



شرکت فرا کیفیت سیستم

جزوه آموزشی SPC

STATISTICAL PROCESS CONTROL

تهریه کنندہ : مهندس محمد صالحی نژاد

۱۳۸۲ زمستان

مقدمه

اگر قرار باشد یک محصول مشخصات مورد نظر مشتری را دارا باشد آنگاه این محصول باید به وسیله یک فرایند پایدار یا تکرارپذیر تولید گردد. به عبارت دیگر، فرایند تولید باید از تغییرپذیری کمی در طول مقدار هدف یا ابعاد اسمی مشخصات کیفی محصول برخوردار باشد. کنترل فرایند آماری (SPC) مجموعه‌ای قدرتمند و توانا از ابزار حل مشکل است که در ایجاد ثبات در فرایند و بهبود کارایی آن از طریق کاهش تغییرپذیری مفید واقع می‌گردد. SPC را می‌توان برای هرگونه فرایندی استفاده نمود. در SPC از هفت ابزار استفاده می‌شود که عبارتند از:

- ۱ هیستوگرام
- ۲ برگه کنترل
- ۳ نمودار پارتوا
- ۴ نمودار علت و معلول
- ۵ نمودار تمرکز نقصها
- ۶ نمودار پراکندگی
- ۷ نمودار کنترل

گرچه این ابزار که غالباً هفتگانه عالی (The Magnificent Seven) نامیده می‌شوند، بخش مهمی از SPC را تشکیل می‌دهند ولی فقط جنبه‌های فنی آن هستند. SPC یک نگرش و طرز تفکر است. نگرشی برای کلیه افراد سازمان جهت برقراری یک سیستم بهبود مستمر در زمینه کیفیت و بهره‌وری. یک چنین نگرشی و طرز تفکری بیشترین پیشرفت خود را زمانی خواهد داشت که مدیریت در فرایند بهبود مشارکت نماید. زمانی که این نگرش و طرز تفکر ایجاد گردد، استفاده از ابزار هفتگانه عالی بخش از کارهای روزانه می‌شود و سازمان در مسیر دستیابی به اهداف بهبود کیفیت قرار می‌گیرد.

توزیع نرمال

بسیاری از پدیده‌های طبیعی را می‌توان با توزیع نرمال مشخص نمود. مثل بهره‌هوسی دانشجویان یک دانشگاه، اندازه قدر سربازان یک پادگان و ... شکل منحنی نرمال زنگوله‌ای است و نسبت به محور مرکزی دارای تقارن می‌باشد.

سطح زیر منحنی ۱ است و این بدین معناست که این منحنی ۱۰۰٪ پیش آمد را که توصیف

می کند در برابر می گیرد. دو انتهای منحنی از دو طرف تا بی نهایت (تئوری) ادامه داشته و هرچه به انتهای رسیم به محور افقی نزدیکتر می شود و منحنی از قسمت وسط μ به اندازه δ به دو طرف ادامه دارد یعنی حدود 99.73 درصد از اندازه های واقعی جامعه در این بین قرار دارند و حدود 0.0027 خطای دارد.

در تعیین سطح قسمتهای زیر منحنی نرمال از انحراف استاندارد استفاده می شود δ (سیگما) که نشان دهنده مقیاس انحراف معیار داده ها از میانگین است میانگین μ و انحراف استاندارد δ پارامترهای جامع تری هستند X و S مقیاسهای مربوط به نمونه برداشته شده از جامعه می باشند:

$$\text{تعداد نمونه ها} / \text{جمع کل مقادیر نمونه} = \frac{\text{میانگین نمونه}}{X = (X_1 + X_2 + \dots + X_n) / n}$$

$$(1 - \text{تعداد نمونه ها}) / \text{مجموع مربعات انحراف اندازه ها از میانگین} = \text{انحراف استاندارد نمونه}$$

$$S = ((X_1 - X) + (X_2 - X) + \dots + (X_n - X)) / (n-1)$$

هرچه اندازه نمونه برداشته شده بزرگتر هستند و خطای نمونه گیری کمتر است.

در مورد نمونه هایی با اندازه ۳۰ یا بیشتر می توان از توزیع نرمال استفاده کرد. برای محاسبه سطح زیر منحنی نرمال از مقیاس Z استفاده می شود که در جدول ضمیمه آمده است.

$$Z = (X_1 - \mu) / \delta$$

مثال: در یک خط تولید تعداد زیادی واشر پلاستیکی توسط یک دستگاه تولید می شود پس از بازبینی ها معلوم شده است که میانگین قطر خارجی این واشر ها 20mm است و انحراف استاندارد 1mm می باشد. درصد واشرهای با قطر خارجی بیش از 22mm را مشخص کنید؟

$$Z = (X_1 - \mu) / \delta$$

$$Z = (22-20) / 1 = 2 \quad P(Z < 2) = 0.9773$$

چون سطح زیر منحنی است پس:

$$P(Z > 2) = 1 - P(Z < 2) = 1 - 0.9773 = 0.0277 = \% 2.227$$

در میان ابزارهای هفتگانه SPC، نمودارهای کنترل از لحاظ فنی پیچیده ترین است.

دلایل استفاده از نمودارهای کنترل:

- بهبود کارایی: استفاده صحیح از این نمودارها موجب کاهش ضایعات و دوباره کاریها و افزایش بهره وری و ظرفیت تولید می شوند.
- جلوگیری در تولید قطعات معیوب: استفاده از نمودارهای کنترل سبب می شود به جای اینکه محصولات از لحاظ خوب یا بد جداسازی شوند، فرایند تحت کنترل قرار گیرد و از تولید قطعات معیوب جلوگیری شود.
- بدست آوردن اطلاعاتی برای تنظیم صحیح فرایند: روند نقاط بر روی نمودار کنترل اطلاعاتی را آشکار می سازد که ارزش خاصی برای مهندسین با تجربه دارد. وجود این اطلاعات اجازه می دهد تا تغییرات مورد نیاز جهت بهبود عملکرد فرایند اجرا شود.
- بدست آوردن اطلاعاتی درباره کارایی فرایند: این نمودارها اطلاعاتی درباره پارامترهای مهم فرایند و میزان ثبات آنها در طول زمان به ما می دهد. اینگونه اطلاعات کمک می کند تا بتوان تخمینی از کارائی فرایند بدست آورد.
- جلوگیری از تنظیمهای غیرضروری فرایند: نمودار کنترل با تشخیص اختلاف بین انحرافات تصادفی و تغییرات غیرعادی، از تنظیم فرایند براساس اختلافات تصادفی جلوگیری می کند.

انواع نمودارهای کنترل

- نمودار کنترل کمی یا نمودار کنترل متغیرها: برای کنترل مقادیر کمی یا بیان مشخصه کیفی بر حسب واحد اندازه گیری.

انواع نمودارهای کنترل کمی (پارامترهای کمی):

- ۱ نمودارهای X و R
- ۲ نمودارهای X و S
- ۳ نمودار X
- ۴ نمودار X-MR

- ۵ نمودارهای کنترل توصیفی یا نمودار کنترل وصفی ها

۱- اصول آماری نمودار کنترل

۱-۱- اصول اولیه

نمودار کنترل شامل یک خط مرکز CL که مقدار متوسط مشخصه کیفی را در حالت تحت کنترل نشان می دهد و دو خط در بالا و پائین خط مرکز بعنوان UCL و LCL که حد کنترل بالا و حد کنترل پائین نامیده می شوند می باشد. این حدود کنترل به گونه ای انتخاب می شوند که اگر فرایند تحت کنترل باشد تقریباً کلیه نقاطی که براساس اطلاعات نمونه محاسبه شده اند بین این حدود واقع شوند. اگر نقطه ای خارج از حدود کنترل قرار گیرد، نتیجه گیری می شود که فرایند در شرایط خارج از کنترل بسر می برد و اقدامات اصلاحی مورد نیاز است تا منبع ایجاد انحراف یا انحرافات با دلیل تعیین و حذف گردد. عموماً نقاط رسم شده بر روی نمودار کنترل به وسیله خط راست به یکدیگر متصل می گردند تا بررسی نقاط در طول زمان آسانتر انجام پذیرد.

۱-۲- نمودارهای کنترل توصیفی

نمودارهای کنترل توصیفی به دو گروه تقسیم بندی می شوند:

۱- نمودار کنترل معیوب ها

۲- نمودار کنترل نقص ها

نمودار کنترل معیوب ها و کنترل نقص ها هر کدام به دو دسته تقسیم می شوند:

نمودار کنترل معیوبها:

الف) نمودار P (نمودار نسبت اقلام معیوب)

ب) نمودار np (نمودار تعداد درصد اقلام معیوب) برای نمونه های با اندازه مساوی

نمودار کنترل نقصها:

الف) نمودار C (نمودار تعداد نقص ها) برای نمونه های با اندازه مساوی

ب) نمودار u (نمودار تعداد نقص ها در واحد)

نمودار نسبت اقلام معیوب (p)

اگر پس از بررسی محصول، آن را در یکی از دو گروه "قابل قبول" و "غیرقابل قبول" قرار دهیم برای سنجش نسبت اقلام غیرقابل قبول از یک زمان به زمان دیگر یا از یک نمونه به نمونه دیگر از نمودار p استفاده می شود. این نمودار برای گزارش نسبت تعداد قطعات معیوب به کل قطعات یا گزارش

نسبت معیوب ها در کی محصول ، یک مشخصه کیفی یا گروهی از مشخصه های کیفی بکار می رود.

$$\text{تعداد کل اقلام نمونه} / \text{تعداد اقلام معیوب نمونه} = \text{نسبت اقلام معیوب نمونه} = P=d/n$$

مثالاً اگر طی ۴۵۰ نمونه از یک قطعه ، ۵ قطعه معیوب شود :

$$p = 5 / 450 = 0.011$$

p معمولاً کوچکتر از 0.15 است در صورتی که این عدد از 0.15 بیشتر شود نشان دهنده وجود

اشکال اساسی در فرایند تولید است.

اهداف نمودار اقلام معیوب

- ۱ تعیین سطح کیفی متوسط
- ۲ متوجه ساختن مدیریت از تغییرات در میانگین کیفیت
- ۳ بهبود کیفیت محصول
- ۴ ارزیابی وضعیت کاری و عملکرد پرسنل واحدهای اجرایی و مدیران از نظر کیفی
- ۵ تعیین معیار پذیرش یک محصول (با داشتن نسبت اقلام معیوب می توان تحویل یا عدم تحویل محصول را به مشتری بررسی کرد).
- ۶ تعیین مواردی که استفاده از نمودارهای کنترل کمی لازم است. نمودار اقلام معیوب، وجود مشکلات در فرایند را مشخص می کند ولی نمودارهای کنترل کمی مثل نمودار X و R علت تغییر را بررسی می کند.

مراحل تهیه نمودار p (با حجم نمونه ثابت)

تعیین حجم نمونه: حجم نمونه تابعی از نسبت اقلام معیوب است. اگر نسبت اقلام معیوب یک قطعه 0.001 و حجم نمونه 1000 باشد در این صورت تعداد اقلام معیوب برابر خواهد بود با $1000 \times 0.001 = 1$ یعنی یک معیوب در هر نمونه هزار تایی. در این حالت انتخاب حجم هزار تایی برای نمودار با ارزش نخواهد بود. اگر نسبت تعداد اقلام معیوب 0.15 و حجم نمونه 50 باشد تعداد اقلام معیوب بطور متوسط $50 \times 0.15 = 7.5$ خواهد بود که این حالت برای نمودار با ارزش خواهد بود. بنابراین قبل از انتخاب حجم نمونه باید بازبینی ها و مشاهدات اولیه برای تعیین تقریبی نسبت اقلام معیوب و تعداد متوسط اقلام معیوب صورت گیرد.

جمع آوری اطلاعات: حداقل 25 نمونه از فرایند تولید بررسی می شود. این نمونه ها، خود شامل چند

قطعه می گردد (حجم نمونه یا n) سپس تعداد اقلام موجود در هر نمونه باید شمارش گردد (d) کلیه اطلاعات در جدول ثبت می گردد.

نسبت اقلام معیوب (p)	مقدار اقلام معیوب (d)	حجم نمونه	شماره نمونه
			جمع

انجام محاسبات و حدود کنترل

ابتدا برای هر نمونه تعداد اقلام معیوب (d) مربوط به آن نمونه را برحجم نمونه (n) که عدد ثابتی است تقسیم کرده و در ستون نسبت اقلام معیوب (p) را می نویسیم. سپس در قسمت زیر جدول جمع هر نمونه ها و همه اقلام معیوب را می نویسیم. میانگین معیوبها را با تقسیم کل اقلام معیوب بر کل اقلام انتخاب شده بدست می آوریم.

کل اقلام نمونه برداری شده / کل اقلام معیوب مشاهده شده = p

p در واقع خط مرکزی نمودار است. اکنون حدود کنترل بالا و پایین محاسبه می شود.

$$UCL = p + 3 \cdot (p(1-p)/n) \quad LCL = p - 3 \cdot (p(1-p)/n)$$

سپس نمودار را رسم می کنیم و نقاط را مشخص می کنیم. در تفسیر نمودار p باید به موارد زیر توجه شود:

الف) اگر حد پایین کنترل عدد منفی باشد آن را برابر صفر در نظر می گیریم.

ب) اگر حد پایین کنترل عدد مثبتی باشد ممکن است بعضی از نقاط در پایین حد کنترل واقع شوند که این وضعیت نشان دهنده خارج از کنترل بودن فرایند است در بررسی این حالت (یعنی کمتر

بودن نسبت اقلام معیوب آن نمونه از حد پایین کنترل) دو حالت باید در نظر گرفته شود:

- برای توضیح به کارگران: در این حالت حد پایین کنترل برابر با صفر در نظر گرفته می شود.

- تجزیه و تحلیل از سوی مدیران: این وضعیت نشان دهنده این واقعیت است که تعداد اقلام

معیوب کمتر از حد انتظار هستند و باید علت بررسی شود و در صورت امکان حدود دوباره ایجاد گردد. البته وجود این نقاط همیشه نشان دهنده بهبود فرایند نیستند و گاهی از خطاهای بازرگانی و آزمایش ناشی می شوند.

- در صورت وجود نمونه های خارج از حد کنترل پس از رفع علتها مربوطه آنها را از نمودار

حذف و حدود کنترل مجدداً محاسبه می شود.

-۴ در این نمودارها مانند نمودارهای کنترل کمی طرح نقاط بر روی نمودار باید تصادفی بوده و شکل منظمی بوجود نیاورند. در غیر اینصورت احتمال بوجود آمدن یک وضعیت غیرعادی در فرایند تولید وجود دارد که باید بررسی شود.

مثال: در یک کارخانه موتور الکتریکی می خواهیم وضعیت محصول نهایی را با استفاده از نمودار نسبت اقلام معیوب کنترل نماییم. برای این منظور 25 نمونه از محصول نهایی را طی یک ماه انتخاب می کنیم. هر نمونه خود شامل 300 محصول است.

شماره نمونه	تعداد اقلام انتخاب شده (n)	تعداد اقلام معیوب (d)	نسبت اقلام معیوب (p)
۱	۳۰۰	۱۲	۰/۰۴۰
۲	۳۰۰	۳	۰/۰۱۰
۳	۳۰۰	۹	۰/۰۳۰
۴	۳۰۰	۴	۰/۰۱۳
۵	۳۰۰	۰	۰/۰
۶	۳۰۰	۶	۰/۰۲۰
۷	۳۰۰	۶	۰/۰۲۰
۸	۳۰۰	۱	۰/۰۰۳
۹	۳۰۰	۸	۰/۰۰۲۷
۱۰	۳۰۰	۱۱	۰/۰۰۳۷
۱۱	۳۰۰	۲	۰/۰۰۰۷
۱۲	۳۰۰	۱۰	۰/۰۰۳۳
۱۳	۳۰۰	۹	۰/۰۰۳۰
۱۴	۳۰۰	۳	۰/۰۰۱۰
۱۵	۳۰۰	۰	۰/۰۰۰۰
۱۶	۳۰۰	۵	۰/۰۰۱۷
۱۷	۳۰۰	۷	۰/۰۰۲۳
۱۸	۳۰۰	۸	۰/۰۰۲۷
۱۹	۳۰۰	۱۶	۰/۰۰۵۳
۲۰	۳۰۰	۲	۰/۰۰۰۷
۲۱	۳۰۰	۵	۰/۰۰۱۷

۰/۰۲۰	۶	۳۰۰	۲۲
۰/۰	.	۳۰۰	۲۳
۰/۰۱۰	۳	۳۰۰	۲۴
۰/۰۰۷	۲	۳۰۰	۲۵
	۱۳۸	۷۵۰۰	جمع

$$P = 138 / 7500 = 0.018$$

$$UCL = p + 3 \cdot (p(1-p)/n) = 0.018 + 3 \cdot (0.018(1-0.018) / 300) = 0.041$$

$$LCL = p - 3 \cdot (p(1-p)/n) = 0.018 - 3 \cdot (0.018(1-0.018) / 300) = -0.005$$

$$LCL = 0$$

نمونه نوزدهم از حد کنترل خارج است پس از رفع علت مربوطه و حذف این نقطه مجدداً محاسبات انجام می شود:

$$p_{\text{جديد}} = (138 - 16) / (7500 - 300) = 122 / 7200 = 0.017$$

$$UCL_{\text{جديد}} = 0.017 + 3 \cdot (0.017(1-0.017) / 300) = 0.039$$

$$LCL_{\text{جديد}} = 0.017 - 3 \cdot (0.017(1-0.017) / 300) = -0.015 \quad LCL = 0$$

با رسم حدود کنترل جدید و انتقال 24 نقطه باقیمانده بر روی نمودار شکل زیر بدست می آید که در آن کلیه نقاط بین حدود کنترل قرار دارند.

نکته: محاسبه حدود کنترل که تا حال صحبت شده است در موقعی که اندازه زیر گروهها مساوی باشند کاربرد دارد یعنی در شرایطی که زیر گروهها تحت کنترل می باشند اما از نظر تئوری گاهی این اندازه ها با یکدیگر تفاوت دارند و حدود کنترل در این حالت تغییر می کند (حتی اگر تغییر در اندازه ها فقط در یکی از گروهها حادث شود) در این حالت برای هر گروه باید حدود کنترل جداگانه محاسبه شود. با این حال، در عمل حدود کنترل برای میانگین اندازه نمونه ها (n) بیان می

شود. این شرایط در حالتی که اندازه های زیرگروهها از $25\% \pm$ میانگین تغییر نکند قابل قبول می باشد (در این حالت فرایند هنوز پایدار است).

$$UCL_p, LCL_p = p \pm 3 \cdot (p(1-p)/n)$$

وقتی تفاوت اندازه گروهها از این مقدار بیشتر باشد باید برای هر گروه حدود کنترل محاسبه گردد. برای نقاطی که خارج از حدود گفته شده قرار دارند حدود کنترل از رابطه زیر حساب می شود.

$$UCL_p, LCL_p = p \pm 3 \cdot (p(1-p) / n)$$

این نقاط را بر روی منحنی مشخص کرده و با بررسی این نقاط علل مخصوص در این شرایط بررسی می شوند.

وجود چنین نقاطی در منحنی باعث پیچیدگی کار خواهد شد. بنابراین بهتر است نمونه برداری بگونه ای انجام شود که تا حد امکان اندازه های نمونه ها در هر گروه ثابت باشد.

بکارگیری منحنی برای کنترل فرایند

وجود نقاط خارج از حدود کنترل یا وجود نقاطی که به طور متوالی پشت سر هم قرار دارند نشان دهنده این است که فرایند تحت کنترل نیست و به اقدامات مناسب نیاز دارد. وجود نقاط روی حدود کنترل و یا تمایل منحنی به یک سمت مثلاً وجود ۷ نقطه متوالی به بالا و پایین و ... نشاندهنده این است که فرایند مناسب و تحت کنترل نمی باشد.

وجود یک یا دو نقطه بالای حد بالا و یا پایین حد پایین کنترل نشان دهنده آن است که فرایند در آن نقاط دچار اشکال می باشد و ناشی از علل بخصوصی می باشد و فرایند باید در این حالت بررسی شود. وجود نقاط بالای حد کنترل بالا نشان دهنده موارد زیر است:

-۱- محاسبه غلط حدود کنترل و تعیین نادرست نقاط بر روی منحنی

-۲- کارایی سیستم در آن نقطه یا در قسمتی از فرایند بدتر شده است.

-۳- تغییری در سیستم اندازه گیری ایجاد شده (بازرسان و ...)

وجود نقاط پایین حد کنترل پایین علامت یکی از موارد زیر است:

-۱- محاسبه نادرست حدود کنترل و تعیین ناصحیح نقاط بر روی منحنی

-۲- کارایی سیستم بهبود یافته است (این نکته در بررسی بهبود سیستم بسیار مهم است.)

-۳- تغییر در سیستم اندازه گیری ایجاد شده است.

وجود الگوهای نامعمول و تمایل در منحنی (حتی در حالتیکه تمام نقاط بین حدود کنترل هستند) نشانه تغییر در کارایی سیستم در آن زمان می باشد.

وقتی میانگین تعداد اقلام مغایر در هر زیر گروه (np) 9 یا بیشتر باشد توزیع در این زیر گروه نزدیک به نرمال است و بررسی تمایلات در سیستم در این حالت شبیه حالتی است که برای نمودار X گفته شد. وقتی np مساوی یا کمتر از 5 باشد این قواعد بکار نمی رود.

Runs

در یک فرایند تحت کنترل که مقدار np تقریباً بزرگ می باشد تعداد نقاطی که در هر دو طرف خط میانگین قرار می گیرند تقریباً مساوی است.

هریک از حالتهای زیر می تواند نشانه شروع جابجایی یا تمایل در منحنی باشد.

- 7 نقطه در یک ردیف در یک طرف میانگین

- 7 نقطه در یک ردیف که بطور متوالی افزایش یافته اند. (مساوی یا بیشتر از نقطه قبلی) یا بطور متوالی کاهش یافته اند. در این حالتها نقطه ای که تصمیم گیری را متأثر می کند باید مشخص شود . سیستم باید بررسی و تجزیه و تحلیل شده و زمان شروع تمایل یا جابجایی در فرایند مدنظر باشد.

Runs: وجود چنین حالتی در بالای خط میانگین و یا حرکت به سمت بالا یا پایین معمولاً بعلت یکی از علل زیر است:

- کارایی سیستم بهبود یافته است.

- ارزیابی سیستم تغییر یافته است.

نکته: وقتی np کمتر از 5 باشد حرکت به سمت پایین خط p افزایش می یابد. در این حالت وجود 8 نقطه یا بیشتر می تواند نشانه کاهش در موارد مغایر (Nonconformity) باشد. در هر دو حالت بالا فرایند تحت کنترل نمی باشد.

الگوی غیر معمول

گاهی اوقات حالتهای غیرمعمول در نمودارهای بوجود می آید که می تواند از تغییرات با علل ویژه بوجود آمده باشد.

فاصله نقاط از میانگین فرایند

در یک فرایند تحت کنترل آماری که فقط تغییرات با علل متداول وجود دارند و مقدار np تقریباً بزرگ است حدود $2/3$ نقاط باید در $1/3$ میانی منطقه بین حد بالا و حد پایین کنترل بوده و $1/3$ نقاط در منطقه $2/3$ خارجی و حدود $1/20$ نقاط نزدیک به حدود کنترل باشند. (در قسمت $1/3$ خارجی) اگر بیش از $2/3$ نقاط نزدیک به خط مرکزی باشد (برای 25 زیر گروه اگر بیش از 90% در منطقه $1/3$ میانی باشند) نشاندهنده یکی از موارد زیر است:

- محاسبه نادرست حدود کنترل و تعیین ناصحیح نقاط بر روی منحنی
- نمونه برداریها بصورت **Stratified** است. ممکن است محاسبات بصورت ستونی انجام شده باشد.

کلاً اگر کمتر از $2/3$ نقاط نزدیک به خط میانگین فرایند (برای 25 زیر گروه اگر 40% یا کمتر در منطقه $1/3$ میانی باشد) نشاندهنده یکی از موارد زیر است:

- در محاسبه حدود کنترل و تعیین نقاط خطا وجود دارد.
- نمونه برداریها از مراحل مختلف فرایند با کارایی های متفاوت صورت گرفته است.

پس از مشخص شدن نقاط غیرمعمول این نقاط بررسی شده و سیستم در جهت بهبود فرایند تصمیم به حذف یا افزایش علل خواهد گرفت.

قابلیت فرایند

در منحنی p در حالتی که کل نقاط تحت کنترل باشند قابلیت فرایند از میانگین موارد نامنطبق ناشی می شود (p) و در صورت لزوم میزان موارد منطبق را با $(1-p)$ نشان می دهد.

در بررسی مقدماتی قابلیت فرایند سوابق اطلاعات و نقاطی که دارای علل بخصوص هستند بررسی می شود. برای مطالعات دقیق اطلاعات جدید مورد نیاز است مثلاً "حدود 25 دوره نمونه برداری انجام می شود و کلیه نقاط تحت کنترل می باشند. مقدار p برای این فرایندهای متوالی به واقعیت نزدیکتر است. با محاسبه قابلیت فرایند می توان میزان سطح کارایی سیستم را بررسی کرد. در فواصل زمانی (دوره به دوره) میزان موارد نامنطبق که بین حدود کنترل متغیر خواهد بود مشخص شده و هنگامی که تغییرات موجود در سیستم باعث از کنترل خارج شدن فرایند خواهد بود میانگین قابلیت محاسبه می شود.

بهبود قابلیت فرایند

وجود موارد مغایر در سیستم نشان دهنده علل بخصوص می باشد. پس از شناسایی این علل باید برای حل مشکلات اقدام نمود. روش هایی مانند آنالیزهای پارت و آنالیزهای علل و معلول مناسب به نظر میرسند. گاهی اوقات از نمودارهای X و R نیز می توان کمک گرفت. پس از شناسایی و ضعف نقاط خارج از کنترل باید نمودارهای جدید رسم و بررسی شوند و در این حالت باید محاسبات جدید انجام گردد.

مثال نمودار p با حجم نمونه متغیر: برای کنترل قطر خارجی یک قطعه از شابلونهای برو-نرو استفاده می شود. اگر قطر خارجی قطعه مناسب باشد سالم و در غیر اینصورت معیوب است تعداد 25 نمونه با اندازه نمونه های متفاوت انتخاب و بررسی می شوند نتیجه:

$$p = \frac{\text{کل قطعات بازررسی شده}}{\text{کل قطعات معیوب شمارش شده}} = \frac{1035}{50515} = 0.030$$

$$UCL_{(1)} = p + 3 \left(\frac{(p)(1-p)}{n_{(1)}} \right) = 0.020 + 3 \left(\frac{0.020(1-0.020)}{2385} \right) = 0.029$$

$$LCL_{(1)} = p - 3 \left(\frac{(p)(1-p)}{n_{(1)}} \right) = 0.020 - 3 \left(\frac{0.020(1-0.020)}{2385} \right) = 0.011$$

نسبت اقلام معیوب هر نمونه باید با حدود کنترل مربوط به خود مقایسه شود. در بررسی نمونه سوم و نوزدهم علل مشخص وجود دارد پس این دو نقطه حذف می شود اما نقطه 21 را نمی توان حذف نمود. نمونه 24 پایین خط کنترل است اما به علت کیفیت خوبی که دارد حذف نمی شود.

کل قطعات حذف شده - کل قطعات بازررسی شده / کل قطعات معیوب حذف شده - کل قطعات معیوب شمارش شده = P جدید
براساس میانگین جدید حدود کنترل را مشخص کرده و دوباره نمودار را رسم می کنیم.

$$P = \frac{1035-74-113}{50515-1935-2678} = \frac{848}{45902} = 0.018$$

اگر در این حالت نقاط بین حدود کنترل باشند از p جدید می توان برای محاسبه کنترل نمونه های بعدی استفاده نمود.

نمودار تعداد اقلام معیوب (np)

این نمودار در شرایطی که حجم نمونه ثابت است بکار می رود.

$$UCL = np + 3 \sqrt{np(1-P)}$$

$$LCL = np - 3 \sqrt{np(1-P)}$$

$$np = (np_1 + np_2 + \dots + np_k) / K$$

که در آن np موارد نامنطبق در هر گروه است و n تعداد نمونه ها در هر گروه.

مثال: در یک کارگاه نوعی قالب پلاستیکی ساخته می شود هر روز 100 قالب بطور تصادفی انتخاب

شده و تعداد اقلام معیوب آن تعیین می گردد. نتایج بدست آمده به شرح زیر است:

شماره نمونه	تعداد اقلام معیوب
۱	۸
۲	۷
۳	۱۲
۴	۱۵
۵	۱۸
۶	۳
۷	۱۰
۸	۱۶
۹	۱۴
۱۰	۶
جمع	۹۸

$$P = 98 / (10 \times 100) = 0.098$$

$$Cl = np = 100 \times 0.098 = 9.8$$

$$LCL, UCL = p \pm np(1-p)$$

$$UCL = 9.8 + 3 \times 9.8(1-0.098) = 18.72$$

$$LCL = 9.8 - 3 \times 9.8(1-0.098) = 0.88$$

محاسبه قابلیت فرایند و بکارگیری و استفاده از نمودار کنترل np درست مانند نمودار p است.

نمودارهای کنترل نقص ها

این نمودارها تعداد نقص های موجود در محصول را مشخص می کند در حالی که نمودار p نسبت

اقلام معیوب در یک محصول را کنترل می کند.

مثال: تعداد نقص های موجود در یک کامپیوتر یا تعداد غلط های تایپی در هر صفحه تایپ شده.

نمودار کنترل نقص ها بر دو نوعند:

الف) نمودار تعداد نقص ها (نمودار C)

ب) نمودار تعداد نقص ها در واحد (نمودار u)

موارد استفاده نمودار C

وقتی موارد مغایر در یک سری از محصولات بصورت پراکنده وجود دارند مثل حبابهای موجود در شیشه و ... یا در جایی که متوسط سرعت ایجاد محصول مغایر افزایش می یابد. به هر حالتی که در یک بررسی علل مختلفی برای ایجاد موارد مغایر یافت می شود.

اهداف نمودارهای کنترل نقص ها:

- تعیین سطح کیفیت متوسط
- بهبود کیفیت فرایند تولید
- بررسی تغییرات در میانگین سطح کیفیت
- ارزیابی عملکرد پرسنل عملیاتی و مدیران از نظر کیفی
- قضاوت در مورد قابل قبول بودن محصول جهت تحويل به مشتری
- تعیین موقع مورد نیاز به استفاده از نمودارهای X و R (به دلیل دقت بیشتر)

چون این نمودارها در مورد خطاهای بکار می روند استفاده از آنها در ارزیابی کیفی واحدهای عملیاتی (واحدهای مالی، فروش و خدمات پس از فروش و ...) بسیار مناسب و سودمند می باشد.

برای تهیه نمودار تعداد نقص ها (نمودار C) باید پس از تعیین تعداد نمونه ها ، تعداد نقصهای موجود در هر قطعه یا محصول (در هر نمونه) شمارش و ثبت شود.

محاسبه حدود کنترل

ابتدا میانگین تعداد نقص ها محاسبه می شود. مقدار C از تقسیم جمع کل تعداد نقص ها بر تعداد نمونه ها بدست می آید که در آن C_1 و C_2 تعداد نقص ها در هر گروه است.

$$C = (C_1 + C_2 + \dots + C_k) / K$$

سپس حدود کنترل محاسبه می شود.

$$UCL = C + 3 \sigma$$

$$LCL = C - 3 \sigma$$

قابلیت فرایند با C سنجیده می شود که متوسط تعداد نقص ها در یک نمونه با اندازه مشخص است.
(یعنی n ثابت).

مثال: برای کنترل تعداد نقص های موجود در یک قطعه از نمودار C استفاده می شود. طی یک ماه 25 قطعه انتخاب شده و تعداد نقص های موجود در آن شمارش می گردد. اطلاعات بدست آمده در

جدول زیر ارائه شده است:

توضیحات	تعداد نقص ها	شماره نمونه
	۷	۱
	۶	۲
	۶	۳
	۳	۴
چسبندگی قالب	۲۲	۵
	۸	۶
	۶	۷
	۱	۸
	۰	۹
	۵	۱۰
بی احتیاطی در حمل محصول	۱۴	۱۱
توضیحات	تعداد نقص ها	شماره نمونه
	۳	۱۲
	۱	۱۳
	۳	۱۴
	۲	۱۵

	۷	۱۶
	۵	۱۷
	۷	۱۸
	۲	۱۹
	۸	۲۰
	.	۲۱
	۴	۲۲
	۱۴	۲۳
	۴	۲۴
	۳	۲۵
	۱۴۱	جمع

$$C = 141 / 25 = 5.64$$

$$UCL = C + 3 \quad C = 5.64 + 3 \quad 5.64 = 12.76 = 13 \quad UCL = 13$$

$$LCL = C - 3 \quad C = 5.64 - 3 \quad 5.64 = -1.48 = LCL = 0$$

حد منفی صفر در نظر گرفته می شود. UCL را گرد می کنیم چون تعداد نقص ها نمی تواند کسری و اعشاری باشد.

نمونه های شماره 5 و 11 و 23 خارج از حد کنترل قرار دارند. نمونه شماره 5 و 11 دارای علت مشخص بوده و از نمودار حذف می شوند.

(تعداد نمونه های حذف شده - تعداد کل نمونه ها) / (جمع تعداد نقص های نمونه های حذف شده - جمع کل تعداد نقص ها) = C جدید

$$C = (141-22-14) / (25-2) = 4.56$$

$$UCL = C + 3 \quad C = 4.56 + 3 \quad 4.56 = 10.97 = 11$$

$$LCL = C - 3 \quad C = 4.56 - 3 \quad 4.56 = -1.85 = LCL = 0$$

از این حدود کنترل جدید می توان برای کنترل نقص های محصولاتی که در آینده تولید می شوند استفاده کرد و فقط کافی است تعداد نقص ها را به نمودار منتقل کرد.

نمودار تعداد نقص ها در واحد (نمودار U)

نمودار C وقتی بکار می رود که حجم نمونه یک واحد منفرد باشد اگر حجم نمونه بیشتر باشد برای اینکه تصویر بهتری از کیفیت فرایند داشته باشیم (بخصوص در مواردی که میانگین مقدار نقص ها کوچک باشد) بهتر است از نمودار u استفاده شود.

این نمودار هنگامی بکار می رود که تعداد نمونه ها در هر گروه (n) متغیر باشد .

مراحل تهیه

ابتدا میانگین تعداد نقص ها در واحد (U) مشخص می شود.

میانگین تعداد نقص ها در واحد = u

جمع کل اقلام انتخاب شده / جمع کل نقص های موجود در نمونه ها = u

$$UCL = u + 3 \cdot (u/n)$$

$$LCL = u - 3 \cdot (u/n)$$

نکته: اگر n در هر گروه متفاوت باشد ابتدا برای هر گروه u محاسبه می شود.

$$u = C/n$$

که در آن C تعداد نقص ها و n تعداد نمونه ها در آن گروه است.

پس از آن u محاسبه می شود.

$$U = (C_1 + C_2 + \dots + C_k) / (n_1 + n_2 + \dots + n_k)$$

سپس حدود کنترل محاسبه می شود.

$$UCL = u + 3 \cdot (u/n)$$

$$LCL = u - 3 \cdot (u/n)$$

n میانگین اندازه گروههای است.

اگر تفاوت تعداد نمونه ها در هر گروه با n کمتر یا بیشتر از 25% باشد، به جای n از n استفاده می شود و بهتر است حجم نمونه ها ثابت بوده و از n استفاده شود.

شاخص قابلیت فرایند u است که نشان دهنده متوسط تعداد نقص ها در واحد است.

۲-۱- مراحل تهیه نمودارهای کنترل (X و R)

تهیه برگ اطلاعات

منظور تهیه ورقه ای است که مشخصات قطعه مورد نظر بر روی آن ثبت می شود مثل نام قطعه، کدقطعه، مشخصات فنی قطعه، نتایج اندازه گیری ابعادی، واحد اندازه گیری تاریخ تکمیل عملیات جمع آوری اطلاعات، تعداد قطعات و تعداد نمونه ها و اندازه نمونه ها و همچنین هریک از مقادیر اندازه گیری شده نیز باید در برگ اطلاعات ثبت شوند.

در نمونه برداری مربوط به نمودارهای X و R دو فاکتور باید مشخص شوند، تعداد نمونه ها و حجم نمونه .

تعیین تعداد نمونه ها و حجم نمونه ها

تعداد نمونه ها یعنی تعداد دفعاتی که به دستگاه یا ماشین مربوطه مراجعه نموده و اندازه گیری را انجام داده و ثبت می کنیم. حجم نمونه یعنی تعداد قطعاتی که در هر بار مراجعه به ماشین از مجموعه قطعات تولیدی برداشته و بررسی می شود.

تعداد نمونه ها باید به حد کافی بزرگ باشد تا بتوان براساس اطلاعات بدست آمده از آنها در مورد کل فرایند تولید قضاوت نمودو در تهیه نمودارهای X و R بهتر است حداقل ۲۰ نمونه ۴ یا ۵ یا ۶ تایی انتخاب شوند. مثلاً در مورد ۲۰ نمونه ۵ تایی، ۱۰۰ مقدار اندازه گیری شده در برگ اطلاعات ثبت می گردد.

جمع آوری و ثبت مقادیر اندازه گیری شده

در این مرحله بصورت دوره ای به ماشین مورد نظر مراجعه نموده و نمونه برداری انجام می گردد. تعداد دفعات مراجعه به ماشین را K و قطعات برداشته شده را به n نمایش می دهیم.

۴- انجام محاسبات

در این مرحله ابتدا برای هر کدام از نمونه ها میانگین مقادیر اندازه گیری شده محاسبه می شود.
نمونه / جمع مقادیر اندازه گیری شده = میانگین نمونه
مثالاً اگر در نمونه شماره 10 اندازه های 35، 40، 25 و 20 را داشته باشیم :

$$X_{10} = (35+40+25+20) / 4 = 30$$

سپس باید دامنه مربوطه به هر نمونه محاسبه شود:

کوچکترین اندازه - بزرگترین اندازه = دامنه

$$R_{10} = 40 - 20 = 20$$

در مرحله بعدی X یعنی میانگین همه میانگین ها و R یعنی میانگین دامنه ها محاسبه می شود :

تعداد نمونه ها (k) / مجموع همه میانگین ها = میانگین میانگین ها

تعداد نمونه ها (k) / مجموع همه دامنه ها = میانگین دامنه ها

پس از محاسبه X و R حدود کنترل برای نمودار R و X به تفکیک محاسبه می شود:

که حد بالای نمودار R با UCL_R و حد پایین آن با LCL_R نشان داده می شود. و از فرمول زیر

محاسبه می شود:

$$UCL_R = D_4 \cdot R$$

$$LCL_R = D_3 \cdot R$$

D_4 و D_3 ضرایبی هستند که براساس حجم نمونه n از جدول زیر محاسبه می شوند.

(جدول ۴)

N	2	3	4	5	6	7	8	9	10
D_4	3.27	2.57	2.27	2.11	2.00	1.92	1.86	1.82	1.78
D_3	*	*	*	*	*	0.8	0.14	0.18	0.22
A_2	1.88	1.02	0.73	0.58	0.84	0.42	0.37	0.34	0.31

برای محاسبه حدود کنترل نمودار X نیز از فرمولهای زیر استفاده می شود :

$$UCL_{(X)} = X + A_2 \times R$$

$$LCL_{(X)} = X - A_2 \times R$$

ضریب A_2 براساس حجم نمونه n از جدول (۴) محاسبه می شود. برای رسم نمودار R محور افقی

نمایش شماره نمونه ها و محور عمودی دامنه می باشد.

حال حدود کنترل بالا و پایین را روی نمودار رسم می کنیم. خط مرکزی در نمودار R همان میانگین

دامنه ها (R) است.

سپس دامنه مربوط به هریک از نمونه ها بصورت یک دایره توپر روی نمودار مشخص می شود.

نقاطی که خارج از حدود بالا و پایین واقع شوند نقاط خارج از کنترل نامیده می‌شوند بصورت دوایر

بزرگتر روی منحنی نشان داده می‌شود. (نمودار شماره ۷)

برای رسم نمودار X مانند نمودار R عمل کرده ولی محور عمودی در این حالت نشان دهنده میانگین

خواهد بود. خط مرکزی در نمودار X، میانگین میانگین‌ها (X) است.

در این حالت نمونه شماره ۲ خارج از حدود کنترل است.

با مشاهده و بررسی نمودارهای کنترل می‌توان تغییرات فرایند و تغییرات میانگین را مشخص نمود.

منحنی‌های X و R به تفکیک رسم شده و بررسی می‌گردند. گاهی اوقات با مقایسه بین دو منحنی

به وجود علل خاص که فرایند تولید را تحت تاثیر قرار می‌دهند پی برده می‌شود.

آنالیز و بررسی نقاط بر روی منحنی R

پس از رسم منحنی R ابتدا نقطه بدست آمده با حدود کنترل مقایسه می‌گردد تا اگر نقطه‌ای خارج

از حدود کنترل وجود دارد یا تغییر غیرعادی در منحنی در نقطه‌ای یافت می‌شود علل پیدایش این

نقاط بررسی می‌گردد.

نقاط بیشتر یا کمتر از حد کنترل

وجود یک نقطه یا تعدادی از نقاط که بیشتر یا کمتر از مورد کنترل باشند نشان دهنده این مطلب

است که فرایند در آن نقاط تحت کنترل نمی‌باشد. از آنجاییکه اگر فقط علل متداول وجود داشته

باشند نقاط خارج از حد کنترل به ندرت حاصل می‌گردد در صورت مشاهده این نقاط در منحنی

احتمال وجود علت خاصی برای وجود این نقطه مطرح می‌گردد.

در این حالت بررسی و تجزیه تحلیل سریع فرایند ضروری می‌باشد و در صورت شناسایی علل

خاص با توجه به وضعیت فرایند در مورد این علل تصمیم گیری می‌شود.

• وجود یک نقطه بالاتر از حد کنترل UCL در منحنی R نشان دهنده یکی از حالتهای زیر می‌باشد.

- محاسبات مربوط حدود کنترل و نقاط مشخص شده بر روی منحنی نادرست است.

- تغییرات در نمونه‌ها افزایش یافته و تمایل به یک سمت در فرایند ایجاد شده است.

(وضعیت فرایند بدتر شده)

- روش اندازه گیری و نمونه برداریها به صورت مناسب و صحیح نمی‌باشد و نیاز به بررسی بیشتر دارد.

وجود نقاط پایین تر از حد کنترل LCL نشان دهنده یکی از موارد زیر است:

- محاسبات مربوط به حدود کنترل نادرست بوده و یا در تعیین نقطه مورد نظر اشتباه شده است.

- پراکنش داده ها کاهش یافته است (وضعیت بهتر شده است).
- وجود تغییری در سیستم اندازه گیری
- بررسی نمونه ها و نقشه های نمودارهای کنترل

وجود هر الگوی غیرعادی یا تمايل در منحنی (حتی در حالتیکه تمام نمونه ها بین حدود کنترل قرار گرفته باشند) نشان دهنده غیرکنترل بودن فرایند یا تغییر در گستره فرایند طی زمان خاص است و چنین حالتی را می توان بعنوان اولین اخطار برای ایجاد شرایط نامطلوب در فرایند دانست. گاهی الگوهای مشخص با تمايلات منحنی مطلوب بوده و نیاز به بررسی بیشتر دارند تا در اصلاحات احتمالی فرایند بکار برده شوند در این حالت با مقایسه بین نمودارهای میانگین و دامنه آگاهی و بینش بیشتری در تفسیر فرایند بدست می آید.

Runs

هر کدام از حالتهای زیر نشان دهنده شروع جابجایی (Shift) یا تمايل(Trend) فرایند به یک سو می باشد.

- ۱- هفت نقطه در یک ردیف در یک طرف خط میانگین
- ۲- هفت نقطه در یک ردیف که به طور متوالی افزایش یافته (مساوی یا بیشتر از نقطه قبلی) یا بطور متوالی کاهش یافته اند.

در بررسی فرایند این نقاط و زمان شروع تغییرات بسیار مهم بود و تصمیم گیری را تحت تاثیر قرار می دهند.

در شکل سمت چپ هفت نقطه بالا و هفت نقطه پایین تقریباً در یک خط و به طور متوالی قرار دارند پس فرایند تحت کنترل نمی باشد.

در شکل سمت راست در انتهای منحنی افزایش مقادیر R مشاهده می گردد بنابراین فرایند تحت کنترل نمی باشد. ممکن است این حالت Long Run Up ناشی از فرسایش تدریجی یک دستگاه یا یک جزو مهم در فرایند باشد.

افزایش متوالی نقاط در بالای خط میانگین Up Run یا وجود Run بالای خط میانگین نشان دهنده

یکی از موارد زیر است:

- افزایش گستره در خروجی سیستم که ممکن است از علتی خاص بوجود آمده باشد مثل

تغییر در تجهیزات یا تغییر و جابجایی در یکی از المانهای فرایند. این مشکلات نیاز به تصحیح به موقع و مناسب دارد.

- تغییر در روش اندازه گیری سیستم (مثل بازرسان جدید و ...)

پیدایش حالت Run Down یعنی کاهش متوالی نقاط در زیر خط میانگین و یا حالت Run در زیر این

خط ناشی از موارد زیر است:

- دامنه های کوچکتر در مقادیر خروجی که معمولاً حالت بهتری در فرایند ایجاد می کند. در

این حالت نقاط حاصل باید بررسی شده و در بهبود فرایند سیستم مدنظر باشند.

- وقوع یک تغییر در سیستم اندازه گیری که می تواند ملاحظه تغییرات واقعی در کارایی فرایند را مخدوش نماید.

توجه: هنگامی که تعداد نمونه های هر زیرگروه n کمتر می شود $5 <$ احتمال وجود حالت Runs

افزایش می یابد. اگر بلندی و تعداد این نقاط از هشت عدد بیشتر شود پیدایش چنین حالتی لزوماً نشان دهنده کاهش در تغییرپذیری سیستم می باشد.

علاوه بر نقاط بیشتر یا کمتر از حدود کنترل و حالتها که شرح داده شد گاهی اوقات تغییر در شکل نمودارها از وجود علل خاص در فرایند حاصل می شود. برای بررسی نمودارها می توان از روش زیر استفاده کرد:

فاصله بین نقاط از R

معمولًا در یک منحنی نمودار صحیح $2/3$ نقاط باید در منطقه $1/3$ میانی فاصله بین حدود کنترل بالا و

پایین باشند در حدود $1/3$ نقاط باید خارج از منطقه $1/3$ میانی قرار گیرند. اگر بیش از $2/3$ نقاط

نزدیک به خط مرکزی R قرار داشته باشند (برای 25 زیرگروه اگر بیشتر از 90% نقاط در ناحیه $1/3$ بین حدود کنترل باشند) وجود یکی از حالتها زیر بررسی می شود.

- محاسبات مربوط به حدود کنترل اشتباه بوده و تعیین نقاط بر روی منحنی نادرست می باشد.

- اطلاعات و داده ها مورد دستبرد واقع شده اند (مثلاً "زیرگروههایی که دامنه های آنها از

میانگین انحراف زیادی نشان داده اند حذف شده یا با زیرگروههای دیگر تعویض شده اند). به طور کلی اگر کمتر از $2/3$ نقاط تعیین شده نزدیک به خط مرکزی R باشند (برای 25 زیرگروه اگر $> 45\%$ نقاط در منطقه $1/3$ میانی باشند) یکی از حالتهای زیر وجود دارد:

- محاسبات مربوط به حدود کنترل نادرست است و نقاط تعیین شده بر روی نمودار اشتباه می باشد.

- روش نمونه برداری مناسب نیست و امکان مخلوط شدن نمونه های برداشته شده از خطوط مختلف پدید آمده است.

در مواردی که در منحنی R به علل خاصی پی می بردیم باید فرایند بررسی شده و علت مزبور شناسایی شود و شرایط سیستم طوری تغییر یابد که از بوجود آمدن آن جلوگیری شود و یا در مواردی که علل خاص مطلوب بوده و با کاهش تغییرات در سیستم همراه باشد از آنها برای ایجاد شرایط مناسب و بهبود سیستم استفاده گردد.

بررسی نقاط حاصل به نمودار میانگین ها X

وجود هر الگوی غیرعادی یا تمايل در اين نمودارها نشان دهنده اين مطلب است که فرایند در آن نقطه و طی آن زمان تحت کنترل نمي باشد در اين حالت برای کشف علل ویژه با مقایسه در منحنی X و R مناسب می باشد.

Runs

هریک از حالتهای زیر بیانگر آغاز جابجایی یا تمايل در منحنی است:

- هفت نقطه در یک ردیف در یک طرف خط میانگین.
- هفت نقطه که بطور متوالی کم یا زیاد شده اند.

وجود چنین حالتهایی به یکی از علل زیر یا هر دو علت است:

- میانگین فرایند تغییر یافته و احتمالاً هنوز در حال تغییر است.
- وقوع تغییری در اندازه گیری سیستم (حساسیت دستگاه و تجهیزات و ...)

در حالتیکه الگوی غیرعادی در نمودارها حاصل گردد ممکن است نمونه ها نامناسب انتخاب شده اند و یا روش نمونه برداری نامناسب باشد برای بررسی پراکندگی نقاط می توان از تست زیر استفاده کرد.

معمولاً باید حدود 2/3 نقاط تعیین شده روی نمودار در منطقه 1/3 میانی بین حدود کنترل قرار بگیرند. حدود 1/3 نقاط در منطقه 1/3 فوقانی و 1/3 تحتانی و حدود 1/20 نقاط نزدیک به حدود کنترل باشد. احتمالاً 1/150 نقاط خارج از حدود کنترل بوده اما در سیستم پایدار تحت کنترل می باشند. فقط حدود 99/73% نقاط در محدوده بین حدود کنترل خواهند بود. در حالتی که بیشتر از 2/3 نقاط نزدیک به میانگین فرایند باشند (برای 25 زیرگروه اگر بیش از 90% نقاط در منطقه 1/3 میانی بین حدود کنترل باشند علل زیر باید بررسی شود:

- محاسبات نادرست حدود کنترل و اشتباه در تعیین نقاط بر روی نمودار
- روش اندازه گیری نادرست است.
- اطلاعات مربوط به نمونه ها تصحیح شده اند.

اگر کمتر از 2/3 نقاط نزدیک به خط میانگین واقع شوند (برای 25 زیرگروه اگر 40% نقاط یا کمتر در منطقه 1/4 میانی قرار بگیرند) علل زیر باید بررسی شود:

- محاسبات مربوط به حدود کنترل اشتباه بوده و تعیین نقاط بر روش منحنی نادرست می باشد.
- روش اندازه گیری نمونه ها نادرست است.

شناسایی و بررسی علل خاص

در هریک از حالتهایی که میانگین نمونه ها از کنترل خارج باشد بررسی سریع سیستم و شناسایی علت ها مورد نیاز می باشد با بررسی منحنی ها می توان زمان شروع تغییرات نامطلوب در سیستم و مدت این تغییرات را بررسی نمود. باید در نظر داشت که علل بخصوص همیشه نامطلوب نبوده و گاهی برای کاهش مغایرت ها مناسب می باشد. نقاطی را که علل مشخصی داشته باشند می توان از منحنی حذف نمود و فرایند را تحت کنترل در نظر گرفت.

در این حالت کلیه محاسبات باید مجدداً انجام شود.

در تهیه نمودارهای X و R در صورت مشاهده نقاط خارج از حدود کنترل، برای هریک از این نقاط دو حالت می توان در نظر گرفت :

- ۱- برای خارج قرار گرفتن نقطه مزبور از حدود کنترل ، علت مشخصی وجود دارد.
- ۲- برای خارج قرار گرفتن نقطه مزبور از حدود کنترل ، علت مشخصی وجود ندارد.

در حالت اول می توان نقطه خارج از حدود کنترل را از نمودار حذف کرد. در صورت حذف یک

نقطه از یک نمودار بهتر است این نقطه در هر دو نمودار X و R حذف شود. و محاسبات جدید براساس تعداد نمونه های باقیمانده انجام می شود.

در حالت دوم نمی توان نقاط خارج از کنترل را از نمودار حذف نمود و باید فرایند تولید را خارج از کنترل فرض نمود.

تنظیم فرایند

با مقایسه بین حدود کنترل و حدود مشخصات قابل قبول اندازه مربوطه می توان وضعیت فعلی فرایند تولید را از نظر کیفی بررسی کرده و بهبودی در فرایند تولید بوجود آورد.

برآورده سطح کیفی وضعیت تولید

در این مرحله ابتدا منحنی توزیع فراوانی رسم می شود که در واقع نشان دهنده وضعیت فرایند تولید می باشد.

δ نشان دهنده انحراف استاندارد فرایند است و از رابطه زیر محاسبه می شود :

$$\delta = R / D_2$$

R : میانگین دامنه ها و d_2 : ضریبی که براساس حجم نمونه R از جدول بدست می آید.

مثالاً اگر $n = 4$ و $R = 7$ می باشد

$$\delta = 7 / 2.059 = 3.4$$

در مرحله بعد مقادیر $\mu \pm 3\delta$ محاسبه می شود:

$$\mu + 3\delta = 3\delta + (3 \times 3.4) = 46.2$$

$$\mu - 3\delta = 3\delta - (3 \times 3.4) = 25.8$$

سپس USL و LSL مشخص می گردند:

تولرانس بالایی + اندازه اسمی = حد بالایی مشخصه قابل قبول (USL)

تولرانس پائینی - اندازه اسمی = حد پائینی مشخصه قابل قبول (LSL)

مثالاً اگر اندازه اسمی در نمونه بالا ۴۰ و تولرانس پائینی و بالایی ۹ و ۱۰ باشد :

$$USL = 40 + 10 = 50$$

$$LSL = 40 - 9 = 31$$

با منتقل کردن این نقاط بر روی منحنی وضعیت فرایند بررسی می شود.

که در این حالت قسمت هاشور خورده سمت چپ نشان دهنده ضایعات می باشد.
اگر قسمت هاشور خورده در سمت راست واقع شود در واقع میزان دوباره کاری ها را نشان می دهد.

$$Z = (31-6) / 3.4$$

$$P(Z < -1.47) = 0.0708$$

یعنی حدود 7% دورریز داریم.

بهبود فرایند

در این مرحله باید میزان ضایعات یا دوباره کاری ها بررسی شده و منحنی نرمال را به سمتی سوق دهیم که بهترین حالت و کمترین احتمال ضایعات و دوباره کاری ها را داشته باشیم.

اگر در مورد مثال منحنی نرمال به سمت راست منحرف شود به طوریکه :

$$\mu + 3\delta = 50$$

$$\mu - 3\delta = 29$$

$$\mu = 39.8$$

$$ZC = (31-39.8) / 3.4 = -2.59 \quad (Z < -2.59) = 0.0048$$

با توجه به منحنی نرمال فرایند، با متغیر میانگین یا تغییر حدود USL و LSL یا با تغییر خصوصیات قطعه تولید شده و ... می توان به بهترین حالت از نظر کیفی رسید.

۱-۲-۳- نمودارهای X و S

نمودارهای X و S یکی دیگر از انواع نمودارهای کلی می باشد. این نمودارها مانند نمودارهای X و R هستند با این تفاوت که در این نمودارها به جای دامنه تغییرات R از انحراف استاندارد S استفاده می شود.

انحراف استاندارد برخلاف دامنه تغییرات که تنها دو اندازه از یک مجموعه قطعات را در بر می گیرد، اندازه ای است که تمام مقدار یک مجموعه اقلام را در نظر می گیرد و بدین ترتیب از اندازه گیری دقیق تری از پراکندگی اقلام مجموعه می باشد.

با این حال اگر مقدار اقلام مورد بررسی (در مورد نمودارهای کنترل، حجم نمونه های انتخاب شده) کم شد (معمولًا n<10) دامنه تغییرات ، معیار قابل قبولی برای کنترل پراکندگی است و به علت ساده بودن محاسبه آن از این معیار استفاده می شود ولی اگر حجم نمونه زیاد باشد لزوماً، باید از انحراف

استاندارد استفاده شود و با نمودار S به بررسی پراکندگی فرایند پرداخته شود.

مراحل تهیه نمودارهای X و S

مراحل تهیه این نمودارها مانند نمودارهای X و R است فقط به جای دامنه، انحراف استاندارد هر نمونه محاسبه می شود و سپس میانگین انحراف استانداردها بدست می آید.

$$S = \left(\sum (X_i - \bar{X})^2 / (n - 1) \right)$$

پس از محاسبه انحراف استاندارد هر نمونه، انحراف استاندارد میانگین محاسبه می شود.

$$S = (S_1 + S_2 + S_3 + \dots S_n) / k$$

این مقدار خط مرکزی (CL) نمودار S خواهد بود.

$$UCL_S = B_4 \cdot S$$

$$LCL_S = B_3 \cdot S$$

$$UCL_S = \bar{X} + A_3 S$$

$$LCL_S = \bar{X} - A_3 S$$

N	2	3	4	5	6	7	8	9	10
B ₄	3.27	2.57	2.27	2.09	1.97	1.88	1.82	1.76	1.72
B ₃	*	*	*	*	0.3	0.12	0.19	0.24	0.28
A ₃	2.66	1.95	1.63	1.43	1.29	1.18	1.10	1.03	0.98

انحراف استاندارد فرایند بطور تخمینی

$$\delta = S / C_4 = \delta_{s/c4}$$

که در آن S میانگین انحراف استاندارد نمونه هاست و C₄ ضریبی است که برحسب تعداد نمونه ها از جدول بدست می آید. اگر فرایند از توزیع نرمال پیروی کند در صورتیکه انحراف استاندارد و میانگین هر دو تحت کنترل آماری باشند، مقدار تقریبی δ دقیقاً می تواند بعنوان معیار سنجش توانایی فرایند بکار رود.

N	2	3	4	5	6	7	8	9	10
C ₄	0.798	0.888	0.921	0.940	0.952	0.959	0.965	0.969	0.973

مثال: برای کنترل وزن رب گوجه فرنگی که در قوطی فلزی پر می شوند می خواهیم از نمودارهای کنترل X و S استفاده کنیم. برای این منظور از خط قوطی پرکن روزانه وزن ۲۰ قوطی پر شده را اندازه گیری و ثبت می کنیم و این کار را به مدت ۲۰ روز ادامه می دهیم. وزن قوطی ها بر حسب اندازه گیری شده و حد مطلوب آن 117.5 ± 2.5 است.

$$X = (X_1 + X_2 + \dots + X_n) / k$$

$$X = (117.78 + 117.34 + \dots + 117.64) / 20 = 117.51$$

$$S = S_1 + S_2 + S_3 + \dots + S_k$$

$$S = 18.376 / 20 = 0.919$$

$$UCL_S = B_4 \cdot S = 1.716 \times 0.919 = 1.580$$

$$LCL_S = B_3 \cdot S = 0.284 \times 0.919 = 0.261$$

$$UCL_X = X + A_{3S} = 117.51 + (0.98 \times 0.919) = 118.41$$

$$LCL_X = X - A_{3S} = 117.51 - (0.98 \times 0.919) = 117.61$$

ملاحظه می شود که کلیه نقاط بین حدود کنترل قرار دارند.

بررسی بهبود فرایند

در این مرحله ابتدا انحراف استاندارد فرایند محاسبه می شود.

$$\delta = S / C_4 = 0.919 / 0.976 = 0.944$$

$$\mu + 3\delta = 117.51 + (3 \times 0.944) = 120.342$$

$$\mu - 3\delta = 114.678$$

حال منحنی نرمال را رسم می کنیم.

در این حالت هم در سمت چپ و هم در سمت راست سطح هاشورخورده وجود دارد یعنی با وجود تحت کنترل بودن فرایند، وزن بعضی قوطی های پر شده در محدوده قابل قبول نمی باشد.

درصد قوطی های با وزن خارج از محدوده کنترل:

$$Z_1 = (USL - \mu) / \delta = Z_1 = 120 - 117.51 / 0.944 = 2.63$$

$$P(Z < 2.63) = 0.9957$$

$$P(Z > 2.63) = 1 - 0.9957 = 0.0043$$

قوطی ها دارای وزن بیشتر از حد تعیین شده اند.

$$Z_2 = (LSL - \mu) / \delta = Z_2 = 115 - 117.51 / 0.944 = -2.65$$

$$P(Z_2 < -2.65) = 0.0049$$

یعنی ۰.۴۹% قوطی ها دارای وزن کمتر از حد تعیین شده اند.

$$0.40\% + 0.43\% = 0.83\%$$

حدود ۰.۸% قوطی ها وزن نامطلوب دارند. با تنظیم میانگین فرایند قوطی پرکنی (یعنی با انحراف منحنی به سمت چپ یا راست) می توان نسبت قوطی های با وزن بیشتر از حد یا کمتر از حد را کمتر ابیشتر نمود که البته تصمیم گیری برای این کار با در نظر گرفتن هزینه های مربوط صورت می گیرد.

(X and R) Median Charts - ۱-۲-۴

این نمودار تغییرات مقادیر انفرادی X را نشان می دهد و در شرایطی که بین اندازه گیری ها فاصله زیادی واقع شود و یا بدست آوردن و محاسبه میانگین هر زیر گروه مشکل بوده تنها برای یک نمونه از فرایند تولید به سادگی امکان پذیر باشد بیشترین کاربرد را دارد. این نمودار به اندازه نمودار میانگین ها (X) نسبت به کشف تغییرات در فرایند تولید حساس نمی باشد ولی با توجه به این که حدود کنترل برای مقادیر انفرادی را می توان مستقیماً با حدود مشخصات قابل قبول مقایسه کرد با این نمودار مشکل مقایسه میانگین نمونه ها با حدود مشخصات قابل قبول برطرف می شود. از آنجایی که در نمودارهای R و X هم میانه و هم گستره نشان داده می شوند می توان از این نمودارها برای مقایسه خروجی های چندین فرایند و یا بررسی خروجی یک فرایند در مراحل متوالی استفاده نمود.

مراحل تهیه: نمودارهای X و R معمولاً برای نمونه های $<10>$ عدد بکار می رود. نمونه های منفرد در این حالت بسیار مناسب می باشند. اگر تعداد نمونه ها در هر زیر گروه جفت باشد نمودار براساس میانگین دو واحد مرکزی رسم می شود. میانه هر زیر گروه، X و دامنه آن، R در جدول ثبت می گردد.

در این نمودار خط مرکزی میانگین میانه ها، X است.

میانگین دامنه ها با R مشخص می گردد. سپس حدود کنترل از روابط زیر محاسبه می شود:

$$UCL_R = D_4 R$$

$$LCL_R = D_3 R$$

$$UCL_X = X + A_{2R}$$

$$LCL_X = X - A_{2R}$$

مقادیر D_4 و A_2 و D_3 بر حسب n از جدول محاسبه می شود.

N	2	3	4	5	6	7	8	9	10
D_4	3.27	2.57	2.28	2.00	2.00	1.92	1.86	1.86	1.78
D_3	*	*	*	*	*	0.08	0.14	0.14	0.22
A_2	1.88	1.19	0.80	0.69	0.55	0.51	0.43	0.41	0.36

بررسی قابلیت فرایند

برای بررسی قابلیت فرایند از رابطه $R/d_2 = \delta$ استفاده می شود که در آن R میانگین دامنه ها است و d_2 از جدول محاسبه می شود.

n	2	3	4	5	6	7	8	9	10
d_2	1.13	1.69	2.06	2.33	2.53	2.70	2.85	2.97	3.08

پس از رسم نمودار پراکندگی نقاط و فاصله میانگین از حدود کنترل بررسی می شود.

نمودارهای کنترل برای نمونه های منفرد و دامنه های متغیر (X-MR)

گاهی اوقات لازم است که کنترل فرایند براساس اطلاعاتی که از یک نمونه استخراج می شود بررسی گردد نه تعدادی از نمونه ها، در این حالت اختلاف در زیرگروهها عملاً صفر است این حالت وقتی اتفاق می افتد که اندازه گیری گران بوده و یا خروجی سیستم در هر نقطه هموزن و یکسان باشد. در این گونه موارد از نمودارهای کنترل X-MR استفاده می شود. این نمودارها مانند نمودارهای X و R حساس و دقیق نبوده و تغییرات جزئی سیستم را مشخص نمی کنند. در صورتی که توزیع فرایند متقارن نباشد در بکارگیری این نمودارها دقت زیادی لازم است.

مراحل تهییه: مقادیر قرائت شده برای هر نمونه در برگ اطلاعات ثبت می شود. سپس متغیر R

(دامنه ها) در نمونه ها محاسبه می شود (MR). بهتر است اختلاف بین هر دو اندازه متوالی محاسبه

شود (مثلاً) اختلاف بین نمونه اول و دوم یا نمونه دوم و سوم و ...) بدین ترتیب تعداد مقادیر بدست آمده از تعداد نمونه ها یک عدد کمتر خواهد بود مثلاً برای 25 نمونه 24 مقدار بدست می آید. نکته مهم در این مورد آن است که اگرچه نمونه برداری و اندازه گیری ساده می باشد شماره قرائت هاست که بسیار مهم بوده و با n مشخص می شود.

برای محاسبه حدود کنترل از فرمولهای زیر استفاده می شود:

$$UCL_{MR} = D_4 R$$

$$LCL_{MR} = D_3 R$$

$$UCL_X = X + E_2 R$$

$$LCL_X = X - E_2 R$$

که در آن R میانگین Moving Ranges (مقادیر محاسبه شده اختلاف بین گروهها) و X میانگین فرایند و D_3 و D_4 و E_2 بر حسب n جدول محاسبه می شوند. X براساس جمع مقادیر در هر قرائت تقسیم بر تعداد صفحات قرائت شده محاسبه می شود.

n	2	3	4	5	6	7	8	9	10
D_4	3.27	2.57	2.28	2.11	2.00	1.92	1.86	1.82	1.78
D_3	*	*	*	*	*	0.8	0.14	0.18	0.22
E_2	2.66	1.77	1.46	1.29	1.18	1.11	1.05	1.01	0.98

وجود نقاط خارج از حدود کنترل نشانه یک علت خاص است. چون تعداد نمونه ها کم است وجود تمایل Trend در منحنی بسیار مهم بوده و باید بررسی شده و علت آن کشف شود. پس از رسم منحنی وجود نقاط خارج از حدود کنترل پراکنش نقاط بین حدود کنترل و وجود الگوها و تمایل Trend در منحنی بررسی می گردد.

اگر توزیع فرایند نامتقارن باشد ممکن است با بکارگیری روش هایی که در مورد نمودار X وجود دارد علامتی از وجود یک علت خاص در منحنی دیده شود در حالی که این علت وجود ندارد. از آنجاییکه تعداد نمونه ها در هر زیرگروه کم است (یک عدد) قرائت اشتباه می تواند شکل منحنی را تحت تاثیر قرار دهد. بنابراین دقت در انجام نمونه برداری قرائت نمونه بسیار مهم می باشد.

قابلیت فرایند

انحراف استاندارد در نمودار X-MR مانند منحنی R و X از فرمول زیر محاسبه می شود.

$$\delta = R / d_2 = \delta_{R/d_2}$$

که در آن R میانگین اختلاف دامنه ها (Moving Range) و d_2 مقدار ثابتی است که براساس n از جدول محاسبه می شود.

اگر توزیع فرایند نرمال باشد مادامی که فرایند تحت کنترل آماری باشد مقدار تخمینی δ می تواند مستقیماً بعنوان معیار سنجش قابلیت فرایند بکار رود.

n	2	3	4	5	6	7	8	9	10
D ₂	1.13	1.69	2.06	2.33	2.53	2.70	2.58	2.97	3.09

قابلیت فرایند و کارایی فرایند

برای توصیف یک فرایند پایدار تحت کنترل از توزیع آن استفاده می شود. خصوصیات محصولات معمولاً به سمت مرکز این توزیع تمایل دارند. اگر توزیع بصورت مناسب نباشد مثلاً ممکن است محصولاتی تولید شوند که ویژگی های انها با اهداف خواسته شده (Target) مطابقت نداشته باشند. در این حالت فرایند تولید در پاسخگویی به نیازهای مشتریان ناتوان می باشد. اگر گستره توزیع خیلی پهن و پراکنش نقاط زیاد باشد و ... مشکلات مشابهی پدید خواهد آمد.

با بررسی اطلاعات حاصل از نمونه های تولید شده و بکارگیری تکنیکهای ویژه می توان قابلیت فرایند را بررسی نمود.

شاخص تغییرات فرایند در ارتباط با ویژگی ها P_p و C_p می باشد.

تغییرات فرایند و مرکزیت فرایند با CPU و CPL و C_{pk} و P_{pk} بررسی می شود. نسبت تغییرات در سیستم در ارتباط با ویژگی ها با CR و PR بررسی می گردد.

Inherent Process Variation

این تغییرات از علل متداول بوجود آمده و معمولاً از نمودارهای کنترل بوسیله R/d_2 و گاهی از موارد دیگر مثل S/C_4 بیان می شوند.

تغییرات کل سیستم Total Process Variation

این تغییرات از هر دو علت خاص و متدالو ناشی می شوند و این تغییرات ممکن است با انحراف استاندارد S مشخص شود که در آن n تعداد تمام گروههای مورد قرائت است.

$$S = \sqrt{\frac{\sum (X_i - \bar{X})^2}{n-1}} = \delta_S$$

که در آن X_i مقدار بدست آمده در هر قرائت و n تعداد کل نمونه ها طی بررسی است و \bar{X} میانگین مقادیری است که در هر قرائت بدست آمده است.

قابلیت فرایند Process Capability

براساس مقدار 6δ از تغییرات ذاتی سیستم بیان می شود و فقط در فرایندهای پایدار که تحت کنترل می باشند بکار می رود. مقدار δ براساس مقدار تقریبی R/d_2 محاسبه می شود.

$$\delta_{R/d_2} = \delta = R/d_2$$

کارایی فرایند Process Performance

براساس مقدار 6δ از تغییرات کل سیستم بیان می شود و با S یعنی انحراف استاندارد نمونه محاسبه می شود. (δ_S)

محاسبه و فرمول ها

: ایندکس قابلیت فرایند است و برابر است با تفاوت حدود بالا و پایین تقسیم بر 6δ .

$$C_P = (USL - LSL) / 6\delta_{R/d_2}$$

: ایندکس کارایی فرایند است و فقط برای مقایسه با C_{pk} یا C_P بکار می رود و از فرمول زیر محاسبه می شود:

$$P_P = (USL - LSL) / 6\delta_S$$

: ایندکس بالایی قابلیت فرایند است که برابر است با فاصله حد بالا از میانگین منحنی تقسیم بر 3δ .

$$C_{PU} = (USL - \bar{X}) / 3\delta_{R/d_2}$$

: ایندکس پایین قابلیت فرایند است و مقدار آن برابر است با تفاوت بین حد پایین از میانگین تقسیم بر 3δ :

$$C_{PL} = (\bar{X} - LSL) / 3\delta_{R/d_2}$$

C_{PK} : ایندکس قابلیت فرایند است و برای بررسی مرکزیت فرایند بکار می رود و برابر است با کمترین مقدار CPL و CPU . مقدار عددی C_{PK} برابر است با فاصله بین مرکز فرایند و نزدیکترین حد ویژگی تقسیم بر نصف گستره فرایند.

P_{pk} : ایندکس کارایی فرایند است و برای بررسی مرکزیت فرایند بکار می رود و برابر است با حداقل تفاوت حدود بالا و پایین کنترل از مقدار میانگین تقسیم بر $3\delta_S$ یعنی: حداقل یکی از دو فرمول زیر:

$$(USL - X) / 3\delta_S \quad \text{یا} \quad (X - LSL) / 3\delta_S$$

: برای مقایسه با C_{PK} و C_P بکار می رود.

C_R : بررسی نسبت قابلیت فرایند

$$C_R = 1 / C_P = (6\delta_{R/d2}) / (USL - LSL)$$

P_R : نسبت کارایی سیستم

$$P_R = 1 / P_P = (6\delta_S) / (USL - LSL)$$

بررسی انحراف استاندارد

هم S که در محاسبات بالا مطرح شده و هم S که در منحنی X و S بیان می شود هر دو از فرمول انحراف استاندارد محاسبه می شوند.

$$S \text{ and } S = (\sum (X_i - \bar{X})^2 / (n-1))$$

n به دو صورت بیان می شود :

- در مورد نمونه های منفرد: n تمام نمونه های تحت بررسی است یعنی تعداد کل اقلام نمونه برداری شده

- در مورد نمودارهای X و S : n شماره نمونه ها در هر زیرگروه است یعنی در هر بار مراجعه به دستگاه نمونه برداری انجام می شود.

δ_S انحراف استاندارد کل فرایند است و در آن سه نمونه ها محاسبه می شود. (و S محاسبه می شود)

ولی δ_S انحراف استاندارد زیرگروههای است و در آن S بکار برده می شود.

در بررسی قابلیت فرایند توجه به چهار نکته ضروری است:

- فرایند باید از نظر آماری پایدار باشد.

- اندازه گیری ها و نمونه ها از یک توزیع نرمال پیروی کنند.
 - ویژگی ها براساس نیازهای مشتری بیان شده باشد.
 - مقادیر تخمینی محاسبه شده با مقادیر واقعی تر نزدیک باشند.
- مثلاً اگر مقدار محاسبه شده $C_{PK} = 1.05$ باشد ممکن است مقدار واقعی $C_{PK} = 1.4$ باشد.

نکات:

- هیچ معیاری به تنها ی برای تفسیر فرایند بکار نمی رود. معمولاً دو ایندکس یا بیشتر با هم مقایسه می شوند. مثلاً ترکیب C_P و C_{PK} یا P_P و P_{PK} یا
- در بررسی فرایندها حتماً باید منحنی های کنترل و روش های محاسباتی هم زمان صورت پذیرد. تعیین نقاط بر روی منحنی و رسم نمودارها برای بررسی تغییرات سیستم بسیار سودمند بوده و با بررسی δ_S و δ_{R/d_2} می توان فاصله بین کارایی سیستم و قابلیت سیستم را بررسی نمود و در جهت بهبود سیستم تصمیم گیری کرد.

اندازه این فاصله نشان دهنده وسعت ناحیه ای است که فرایند از کنترل خارج می شود و در فرایندهای ناپایدار این فاصله نشانه میزان ناپایداری سیستم است.

در فرایندهای ناپایدار مقادیر δ_S و δ_{R/d_2} اختلاف بیشتری دارند تا فرایندهای پایدار.

محاسبه قابلیت فرایند

پس از بررسی منحنی های X و R قابلیت فرایند مشخص می شود. تکنیکهای بسیاری برای محاسبه قابلیت فرایند تحت کنترل وجود دارد. قابلیت فرایند به دلایل زیر فقط مقادیر تقریبی را مشخص می کند:

- نمونه ها دائمًا در حال تغییرند.
 - هیچ فرایندی به طور کامل تحت کنترل های آماری نیست.
 - هیچ فرایندی بطور کامل از توزیع نرمال پیروی نمی کند. (یا هر توزیع دیگری)
- از آنجائیکه تغییرات فرایند ناشی از تغییر زیرگروهها، به دامنه زیرگروهها بستگی دارد، مقدار تخمینی انحراف استاندارد فرایند δ می تواند براساس میانگین دامنه ها محاسبه شود.

$$\delta = R / d_2 = \delta_{R/d_2}$$

در حالتی که R و میانگین توزیع نرمال پیروی داشند δ می تواند بعنوان معیاری برای محاسبه

قابلیت فرایند مطرح شود. مقادیر d_2 براساس تعداد نمونه ها در هر زیرگروه از جدول محاسبه می شود.

n	2	3	4	5	6	7	8	9	10
d_2	1.13	1.69	2.06	2.33	2.53	2.70	2.85	2.97	3.08

قابلیت فرایند بعنوان فاصله بین میانگین از حدود کنترل قابل قبول ویژگی ها بیان می شود. در فرایندی که از توزیع نرمال پیروی می کند مقادیر X و $\delta_{R/d2}$ و Z بسیار مهم بوده و در تفسیر فرایند بکار می رود.

برای ویژگی هایی که بصورت حداکثر یا حداقل تعریف می شوند:

$$Z = (USL - X) / \delta_{R/d2} \quad \text{یا} \quad Z = (X - LSL) / \delta_{R/d2}$$

که در آن X میانگین فرایند و SL حدود ویژگی ها و مقدار $\delta_{R/d2}$ انحراف استاندارد فرایند است.

برای ویژگی هایی که مقادیر پذیرش بالا و پایین دارند:

$$Z_{USL} = (USL - X) / \delta_{R/d2}$$

حداقل Z_{min} و Z_{USL} را به Z_{LSL} نشان می دهند.

$$Z_{LSL} = (X - LSL) / \delta_{R/d2}$$

مقادیر منفی Z نشان دهنده خارج بودن میانگین از ویژگی هاست.

مقادیر Z_{value} در جداول توزیع نرمال استاندارد (ضمیمه جزوه SPC) آورده شده است.

Z نشان دهنده انحراف استاندارد از میانگین فرایند می باشد مثلاً هنگامی که Z=2.17 است.

$$P_Z = 0.150 = 1.5\%$$

محاسبه عدد CP

محاسبات و فرمول ها:

$$C_p = USL / 6\delta \quad \delta = R/d_z$$

الف - در منحنی توزیع نرمال بالا عدد $C_p > 1$ باشد یعنی حدود بالا و پایینی بین حدود استاندارد بالا و پایین است و در این حالت منحنی از دو طرف به اندازه $35 + \mu$ و $35 - \mu$ پراکنده شده است.

(شكل الف)

ب - در حالتیکه $C_p = 1$ باشد در حدود 27 مغایرت در هر 10000 واحد محصول وجود دارد. در این حالت حدود بالایی و پایینی استاندارد درست بر روی LSL و USL واقع می شود.

ج - در این حالت $C_p < 1$ است و حد پایینی و بالایی استاندارد از $\mu - 3\delta$ و $\mu + 3\delta$ کمتر است. در چنین حالتی تعداد زیادی از محصولات تولید شده با خصوصیات مورد نظر مغایرت دارند و فرایند باید بررسی شود.

محاسبه CPK

$$CPL = (X - LSL) / 3\delta R/d_z \quad CPL = (13-10)/3 \times 2.3 = 1.5$$

$$CPU = (USL - X) / 3\delta R/d_z \quad CPU = (18-13) / 3 \times 2.3 = 2.5$$

کمترین مقدار CPU و CPL در واقع CPK است.

CPK : ایندکس قابلیت فرایند است و برای سنجش توانایی فرایند در ایجاد اعداد نزدیک به حد میانگین محاسبه می گردد. که براساس کمترین میزان CPU و CPL محاسبه می گردد.

معادل حاصل تقریق CPU یا X با CPL است (فاصله بین خط مرکزی و نزدیکترین حد بالا و پایین) تقسیم بر 1.2 کل پهنهای منحنی توزیع فراوانی.

سایر فرمولها:

$$K = (\text{Target mean point} - \text{Actual mean point}) / 0.5(\text{USL} - \text{LSL})$$

$$CPK = C_p (1-K)$$

محاسبه Z_{min}

$$Z_{USL} = (USL - X) / \delta R/d_z \quad Z_{LSL} = (X - LSL) / \delta R/d_z = 1.5$$

$$Z_{min} = \text{minimum of } Z_{usl} \text{ or } Z_{lsl}$$

در یک فرایند تحت کنترل $Z_{min} > 3$ یا $C_{pk} > 1$

و در حالت ایده آل $Z_{min} > 4$ یا $C_{pk} > 1/33$

$$CPK = Z_{min} / 3$$

ایندکس Z فاصله بین میانگین فرایند را از حدود بالا و پایینی تفسیر می کند.

بعنوان مثال :

$$X = 0.738 \quad Z_{USL} = (0.9 - 0.738) / 0.725 = 2.23$$

$$\delta = 0.725$$

$$USL = 0.9 \quad Z_{LSL} = (0.8 - 0.738) / 3.28 = 3.28$$

$$LSL = 0.5$$

$$C_p = 0.92 \quad C_p < 1$$

$$C_{pk} = 2.237 / 3 = 0.74$$

در مثال فوق Z_{usl} نامناسب است پس منحنی در سمتی که به USL نزدیکتر است اشکال دارد و باید به سمت چپ کشیده شود. با تغییر میانگین $X = 0.700$ می شوند.

$$(LSL + USL) / 2 = 0.7 = X = 0.7$$

$$Z_{USL} = (0.9 - 0.7) / 0.725 = 2.76$$

$$Z_{LSL} = (0.7 - 0.5) / 0.725 = 2.76$$

$$P_{ZUSL} + P_{ZLSL} = 0.0029 + 0.0029 = 0.0058 = 0.06$$

$$C_{pk} = Z_{min} / 3 = 0.92$$

$$Z_{min} = 4$$

$$Z_{min} = 4$$

$$\delta_{new} = (USL - X) / Z_{new} = (0.9 - 0.738) / 9 = 0.405$$

یعنی باید δ و استانداردها را از 0.0725 به 0.045 کاهش داد.

$$\delta_{new} = (X - LSL) / Z_{new} = (0.9 - 0.7) / 9 = 0.05$$

گاهی اوقات می توان حدود بالا و پایین استاندارد را تا اندازه ای تغییر داد.

$$Z_{min} = 4(X \pm 4\delta)$$

اگر تغییری در فرایند حاصل نشود حالت $X \pm 4\delta$ و USL و LSL جدید را مشخص می کنند.

$$X \pm 4\delta = 0.738 \pm (4 \times 0.725) = 0.738 \pm 0.29$$

$$X = 0.7$$

$$X \pm 4\delta = 0.7 \pm (4 \times 0.725) = 0.410 \text{ یا } 0.990$$

نمونه حل دو مسئله جهت محاسبه CPK : (با فرض توزیع نرمال و فرایند تحت کنترل)

۱- یک پین با قطر 10mm و تولید شده است. ۱۰ فقره نمونه برداشته شده

نتایج زیر را به دنبال داشته است. CPK را محاسبه کنید.

شماره نمونه	مقادیر قرائت شده	$(X_i - \bar{X})$	$(X_i - \bar{X})^2$
1	10.1	+0.2	0.04
2	9.8	-0.1	0.01
3	10.0	+0.1	0.01
4	9.8	-0.1	0.01
5	10.1	+0.2	0.04
6	10.0	+0.1	0.01
7	9.9	0	0
8	9.7	-0.2	0.04
9	9.8	-0.1	0.01
10	9.8	-0.1	0.01
X	9.9		0.18

$$\delta = \Sigma (X_i - \bar{X})^2 / (n - 1) = (0.18 / 9) = 0.14$$

$$\left. \begin{array}{l} (X - LSL) / 3\delta = (9.9 - 9.5) / (3 \times 0.14) = 0.95 \\ (USL - X) / 3\delta = (10.5 - 9.9) / (3 \times 0.14) = 1.43 \end{array} \right\} = CPK = 0.95$$

۲- در تولید محصولی با قطر اسمی 26.75mm و تلرانس مجاز $\pm 0.15\text{mm}$ از 10 سری تولید شده از هریک 10 نمونه برداشته شده و اندازه های قطر خارجی به شرح زیر یادداشت شده اند. مطلوب است محاسبه CPK با فرض توزیع نرمال و فرایند تحت کنترل.

شماره بندل	اندازه های یادداشت شده											X	R
1	26.84	26.74	26.84	26.74	26.76	26.82	26.84	26.82	26.84	26.84	26.808	0.1	
2	26.83	26.84	26.80	26.82	26.78	26.80	26.78	26.82	26.76	26.78	26.801	0.08	
3	26.80	26.85	26.82	26.82	26.81	26.83	26.78	26.78	26.78	26.74	26.801	0.11	

4	26.80	26.85	26.70	26.74	26.74	26.81	26.84	26.86	26.87	26.84	26.805	0.17
5	26.80	26.82	26.84	26.85	26.88	26.86	26.85	26.83	26.82	26.82	26.834	0.06
6	26.80	26.82	26.81	26.82	26.82	26.79	26.75	26.78	26.78	26.79	26.796	0.07
7	26.90	26.82	26.90	26.84	26.90	26.85	26.90	26.86	26.90	26.83	26.87	0.08
8	26.90	26.88	26.90	26.86	26.90	26.86	26.90	26.84	26.90	26.88	26.88	0.06
9	26.90	26.90	26.90	26.88	26.90	26.86	26.90	26.90	26.90	26.86	26.89	0.04
10	26.86	26.88	26.90	26.90	26.90	26.90	26.86	26.90	26.90	26.90	26.89	0.04
										X	R	
										26.84	0.08	
										26.81	0.0983 = 0.1	

با توجه به نمونه های 10 تایی d_2 از جدول ضرایب نمودارهای کنترل معادل 3.078 ثبت می شود.

$$\delta = R / d_2 = 0.08 / 3.078 = 0.025$$

$$LSL = 26.75 - 0.15 = 26.60$$

$$(X - LSL) / 3\delta = (26.84 - 26.6) / (3 \times 0.025) = 3.2$$

$$USL = 26.75 + 0.15 = 26.9$$

$$(USL - X) / 3\delta = (26.9 - 26.84) / (3 \times 0.025) = 0.8 = CPK = 0.8$$

نتیجه اولیه: چنانچه ملاحظه می شود فرایند در تامین نقاط نزدیک به حد بالایی کنترل قابلیت ندارد و لازم است اکیداً فرایند تنظیم شده و با توجه به 3.2 بدست آمده برای اعداد نزدیک به حد پایینی کنترل قالبها محکمتر شده و قطر خارجی کاهش یابد.

نکته دیگر: با ملاحظه X های بدست آمده ملاحظه می شود که بندل های شماره 7 تا 10 میانگین بالایی را نسبت به 6 بندل دیگر نشان می دهند. لذا بررسی نمونه های برداشته شده و زمان تولید آنها نتایج قابل استفاده ای خواهد داشت.

پس از پیگیری وضعیت بندل ها و ثبت نتایج بازرس Q.C اظهار می دارد که اعداد یادداشت شده برای بندل های 7-10 خیلی قابل اتكا نیستند لذا یک بار دیگر با مفروضات موجود برای بندل های

X = 26.81 1-6 مسئله را حل می کنیم:

$$\text{می شود (n=10) برای } d_2 = 3.078 \quad (k=6) \text{ و } R = 0.1$$

$$\delta = R / d_2 = 0.1 / 3.078 = 0.0325$$

$$\left. \begin{array}{l} (X - LSL) / 3\delta = (26.81 - 26.6) / (3 \times 0.0325) = 2.15 \\ (USL - X) / 3\delta = (26.9 - 26.81) / (3 \times 0.0325) = 0.92 \end{array} \right\} = CPK = 0.92$$

فرایند قابلیت لازم را در تولید محصول فوق با این شرایط نداشته و با توجه به عدد 2.15 بدست آمده برای حدود کنترل پایین با تنظیم مجدد دستگاه و محکم کردن قالبها جهت کاهش کلی قطر خارجی لوله می‌توان به ضریب اطمینان کافی دست یافت. مثال زیر نمایشی از یک مورد نمونه گیری مرکب است که با فرض توزیع نرمال و فرایند تحت کنترل ارائه می‌شود:

در یک محصول قطر یک سوراخ بایستی 20mm با تolerans مجاز $\pm 2mm$ باشد.

$$\delta = 0.47 \text{ و Mean dia} = 19.5$$

$$(X - LSL) / 3\delta = (19.5 - 18) / (3 \times 0.47) = 1.06$$

$$(USL - X) / 3\delta = (22 - 19.5) / (3 \times 0.47) = 1.77$$

CPK کوچکترین مقدار بدست آمده است بنابراین در این مورد خاص $CPK = 1.06$ می‌باشد. اگر تolerans 3δ قابل قبول باشد CPK باید حداقل معادل 1 باشد.

اگر تolerans 4δ قابل قبول باشد CPK باید حداقل معادل 1.33 باشد.

اگر تolerans 6δ قابل قبول باشد CPK باید حداقل معادل 2 باشد.

۳- نمودار پارتو

نمودار پارتو نمودار میله‌ای شکل مرتب شده‌ای است که وضعیت تولید نقص‌ها یا اقلام معیوب در فسمتها و عوامل مختلف تولیدی را نشان می‌دهد و از موثرترین ابزارهای تحلیل هزینه‌ها به شمار می‌رود. مهمترین هدف در نمودار پارتو تعیین مراکز یا عوامل اساسی و مهم در تولید نقص‌ها یا اقلام معیوب می‌باشد.

پس از مشخص کردن هدف نمودار طی یک دوره زمانی اطلاعات جمع آوری می‌شود. این اطلاعات می‌تواند شامل تعداد نقص‌ها، یا تعداد قطعات معیوب و مراکز مختلف تولیدی باشد.

مراحل رسم نمودار: برای رسم نمودار ابتدا کل تعداد نقص‌ها و تعداد اقلام معیوب محاسبه شده

سپس تعداد نقصها یا معیوب‌ها در هر قسمت بر جمع کل نقص‌ها یا معیوب‌ها تقسیم می‌شود. عدد حاصل در 100 ضرب شده تا درصد نقص‌ها و معیوب‌های هر قسمت بدست آید. سپس دو محور

عمود بر هم رسم می شود. محور افقی نشان دهنده قسمتهای مختلف و محور عمودی نشان دهنده درصد نقص ها و معیوب ها که در هریک از این قسمتها تولید می شوند، می باشد. به این ترتیب نموداری حاصل می شود که در سمت چپ آن قسمت ها یا عوامل با نقص ها ی بیشتر (ارتفاع ستون پیشتر) و در سمت راست ارتفاع کمتر وجود دارد.

تفسیر و تحلیل

تفسیر و تحلیل این نمودار بسیار ساده است. با مشاهده ستون های با ارتفاع بیشتر به وجود نقص های بیشتر در آن قسمت پی برده می شود. لذا باید مراقبت بیشتری در آن قسمتها انجام شود تا علل ایجاد نواقص کشف شده بر طرف شوند.

- با بررسی ستون های با ارتفاع کمتر (تعداد نقص های کمتر) شرایط مناسب برای بهبود سیستم کشف و بررسی می شوند.

- با بررسی این نمودارها می توان هزینه ها را در قسمتهایی که نقص کمتری دارند کاهش داد و از تلاش های سیهوده جلوگیری نمود و نهایتاً هزینه ها را تعدیل نمود.

مثال: برای بررسی وضعیت تولید نقص‌های مختلف در محصولات یک کارخانه خودروسازی اطلاعات زیر جمع آوری شده است:

(طی یک ماه متوالی تعداد نقص‌ها در محصولات در هر نوع نقص‌ها مشخص شده است).

برای کنترل تعداد نقص های موجود در یک دستگاه از نمودار ۱۱ استفاده می شود. ۲۵ نمونه محصول انتخاب شده است. هر نمونه شامل ۴۵ محصول است تعداد نقص های هر نمونه ۴۵ تایی را شمرده و اطلاعات را ثبت می کنیم:

$$\mathbf{u}_1 = \mathbf{C}_1 / \mathbf{n}_1$$

$$u = 1399 / 1125 = 1.24$$

$$UCL = u + 3 \quad (u/n) = 1.24 + 3 \quad (1.24/45) = 1.74$$

$$LCL = u - 3 \quad (u/n) = 1.24 - 3 \quad (1.24/45) = 0.74$$

چون تعداد نقص ها در واحد بیان می شود اعداد گرد نمی شوند.

بهتر است حجم نمونه ها در نمودار u ثابت باشد.

کد نقص	نوع نقص	تعداد نقص	درصد نقص
A	جوشکاری	۳۰	۱۱/۴۹
B	صفاکاری	۲۱	۸/۰۵
C	صداگیری بدنه	۱۴	۵/۲۶
D	تنظیم در بدنه	۱	۰/۳۸
E	پرچ کاری	۲۸	۱۰/۷۳
F	رنگ	۷	۲/۶۸
G	قیرپاشی	۳۸	۱۴/۵۶
H	چراغ راهنمایی	۵	۱/۹۲
I	چراغ جلد	۶	۲/۳۰
J	برف پاک کن	۵۲	۱۹/۹۲
K	بخاری	۱۳	۴/۹۸
L	استارت	۹	۳/۴۵
M	سیم کشی	۱۲	۴/۶
N	صندلی	۳۳	۸/۸۱
O	ترمز	۲	۰/۷۷
جمع		۲۶۱	۱

با بررسی نمودار مشخص می شود که بیش از نیمی از نقص ها مربوط به نوع J,G,A,E هستند و نقص های O,I,F,H,D کمتر از 10% کل را تولید می کنند.

بنابراین چهار نوع اول سمت چپ باید مورد مطالعه و بررسی بیشتر قرار گیرند و در مورد سمت چپ می توان از هزینه های اضافی بازرگانی کاسته و این هزینه ها را به چهار نوع اول اختصاص داد تا در هزینه های کنترل کیفی تعديل حاصل شود.

۴-نمودار علت و معلول

زمانی که یک عیب، اشکال و یا اشتباه شناسایی می شود باید علل بالقوه آن نیز تعیین گردد. در مواقعی که علل بروز مشکل واضح نیست (در بعضی مواقع واضح است) نمودار علت و معلول ابزار

مفیدی جهت شناسایی علل بالقوه می باشد. مراحل مورد نیاز برای تهیه یک نمودار علت و معلول

عبارتند از:

- ۱- مشکل و یا معلولی که باید تجزیه و تحلیل گردد باید تعریف شود.
- ۲- تیمی جهت انجام تجزیه و تحلیل مورد نیاز تشکیل داده شود. در اغلب موارد تیم بهبود کیفیت علل بالقوه ایجاد مشکل از طریق طوفان مغزی تعیین می کند.
- ۳- خط مرکز و جعبه های مربوط به معلولها رسم شود.
- ۴- گروههای علل بالقوه اصلی تعیین و از طریق جعبه هایی به خط مرکز متصل شوند.
- ۵- علل ممکن شناسایی شده و در گروههای تعیین شده مرحله ۴ قرار گیرند. در صورت نیاز گروههای دیگری تهیه شود.
- ۶- ترتیب علل رتبه بندی شود تا آنهایی که اثر زیادی بر روی مشکل دارند شناسایی شوند.
- ۷- اقدام اصلاحی انجام پذیرد.

نمودار علت و معلول یکی از ابزارهای قوی برای تجزیه و تحلیل مشکلات است یک نمودار علت و معلول که با جزئیات خوب تهیه شده باشد را می توان عنوان ابزار گره گشای موثری استفاده نمود. بعلاوه تهیه یک نمودار علت و معلول کمک خواهد کرد تا با تشکیل تیم، افراد بصورت گروهی مشکل را حل کنند.