{bmatrix} s + \frac{1}{s} + \frac{1}{2s} & \frac{1}{s} + \frac{1}{2s} \\ \frac{1}{s} + \frac{1}{2s} & s + \frac{1}{s} + \frac{1}{2s} \end{bmatrix}$$

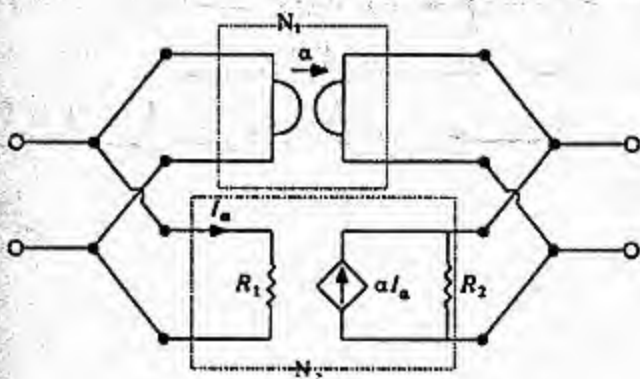
۲۳- پارامترهای Y دوقطبی شکل (مسألة ۱۷-۲۳) را به دست آورید.



شکل (مسألة ۱۷-۲۳)

حل:

دوقطبی موجود متشکل از دو دوقطبی موازی شده با همدیگر بصورت زیر است:



بنابراین ماتریسهای admittانس هر شبکه را پیدا نموده و باهم جمع می‌نماییم تا ماتریس admittانس دوقطبی مزبور بدست آید.

برای شبکه N_1 : ماتریس امپدانس زیراتور بصورت زیر است:

$$Z_1 = \begin{bmatrix} 0 & \alpha \\ -\alpha & 0 \end{bmatrix} \rightarrow Y_1 = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{\alpha} \\ \frac{1}{\alpha} & 0 \end{bmatrix} \quad (I)$$

$$Y_{11} = \frac{I_1}{V_1} \Big|_{v_2=0} = \frac{1}{R_1}$$

$$Y_{22} = \frac{I_2}{V_2} \Big|_{v_1=0} = 0$$

برای شبکه N_2 :

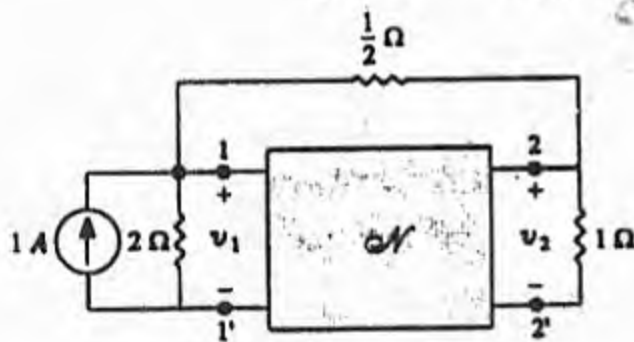
$$Y_{22} = \frac{I_2}{V_2} \Big|_{v_1=0} = \frac{1}{R_2}$$

$$Y_{21} = \frac{I_2}{V_1} \Big|_{v_2=0} = \frac{-\alpha I_1}{R_1 I_1} = -\frac{\alpha}{R_1}$$

$$\rightarrow Y_2 = \begin{bmatrix} \frac{1}{R_1} & 0 \\ -\frac{\alpha}{R_1} & \frac{1}{R_2} \end{bmatrix} \quad (II)$$

$$Y = Y_1 + Y_2 = \begin{bmatrix} \frac{1}{R_1} & -\frac{1}{\alpha} \\ -\frac{\alpha}{R_1} + \frac{1}{\alpha} & \frac{1}{R_2} \end{bmatrix}$$

بنابر (I) و (II) داریم:



شکل (مسئله ۱۷-۲۴)

۲۴- دوقطبی مقاومتی N نشان داده شده در شکل

(مسئله ۱۷-۲۴) با پارامترهای $y_{11}=y_{22}=2$

$y_{12}=1$ mho و $y_{21}=2$ mho

توصیف می‌شود. ولتاژهای v_1 و v_2 را به دست

آورید.

حل:

$$\text{kcl در گره ورودی: } 1 = \frac{v_1}{2} + 2(v_1 - v_2) + i_1 \quad (a)$$

$$\text{kcl در گره خروجی: } 0 = \frac{v_2}{1} + 2(v_2 - v_1) + i_2 \quad (b)$$

$$i_1 = 2v_1 + v_2 \quad (c)$$

با توجه به پارامترهای Y داریم:

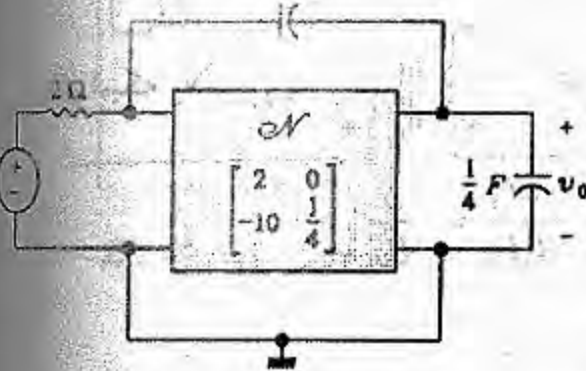
$$i_2 = 2v_1 + 2v_2 \quad (d)$$

$$(a), (c) \Rightarrow 1 = \frac{v_1}{2} + 2v_1 - 2v_2 + 2v_1 + v_2 \Rightarrow 1 = \frac{9}{2} v_1 - v_2 \quad (e)$$

$$2v_2 - 2v_1 + 2v_1 + 2v_2 \Rightarrow v_2 = 0 \quad (f)$$

$$v_1 = \frac{2}{3}$$

$$\frac{1}{2} F$$



شکل (مسألة ۱۷-۲۵)

۲۵- الف- با استفاده از منابع وابسته، مدار معادلی برای پارامترهای h تعیین کنید.

ب- دو قطبی N با پارامترهای h به صورت نشان داده

شده در شکل (مسألة ۱۷-۲۵) توصیف

می‌شود. این دو قطبی به دو خازن، یک مقاومت

و یک منبع ولتاژ v_{in} مطابق شکل وصل

شده است. تابع شبکه $H(s) = \frac{V_o}{V_{in}}$ را به دست

آورید.

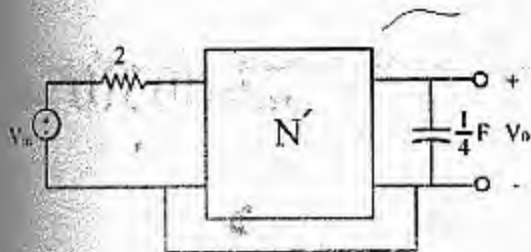
حل:

الف) برای مدار معادل از شکل ۶-۱ صفحه ۴۷۵ کتاب می‌توان استفاده نمود.

ب) مدار معادل دو قطبی بزرگ شده (همانند تبصره

صفحه ۴۶۹ کتاب) که مقادیر $y_b = 0$ و $y_n = 0$ و $y_c = \frac{s}{2}$

می‌باشد. حال داریم:



$$h = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ -10 & \frac{1}{4} \end{bmatrix} \rightarrow Y = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 0 \\ -5 & \frac{1}{4} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{s}{2} & -\frac{s}{2} \\ -5 & \frac{s}{2} & \frac{1}{4} + \frac{s}{2} \end{bmatrix}$$

Y' دو قطبی بزرگ شده عبارتست از:

با توجه به شکل مقابل N'' شبکه دو قطبی بزرگ شده (طبق

توضیحات تبصره صفحه ۴۷۶ کتاب) با مقادیر $Z_n = 2$

و $y_b = \frac{s}{4}$ می‌باشد.



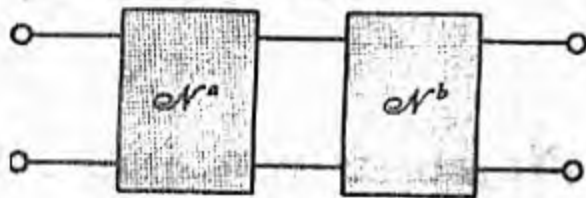
$$h' = \begin{bmatrix} \frac{2}{s+1} & \frac{2}{s+1} \times \frac{s}{2} \\ \frac{2}{s+1} (-5 - \frac{1}{2}s) & \frac{2}{s+1} \times \frac{-17s+1}{8} \end{bmatrix}$$

$$h'' = \begin{bmatrix} \frac{2}{s+1} + 2 & \frac{s}{s+1} \\ -\frac{10+s}{s+1} & \frac{1}{4} - \frac{17s+1}{s+1} + \frac{s}{4} \end{bmatrix}$$

$$A = \frac{V_1}{V_2} \Big|_{I_2=0} = \frac{V_{in}}{V_0} \Big|_{I_2=0} = -\frac{\Delta H''}{h_{21}''} = \frac{\frac{1}{2} s^3 - 6s^2 - \frac{11}{2} s + 1}{(10+s)(s+1)}$$

می‌دانیم:

$$\frac{V_{in}}{V_0} \Big|_{I_2=0} = \frac{1}{2} \frac{(s^2 - 13s + 2)}{10+s} \Rightarrow H(s) = \frac{2(s+10)}{s^2 - 13s + 2}$$



شکل (مسئله ۱۷-۲۶)

۲۶- در شکل (مسئله ۱۷-۲۶) دو دوقطبی N^a و N^b به طور متوالی وصل شده‌اند و به وسیله بالانویس‌های a و b از هم مشخص می‌شوند. نشان دهید که اتصال متوالی دارای خواص زیر است:

$$z_{12} = \frac{z_{12}^a z_{12}^b}{z_{11}^b + z_{22}^a} \quad \text{و} \quad y_{12} = \frac{-y_{12}^a y_{12}^b}{y_{11}^b + y_{12}^a}$$

حل:

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A^a & B^a \\ C^a & D^a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A^b & B^b \\ C^b & D^b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A^a A^b + B^a C^b & A^a B^b + B^a D^b \\ C^a A^b + D^a C^b & C^a B^b + D^a D^b \end{bmatrix}$$

$$Z_{12} = \frac{\Delta T}{C} = \frac{AD - BC}{C} \rightarrow$$

$$Z_{12} = \frac{\begin{bmatrix} A^a A^b B^b C^a + A^a A^b D^b D^a + B^a B^b C^a C^b + B^a C^b D^a D^b - A^a A^b B^b C^a - A^a B^b C^b D^a - A^b B^a C^a D^b \\ -B^a C^b D^a D^b \end{bmatrix}}{C^a A^b + D^a C^b}$$

پارامترهای انتقالی را برحسب پارامترهای امیدانسی جایگذاری می‌کنیم:

$$Z_{12} = \frac{1}{(z_{21}^a z_{21}^b)^2} \times (z_{11}^a z_{11}^b z_{22}^a z_{22}^b + \Delta_z^a \Delta_z^b \times 1 \times 1 - z_{11}^a \Delta_z^b \times 1 \times z_{22}^a - z_{11}^b \Delta_z^a \times 1 \times z_{22}^b)$$

$$\left(\frac{1}{z_{21}^a z_{21}^b} \right) (1 \cdot z_{11}^b + z_{22}^a \cdot 1)$$

$$\Delta Z = z_{11} z_{22} - z_{12} z_{21}$$

می‌دانیم:

با جایگذاری مقادیر Δ_z^a و Δ_z^b در عبارت Z_{12} داریم:

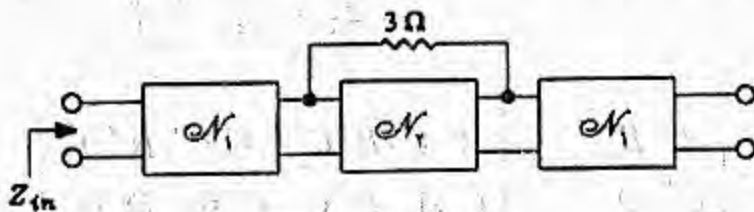
$$Z_{12} = \frac{1}{Z_{21}^a Z_{21}^b} \times \left[\frac{Z_{11}^a Z_{11}^b Z_{22}^a Z_{22}^b + (Z_{11}^a Z_{22}^a Z_{11}^b Z_{22}^b - Z_{11}^a Z_{22}^a Z_{12}^b Z_{21}^b - Z_{12}^a Z_{21}^a Z_{11}^b Z_{22}^b + Z_{12}^a Z_{21}^a Z_{12}^b Z_{21}^b) - (Z_{11}^a Z_{22}^a Z_{11}^b Z_{22}^b - Z_{11}^a Z_{22}^a Z_{12}^b Z_{21}^b) - (Z_{11}^b Z_{22}^b Z_{11}^a Z_{22}^a - Z_{11}^b Z_{22}^b Z_{12}^a Z_{21}^a)}{Z_{11}^a + Z_{22}^b} \right]$$

$$\rightarrow Z_{12} = \frac{1}{Z_{21}^a \times Z_{21}^b} \times \frac{Z_{12}^a Z_{21}^a Z_{12}^b Z_{21}^b}{Z_{11}^a + Z_{22}^b}$$

$$Z_{12} = \frac{Z_{12}^a Z_{12}^b}{Z_{11}^a + Z_{22}^b}$$

به روش مشابه می‌توان فرمول $y_{12} = \frac{-y_{12}^a y_{12}^b}{y_{11}^b + y_{22}^a}$ را نیز اثبات نمود.

۲۷- در شکل (مسئله ۱۷-۲۷) دو قطبی N_1 با پارامترهای h به صورت $H = \begin{bmatrix} 5 & \frac{1}{2} \\ 2 & \frac{1}{3} \end{bmatrix}$ و دو قطبی N_2 با پارامترهای Z به صورت $Z = \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ -3 & 0 \end{bmatrix}$ توصیف می‌شوند. پارامترهای امپدانس مدار-باز و امپدانس ورودی مدار به هم پیوسته نشان داده شده را تعیین کنید.



شکل (مسئله ۱۷-۲۷)

حل:

ابتدا ماتریس Y شبکه N_2 را پیدا می‌کنیم سپس ماتریس Y شبکه توسعه یافته N_2 را پیدا می‌کنیم و در نهایت ماتریس T هر سه شبکه را پیدا کرده و به هم ضرب می‌کنیم تا T_{eq} بدست آید از روی T_{eq} ، Z_{eq} را بدست می‌آوریم:

$$Z_2 = \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ -3 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \det Z = \Delta Z = 9$$

$$Y_2 = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & 0 \end{bmatrix}$$

$$Y_2 = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{3} - \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} - \frac{1}{3} & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{6} \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

مقاومت 3Ω را متصل می‌کنیم

با توجه به رابطه ماتریس T و Y چون $y_{21}=0$ است نمی‌توان ماتریس T را پیدا کرد بنابراین روی سؤال اشکال دارد. با تبدیل مقاومت 387 به مقاومت 1Ω در روی مسئله حل مسئله را ادامه می‌دهیم.

$$Y_2 = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{3} & -1 \\ \frac{1}{3} & -1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{4}{3} \\ -\frac{2}{3} & 1 \end{bmatrix}$$

$$\det Y_2 = \Delta y_2 = 1 - \frac{8}{3} = -\frac{5}{3}$$

$$T_2 = \begin{bmatrix} -\frac{y_{22}}{y_{21}} & -\frac{1}{y_{21}} \\ -\frac{\Delta y_2}{y_{21}} & -\frac{y_{11}}{y_{21}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{3}{2} & \frac{3}{2} \\ -\frac{5}{2} & \frac{3}{2} \end{bmatrix}$$

$$\det H = \Delta H = \frac{5}{3} - 1 = \frac{2}{3}$$

$$T_H = \begin{bmatrix} -\frac{\Delta H}{h_{21}} & \frac{h_{11}}{h_{21}} \\ \frac{h_{22}}{h_{21}} & -\frac{1}{h_{21}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{3} & \frac{5}{2} \\ -\frac{1}{6} & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

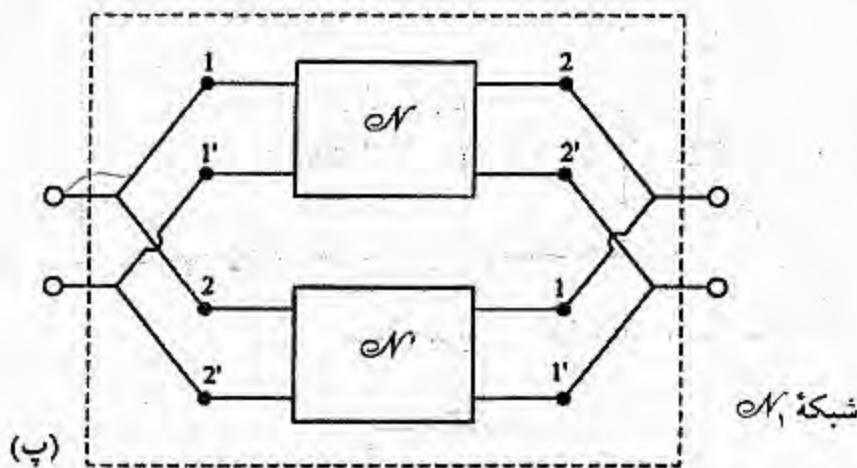
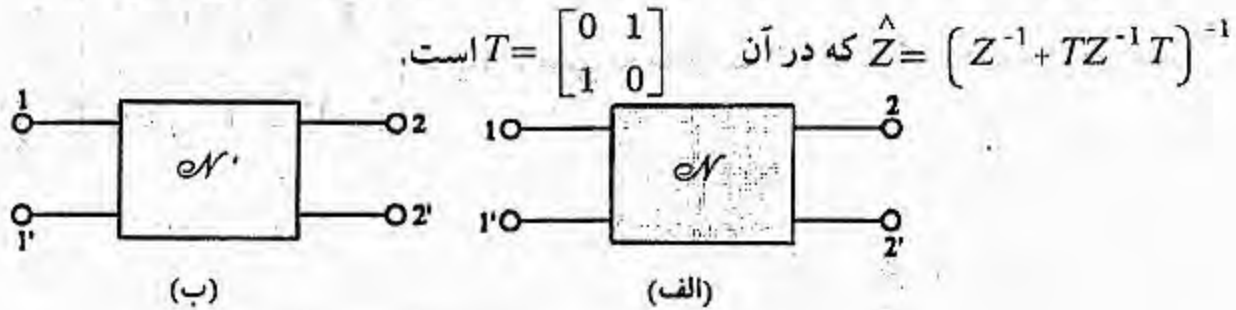
$$T_{eq} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{3} & \frac{5}{2} \\ -\frac{1}{6} & -\frac{1}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{3}{2} & \frac{3}{2} \\ -\frac{5}{2} & \frac{3}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\frac{1}{3} & \frac{5}{2} \\ \frac{1}{6} & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

$$T_{eq} = \begin{bmatrix} \frac{41}{24} & 31 \\ \frac{5}{6} & -\frac{9}{2} \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} 1.71 & 31 \\ 0.83 & -4.5 \end{bmatrix}$$

$$\det T_{eq} = \Delta T_{eq} = -33.425$$

$$Z_{eq} = \begin{bmatrix} \frac{A}{C} & \frac{\Delta T_{eq}}{C} \\ \frac{1}{C} & \frac{D}{C} \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} 2.06 & -40.27 \\ 1.2 & -5.42 \end{bmatrix}$$

۲۸ - دو شبکه دو قطبی N و N' در شکل (مسئله ۱۷-۲۸ الف و ب) به ترتیب دارای ماتریس های امپدانس Z و Z' هستند. این دو شبکه را نظیر شکل (مسئله ۱۷-۲۸ پ) به هم وصل می کنیم (به نحوه اتصال دقیقاً توجه کنید) تا شبکه دو قطبی N_1 حاصل شود. فرض می کنیم اتصال فوق تغییری در روابط دو سر شبکه‌ها ایجاد نکند. ثابت کنید در شبکه N_1 ماتریس امپدانس \hat{Z} چنین است:



حل:

شبکه های N و N' به ترتیب دارای ماتریسهای Z و Z' به شکلهای زیر هستند:

$$Z = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix}, \quad Z' = \begin{bmatrix} Z'_{11} & Z'_{12} \\ Z'_{21} & Z'_{22} \end{bmatrix}$$

با توجه به شکل متوجه می شویم که N' از لحاظ ظاهری 180° چرخیده است به عبارت دیگر خروجی N' با ورودی N موازی شده و تشکیل ورودی دو قطبی را داده است و ورودی N' با خروجی N موازی گردیده و تشکیل خروجی دو قطبی را داده است بنابراین برای N' معکوس شده می توان جای Z'_{21} با Z'_{12} و جای Z'_{22} با Z'_{11} را تعویض نمود.

$$N'_{new} \rightarrow Z'_{new} = \begin{bmatrix} Z'_{22} & Z'_{21} \\ Z'_{12} & Z'_{11} \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow Y'_{new} = \begin{bmatrix} \frac{Z'_{11}}{\Delta Z'} & -\frac{Z'_{21}}{\Delta Z'} \\ -\frac{Z'_{12}}{\Delta Z'} & \frac{Z'_{22}}{\Delta Z'} \end{bmatrix} \quad (I)$$

و نیز برای شبکه N داریم: (II) $Y=Z^{-1}$

از طرفی دیگر اگر $TZ'^{-1}T$ را محاسبه کنیم داریم:

$$TZ'^{-1}T = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{Z'_{22}}{\Delta Z'} & -\frac{Z'_{12}}{\Delta Z'} \\ -\frac{Z'_{21}}{\Delta Z'} & \frac{Z'_{11}}{\Delta Z'} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{Z'_{11}}{\Delta Z'} & -\frac{Z'_{21}}{\Delta Z'} \\ -\frac{Z'_{12}}{\Delta Z'} & \frac{Z'_{22}}{\Delta Z'} \end{bmatrix} \quad (III)$$

چون طرف دوم روابط (I) و (III) با همدیگر مساوی هستند بنابراین طرف اول آنها نیز با یکدیگر برابر است و داریم:

$$Y'_{new} = TZ'^{-1}T \quad (IV)$$

$$Y_1 = Y + Y'_{new}$$

حال برای دوقطبی N_1 داریم:

از رابطه (II) و (IV) جایگذاری می‌کنیم:

$$Y_1 = Z^{-1} + TZ'^{-1}T$$

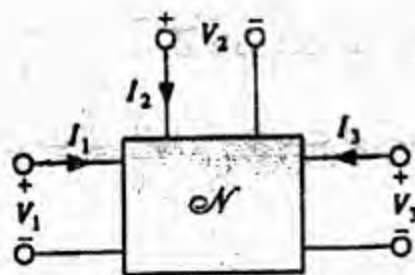
$$Z_1 = (Z^{-1} + TZ'^{-1}T)^{-1}$$

۲۹- دو مدار سه قطبی هر یک با پارامترهای تعریف شده مطابق شکل (مسئله ۱۷-۲۹) و روابط زیر داده شده‌اند:

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_2 \\ V_3 \end{bmatrix} = [\text{دسته پارامترها}] \begin{bmatrix} I_1 \\ V_2 \\ I_3 \end{bmatrix}$$

به هم پیوستنی از این سه قطبی‌ها چنان رسم کنید که برای به دست آوردن پارامترهای کلی شبکه به هم پیوسته، پارامترهای آنها را باید نظیر به نظیر باهم جمع کرد.

حل:

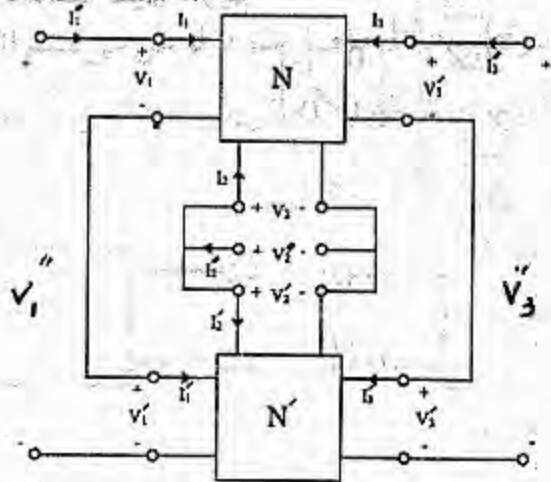


شکل (مسئله ۱۷-۲۹)

نشان دهنده این است که ورودی‌های ۱ هر دو سه قطبی باید بصورت سری به همدیگر متصل شود تا $\frac{V_1}{I_1}$ ها که نشان دهنده امپدانس‌های سه قطبی‌ها است با همدیگر جمع شود. با همین روش می‌توان $\frac{V_3}{I_3}$ را نیز تحلیل نمود. ولی برای سطر دوم $\frac{I_2}{V_2}$ نشان دهنده این است که ورودی‌های سه قطبی‌ها باید بصورت موازی

به یکدیگر متصل شود تا $\frac{I_2}{V_2}$ ها که نشان دهنده ادمیتانسهای سه قطبی هاست با همدیگر جمع شوند.

به عنوان نمونه داریم:



$$a_{12}'' = \frac{V_1''}{V_2''} \Big|_{I_1''=I_3''=0} \quad (*)$$

با توجه به شکل داریم:

$$V_1'' = V_1 + V_1' \quad (I)$$

$$V_2'' = V_2 = V_2' \quad (II)$$

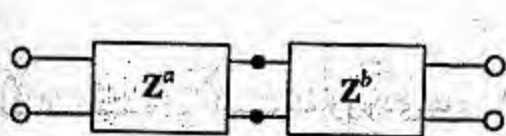
$$I_1'' = I_1 = I_1' \quad (III)$$

$$I_3'' = I_3 = I_3' \quad (IV)$$

اکنون با جایگذاری روابط (I) تا (IV) در عبارت (*) داریم:

$$a_{12}'' = \frac{V_1 + V_1'}{V_2} \Big|_{I_1''=I_3''=0} = \frac{V_1}{V_2} \Big|_{I_1=I_3=0} + \frac{V_1'}{V_2} \Big|_{I_1'=I_3'=0}$$

همانطوریکه مشاهده می‌شود پارامترها در a_{12} با همدیگر جمع می‌شوند اگر همین کار را برای سایر a_{ij} ها انجام دهیم مشاهده می‌شود که پارامترها نظیر به نظیر با همدیگر جمع می‌شوند.



شکل (مسألة ۱۷-۳۰)

۳۰- دو دو قطبی با پارامترهای $Z^a = \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 4 & 6 \end{bmatrix}$ و

$Z^b = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$ داده شده‌اند. پارامترهای امپدانس

اتصال متوالی آنها را به دست آورید.

حل:

ابتدا برای هر دو قطبی ماتریس T را جداگانه حساب می‌کنیم و چون بصورت سری بسته شده‌اند ماتریس T

کل برابر با حاصلضرب ماتریسهای T است و در نهایت با استفاده از T_{eq} ، Z_{eq} را بدست می‌آوریم:

$$Z_a = \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 4 & 6 \end{bmatrix} \Rightarrow \det Z_a = \Delta Z_a = 18$$

$$Z_b = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} \Rightarrow \det Z_b = \Delta Z_b = 10$$

$$T_a = \begin{bmatrix} \frac{Z_{11}}{Z_{21}} & \frac{\Delta Z_a}{Z_{21}} \\ 1 & \frac{Z_{22}}{Z_{21}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{5}{4} & \frac{9}{2} \\ 1 & \frac{3}{2} \end{bmatrix}$$

$$T_b = \begin{bmatrix} \frac{Z_{11}}{Z_{21}} & \frac{\Delta Z_b}{Z_{21}} \\ 1 & \frac{Z_{22}}{Z_{21}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{2}{2} & \frac{5}{2} \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$T_{eq} = T_a T_b = \begin{bmatrix} \frac{5}{4} & \frac{9}{2} \\ 1 & \frac{3}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{19}{4} & \frac{61}{4} \\ \frac{5}{4} & \frac{17}{4} \end{bmatrix}$$

$$\det T_{eq} = \Delta T_{eq} = \frac{9}{8}$$

$$Z_{eq} = \begin{bmatrix} \frac{A}{C} & \frac{\Delta T_{eq}}{C} \\ \frac{1}{C} & \frac{D}{C} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{19}{4} & \frac{9}{10} \\ \frac{4}{5} & \frac{17}{5} \end{bmatrix}$$

۳۱- شبکه سه قطبی نشان داده شده در شکل (مسألة ۱۷-۳۱) را در نظر بگیرید.

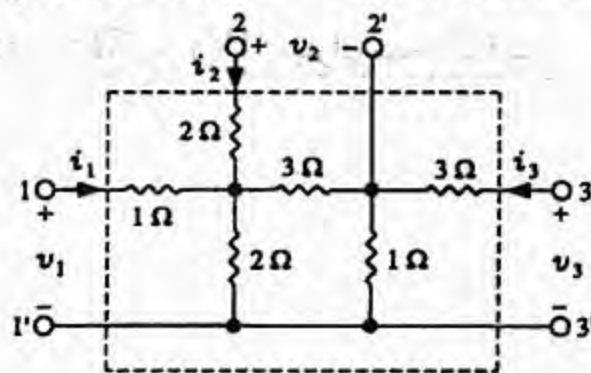
الف- پارامترهای امپدانس مدار باز این شبکه را تعیین کنید.

ب- توصیف این سه قطبی را به صورت

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ I_2 \end{bmatrix} = [?] \begin{bmatrix} I_1 \\ V_3 \\ I_3 \end{bmatrix}$$

بنویسید.

پ- اگر مقاومت ۲ اهمی پایینی حذف شود، سؤال قسمت (ب) را بار دیگر جواب دهید.

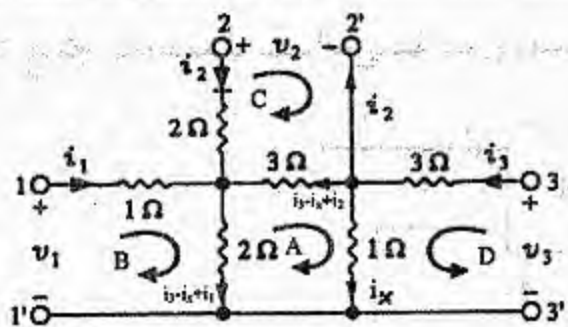


شکل (مسألة ۱۷-۳۱)

حل:

الف) اگر جریان شاخه ۱ اهمی سمت راست

را i_x در نظر بگیریم می‌توان نوشت:



$$kvl (A) : -3(i_3 - i_x - i_2) + i_x - 2(i_3 - i_x + i_1) = 0$$

$$-5i_3 + 6i_x + 3i_2 - 2i_1 = 0 \quad \rightarrow \quad i_x = \frac{2i_1 - 3i_2 + 5i_3}{6} \quad (I)$$

$$kvl (B) : v_1 = i_1 + 2(i_3 - i_x + i_1)$$

با جایگذاری رابطه (I) در رابطه فوق داریم:

$$v_1 = i_1 + 2 \left(i_3 - \frac{2i_1 - 3i_2 + 5i_3}{6} + i_1 \right)$$

$$v_1 = \frac{7}{3} i_1 + i_2 + \frac{1}{3} i_3 \quad (II)$$

$$kvl (C) : v_2 = 2i_2 - 3(i_3 - i_x - i_2)$$

$$v_2 = 5i_2 - 3i_3 + 3i_x$$

با جایگذاری رابطه (I) در رابطه فوق داریم:

$$v_2 = 5i_2 - 3i_3 + \frac{2i_1 - 3i_2 + 5i_3}{2}$$

$$v_2 = i_1 + \frac{7}{2} i_2 - \frac{1}{2} i_3 \quad (III)$$

$$kvl (D) : v_3 = 3i_3 + i_x$$

$$v_3 = 3i_3 + \frac{2i_1 - 3i_2 + 5i_3}{6}$$

$$v_3 = \frac{1}{3} i_1 - \frac{1}{2} i_2 + \frac{23}{6} i_3 \quad (IV)$$

حال با توجه به روابط (II) و (III) و (IV) میتوان نتیجه گرفت:

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{7}{3} & 1 & \frac{1}{3} \\ 1 & \frac{7}{2} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{3} & -\frac{1}{2} & \frac{23}{6} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix}$$

(ب) از رابطه (IV) داریم:

$$i_2 = \frac{2}{3} i_1 - 2v_3 + \frac{23}{3} i_3 \quad (V)$$

حال رابطه (V) را در رابطه (II) قرار می‌دهیم:

$$v_1 = \frac{7}{3} i_1 + \left(\frac{2}{3} i_1 - 2v_3 + \frac{23}{3} i_3 \right) + \frac{1}{3} i_3$$

$$\rightarrow v_1 = 3i_1 - 2v_3 + 8i_3 \quad (VI)$$

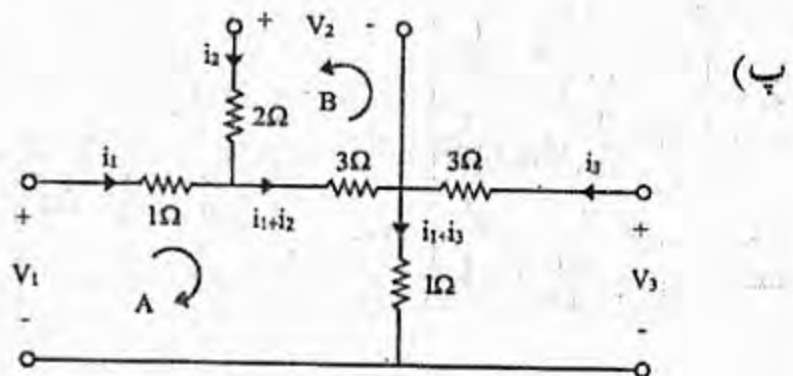
با جایگذاری رابطه (V) در رابطه (III) داریم:

$$v_2 = i_1 + \frac{7}{2} \left(\frac{2}{3} i_1 - 2v_3 + \frac{23}{3} i_3 \right) - \frac{1}{2} i_3$$

$$\rightarrow v_2 = \frac{10}{3} i_1 - 7v_3 + \frac{79}{3} i_3 \quad (VII)$$

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & -2 & 8 \\ \frac{10}{3} & -7 & \frac{79}{3} \\ \frac{2}{3} & -2 & \frac{23}{3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ V_3 \\ I_3 \end{bmatrix}$$

بنابراین روابط (VI) و (VII) و (V) داریم:



$$kvl (A) : v_1 = i_1 + 3(i_1 + i_2) + (i_1 + i_3) = 5i_1 + 3i_2 + i_3$$

$$kvl (B) : v_2 = 2i_2 + 3(i_1 + i_2) = 3i_1 + 5i_2$$

$$kvl (C) : v_3 = 3i_3 + (i_1 + i_3) = i_1 + 4i_3 + 0 \times i_2$$

i_2 را برحسب i_1 و v_3 و i_3 نمی‌توان نوشت زیرا که ضریب i_2 در رابطه بالا صفر می‌باشد بنابراین ماتریس

خواسته شده وجود ندارد.

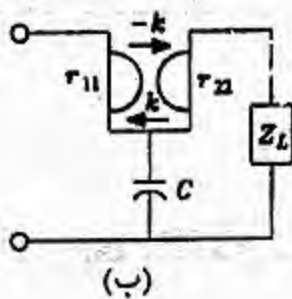
۳۲- زیراتور غیر ایده‌آل را در حالت کلی با شکل (مسألة ۱۷-۳۲) نشان داده و به صورت زیر توصیف

می‌کنیم:

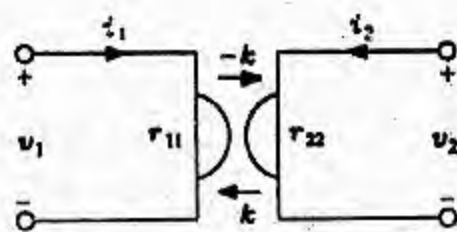
$$v_1 = r_{11}i_1 + ki_2$$

$$v_2 = -ki_1 + r_{22}i_2$$

امپدانس ورودی مدار نشان داده شده در شکل (مسألة ۱۷-۳۲ ب) را تعیین کنید.



(ب)



(الف)

شکل (مسألة ۱۷-۳۲)

حل:

دوقطبی را بصورت شکل مقابل که سری دو دوقطبی و در خروجی

موازی شده با امپدانس Z_L می‌باشد داریم:

$$Z_1 = \begin{bmatrix} r_{11} & k \\ -k & r_{22} \end{bmatrix}$$

برای شبکه N_1 می‌توان نوشت:

$$Z_2 = \begin{bmatrix} \frac{1}{CS} & \frac{1}{CS} \\ \frac{1}{CS} & \frac{1}{CS} \end{bmatrix}$$

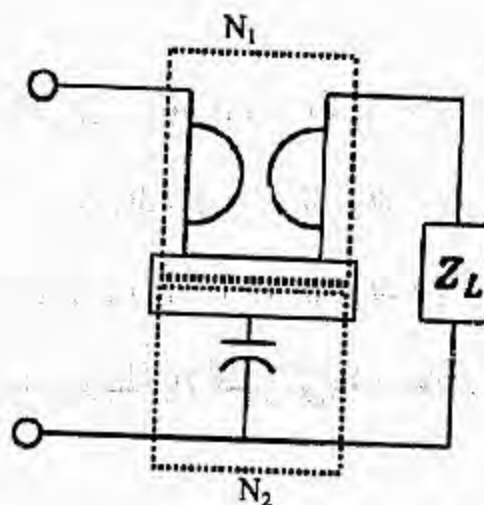
نیز برای شبکه N_2 داریم:

$$Z = \begin{bmatrix} r_{11} + \frac{1}{CS} & k + \frac{1}{CS} \\ -k + \frac{1}{CS} & r_{22} + \frac{1}{CS} \end{bmatrix} \rightarrow Y = \begin{bmatrix} \frac{r_{22} + \frac{1}{CS}}{\Delta Z} & \frac{-k - \frac{1}{CS}}{\Delta Z} \\ \frac{k - \frac{1}{CS}}{\Delta Z} & \frac{r_{11} + \frac{1}{CS}}{\Delta Z} \end{bmatrix}$$

$$\Delta Z = r_{11}r_{22} + \frac{1}{CS} r_{11} + \frac{1}{CS} r_{22} + k^2$$

$$Y_{eq} = \begin{bmatrix} \frac{r_{22} + \frac{1}{CS}}{\Delta Z} & \frac{-k - \frac{1}{CS}}{\Delta Z} \\ \frac{k - \frac{1}{CS}}{\Delta Z} & \frac{r_{11} + \frac{1}{CS}}{\Delta Z} + \frac{1}{Z_L} \end{bmatrix}$$

$$Z_{11eq} = \frac{\frac{r_{11} + \frac{1}{CS}}{\Delta y_{eq}} + \frac{1}{Z_L}}{r_{11}r_{22} + \frac{1}{CS} r_{11} + \frac{1}{CS} r_{22} + k^2}$$



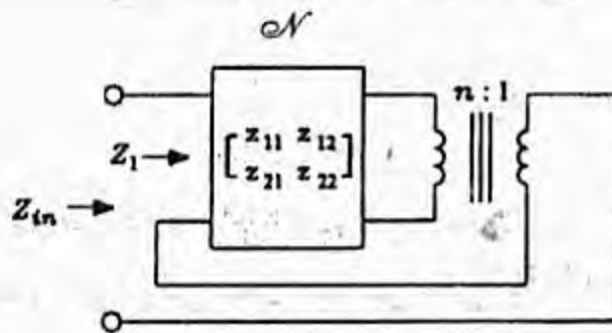
$$\Delta y_{eq} = \frac{1}{r_{11}r_{22} + \frac{1}{cs} r_{11} + \frac{1}{cs} r_{22} + k^2} \left(1 + \frac{r_{22}}{z_L} + \frac{1}{z_L cs} \right)$$

$$Z_{11eq} = \frac{r_{11}z_L + \frac{z_L}{cs} + r_{11}r_{22} + \frac{1}{cs} r_{11} + \frac{1}{cs} r_{22} + k^2}{z_L + r_{22} + \frac{1}{cs}}$$

$$Z_{11eq} = \frac{cs(r_{11}z_L + r_{11}r_{22} + k^2) + (r_{11} + r_{22} + z_L)}{1 + cs(z_L + r_{22})}$$

۳۳- الف - دوقطبی N با پارامترهای Z داده شده است. این دوقطبی را به کمک یک ترانسفورماتور ایده آل به صورت نشان داده شده در شکل (مسئله ۱۷-۳۳) به یک قطبی تبدیل می‌کنیم. امیدانس‌های ورودی Z_1 و Z_{in} را برحسب پارامترهای دوقطبی به دست آورید.

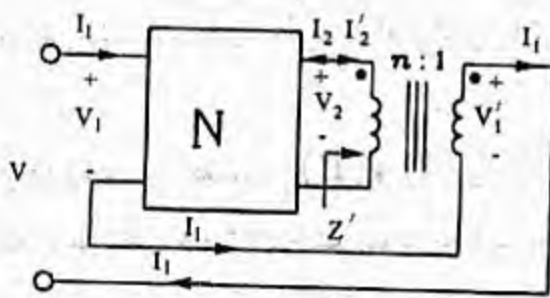
ب - امیدانس باری که به قطب دوم ورودی وصل است، چیست؟



شکل (مسئله ۱۷-۳۳)

حل:

برای شبکه N داریم:



$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} \\ z_{21} & z_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} \quad (I)$$

$$\frac{V_2}{V_1'} = n \quad (II) \quad \frac{I_2}{I_1} = -\frac{1}{n} \quad (III)$$

$$V_1 = z_{11}I_1 + z_{12}I_2$$

از ماتریس (I) داریم:

$$V_1 = z_{11}I_1 + z_{12} \left(\frac{-I_1}{n} \right)$$

با جایگذاری از (III) میتوان نوشت:

$$V_1 = \left(z_{11} - \frac{z_{12}}{n} \right) I_1 \quad \rightarrow \quad \frac{V_1}{I_1} = z_{11} - \frac{z_{12}}{n}$$

$$\rightarrow z_1 = z_{11} - \frac{z_{12}}{n}$$

بنابراین Z_1 برابر است با:

$$V = V_1 - V_1'$$

از روابط (I) و (II) و رابطه فوق داریم:

$$V = (z_{11}I_1 + z_{12}I_2) - \frac{1}{n} (z_{21}I_1 + z_{22}I_2)$$

$$V = z_{11}I_1 - z_{12}\frac{I_1}{n} - \frac{1}{n} \left(z_{21}I_1 - z_{22}\frac{I_1}{n} \right) \quad \text{با جایگذاری رابطه (III) در رابطه فوق داریم:}$$

$$\rightarrow \frac{V}{I_1} = z_{11} + \frac{z_{22}}{n^2} - \frac{z_{12} + z_{21}}{n}$$

(ب) Z' را امپدانس باری که به قطب دوم ورودی وصل است در نظر می‌گیریم:

$$Z' = \frac{V_2}{I_2'} \rightarrow Z' = \frac{V_2}{-I_2} \quad (*)$$

$$V_2 = z_{21}I_1 + z_{22}I_2$$

ولی از رابطه (I):

I_1 را برحسب I_2 می‌نویسیم و در رابطه فوق قرار می‌دهیم:

$$V_2 = z_{21}(-nI_2) + z_{22}I_2 \rightarrow \frac{V_2}{I_2} = -nz_{21} + z_{22}$$

$$Z' = nz_{21} - z_{22}$$

از رابطه (*) و فوق داریم:

۳۴- دوقطبی N را وقتی مبدل امپدانس منفی (NIC) (Negative Impedance Converter) گویند

که اگر امپدانس بار Z_L را در قطب دوم وصل کنیم، امپدانس دیده شده در قطب اول برابر $-Z_L$ باشد.

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ V_2 \end{bmatrix} \quad \text{یعنی فرض کنید دوقطبی } N \text{ با پارامترهای } h \text{ توصیف شود،}$$

امپدانس ورودی در قطب (1) و (1') را در حالت کلی وقتی که دوقطبی N به امپدانس بار Z_L مطابق

شکل (مسئله ۱۷-۳۴) ختم شود، برحسب پارامترهای h تعیین کنید. اکنون شرایطی را که N باید دارا

باشد تا به صورت یک NIC عمل کند، برحسب پارامترهای h بیان کنید و از این رو نشان دهید که اگر

N به صورت NIC باشد یک عنصر دوطرفه است، یعنی امپدانس بار Z_L را به هر قطب آن وصل کنیم،

امپدانس دیده شده در قطب دیگر برابر $-Z_L$ خواهد بود.

ب- ماتریس انتقال یک NIC را برحسب

پارامترهای h آن بنویسید.

پ- اکنون فرض کنید که شبکه دوقطبی N با

پارامترهای Z توصیف شود. سپس شرایطی

برحسب پارامترهای Z به دست آورید که دوقطبی



شکل (مسئله ۱۷-۳۴)

N به صورت NIC رفتار کند. از مقایسه این نتایج بند (الف) توجیه کنید که چرا برای توصیف یک NIC پارامترهای h مناسب‌تر از پارامترهای Z هستند.

حل:

$$\begin{cases} V_1 = h_{11}I_1 + h_{12}V_2 \\ I_2 = h_{21}I_1 + h_{22}V_2 \end{cases} \quad (I)$$

از ماتریس H خواهیم داشت:

$$V_2 = -I_2 Z_L \quad (II)$$

مطابق شکل:

$$(I), (II) \rightarrow \begin{cases} V_1 = h_{11}I_1 + h_{12}(-I_2 Z_L) \\ I_2 = h_{21}I_1 + h_{22}(-I_2 Z_L) \end{cases} \rightarrow I_2 = \frac{h_{21}}{1 + h_{22}Z_L} I_1 \quad (III)$$

$$V_1 = h_{11}I_1 - h_{12}Z_L \left(\frac{h_{21}}{1 + h_{22}Z_L} \right) I_1$$

$$Z_{in} = \frac{V_1}{I_1} = \frac{h_{11} + (h_{11}h_{22} - h_{12}h_{21})Z_L}{1 + h_{22}Z_L}$$

حال شرایطی که N باید دارا باشد تا بصورت یک NIC عمل نماید این است که $Z_{in} = -Z_L$ قرار دهیم:

$$Z_{in} = \frac{h_{11} + (h_{11}h_{22} - h_{12}h_{21})Z_L}{1 + h_{22}Z_L} = -Z_L \rightarrow h_{11} + (h_{11}h_{22} - h_{12}h_{21} + 1)Z_L + h_{22}Z_L^2 \equiv 0$$

برای اینکه رابطه بالا به ازای همه Z_L ها برقرار باشد باید ضرایب چندجمله‌ایهای Z_L را مساوی صفر قرار دهیم:

$$h_{11} = 0, \quad h_{11}h_{22} - h_{12}h_{21} + 1 = 0, \quad h_{22} = 0 \rightarrow h_{21} = \frac{1}{h_{12}}$$

$$H = \begin{bmatrix} 0 & h_{12} \\ \frac{1}{h_{12}} & 0 \end{bmatrix}$$

حال ماتریس h عبارتست از:

اگر $h_{12} = a$ فرض کنیم داریم: $H = \begin{bmatrix} 0 & a \\ \frac{1}{a} & 0 \end{bmatrix}$ حال برای اثبات دوطرفه بودن میتوان نوشت:

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & a \\ \frac{1}{a} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ V_2 \end{bmatrix} \quad \xrightarrow{\Delta H = -1} G = \begin{bmatrix} I_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & a \\ \frac{1}{a} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} V_2 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{a} \\ a & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_2 \\ V_1 \end{bmatrix}$$

بنابراین ماتریس هایپرید بدست آمده از طرف دوم به طرف اول نیز همان شرایط NIC را داراست و اگر به طرف اول نیز بار Z_L را متصل کنیم از طرف دوم امپدانس $-Z_L$ دیده خواهد شد.

ب - ماتریس انتقال عبارتست از:

$$\Delta H = -1 \rightarrow T = \begin{bmatrix} h_{12} & 0 \\ 0 & -h_{12} \end{bmatrix}$$

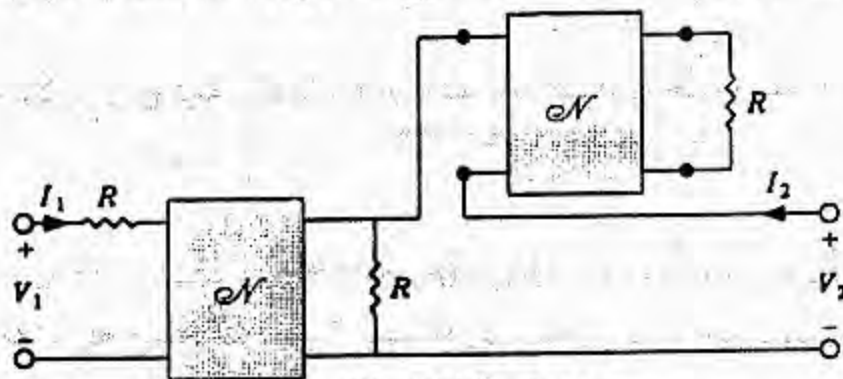
پ - از فرمول دوقطبی ختم شده خواهیم داشت:

$$\left. \begin{aligned} Z_{in} &= \frac{V_1}{I_1} = Z_{11} - \frac{Z_{12}Z_{21}}{Z_{22}+Z} \\ Z_{in} &= -Z_L \end{aligned} \right\} \rightarrow -Z_L = \frac{Z_{11}Z_{22} + Z_{11}Z_L - Z_{12}Z_{21}}{Z_{22} + Z_L}$$

$$\rightarrow Z_L^2 + (Z_{11} + Z_{22})Z_L + Z_{11}Z_{22} - Z_{12}Z_{21} = 0$$

با توجه به بند (الف) مساله پارامترهای هایپرید بدست آمده برای یک NIC مستقل از بار Z_L می‌باشد و به ازای هر بار Z_L صادق است در حالیکه برای بند (پ) مساله شرایط بدست آمده برای پارامترهای Z را نمی‌توان مستقل از Z_L بدست آورد.

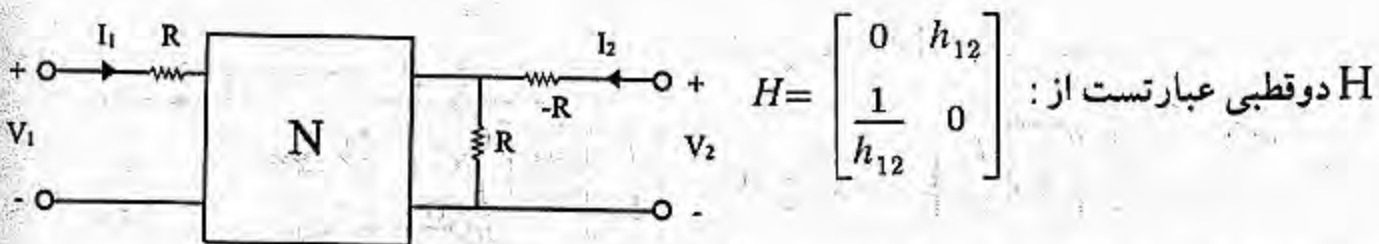
۳۵- فرض کنید دوقطبی N با پارامترهای h توصیف شده و به صورت NIC رفتار کند. تحت چه شرایطی دوقطبی نشان داده شده در شکل (مساله ۱۷-۳۵) مانند یک ژیراتور ایده‌آل رفتار خواهد کرد؟



شکل (مساله ۱۷-۳۵)

حل:

امپدانس دیده شده از دو سر دوقطبی دوم $-R$ می‌باشد. بنابراین شکل بصورت زیر ساده می‌شود.

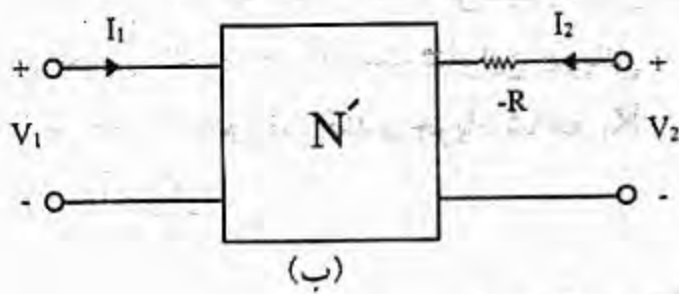


$$H = \begin{bmatrix} 0 & h_{12} \\ \frac{1}{h_{12}} & 0 \end{bmatrix} \text{ : دوقطبی عبارتست از}$$

باتوجه به پارامترهای هایپرید بزرگ شده داریم:

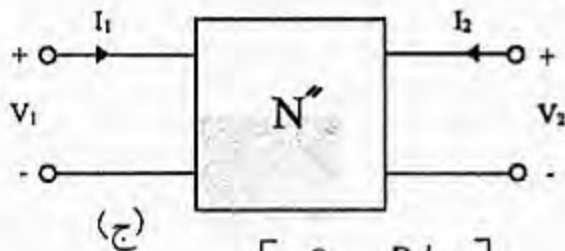
$$H' = \begin{bmatrix} 0+R & h_{12} \\ \frac{1}{h_{12}} & 0+\frac{1}{R} \end{bmatrix} \text{ (الف)}$$

بنابراین شکل (الف) بصورت شکل (ب) ساده می‌گردد.



$$\Delta H = 0 \rightarrow Z' = \begin{bmatrix} 0 & R.h_{12} \\ -\frac{R}{h_{12}} & R-R \end{bmatrix}$$

با توجه به پارامترهای Z بزرگ شده داریم: (شکل ج) حاصل می‌گردد.



$$Z'' = \begin{bmatrix} 0 & R.h_{12} \\ -\frac{R}{h_{12}} & R-R \end{bmatrix}$$

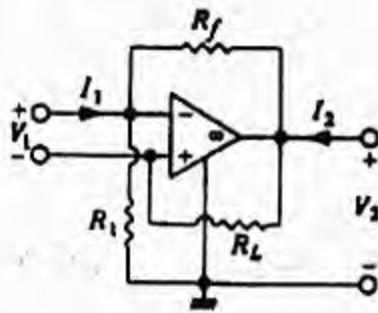
$$\rightarrow Z'' = \begin{bmatrix} 0 & R.h_{12} \\ -\frac{R}{h_{12}} & 0 \end{bmatrix}$$

$$Z'' = \begin{bmatrix} 0 & \alpha \\ -\alpha & 0 \end{bmatrix}$$

اما برای یک ژیراتور داریم:

با مقایسه دو رابطه اخیر باید $Rh_{12} = \frac{R}{h_{12}}$ برقرار باشد تا کل دوقطبی مانند یک ژیراتور ایده‌آل رفتار کند یا به عبارتی دیگر:

$$\frac{1}{h_{21}} = h_{12} = \pm 1 \rightarrow h_{12} = h_{21} = \pm 1$$

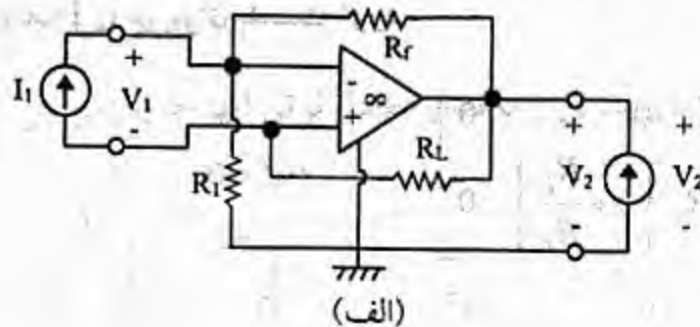


شکل (مسئله ۱۷-۳۶)

۳۶- در دوقطبی نشان داده شده در شکل (مسئله ۱۷-۳۶)

هر یک از h توصیف مشخص سازی دوقطبی را که وجود داشته باشد، به دست آورید.

حل: برای پیدا نمودن ماتریس امپدانس منابع جریان I_1 و I_2 را مطابق شکل متصل می‌کنیم:

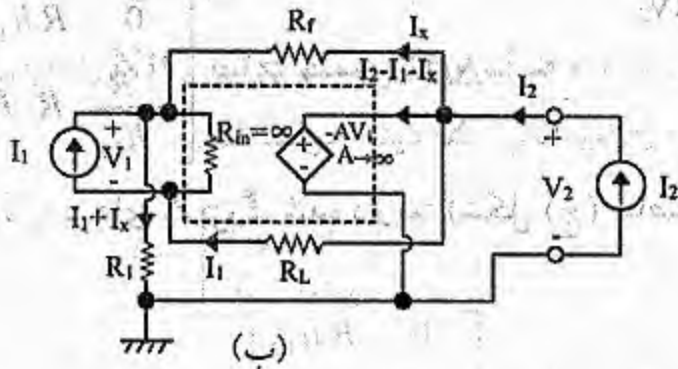


از مدار معادل آپامپ استفاده می‌کنیم بنابراین شکل (ب) حاصل می‌شود.

توجه شود که $R_{in} = \infty$ است بنابراین جریانی

از شاخه R_{in} عبور نمی‌کند و جریان شاخه R_L

برابر I_1 می‌گردد.



$$V_2 = -AV_1, \quad V_2 = \text{محدود}, \quad A = \infty \Rightarrow V_1 \equiv 0$$

$$\rightarrow Z_{11}I_1 + Z_{12}I_2 = V_1 \equiv 0 \quad \rightarrow \quad Z_{11} = Z_{12} = 0$$

$$kvl : V_2 = R_L I_1 - V_1 + R_1 I_{R1} \xrightarrow{V_1=0} V_2 = R_L I_1 + R_1 (I_1 + I_x) \quad (I)$$

$$kvl : V_2 = R_f I_x + R_1 (I_1 + I_x) = (R_f + R_1) I_x + R_1 I_1 \quad \rightarrow$$

$$I_x = \frac{V_2 - R_1 I_1}{R_f + R_1} \quad (II)$$

$$(I), (II) \rightarrow V_2 = R_L I_1 + R_1 I_1 + R_1 \frac{V_2 - R_1 I_1}{R_f + R_1}$$

$$\rightarrow V_2 = \left[R_L + R_1 \left(1 + \frac{R_L}{R_f} \right) \right] I_1 \quad \rightarrow$$

$$Z_{21} = R_L + R_1 \left(1 + \frac{R_L}{R_f} \right) \quad Z_{22} = 0$$

بنابراین:

با توجه به جدول ۱۷-۱ صفحه ۴۷۸ فقط T را می‌توان بدست آورد.

$$Z = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ R_L + R_1 \left(1 + \frac{R_L}{R_f} \right) & 0 \end{bmatrix} \quad \Delta Z = 0 \quad \rightarrow$$

$$T = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ R_L + R_1 \left(1 + \frac{R_L}{R_f} \right) & 0 \end{bmatrix}$$