به نام خدا

بررسی سیستم‌های قدرت I : Electric Power System Analysis

مرجع:

Elements of power system — Stevenson

Power System Analysis — H.Saadat

Power System Analysis & design — Glover

بررسی سیستم‌های قدرت I , II — احمد کاظمی

Introduction to Electric Energy Systems theory — Elgerd

Modern Power System Analysis — Nagrath — ترجمه: دکتر عابدی

در این درس ما سیستم های قدرت را در شرایط نرمال بررسی می‌کنیم.
شرایط غیر نرمال مثلاً وقوع اتصال کوتاه
از کلید زنی نوعی اغتشاش خواسته است و ما از آن در این درس صرف نظر می‌کنیم.

بررسی سیستم‌های قدرت در شرایط نرمال (عادی)

$\underbrace{\text{سیستم‌های}}$ المانهایی که وظیفه تولید، انتقال و توزیع انرژی را بر عهده دارند.

فصل اول ـ کلیات

فصل دوم ـ یادآوری کمیتهای الکتریکی

فصل‌های سوم و چهارم ـ محاسبه پارامترهای خطوط انتقال و توزیع

فصل پنجم ـ مدل سازی خطوط

فصل ششم ـ مدل سازی ژنراتور، ترانس و بارهای مصرفی

فصل هفتم ـ ماتریس ادمیتانس و امپدانس شبکه

فصل هشتم ـ پخش بار (حل شبکه) Laad Flow

فصل نهم ـ پخش بار اقتصادی Economic Laad Dispatch

Subject:

Year. Month. Date. ( )

فصل اول:

اهمیت انرژی الکتریکی:

کنترل آسان

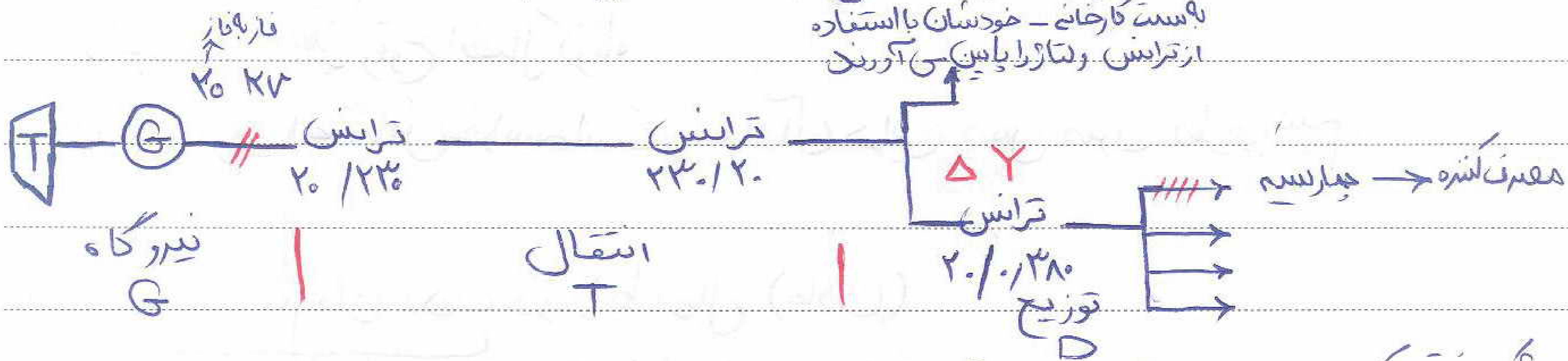
سهولت در انتقال

سهولت در تبدیل به انواع انرژی

آلودگی محیط زیست کمتر

تعریف سیستم قدرت الکتریکی:

مجموعه ابزاری هستند که وظیفه تولید، انتقال و رساندن انرژی به دست مصرف کننده را بر عهده دارند



شکل فوق یک سیستم قدرت ساده است.

اجزای سیستم قدرت:

ژنراتور سنکرون سه فاز

ترانسفورماتور قدرت

خطوط انتقال انرژی

مصرف کننده

هدف از تحلیل سیستم قدرت:

چگونه تحلیل کنیم؟

هدف از تحلیل سیستم قدرت پیدا کردن مقدار کمیت های شبکه است. زیرا می خواهیم ببینیم آیا این پارامترها در محدوده مجاز هستند یا خیر.

Subject:
Year. Month. Date. ( )

یکی از مهمترین این تست‌ها ولتاژ گره‌های مختلف است.

بنابراین ما نیاز داریم یک سیستم قدرت را هم در مرحله نگهداری و هم توسعه باید تحلیل کنیم.

به منظور تحلیل سیستم قدرت، آن را به یک مدار الکتریکی تبدیل کرده و سپس مدار حاصله را تحلیل می‌کنیم.

به منظور تحلیل مدار می‌توان از دو روش گره و مش استفاده کرد. البته با توجه به اینکه مصرف‌کننده‌ها معمولاً به صورت موازی اضافه می‌شوند، ما معمولاً از روش گره استفاده می‌کنیم.

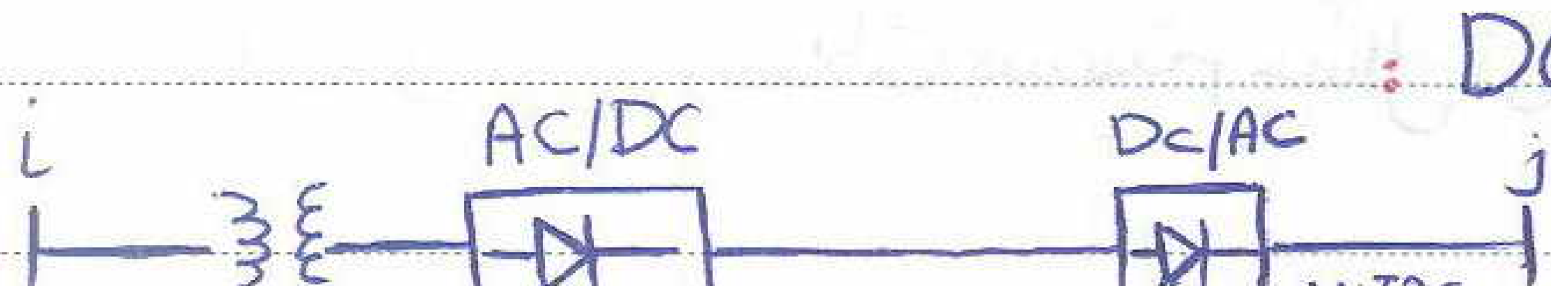
رشد سیستم‌های قدرت:

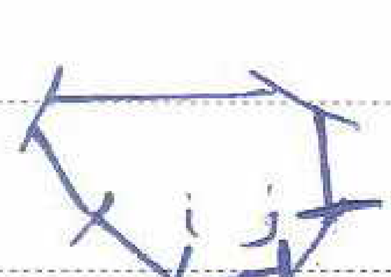
* ایجاد خطوط انتقال با سطوح ولتاژ بالاتر علت: ۱- کاهش تلفات، با افزایش ولتاژ جریان کم شده و در نتیجه تلفات که برابر با $P = RI^2$ کاهش پیدا می‌کند. ۲- افت ولتاژ هم کم می‌شود. $\Delta V = ZI$
۳- ظرفیت انتقال خط هم بالا می‌رود. (ظرفیت انتقال با مجذور ولتاژ متناسب است)

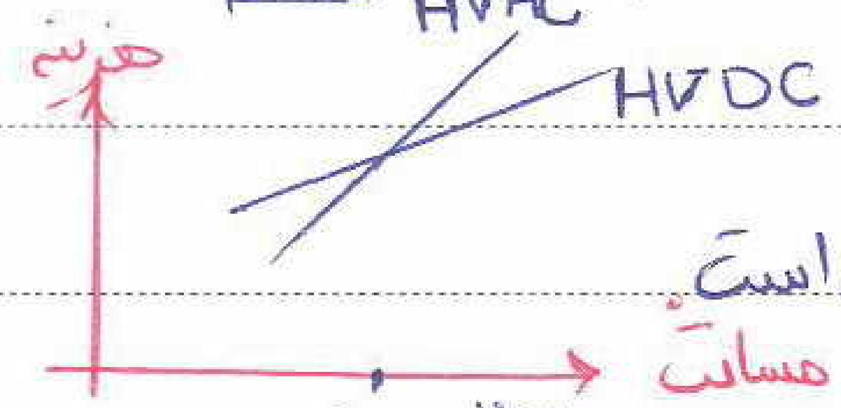
به میزانی که می‌خواهیم ظرفیت انتقال را زیاد کنیم، باید ولتاژ را هم بالا ببریم.

LV → ۳۸۰^V / ۲۲۰^V — شبکه فشار ضعیف
MV → ۲۰^kV — " " متوسط
HV → ۱۳۲^kV , ۲۳۰^kV , ۴۰۰^kV — " " قوی
EHV → >۴۰۰^kV
UHV → >۷۰۰^kV

* HVDC: خطوط انتقال ولتاژ بالای DC



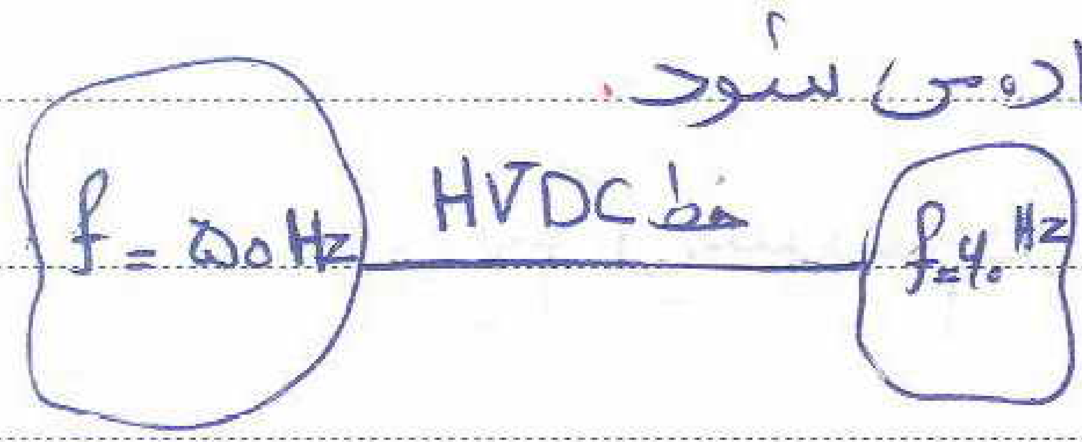




علت: ۱) اقتصادی: احداث خط DC ارزان‌تر از خط AC است.

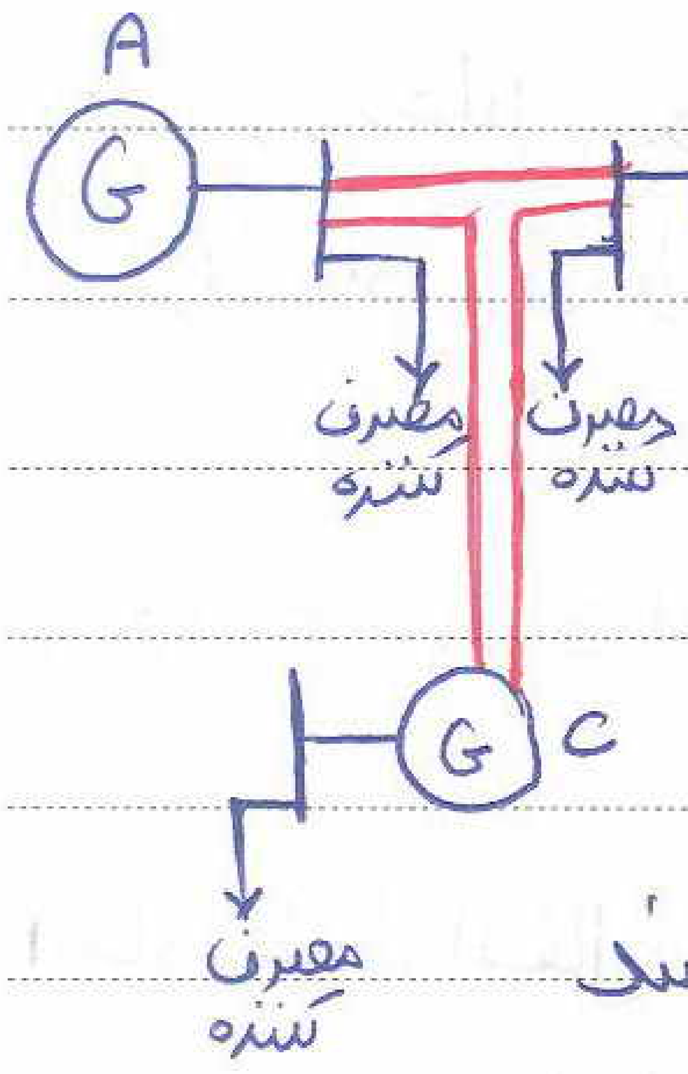
بنابراین در مسافت‌های طولانی از خطوط HVDC استفاده می‌شود.

۲) دو کشور که دارای برق با فرکانس متفاوت هستند می خواهند برای انتقال انرژی به یکدیگر متصل بشوند. در محل این اتصال از خطوط HVDC استفاده می شود.



* شبکه به هم پیوسته:

در ابتدا نیروگاهها مستقل از هم عمل می کردند و هر کدام از نیروگاهها وظیفه تأمین انرژی یک منطقه خاص را بر عهده دارد. اما امروزه شبکه ها به هم متصل شده و یک شبکه سراسری را بوجود آورده اند.



* افزایش قابلیت اطمینان

در شکل مقابل اگر مشکلی برای هر یک از نیروگاهها بوجود آید، سایر نیروگاهها می توانند به طور موقتی از خاموشی مصرف کننده های آن نیروگاه جلوگیری کنند.

* کاهش سطح رزرو: هر نیروگاهی باید مقداری توان رزرو داشته باشد تا در صورت لزوم آن را آزاد کنند.

این سطح رزرو باید در روزهای خاص یا در هنگام پیک بار استفاده شود.

وقتی نیروگاهها مستقل هستند باید یک سطح رزرو داشته باشند، اما هنگام پیوستگی نیروگاهها می توانند از سایر نیروگاهها انرژی دریافت کرده و سطح رزرو را پایین بیاورند.

* تبادل انرژی بین نیروگاهها یا کشورها:

یک نیروگاه می تواند انرژی را از سایر نیروگاهها دریافت کند. امکان دارد این انرژی از انرژی تولیدی نیروگاه خودی نیز کمتر باشد.

مشکل: با ارتباط شبکه ها، شبکه ها پیچیده تر می شوند و در صورت بروز اغتشاش کل سیستم دچار حادثه می شود و حفاظت سیستم مشکل تر می شود.

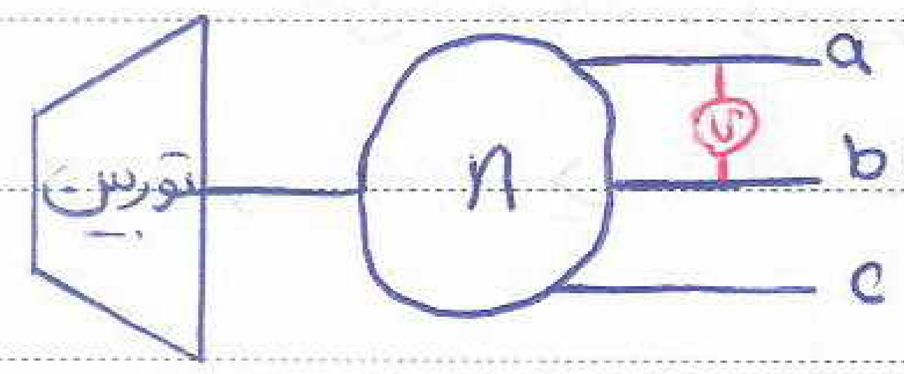
تولید انرژی الکتریکی:

فرکانس متناسب با دور ژنراتور است. ← ۱

ژنراتور سنکرون سه فاز هر نوع از این ژنراتورها با دو کمیت مشخص می‌شوند:

مثلاً: ۱۵۰ MVA - ۲۴ KV

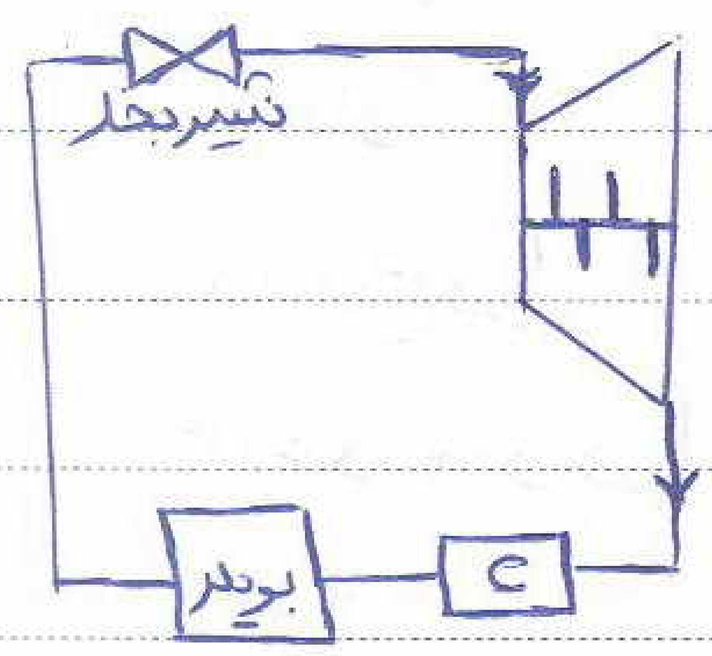
ولتاژ خطی (خط - خط)
ولتاژ فازی (خط - نول)



نیروگاههای آبی:

توربین بخاری
" آبی
" گازی

تحت تأثیر آب و هوا - تعیین کننده محل آن جغرافیا. آلودگی ایجاد نمی‌کند. هزینه سوخت ندارند. ← نیروگاه آبی
سریع وارد مدار می‌شوند و زمان لازم ندارند. برخلاف نیروگاههای حرارتی که برای بخار کردن آب زمان لازم دارند. هزینه احداث بیشتری دارند و زمان بیشتری برای احداث نیاز دارند.



نیروگاه حرارتی:

وابسته به شرایط جغرافیایی نیستند و اگر سوخت آنها تأمین شود به هر میزان می‌توانند تولید داشته باشند. سوخت هزینه داشته و آلودگی محیط زیست ایجاد می‌کند. سوخت آنها فسیلی است و رو به اتمام است. دیرتر وارد مدار می‌شوند. ورود دوباره آنها به مدار همراه با هزینه است. سهم عمده‌ای در تولید برق دارند.

نیروگاههای گازی:

برق تولیدی آن گران است. سریع وارد مدار می‌شوند. سهم اندکی از تولید برق را بر عهده دارند.

منابع حرارتی برای تبدیل آب به بخار:

۱) زغال سنگ ← آلودگی محیط زیست در تمام مراحل استخراج تا مصرف دارند.

۲) نفت و گاز طبیعی ← بهتر می‌سوزند و آلودگی کمتری دارند اما چون در صنایع دیگر می‌توان از آن استفاده‌ی بهتری کرد، کمتر از آن جهت تولید حرارت استفاده می‌شود.

۳) فعل و انفعالات شیمیایی ← استفاده از اورانیوم جهت انجام شکافت هسته‌ای: Fission

carbon: 100 gr → 1 KWh تولید

U^{238}: 100 gr → 2,300,000 KWh تولید

← ترکیب ایزوتوپ های هیدروژن ← ترکیب هسته‌ای : Fusion

این نوع انرژی دیگر قابل کنترل نیست و این باعث می شود نتوان از آن در نیروگاه استفاده کرد.

۴) حرارت داخل زمین : در برخی مناطق اگر در عمق زمین برویم به سنگ های گداخته می رسیم و می توان آب سرد را تزریق کرد و از طرف دیگر آب گرم را دریافت نمود.

۵) گاز ناشی از فاضلاب و سوزاندن زباله :

۶) انرژی خورشیدی : استفاده در نیروگاههای غیرخورشیدی

منابع غیرحرارتی :

۱) آب

۲) باد

۳) امواج دریا

۴) جذر و مد دریا

منابع انرژی
- تجدید پذیر ← خورشید
- تجدید ناپذیر ← سوخت های فسیلی

فرآیند عمومی اینست که تا حد امکان از انرژی های تجدید پذیر استفاده شود.

فصل دوم : یادآوری مفاهیم و کمیت‌های الکتریکی :

- جریان ac

سیستم قدرت در شرایط عادی :

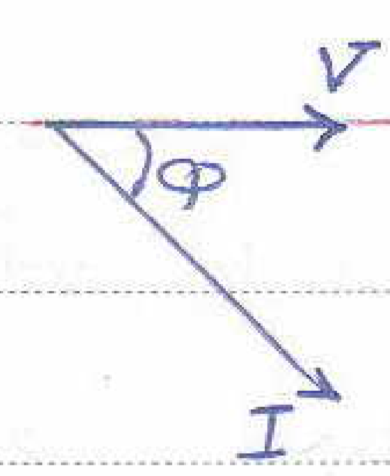
مقدار مؤثر

$v = V_m \sin\omega t = \sqrt{2}\,|V| \sin\omega t$ $\quad V = |V| \angle 0$: نمایش فازوری

$i = I_m \sin(\omega t - \varphi) = \sqrt{2}\,|I| \sin(\omega t - \varphi)$ $\quad I = |I| \angle -\varphi$: نمایش فازوری

ولتاژ را معیار گرفتیم و این یعنی جریان از ولتاژ به اندازه φ عقب‌تر است.

نمایش برداری : ضریب توان = ضریب قدرت = $\cos\varphi$

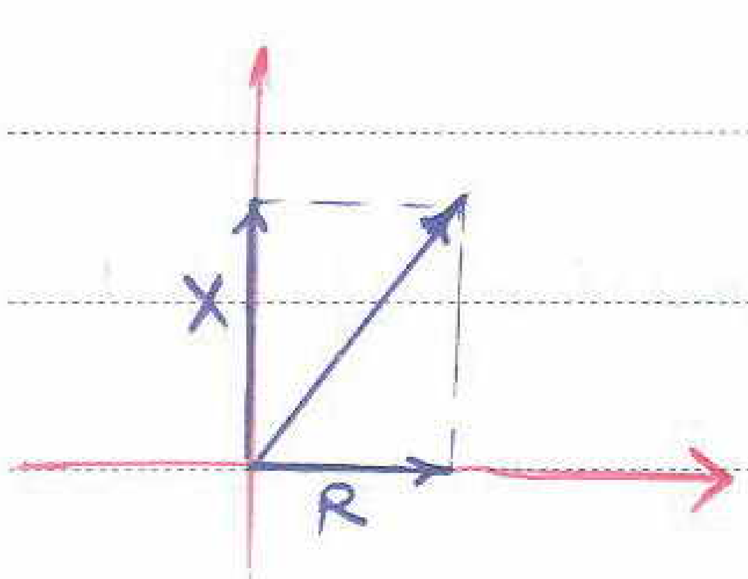


در اینجا جریان پس فاز است و اگر جریان جلوتر باشد آنگاه می‌گوییم جریان پیش فاز است.

امپدانس (Ω) ohm $\quad Z = \dfrac{V}{I} = \dfrac{|V|\angle\theta_1}{|I|\angle\theta_2} = |Z|\angle\theta$

مقاومت اهمی

$Z = |Z|\cos\theta + j|Z|\sin\theta = R + jX \rightarrow$ راکتانس $\begin{cases} \text{سلفی} & X>0 \\ \text{خازنی} & X<0 \end{cases}$

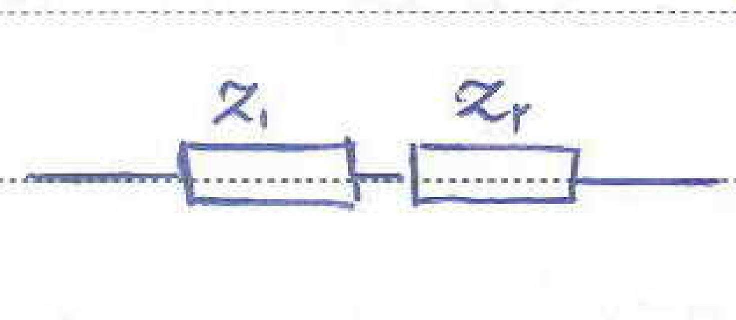


$|Z| = \sqrt{R^2+X^2} \quad , \theta = \tan^{-1}\dfrac{X}{R}$

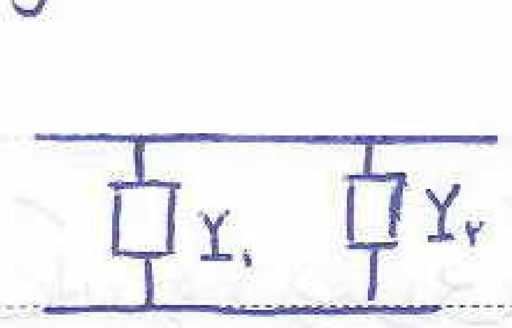
℧ ادمیتانس mho $\quad Y = \dfrac{I}{V} = \dfrac{|I|\angle\theta_1}{|V|\angle\theta_2} = |Y|\angle\theta$

کنداکتانس

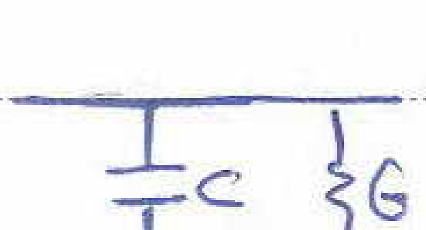
$Y = |Y|\cos\theta + j|Y|\sin\theta = G + jB$ سوسپتانس



$Z = Z_1 + Z_2$

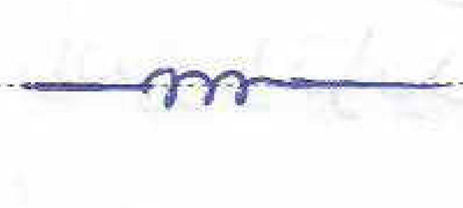


$Y = Y_1 + Y_2$



$B = C\omega$

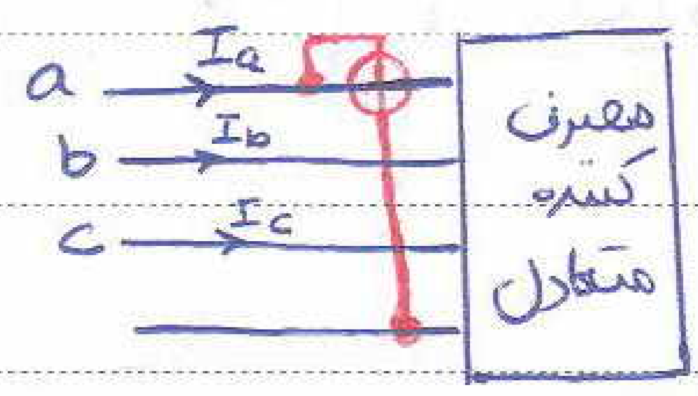
$Y = G + jB$



$X = L\omega$

$Z = jX$

محاسبه توان:



$I_a = |I| \angle 0$

$I_b = |I| \angle -120$

$I_c = |I| \angle 120$

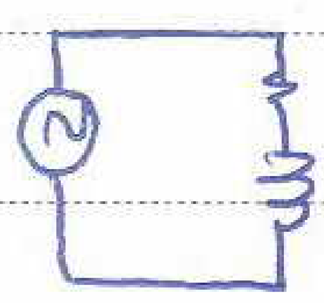
در این جا توان یک فاز را حساب کرده و در ۳ ضرب می کنیم.

$P = vi = \sqrt{2}\,|V| \sin\omega t \times \sqrt{2}\,|I| \sin(\omega t - \varphi)$

$P = |V||I| \cos\varphi$ توان اکتیو - حقیقی W , kW , MW

$Q = |V||I| \sin\varphi$ توان راکتیو $var , kvar , Mvar$

علامت توان:



$P = |V||I| \cos\varphi = R|I|^2$

$Q = |V||I| \sin\varphi = X|I|^2$

اگر جریان از ولتاژ عقب تر باشد ← مصرف کننده توان راکتیو مصرف می کند. $P>0$ و $Q>0$ ⇐ مصرف کننده سلفی

〃 〃 هم فاز با ولتاژ باشد ← توان راکتیو نه مصرف و نه تولید می شود. $P>0$ و $Q=0$ ⇐ مصرف کننده مقاومتی

اگر جریان از ولتاژ جلوتر باشد ← مصرف کننده توان راکتیو تولید می کند. $P>0$ و $Q<0$ ⇐ مصرف کننده خازنی

توان مختلط

$S = P + jQ$

$S = |S| \angle \varphi$, $|S| = |V||I|$

مثلاً ⇒ $S_D = 10 + j5$ VA → ۱۰ وات توان اکتیو مصرف و ۵ وار توان راکتیو مصرف می کند.

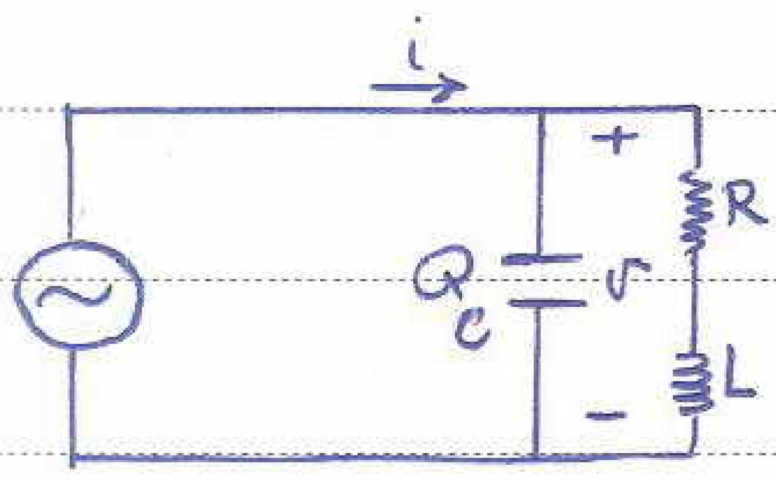
منظور مصرف کننده است.

مثلاً ⇒ $S_D = 10 - 5j$ VA ⇒ ۱۰ وات توان اکتیو مصرف و ۵ وار توان راکتیو تولید می کند.

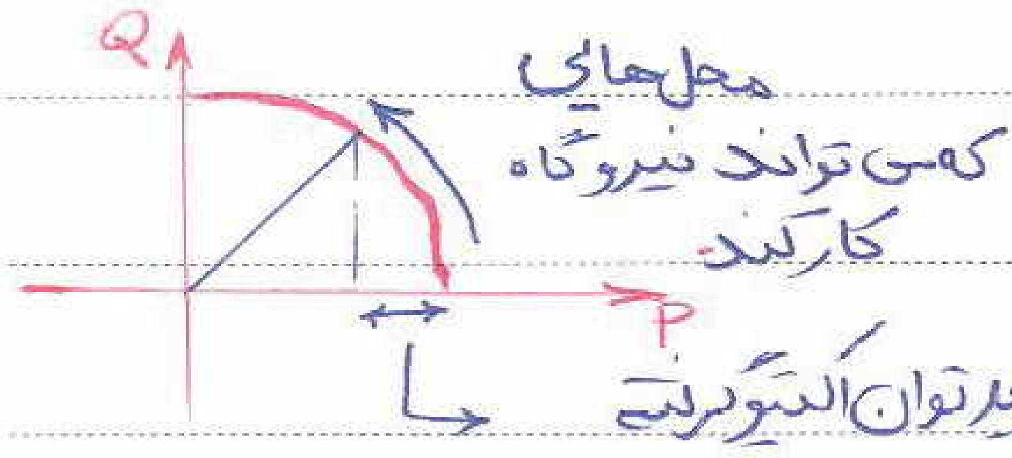
هنگامی که بار سلفی است در نیروگاه باید خاصیت خازنی داشته باشیم تا توان سلفی مورد مصرف را خازن ها تولید کنند.

به همین دلیل است که توصیه می شود خود مصرف کننده در صورتی که خاصیت سلفی دارد خود مصرف کننده خازنی سر راه قرار دهد تا بتواند خود توان راکتیو را تولید کند.

یعنی کارخانه باید کاری کند که V و I مقابل هم فاز شوند.



نیروگاه ظرفیت خاصی دارد در این توان می‌تواند هم به صورت اکتیو و هم راکتیو و هم هر دو تولید کند.



اگر خودکارخانه خاصیت سلفی یا خازنی خود را از بین ببرد، آنگاه دیگر هزینه فرصت را نمی‌دهد.

در زمینه علامت، فرض ما بر این است که در مورد مصرف کننده صحبت می‌کنیم.

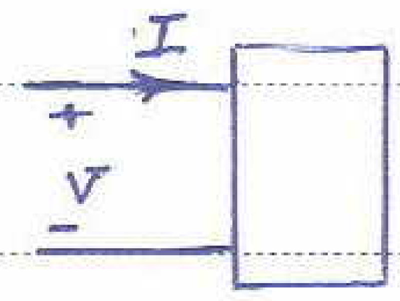
در مصرف کننده همواره $P_D > 0$ است اما Q_D می‌تواند حالات مختلفی داشته باشد. $S_D = P_D + jQ_D$

P_G همواره مثبت است. $Q_G > 0$ ← تولید توان راکتیو

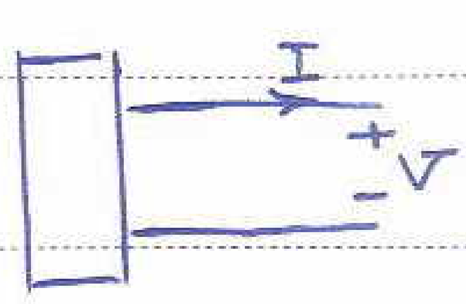
$Q_G < 0$ ← مصرف توان راکتیو

$S_G = P_G + jQ_G$ ← مولد

مصرف کننده

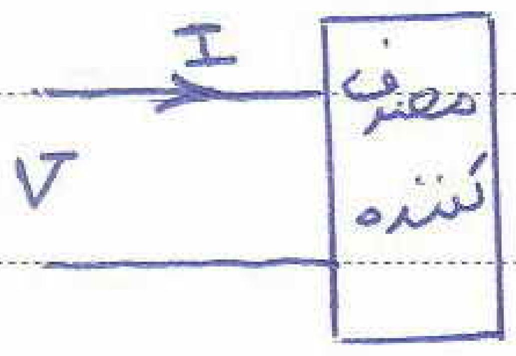


تولید کننده



مهمترین فرمول برای محاسبه توان: $S = VI^* = P + jQ$

علامت توان راکتیو:



$S = 100 + j\,50$ I عقب‌تر از V ، مصرف کننده سلفی

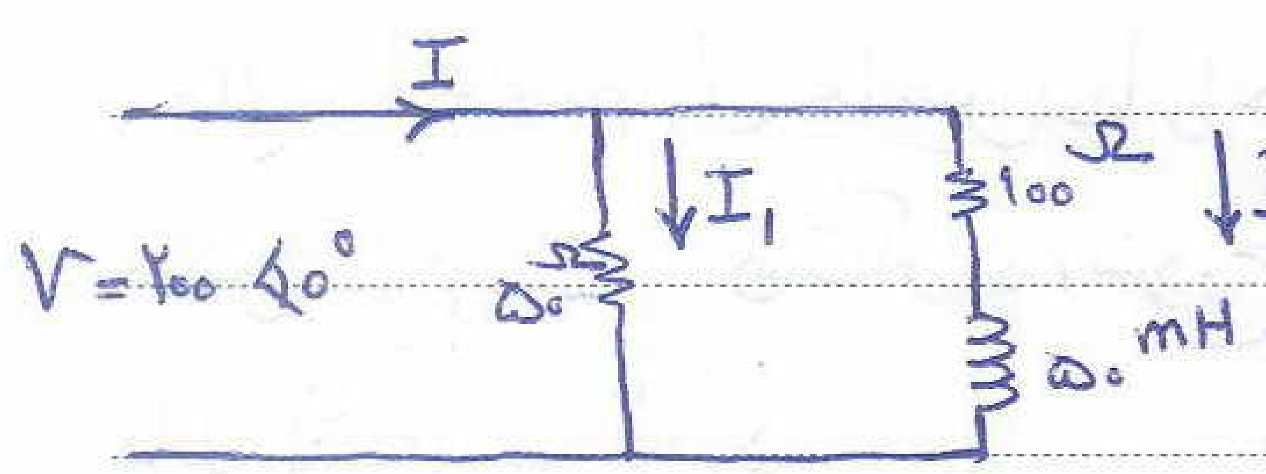
$S = 100 - j\,50$ I جلوتر از V ، مصرف کننده خازنی

مصرف کننده خازنی توان راکتیو تولید و مصرف کننده سلفی توان راکتیو مصرف می کند.

$$S = VI^*$$

مثلاً $\Rightarrow \begin{cases} V = 100\angle 0^\circ \\ I = 10\angle -30^\circ \end{cases} \rightarrow S = 1000\angle 30^\circ = 1000\cos 30 + j\,1000\sin 30$

$\rightarrow S = 860 + j\,500$ همانطور که انتظار داشتیم مصرف کننده توان راکتیو مصرف می کند.



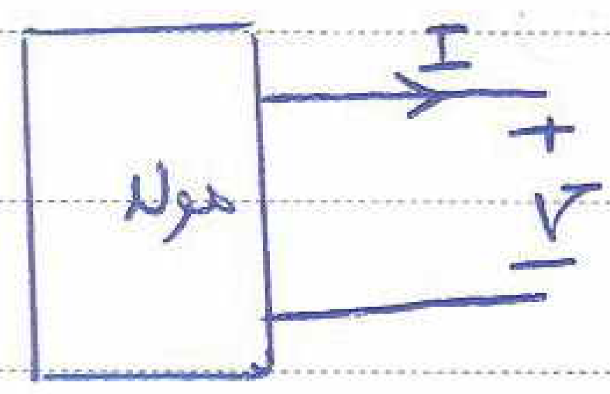
توان مصرفی مجموعه مقابل را بدست آورید.

در مدار مقابل ضریب قدرت را حساب کنید چگونه آن را اصلاح کنیم.

$$I_1 = \frac{200\angle 0}{50} = 4\angle 0^\circ\ A$$

$$I_2 = \frac{200\angle 0}{100 + j\,2\pi 50 \times 50\times 10^{-3}} \Rightarrow I_2 = \frac{200\angle 0}{100 + j\,15}$$

بهترین راه اینست که I را به دست آورده و از فرمول $S = VI^*$ ، توان اکتیو و راکتیو را بدست می آوریم.



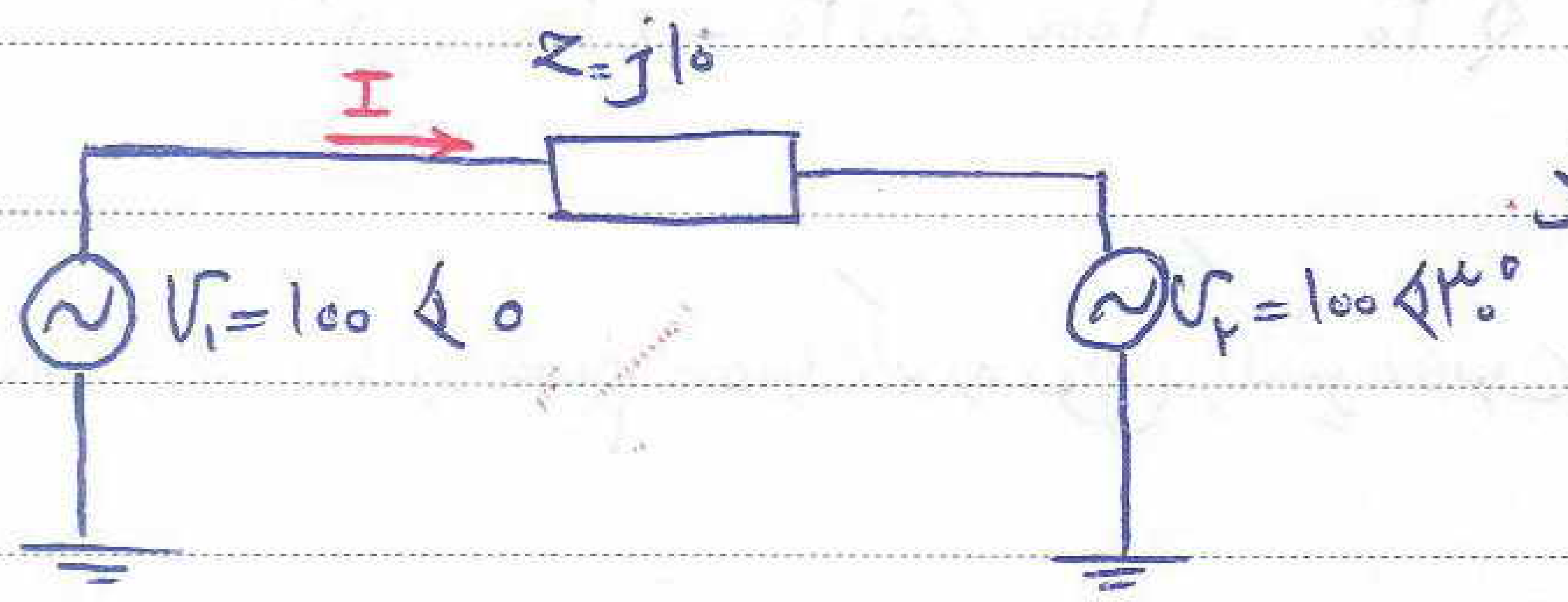
$S_G = P + jQ$

$P>0 \Rightarrow$ تولید توان اکتیو

$Q<0 \Rightarrow$ مصرف توان راکتیو

$Q>0 \Rightarrow$ تولید توان راکتیو

مولد در مورد توان اکتیو همواره تولید می کند اما مولد می تواند توان راکتیو تولید، مصرف ویا نه تولید و نه مصرف کند. بستگی به بار دارد.



مثال: دو ماشین با یک امپدانس به هم وصل شده اند.

حال می خواهیم توان ماشین ها را حساب کنیم. اولین قدم اینست که فرض کنیم جریان I با جهتی خاص داریم. I را بدست آورده، مزدوج می کنیم و در V_1 ضرب می کنیم. اگر انتخاب جهت I درست باشد باید P_1 مثبت باشد.

سپس S_2 را حساب می کنیم. در اینجا حتماً $P_2<0$ است زیرا قبلاً اثبات کردیم که V_2 مصرف کننده است.

اگر فهمیدیم که جهت اشتباه بوده است می توانیم راه حل را ادامه دهیم فقط I را باید در یک منفی ضرب کنیم.

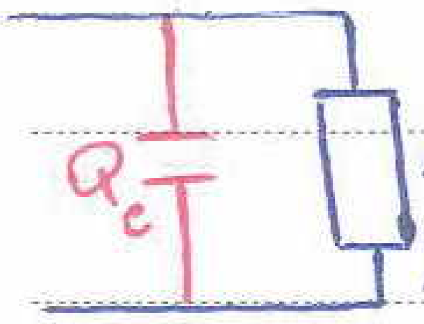
در مورد موتور اگر $Q_2>0$ باشد آنگاه موتور سنکرون است.

موتور آسنکرون همیشه سلفی بوده، و $\cos\varphi$ آن پس فاز است.

الف) محاسبه توان (توان مختلط) ماشین ها

ب) مشخص کردن تولید یا مصرف

ج) بررسی تعادل توان ← همیشه در یک مدار باید بین توان اکتیو تولیدی و مصرفی و توان راکتیو تولیدی و مصرفی تعادل برقرار باشد ← جمع جبری توان های اکتیو جمع جبری توان های راکتیو صفر است.



فرض کنیم مصرف کننده‌ای مانند مقابل داریم که دارای $Q > 0$ شده است

$$\tan\varphi = \frac{Q}{P} \Rightarrow Q = P\tan\varphi$$

مثلاً $\Rightarrow \left\{\begin{array}{l} P = 500\ kW \\ \cos\varphi = 0.8 \end{array}\right\} \Rightarrow Q = 500\tan 0.8$

اگر بار مقاومتی باشد $\cos\varphi = 1$ بوده و $\tan\varphi = 0$ بنابراین $Q = 0$

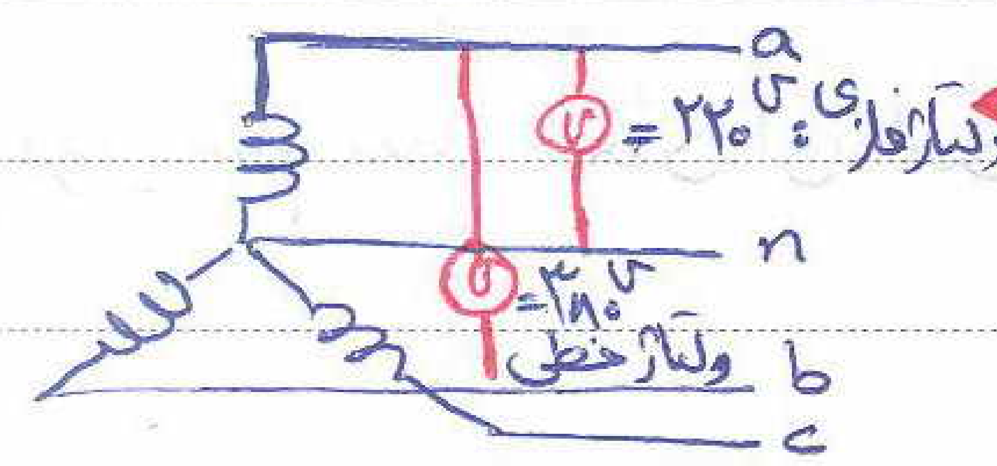
در بعضی مصرف کننده‌ها کنتری داریم که هم P و هم Q را محاسبه کرده و هزینه‌ی هر دو از مصرف کننده دریافت می‌شود. در این مصرف کننده‌ها $\cos\varphi$ از ۱ فاصله می‌گیرد. در این موارد مصرف کننده با گذاشتن خازن $\cos\varphi$ را اصلاح کرده و در حدود ۱ می‌برد. حال می‌خواهیم Q_c را محاسبه کنیم.

$$\left.\begin{array}{l} Q_1 = P\tan\varphi_1 \\ Q_2 = P\tan\varphi_2 \\ Q_c = Q_2 - Q_1 \end{array}\right\} \Rightarrow Q_c = P(\tan\varphi_2 - \tan\varphi_1)$$

$$\left.\begin{array}{l} \cos\varphi_1 = 0.8 \\ \cos\varphi_2 = 0.95 \end{array}\right\} \Rightarrow Q_c = -209^{\ kvar}$$

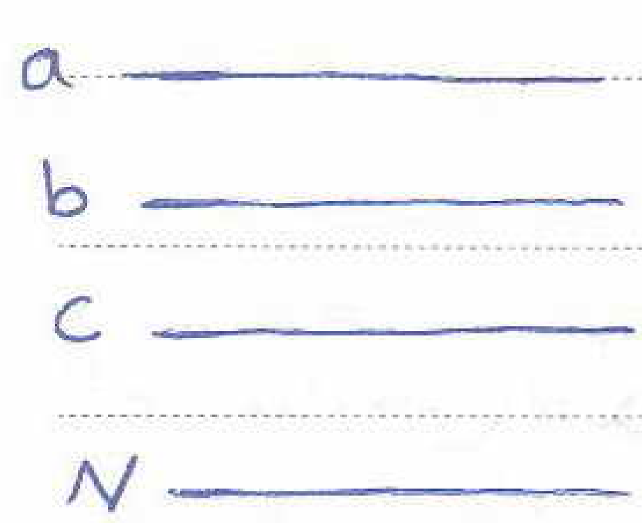
$$Q_c = B|V|^2 = 2\pi f C|V|^2 \Rightarrow 209 \times 10^3 = 2\pi 50\, C|1200|^2 \Rightarrow C$$

* در ترانس مصرف کننده، ثانویه بصورت ستاره بسته می شود تا نول تولید شود.



مدارهای سه فاز:

مدارهای سه فاز
- ۳ سیمه : نیروگاه - خط انتقال (a, b, c)
- ۴ سیمه : مصرف کننده فشار ضعیف (a, b, c, N)



$$V_a = V_m \sin \omega t$$
$$V_b = V_m \sin(\omega t - 120)$$
$$V_c = V_m \sin(\omega t + 120)$$

نمایش لحظه‌ای ولتاژها

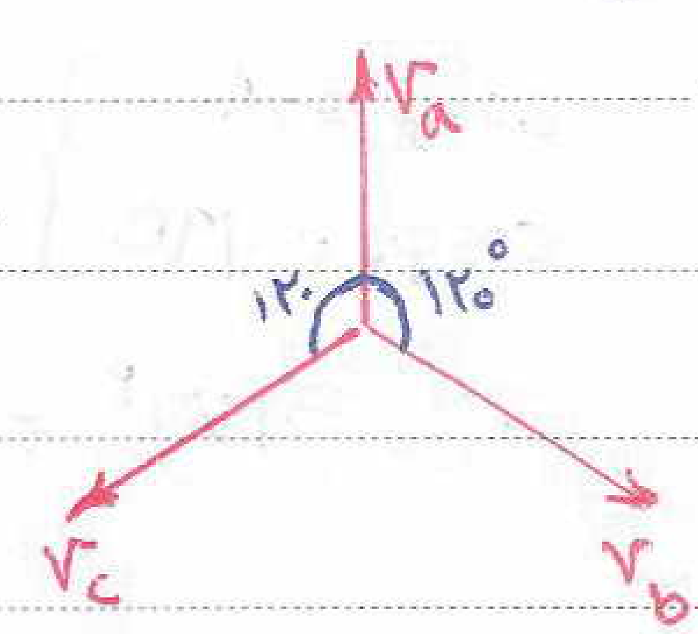
V_b، به اندازه 120° از V_a عقب‌تر است.

V_c، به اندازه 120° از V_a جلوتر است.

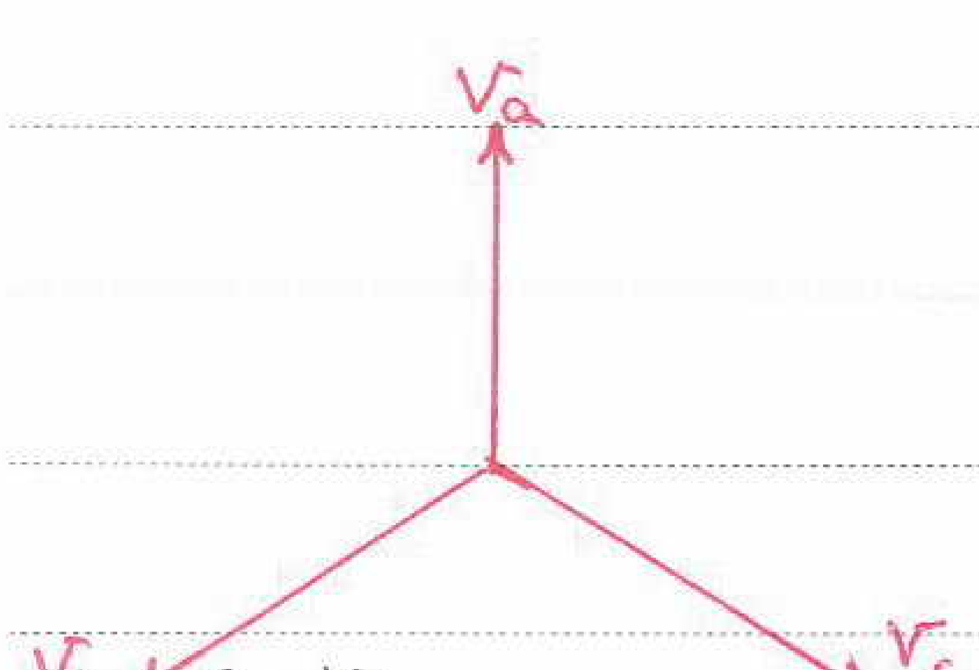
علت استفاده از ژنراتور سه فاز: اگر بخواهیم ژنراتور تکفاز داشته باشیم از تمام فضای رتور استفاده نمی‌شود، به همین دلیل از ژنراتور سه فاز استفاده می‌کنیم که در آن هر 120° را به یک فاز اختصاص داده، در نتیجه از کل فضای 360° رتور استفاده می‌شود.

ولتاژ خطی	ولتاژ فازی
V_{ab}	V_{an}
V_{ac}	V_{bn}
V_{bc}	V_{cn}

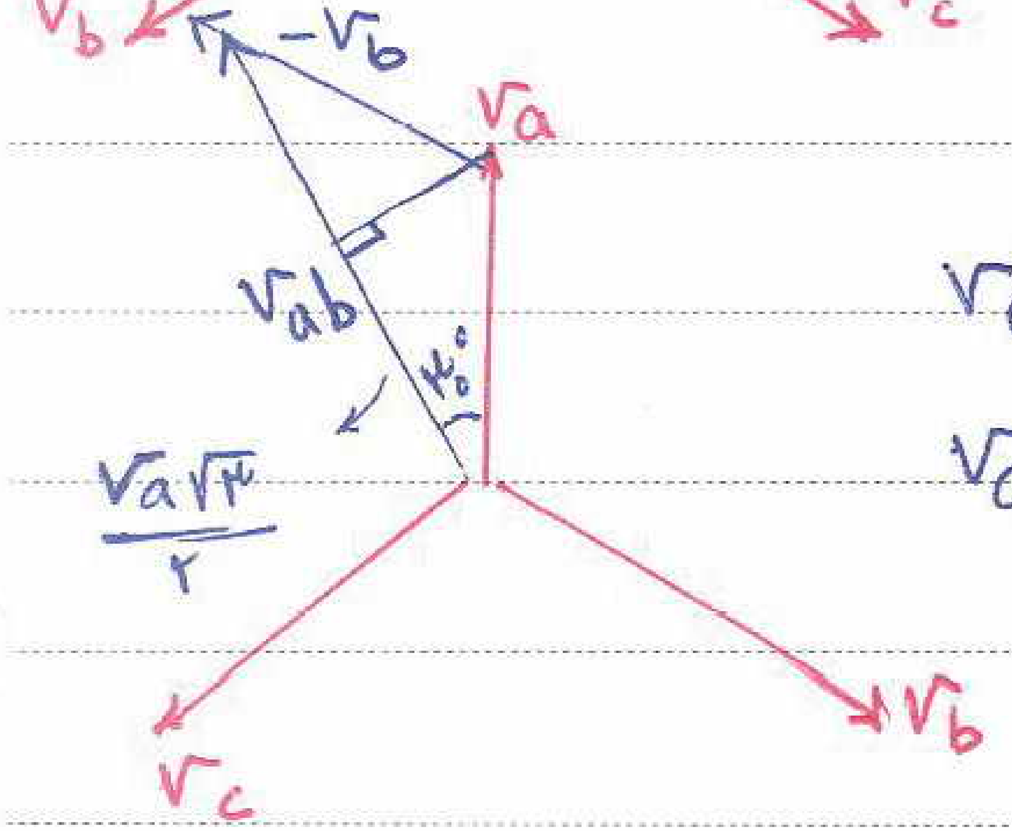
نمایش فازوری
$$V_a = |V| \angle 0$$
$$V_b = |V| \angle -120$$
$$V_c = |V| \angle 120$$



در توالی abc، b از a و c از b عقب‌تر است.



شکل مقابل توالی acb است یعنی c از a و b از c عقب‌تر است.

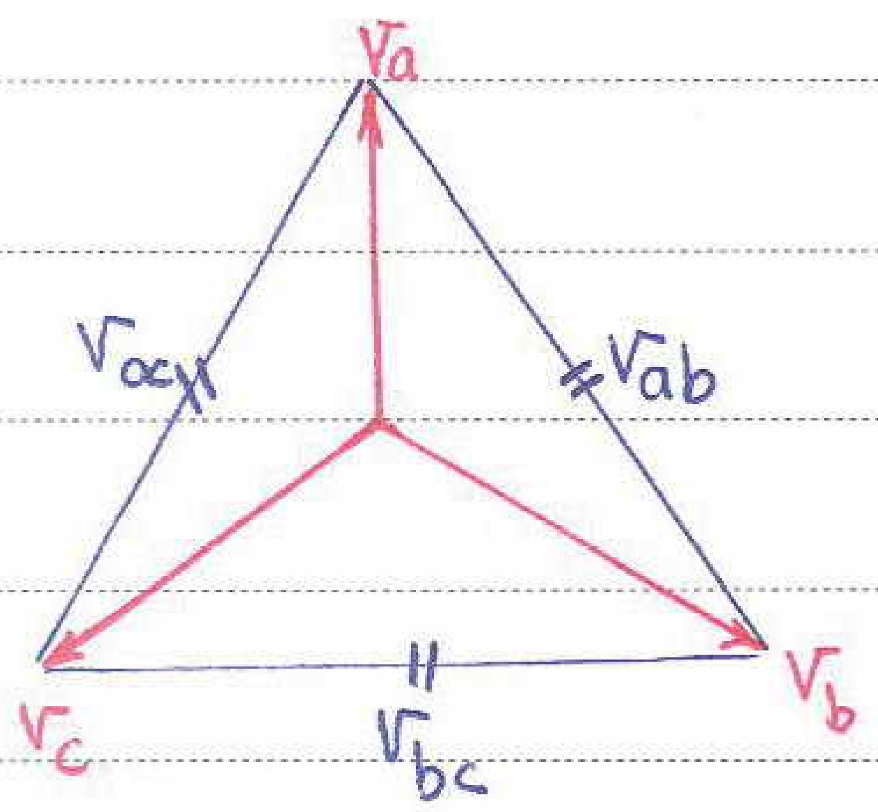


$$V_{ab} = \sqrt{3}\, V_a$$
$$V_{ab} = \sqrt{3}\, V_a \angle 30^\circ$$

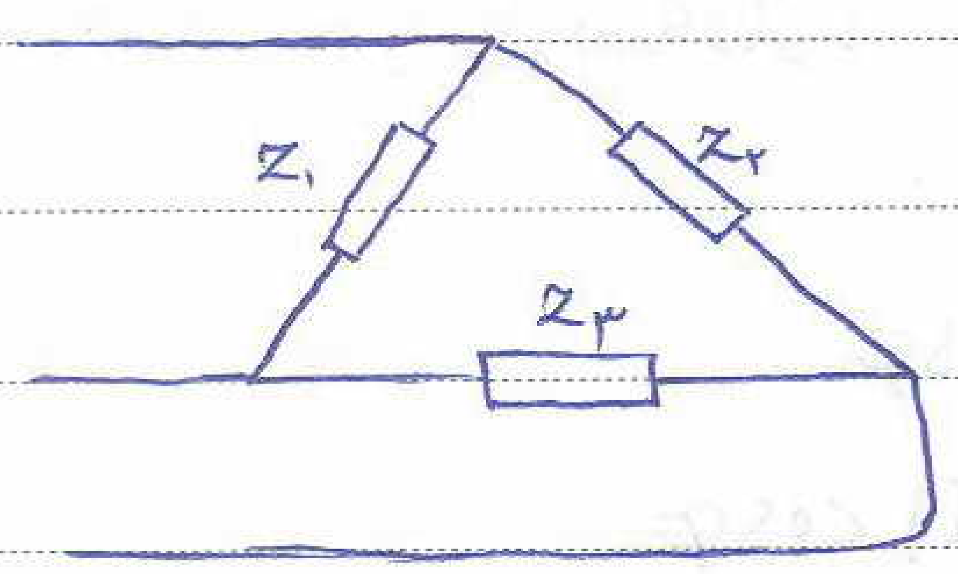
⇐ ولتاژ V_{ab}، به اندازه 30° از V_a جلوتر است.

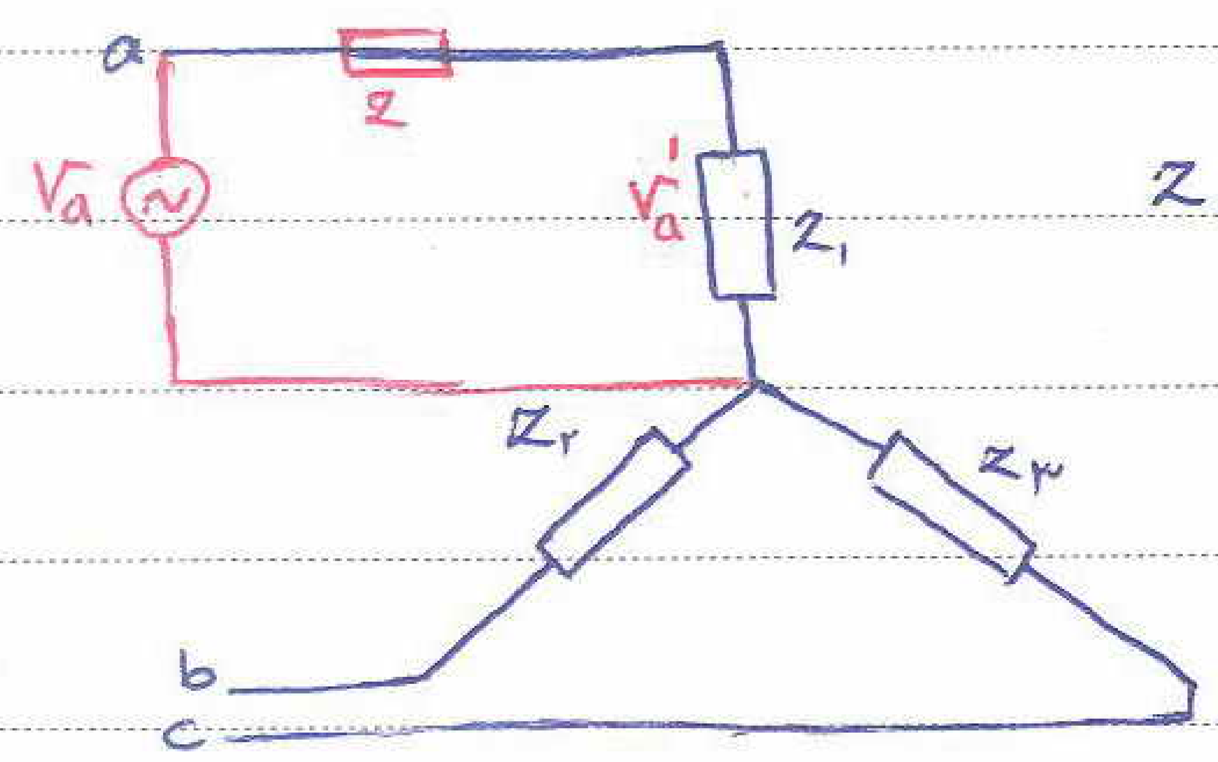
Subject:

Year. Month. Date. ( )



اتصال ستاره-مثلث :





$$Z_1 = Z_2 = Z_3$$

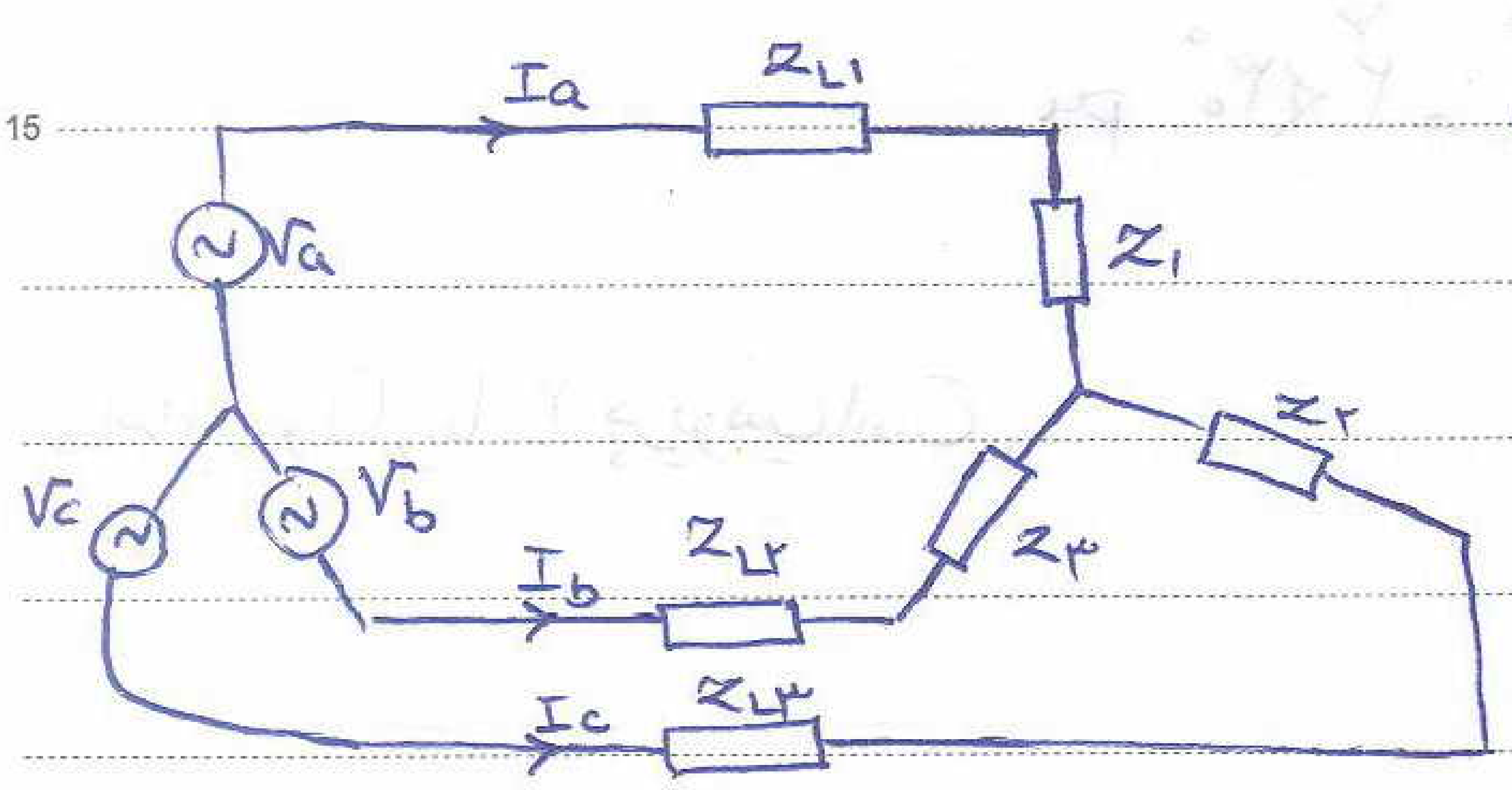
منبع ولتاژ متعادل $\Rightarrow \begin{cases} V_a = 171\angle 0 \\ V_b = 171\angle -120 \\ V_c = 171\angle 120 \end{cases} \xrightarrow[\text{متعادل}]{\text{به طور}} \begin{cases} V_a = 171\angle\alpha \\ V_b = 171\angle\alpha-120 \\ V_c = 171\angle\alpha+120 \end{cases}$

چون سیستم را متعادل فرض کرده ایم می توانیم با به دست آوردن جریان در یک فاز، جریان فازهای دیگر را نیز تعیین کنیم.

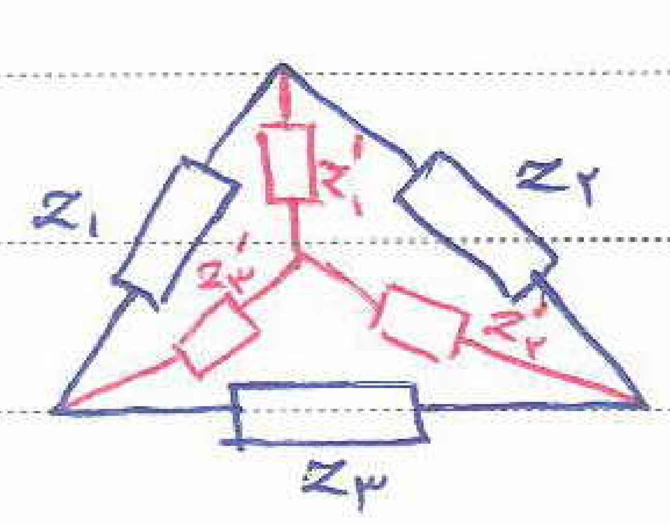
$$I_a = \frac{V_a - V_a'}{Z}$$

$$I_b = |I_a| \angle \varphi_a - 120$$

$$I_c = |I_a| \angle \varphi_a + 120$$

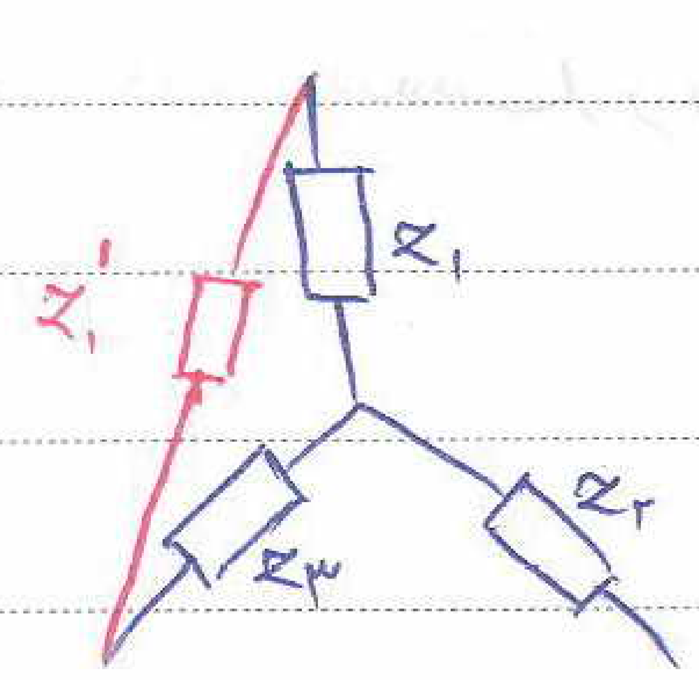


مدار مقابل را که نامتعادل است، با روش گره یا مش حل می کنیم.



$$z_1' = \frac{z_1 z_2}{z_1 + z_2 + z_3}$$

$$Z_Y = \frac{ZZ}{3Z} = \frac{Z_\Delta}{3}$$



$$z_1' = z_1 + z_3 + \frac{z_1 z_3}{z_2} = \frac{z_1 z_2 + z_3 z_2 + z_1 z_3}{z_2}$$

$$Z_\Delta = 3 Z_Y$$

محاسبه توان در مدار سه فاز:

خطی

$$P=\sqrt{3}\,|V||I|\cos\varphi$$

$$Q=\sqrt{3}\,|V||I|\sin\varphi$$

$$S_{\text{ظاهری}}=\sqrt{3}\,|V||I|$$

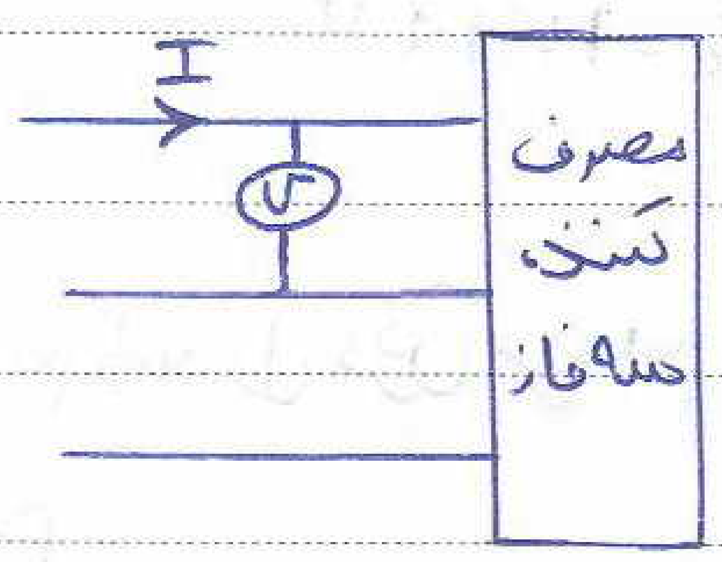
$$S_{\text{مختلط}}=\sqrt{3}\,V I^{*}$$

فازور

فازی

$$P=3|V||I|\cos\varphi$$

$$P=\sqrt{3}\,\underbrace{\sqrt{3}\,|V||I|}_{\text{خطی}}\cos\varphi$$



Perunit Systems

نسبت به واحد:

$$\left.\begin{array}{l} V=200\angle 30^\circ \ \text{v (ولت)} \\ V_{base}=V_b=100 \ \text{ولت} \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{200\angle 30^\circ}{100}=2\angle 30^\circ \ \text{pu}$$

پریونیت

بنابراین ولتاژها ۲ پریونیت است

$$\text{تبدیل به پریونیت}=\frac{\text{مقادیر واقعی}}{\text{مقدار مبنا}}$$

$$\left.\begin{array}{l} I=100\angle -60^\circ \ A \\ I_B=200 \ A \end{array}\right\} \Rightarrow I=0.5\angle -60^\circ$$

مقادیر مبنا فازور نیستند و زاویه نداشته و فقط دارای اندازه می باشند.

چون نسبت‌ها باهم در ارتباطند بنابراین لازم نیست برای همه مبنا تعریف کنیم. یعنی:
با داشتن مبنا برای متغیرهای زیر می‌توانیم سایر نسبت‌ها را پریونیت کنیم:

$\rightarrow V_b$

$I_b \qquad I_b = \dfrac{S_b}{V_b}$

$\rightarrow S_b$

$Z_b \qquad Z_b = \dfrac{V_b^2}{S_b}$

$Y_b \qquad Y_b = \dfrac{1}{Z_b}$

در نسبت‌های مقابل نیز می‌توانیم با تعریف مبنا برای دو متغیر مشخص، مبنای سایر متغیرها را بدست آوردیم. متداول است که با انتخاب متغیرهای رو به رو نسبت‌ها را پریونیت کنیم. سیستم مقابل تک فاز بوده پس توان تکفاز و ولتاژ نیز فازی است.

← اگر سیستم سه فاز باشد، ولتاژ داده شده خطی است و با تقسیم آن به $\sqrt{3}$ ولتاژ فازی را بدست می‌آوریم. لذا برای سیستم سه فاز به منظور راحتی کار S_b را توان سه فاز و V_b را ولتاژ خطی می‌گیریم. داریم:

$$I_b = \frac{3S_b}{3V_b} = \frac{3\overset{\text{تک فاز}}{S_b}}{\sqrt{3}\sqrt{3}\underset{\text{فازی}}{V_b}} = \frac{S_b(\text{سه فاز})}{\sqrt{3}\,V_b(\text{خطی})} \Rightarrow I_b = \frac{S_b}{\sqrt{3}\,V_b}$$

$$Z_b = \frac{3V_b^2}{3\underset{\text{تک فاز}}{S_b}} = \frac{(\sqrt{3}V_b)^2}{S_b(\text{سه فاز})} = \frac{V_b^2(\text{خطی})}{S_b(\text{سه فاز})}$$

$$Y_b = \frac{1}{Z_b}$$

بنابراین اگر با سیستم سه فاز داشتیم بهتر است از توان سه فاز و ولتاژ خطی استفاده کرده و در هنگام محاسبه مبنای I_b دقت کنیم.

$$S = 100\angle 45^\circ \Rightarrow \text{تبدیل به پریونیت}: \frac{|S|\angle\varphi}{S_b} = \frac{|S|}{S_b}\angle\varphi$$

$$S_{pu} = \frac{P+jQ}{S_b} = \frac{P}{S_b} + j\frac{Q}{S_b} = P_{pu} + jQ_{pu} \Rightarrow \begin{cases} P_{pu} = \dfrac{P}{S_b} \\ Q_{pu} = \dfrac{Q}{S_b} \end{cases}$$

بنابراین برای P و Q مبنای جداگانه‌ای نداریم.

$$Z = R + jX$$

$$Z_{pu} = \frac{R + jX}{Z_b} = \frac{R}{Z_b} + j\frac{X}{Z_b} \Rightarrow Z_{pu} = R_{pu} + jX_{pu} \Rightarrow \begin{cases} R_{pu} = \dfrac{R}{Z_b} \\ X_{pu} = \dfrac{X}{Z_b} \end{cases}$$

دلایل استفاده از پریونیت:

۱) کوچکتر شدن اعداد و بالا رفتن سرعت محاسبات.

۲) اطلاعاتی می‌توانیم بگیریم که شاید خود نسبت آن را نشان دهد. ← مثلاً در یک خط ۲۰kV، اعداد را با پایه ۲۰k پریونیت می‌کنیم و بدین ترتیب تمامی اعداد به حدود یک پریونیت تبدیل می‌شوند.

۳) اگر ترانس را پریونیت کنیم، از اولیه و یا ثانویه بودن نسبت‌ها مستقل می‌شویم.

$$S_{\text{در سه فاز}} = \sqrt{3}\, V I^* \Rightarrow S_{pu} = \frac{\sqrt{3}\, V I^*}{\sqrt{3}\, V_b I_b} = V I^*$$

بنابراین:

$S_{\text{تک فاز}} = V I^*$ → مقادیر واقعی

$S_{\text{سه فاز}} = \sqrt{3}\, V I^*$ → مقادیر واقعی

اما $S_{pu} = V_{pu} I_{pu}^*$

مثال: یک موتور سنکرون 10 MW در ولتاژ 100kV و ضریب توان ۰/۸ پیش‌فاز کار می‌کند. جریان این موتور را برحسب پریونیت حساب کنید. توان مبنا را 10 MVA و ولتاژ مبنا را 50kV در نظر بگیرید. به دو طریق:

الف) مقدار واقعی جریان را حساب و سپس آن را پریونیت کنید.

ب) مقادیر را pu کرده و سپس جریان را حساب کنید.

$$I = \frac{P}{\sqrt{3}\, V\cos\varphi} = \frac{10\times 10^6}{\sqrt{3}\times 100\times 10^3\times 0.8} = \frac{100}{\sqrt{3}\times 0.8} = 72\ \text{A}$$

$$I = 72 \angle 36.8^\circ$$

$$I_b = \frac{S_b}{\sqrt{3}\, V_b} = \frac{10\times 10^6}{\sqrt{3}\times 50\times 10^3} = \frac{200\sqrt{3}}{3}$$

$$I_{pu} = \frac{\dfrac{100}{\sqrt{3}\times 0.8}}{\dfrac{200\sqrt{3}}{3}} = \frac{100\times 3}{200\times 0.8\times 3} = \frac{10}{16} = 0.625 \angle 36.8^\circ$$

$$P_{pu} = V_{pu} I_{pu} \cos\varphi \Rightarrow I = 0.625 \angle 36.8^\circ$$

$$P = \frac{10}{10} = 1\ pu$$

$$V = \frac{100}{50} = 2\ pu$$

تغییر مبنا: این وضعیت معمولاً برای امپدانس ها اتفاق می افتد. یعنی می خواهیم یک امپدانس pu شده را در یک مبنای خاص به مبنای دیگر ببریم، پس داریم:

مبنای قدیم	مبنای جدید
S_{b1}	S_{b2}
V_{b1}	V_{b2}
$Z_1(pu)$	$Z_2(pu)$

مثلاً ژنراتوری $\Rightarrow \begin{cases} 100\ MVA \\ 20\ kV \\ Z_1 = 0.2\ pu \end{cases} \xrightarrow{\text{مبنای دوم}} \begin{cases} 200\ MVA \\ 5\ kV \\ Z_2 = ? \end{cases}$

$$Z_1^{\Omega} = Z_{1pu} Z_{1b} = Z_1^{pu} \times \frac{V_{b1}^2}{S_{b1}}$$

$$Z_2^{pu} = Z_1^{\Omega} \times \frac{1}{Z_{b2}} = \frac{Z_1^{pu} \times \frac{V_{b1}^2}{S_{b1}}}{\frac{V_{b2}^2}{S_{b2}}} \Rightarrow Z_2^{pu} = Z_1^{pu} \left(\frac{V_{b1}}{V_{b2}}\right)^2 \left(\frac{S_{b2}}{S_{b1}}\right)$$

$$\Longrightarrow Z_2^{pu} = 0.2 \left(\frac{20}{5}\right)^2 \left(\frac{200}{100}\right) = 0.2 \times 16 \times 2 = 6.4\ ^{pu}$$

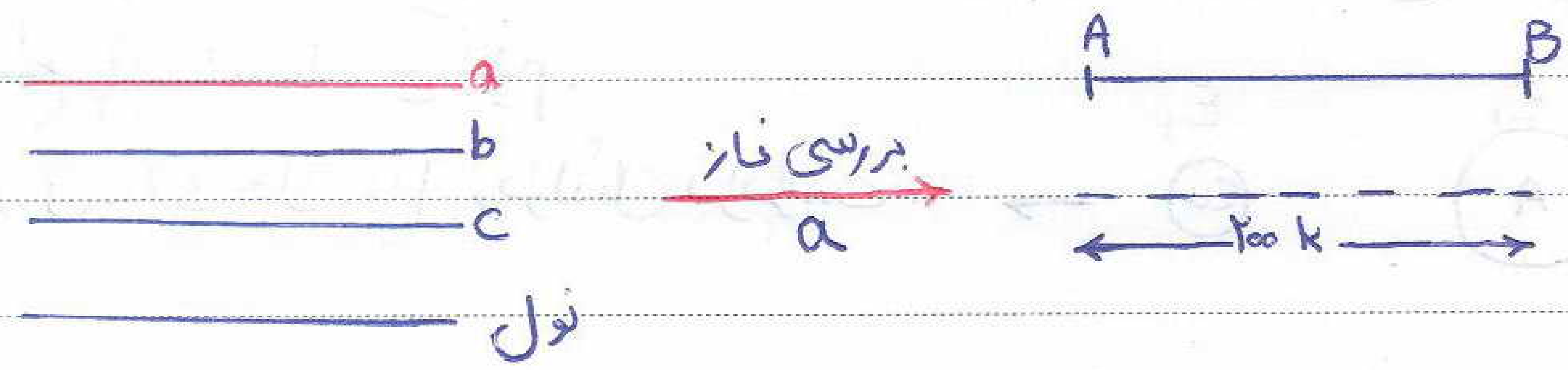
راکتانس یک ژنراتور $0.12\ pu$ در مبنای $100\ MVA$ و $20\ kV$
مقدار این راکتانس در مبنای $200\ MVA$ و $30\ kV$ چقدر است؟

$$X_2^{pu} = 0.12 \left(\frac{200}{100}\right)\left(\frac{20}{30}\right)^2 = 0.1$$

فصل سوم: محاسبه امپدانس سری خط:

$Z \quad R+jX \Rightarrow Z=R+jL\omega$

محاسبه R و L:



خطوط انتقال { خطوط هوایی / کابل زمینی

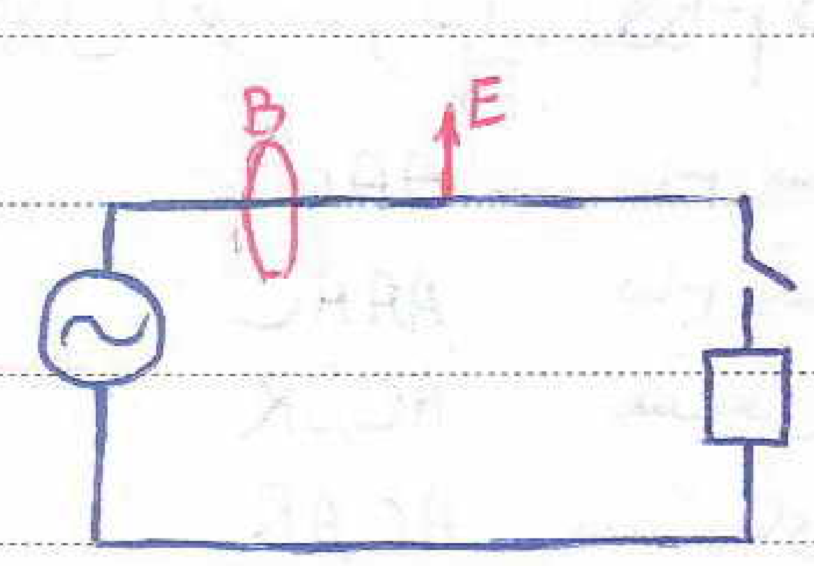
در داخل شهر معمولاً خطوط انتقال از نوع کابل زمینی اند به دو دلیل: ۱- ایمنی ۲- زیبایی
هزینه‌ی خطوط هوایی بسیار کمتر از کابل زمینی است.
در بعضی موارد نیز به دلایل فنی از کابل زمینی استفاده می شود.

خطوط انتقال $\xleftarrow{\text{عمدتاً}}$ خطوط هوایی

خطوط توزیع $\xleftarrow{\text{عمدتاً}}$ کابل زمینی

خطوط هوایی {
۱/ آلومینیوم
۲/ ترکیبات آلومینیوم
۳/ مس

نوع جنس خطوط را نیز هزینه تعیین می کند اما عمدتاً از آلومینیوم استفاده می شود و یا ترکیبات آن زیرا سبک‌تر است و در وزن ثابت سطح مقطع آلومینیوم بیشتر از مس خواهد بود.



میدان الکتریکی و مغناطیسی حتی اگر خط بی‌بار هم باشد باز هم وجود دارد.

همانطور که گفتیم در وزن و طول ثابت سطح مقطع آلومینیوم بیشتر از مس است و میزان E نوک تیز هر چه سطح مقطع بیشتر باشد کمتر است.

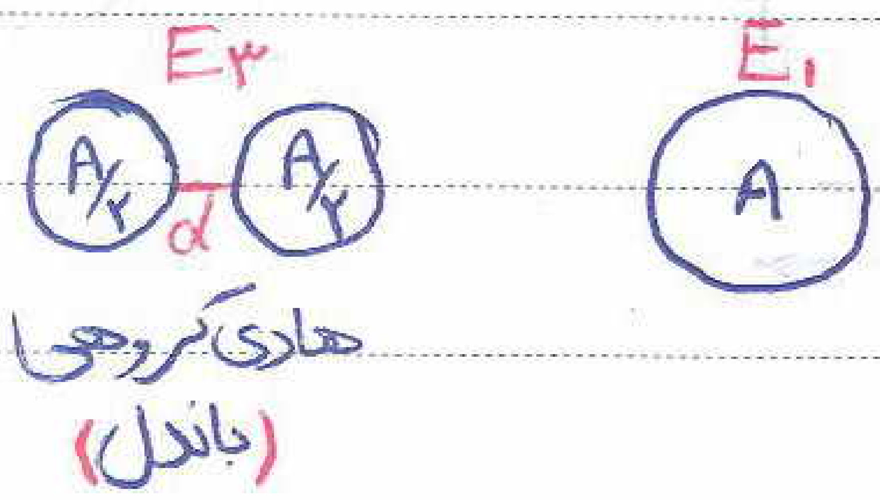
Corona

اگر این میدان E از $3000\ \frac{kv}{m}$ بیشتر شود هوا یونیزه شده و تخلیه الکتریکی صورت می گیرد. (پدیده کرونا)
تخلیه الکتریکی ۲ مشکل بوجود می آورد: ۱- مقداری انرژی به فضا منتقل می شود ← تلفات کرونا
۲- تداخل مخابراتی

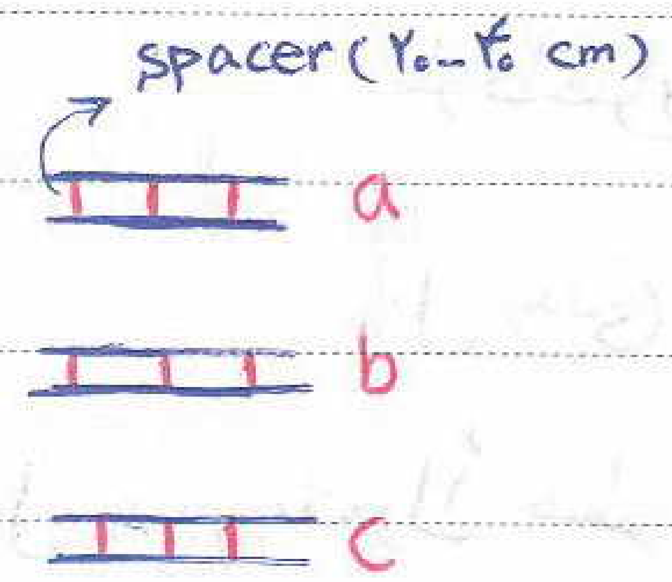
احتمال پدیده کرونا در هوای مرطوب بیشتر است.

بنابراین اگر از آلومینیوم استفاده کنیم احتمال رخداد کرونا کمتر می شود.

راه دیگری برای کمتر کردن شدت میدان به جای یک هادی با سطح مقطع A، از دو هادی با سطح مقطع $A/2$ استفاده می کنیم.



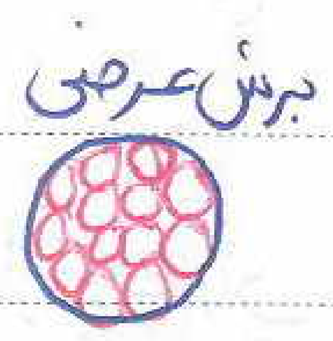
وزن هادی های مقابل و طولشان برابر است.



خط سه فاز با باندل دوتایی → در اینصورت احتمال رخداد کرونا کمتر از حالت سه خط خواهد شد.

هرچه ولتاژ بالاتر رود تعداد هادی های هر باندل بیشتر می شود.

* استحکام آلومینیوم کم است.



هادی های خطوط انتقال باید دو ویژگی داشته باشند:
۱/ استحکام
۲/ انعطاف (هادی باید رشته ای باشد)

همانطور که در برش عرضی می بینیم هادی از تعداد زیادی رشته تشکیل می شود و همه رشته های هادی نیز باید از یک جنس باشند.

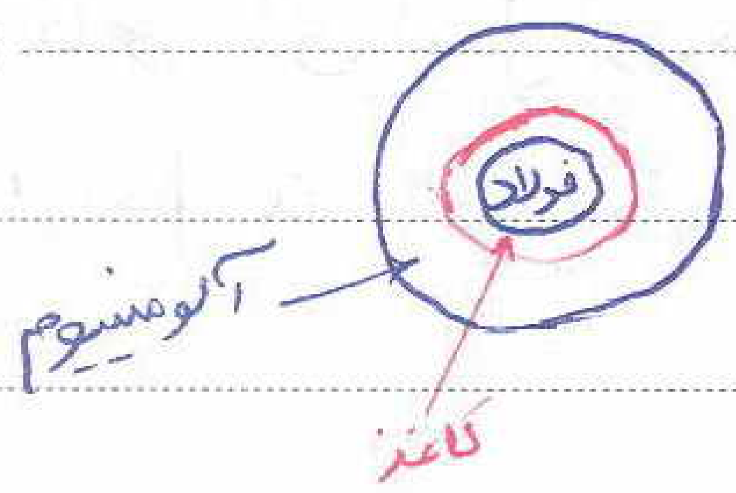
چون آلومینیوم استحکام کمی دارد بنابراین به جای آلومینیوم از آلیاژ آلومینیوم استفاده می شود.

- AAC ← تمام رشته ها از آلومینیوم
- AAAC تمام رشته ها از آلیاژ آلومینیوم
- ACSR رشته های وسط از فولاد و اطراف از آلومینیوم
- ACAR رشته های وسط از آلیاژ آلومینیوم و اطراف از آلومینیوم

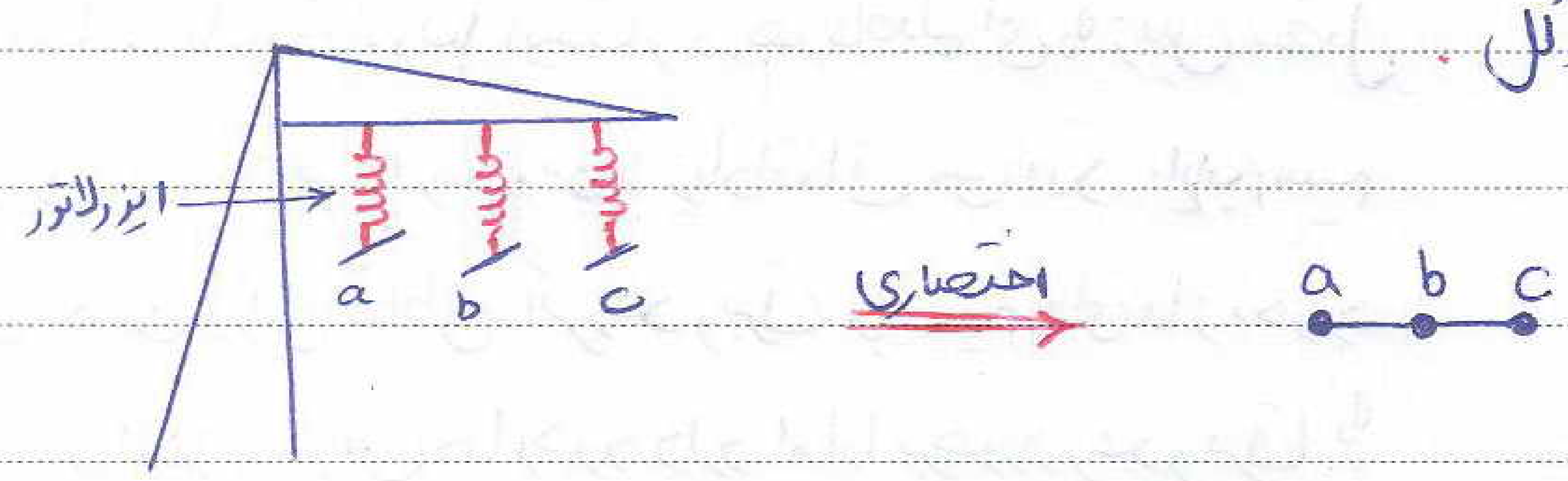
آلیاژهای آلومینیوم دارای هدایت کمتری بوده و مقاومت بیشتری نسبت به آلومینیوم خالص دارند.
برای اینکه هم استحکام داشته باشیم، هم مقاومت خیلی زیاد نشود تعدادی از رشته ها را از آلومینیوم و تعدادی از رشته های وسط را از آلیاژ آلومینیوم استفاده می کنند.
برای بالا بردن استحکام باز به جای آلیاژ آلومینیوم در رشته های وسط، از فولاد در رشته های وسط استفاده می شود.

در مرکز که جایی جریان کمتری داریم، از رشته‌ای استفاده می‌کنیم که هدایت کمتری دارد.

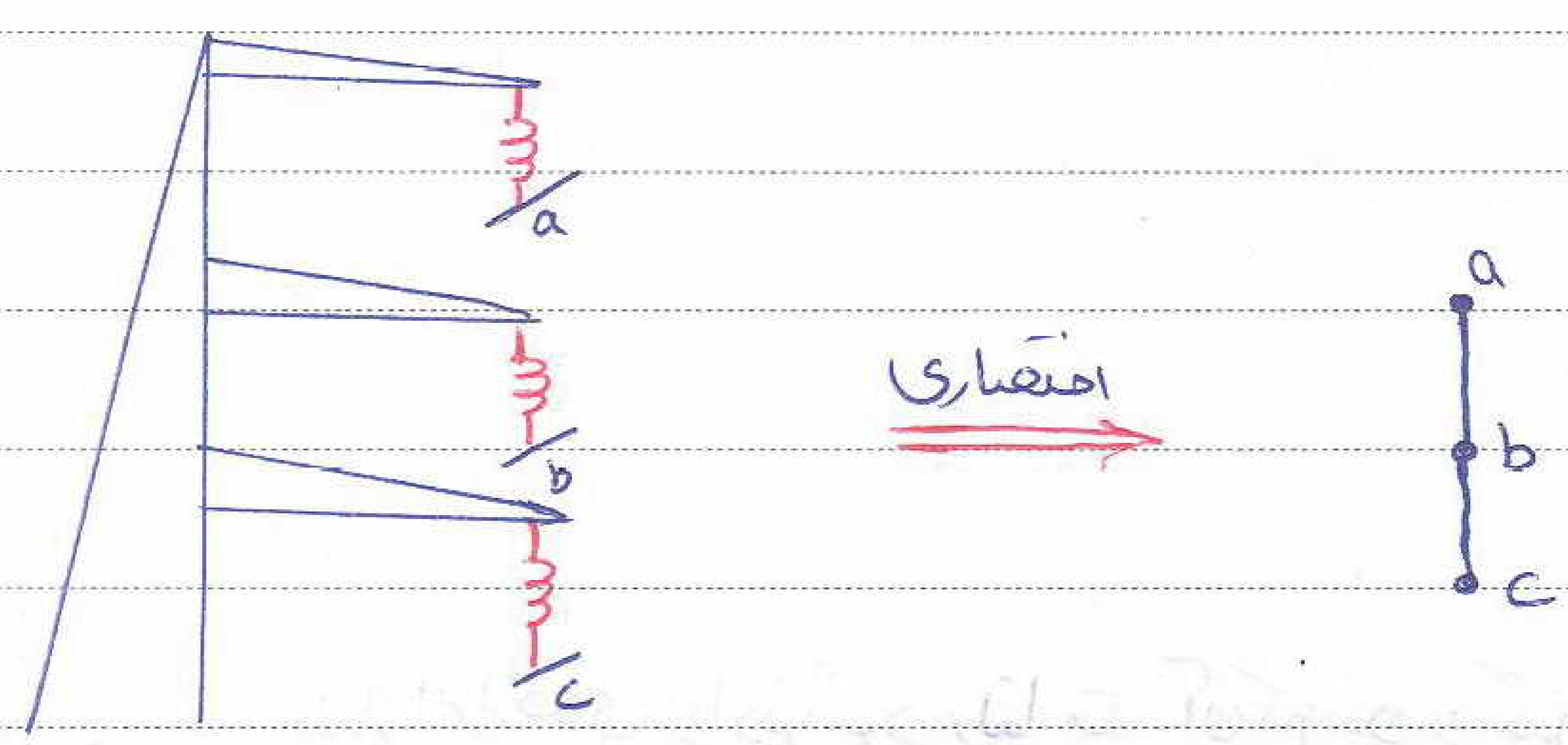
در بعضی موارد نیز در رشته‌های مرکزی از فولاد استفاده می‌شود سپس اطراف آن کاغذ قرار می‌دهند بعد از آن رشته‌های آلومینیوم قرار می‌گیرند در این حالت چون سطح مقطع بیشتر می‌شود احتمال ایجاد کرونا کمتری شود.



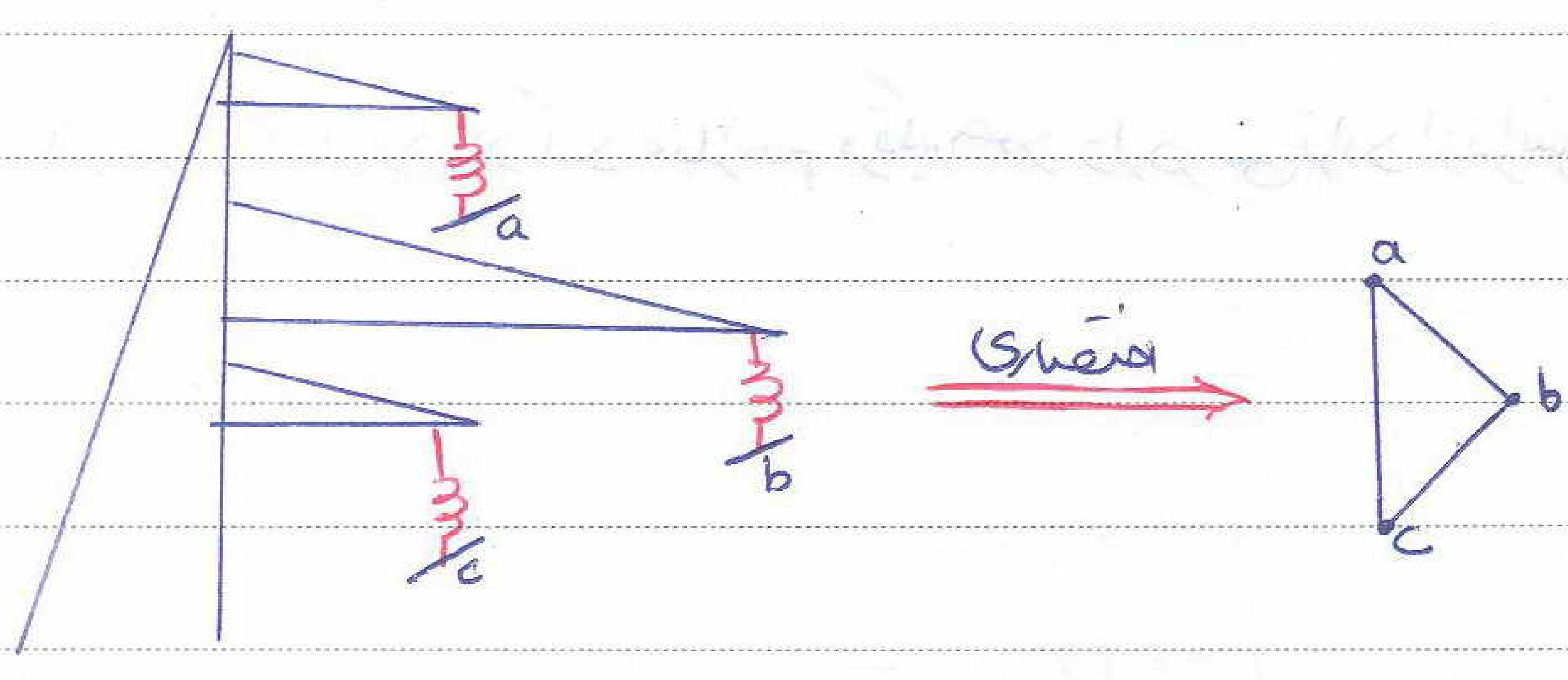
آرایش: نحوه قرارگرفتن هادی‌ها روی دکل.



آرایش افقی



آرایش قائم

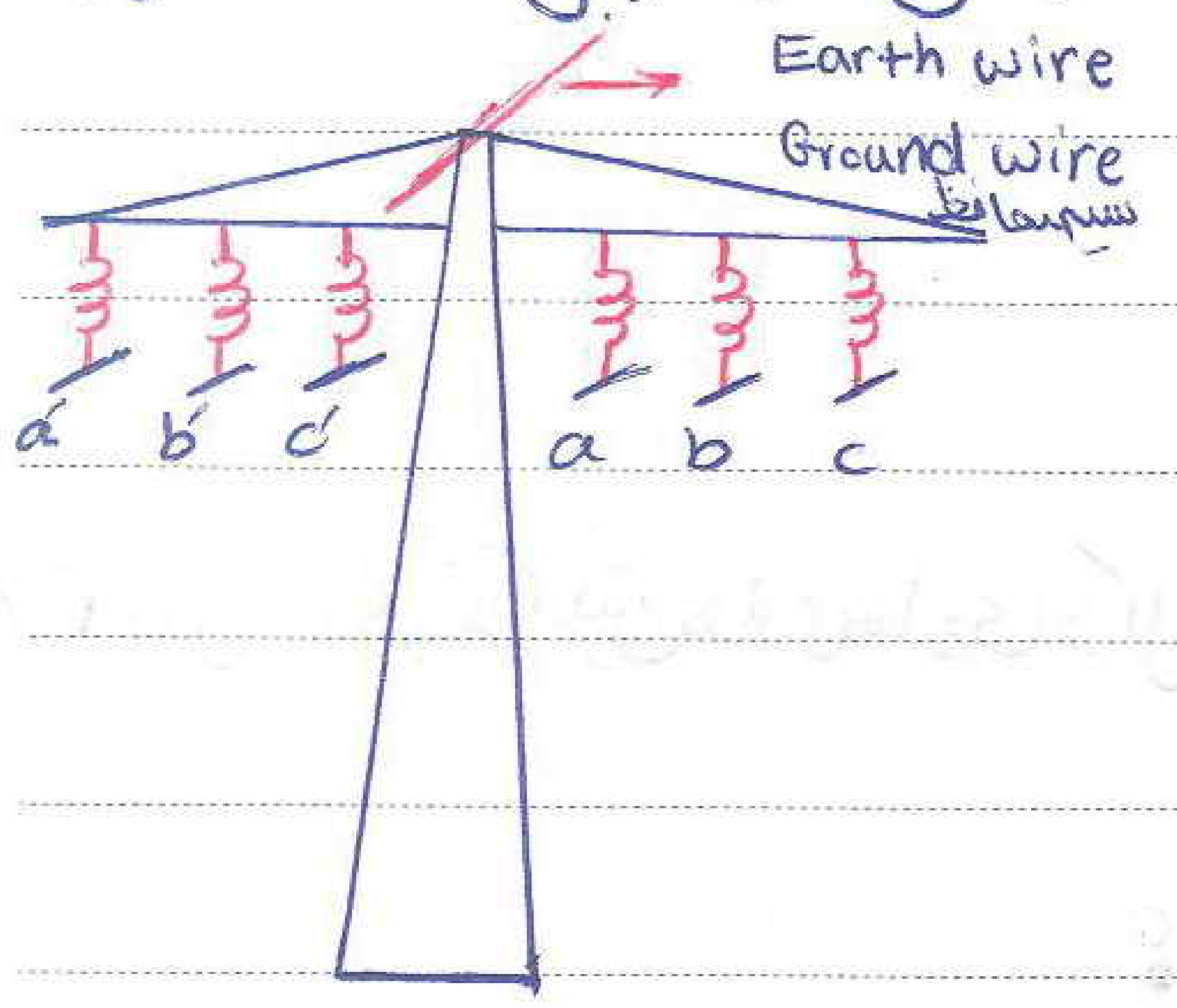


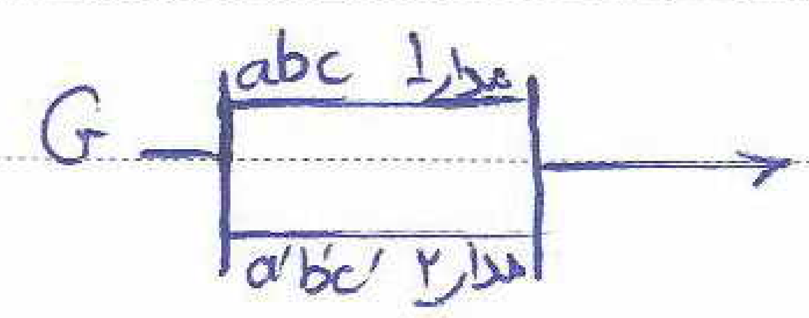
آرایش مثلث

در هر یک از نمایش های فوق، هادی ها می توانند باندل چند تایی باشند.

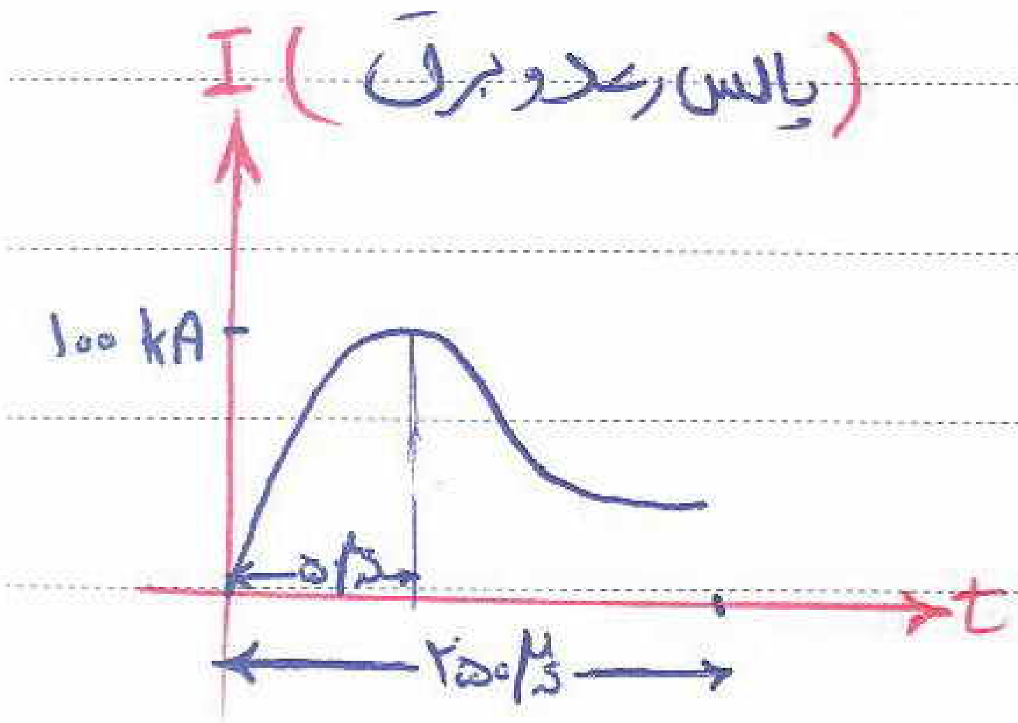
آرایش افقی با باندل دوتایی:

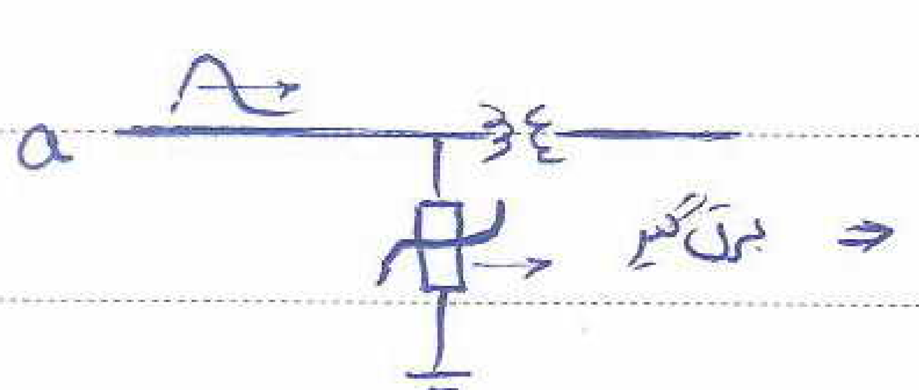
گاهی برای انتقال از دو خط موازی استفاده می شود که اصطلاحاً به آن دو مداره می گویند یعنی می گوییم شبکه از محل a به b دو مداره است. برای اینکار ترجیح داده می شود که از دکل های دوبل استفاده شود.





سیم محافظ با نیروگاه وصل نیست، در هر فاصله ای به زمین متصل می شوند. در مناطقی که رعد و برق زیاد اتفاق می افتد، این سیم را آرایش می دهند در این مناطق اگر رعد و برق به سیم های فاز بخورد امکان سوزاندن ترانس ها وجود دارد اما با برخورد رعد و برق ها به این سیم، پالس به زمین منتقل شده و خرابی ایجاد نمی کند

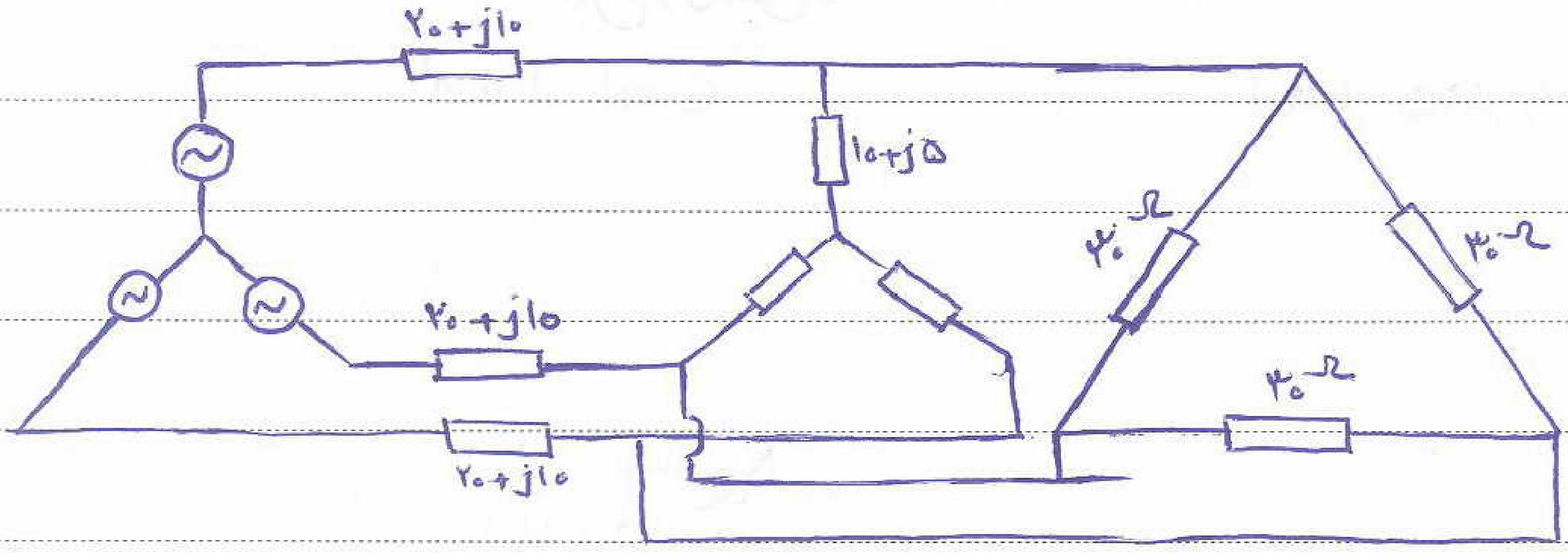


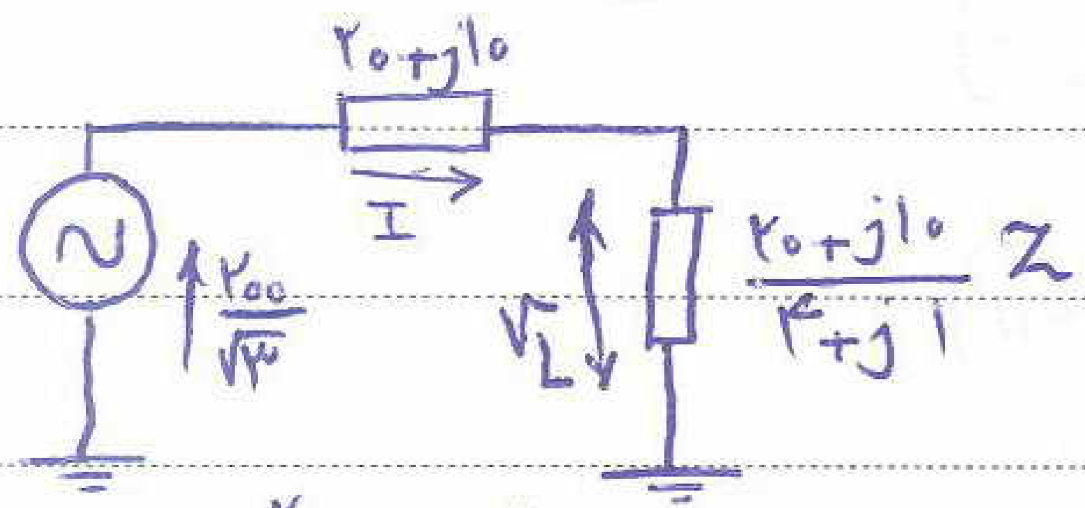


برقگیر وسیله ای است که ولتاژ اگر از حدی زیادتر شود مقاومت آن کم شده و سیگنال تقریباً زمین می شود

بنابراین اگر ضربه با فاز برخورد کند، باز هم برقگیر وجود دارد و می تواند از ترانس محافظت کند.

یک بار متعادل با اتصال مثلث ۳۰ Ω در هر فاز با یک بار متعادل اتصال ستاره ۱۰+j۵ Ω در هر فاز به صورت موازی قرار دارند و از طریق یک خط دارای امپدانس ۲۰+j۱۰ Ω در هر فاز است با یک منبع ولتاژ سه فاز ۲۰۰ V ، وصل شده است. ولتاژ دو سر بار را حساب کنید. مسئله را در سیستم pu حل کنید.





$$Y_1 = \frac{1}{10+j5}$$

$$Y_2 = \frac{1}{10} \quad \Rightarrow Y = \frac{4+j}{20+j10}$$

$$Z_b = \frac{V_b^2}{S_b} = \frac{200^2}{1000} = 40\ \Omega$$

$$Z_D = \frac{0.25\,(0.125 + j\,0.125)}{0.25 + 0.125 + j\,0.125} =$$

$$Z_1 = \frac{10}{40} = 0.25\ pu$$

$$Z_L = \frac{20+j10}{40} = 0.5 + j\,0.25\ pu$$

$$Z_2 = \frac{10+j5}{40} = 0.25 + j\,0.125\ pu$$

$$I = \frac{1\ pu}{Z_L + Z_D}$$

$$I_b = \frac{S_b}{\sqrt{3}\,V_b}$$

در اینجا بار متعادل بود و توانستیم مدار را تک فاز حل کنیم اما اگر بار متعادل نباشد نمی توانیم مدار را تک فاز حل کنیم و باید مدار را به طور سه فاز و هم زمان حل کنیم.

1 inch = 2.54 cm — علامت اینچ " : 2"

12 inch = 1 foot — علامت فوت ' : 2'

mile > km

1 mile = 1.609 km

$1\ mil = \frac{1}{1000}\ inch = 0.001'' = 2.54 \times 10^{-3}\ cm$

Subject:
Year. Month. Date. ( )

اگر دایره‌ای داشته باشیم که قطر آن 1 mil باشد آنگاه مساحت آن را یک Cmil می‌گویند.

$$Cmil = \pi\left(\frac{1\ mil}{2}\right)^2 = \pi\left(\frac{2.54\times10^{-2}}{2}\right)^2 = \underbrace{5.067\times10^{-4}}_{\text{ضریب تبدیل برای رفتن به Cmil از } mm^2}\ mm^2$$

$$\Rightarrow 1\ mm^2 = 1973.525\ Cmil$$

محاسبه امپدانس سری خط:

۱- محاسبه مقاومت اهمی (R) $\begin{cases} R_{dc} \\ R_{ac} \end{cases}$

مقاومت dc:

$$R_{dc} = \rho \frac{l}{A_e}$$

طول — مقاومت ویژه — سطح مقطع

$$R_{t_2} = R_{t_1}(1+\alpha(t_2-t_1))$$

ضریب حرارتی

$$\frac{R_{t_2}}{R_{t_1}} = \frac{T+t_2}{T+t_1}$$

ثابت حرارتی

در 20° ، $\rho_{Al} = 2.83\times10^{-8}$

مثلاً $\Rightarrow \begin{cases} R_{20} = 15\,\Omega \\ R_{50} = ? \end{cases} \Rightarrow R_{50} = \frac{228+50}{228+15}\times 15$

مقاومت ac:

P_1 |———| P_2 $\quad P_2 < P_1$

$$R_{ac} = \frac{\text{تلفات خط}}{\text{مجذور جریان}} = \frac{R|I|^2}{|I|^2}$$

$R_{ac} > R_{dc} \Rightarrow$
- ۲٪ طول رشته از هادی بزرگتر است
- ۳٪ سطح مؤثر از سطح واقعی کمتر است

R_{ac} چند درصدی بیشتر از R_{dc} است علت نیز اینست که در حالت ac جریان از تمام سطح رسانا عبور نمی‌کند. (به علت اثر پوستی)

در حالت dc جریان از تمام خط به طور یکنواخت عبور می‌کند

بنابراین سطحی که در فرمول محاسبه مقاومت می‌گذاریم باید سطح مؤثر باشد که در حالت ac سطح مؤثر کوچکتر است.

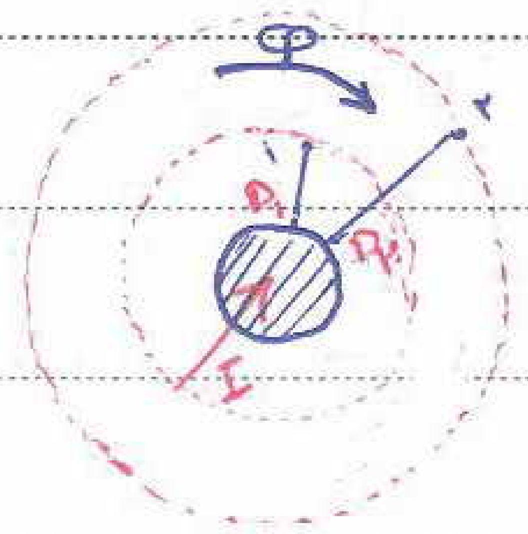
همچنین طول رشته‌ها از هادی بزرگتر است، در حالت dc ما طول هادی را به عنوان l می‌گذاریم

Subject:
Year. Month. Date. ( )

مثال: مقاومت یک‌های ACSR با سطح مقطع $300\ MCmil$ را در درجه ۵۰ برحسب اهم برمایل بدست آورید. اثر پوستی و اثر رشته‌ای بودن را هر یک ۲٪ در نظر بگیرید.

$\rho_L = 2{,}83 \times 10^{-8}\ \Omega m\ ,\ 20^{\circ}$ $\qquad T = 228$

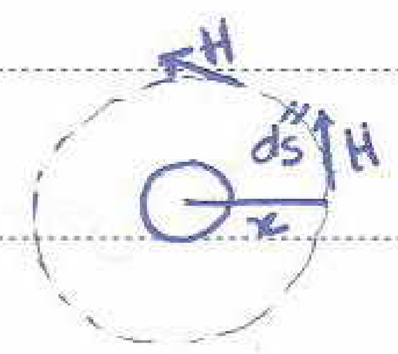
محاسبه اندوکتانس :



حال می‌خواهیم شار عبوری از سطحی که بین فاصل ۱ و ۲ است را بدست آوریم.
چون طول هادی را یک متر در نظر گرفتیم پس مقدار L را به صورت $\frac{H}{m}$ بدست می‌آوریم

$$d\varphi = dx\, L B$$

$$\left.\begin{array}{l} d\varphi = B.dx \\ B = \mu_0 H \end{array}\right\} \Rightarrow d\varphi = \mu_0 H\, dx$$



$$\oint H.ds = I \Rightarrow H 2\pi x = I \Rightarrow H = \frac{I}{2\pi x}$$

$$\Rightarrow d\varphi = \frac{\mu_0 I}{2\pi x} dx$$

$$\varphi_{12} = \int_{D_1}^{D_2} \frac{\mu_0 I}{2\pi x} dx = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \ln \frac{D_2}{D_1}$$

شار خارج هادی از سطح هادی تا نقطه P:

$$\varphi_{12} = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \ln \frac{D_2}{r}$$

$\varphi = LI$ بنابراین هرچه جریان عبوری از هادی را زیاد کنیم، شار نیز زیاد خواهد شد.
رابطه فوق تا هنگامی برقرار است که هسته اشباع نشود.
اگر هسته نداشته باشیم یعنی هسته هوا باشد آنگاه رابطه خطی همواره برقرار است.

$$\left.\begin{array}{l} L = \frac{\varphi}{I} = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{D}{r} \quad \frac{H}{m} \\ \mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \end{array}\right\} \Rightarrow L = 2\times10^{-7} \ln D/r$$

چون شار خارج هادی را در نظر گرفتیم به آن اندوکتانس خارجی می‌گویند یعنی از شار داخل هادی صرف نظر کردیم. برای بدست آوردن اندوکتانس داخلی باید شار داخلی را حساب کرده و بر I تقسیم کنیم تا داریم:

$L = \frac{\mu}{8\pi} \rightarrow$ داخل هادی هوا نیست و یک ماده با μ_r مخصوص به خود است

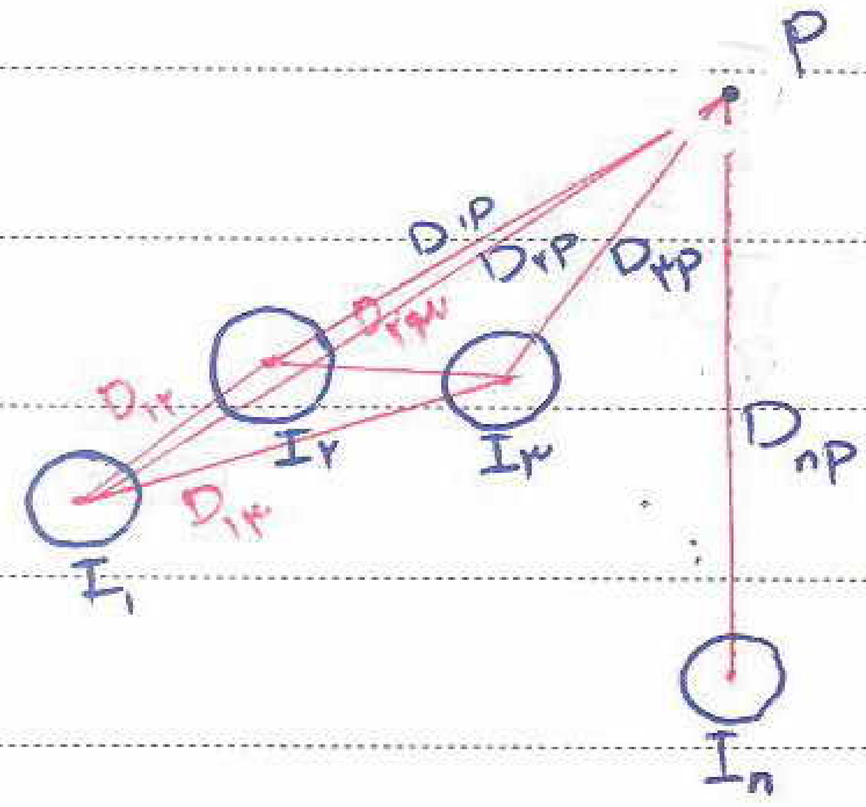
اندوکتانس کل: $L = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{D}{r} + \frac{\mu}{8\pi} \xrightarrow[\frac{\mu}{8\pi} \simeq \frac{\mu_0}{8\pi}]{\text{تقریب می‌زنیم}} L = 2\times10^{-7}(\ln D/r + 1/4)$

$$\Rightarrow L = 2\times10^{-7}(\ln D/r + \ln e^{1/4}) = 2\times10^{-7} \ln \frac{D}{r e^{-1/4}} = 2\times10^{-7} \ln \frac{D}{\underbrace{0.7788\, r}_{r'}} = 2\times10^{-7} \ln \frac{D}{r'}$$

اندوکتانس کامل: $\Rightarrow L = 2\times10^{-7} \ln \frac{D}{r'}$ ← شعاع متوسط هندسی

اندوکتانس خارجی: $\Rightarrow L = 2\times10^{-7} \ln \frac{D}{r}$ ← شعاع واقعی

برای محاسبات دقیق تر می توان از خود r' به جای r استفاده کرد.



خط تک فاز: { خط رفت / خط برگشت

فرض کنیم گروه با n هادی متقابل را داشته باشیم:

$$I_1 + I_2 + I_3 + \dots + I_n = 0 \qquad \text{I}$$

باید ارتباط بین شاری که با هادی شماره 1 پیوست دارد را با جریان عبوری از هادی 1 بدست آوریم.
اندوکتانس بین دو هادی را اندوکتانس متقابل می گوییم.
در اینجا شارهای ناشی از تک تک هادی ها را بدست می آوریم و باهم جمع می کنیم. با تقسیم این شار بر جریان می توانیم هم اندوکتانس های متقابل و هم خودی را بدست آوریم.

ψ_{1P_1} شار پیوسته با هادی 1 ناشی از I_1 $\qquad \psi_{1P_1} = 2\times10^{-7} I_1 \ln \frac{D_{1P}}{r'}$

ψ_{1P_2} شار پیوسته با هادی 1 ناشی از I_2 $\qquad \psi_{1P_2} = 2\times10^{-7} I_2 \ln \frac{D_{2P}}{D_{12}}$

$\vdots \qquad \psi_{1P_3} = 2\times10^{-7} I_3 \ln \frac{D_{3P}}{D_{13}}$

ψ_{1P_n} شار پیوسته با هادی 1 ناشی از I_n $\qquad \vdots$

$\psi_{1P_n} = 2\times10^{-7} I_n \ln \frac{D_{nP}}{D_{1n}}$

$$\psi_{1P} = \psi_{1P_1} + \psi_{1P_2} + \dots + \psi_{1P_n}$$ شار پیوسته با هادی 1 ناشی از همه جریان ها

$$\psi_{1P} = 2\times10^{-7}\left(I_1 \ln \frac{D_{1P}}{\underset{D''_{11}}{r'}} + I_2 \ln \frac{D_{2P}}{D_{12}} + I_3 \ln \frac{D_{3P}}{D_{13}} + \dots + I_n \ln \frac{D_{nP}}{D_{1n}}\right)$$

$$I_n = -I_1 - I_2 - I_3 - \dots - I_{n-1}$$

$$= 2\times10^{-7}\left(I_1 \ln \frac{1}{D_{11}} + I_2 \ln \frac{1}{D_{12}} + \dots + I_n \ln \frac{1}{D_{1n}}\right) + 2\times10^{-7}\left(I_1 \ln D_{1P} + I_2 \ln D_{2P} + \dots + I_n \ln D_{nP}\right)$$

در رابطه فوق به جای I_n از رابطه I استفاده می کنیم.

$$\Rightarrow \psi_{1P} = 2\times10^{-7}\left(I_1 \ln \frac{1}{D_{11}} + I_2 \ln \frac{1}{D_{12}} + \dots + I_n \ln \frac{1}{D_{1n}}\right) + 2\times10^{-7}\left(I_1 \ln \frac{D_{1P}}{D_{nP}} + I_2 \ln \frac{D_{2P}}{D_{nP}} + \dots + I_{n-1} \ln \frac{D_{(n-1)P}}{D_{nP}}\right)$$

Subject:
Year. Month. Date. ( )

حال نقطه‌ی P را به بینهایت میل می‌دهیم در اینصورت عبارت دوم صفر می‌شود و خواهیم داشت:

$$\psi_{1P} = 2\times10^{-7}\left(I_1 Ln\frac{1}{D_{11}} + I_2 Ln\frac{1}{D_{12}} + I_3 Ln\frac{1}{D_{13}} + \dots + I_n Ln\frac{1}{D_{1n}}\right)$$ شار پیوست با هادی یک ناشی از تمام جریان‌ها

$$\psi_{2P} = 2\times10^{-7}\left(I_1 Ln\frac{1}{D_{21}} + I_2 Ln\frac{1}{D_{22}} + I_3 Ln\frac{1}{D_{23}} + \dots + I_n Ln\frac{1}{D_{2n}}\right)$$ شار پیوست با هادی دو ناشی از تمام جریان‌ها

حال نوع خط خود را مشخص می‌کنیم:

خط تک فاز:

$$I_1 + I_2 = 0 \Rightarrow I_2 = -I_1$$

شاری که با هادی یک پیوست دارد ناشی از هر دو جریان

$$\varphi_a = 2\times10^{-7}\left(I_1 Ln\frac{1}{D_{aa}} + I_2 Ln\frac{1}{D_{ab}}\right)$$

$$\varphi_a = L_a I_a$$

$$\varphi_a = 2\times10^{-7}\left(I_1 Ln\frac{1}{D_{aa}} - I_1 Ln\frac{1}{D_{ab}}\right) \Rightarrow \varphi_a = 2\times10^{-7} I_1\left(Ln\frac{D_{ab}}{D_{aa}}\right) \Rightarrow L_a = 2\times10^{-7} Ln\frac{D_{ab}}{D_{aa}}$$

بنابراین یک متر از هادی‌ها به اندازه‌ی فوق اندوکتانس دارد.

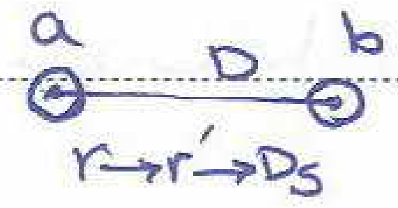
$$\Rightarrow L_a = 2\times10^{-7} ln\frac{D}{D_{sa}} = \overbrace{2\times10^{-7} ln\frac{1}{D_{sa}}}^{\text{اندوکتانس خودی}} + \overbrace{2\times10^{-7} ln D}^{\text{اندوکتانس متقابل}}$$

$$\xrightarrow[\text{مشابه}]{\text{به طور}} L_b = 2\times10^{-7} ln\frac{D}{D_{sb}}$$

اطلاعات مورد نیاز $\left\{\begin{array}{l}\text{فاصله بین خطوط}\\ \text{شعاع خطوط}\end{array}\right.$

PAPCO

Subject:
Year. Month. Date. ( )

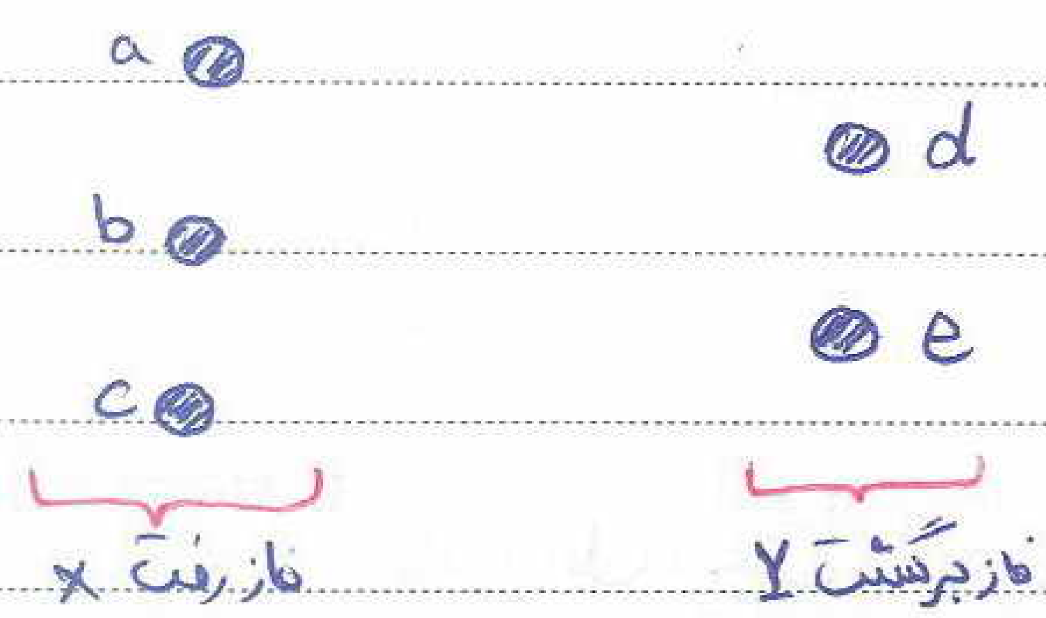


$$L = 2\times10^{-7} \ln \frac{D}{D_s} \quad H/m$$

خط تکفاز { هادی رفت ، هادی برگشت }

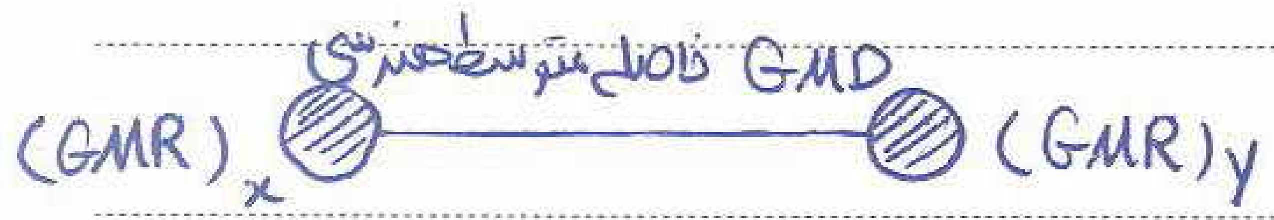
L به دست آمده را در طول خط ضرب کرده و در نتیجه اندوکتانس خط را به دست می آوریم. در $2\pi f$ ضرب کرده و راکتانس را بدست می آوریم.

فرض کنید خط تکفازی به صورت مقابل داشته باشیم که هر خط چند هادی باشد.



$$L_x = 2\times10^{-7} \ln \frac{GMD}{(GMR)_x}$$

$$L_y = 2\times10^{-7} \ln \frac{GMD}{(GMR)_y}$$



$$GMD = \sqrt[6]{ad.ae.bd.be.cd.ce} \underset{\text{مثلاً}}{\simeq} 10.743$$

$$(GMR)_x = \sqrt[9]{r'_a.ab.ac.r'_b.ab.bc.r'_c.bc.ac} \simeq 0.1481\ m$$

* r'_a گذاشتیم تا اندوکتانس خارجی و داخلی را باهم داشته باشیم.

$$(GMR)_y = \sqrt[4]{r'_d.de.ed.r'_e} \simeq 0.153\ m$$

(شعاع $\times 0.7788$)

$$L_x = 2\times10^{-7} \ln \frac{10.743}{0.1481} = 9.212\times10^{-7} \quad H/m$$

$$L_y = 2\times10^{-7} \ln \frac{10.743}{0.153} = 8.503\times10^{-7} \quad H/m$$

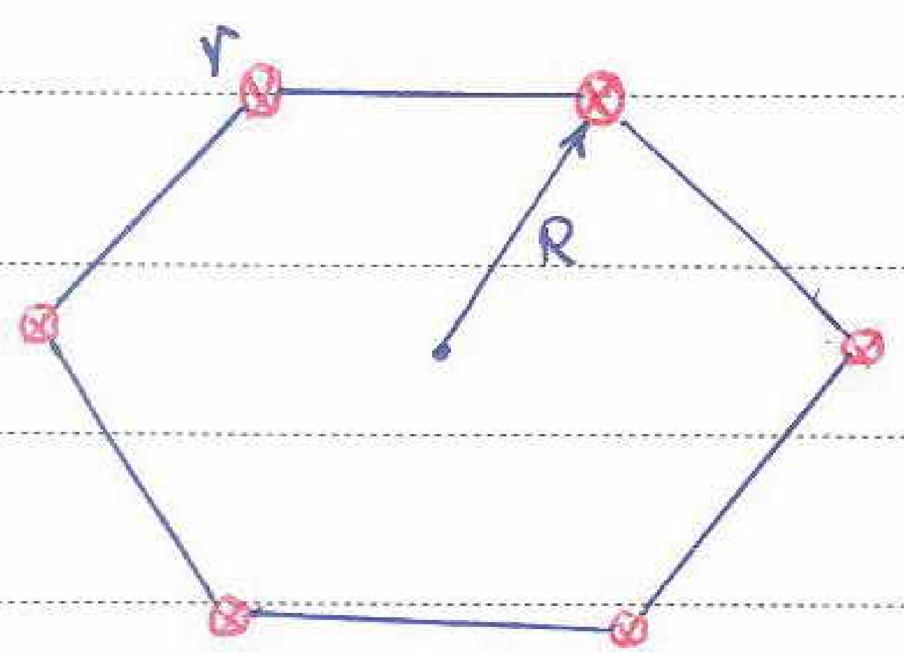
بنابراین وقتی هادی را از هم فاصله دهیم آنگاه اندوکتانس نیز کاهش می یابد.

پس باندل کردن هم احتمال کرونا را کاهش می دهد و هم اندوکتانس را.

GMR موجود در جدول را با این فرض حساب کرده اند که هادی متشکل از تعدادی رشته باشد. و سپس شعاع متوسط هندسی آن گروه را به دست آورده و در جدول تحت عنوان GMR نوشته اند.

Subject:
Year. Month. Date. ( )

تمرین: شعاع متوسط هندسی گروه مقابل را بدست آورید.

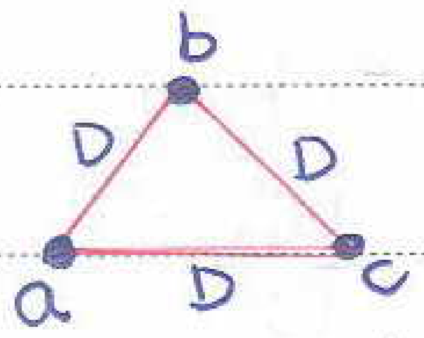


محاسبه GMR: تعداد سیم‌ها $= n$ ⇐ تعداد جملات n^2

محاسبه GMD: از n خط با m خط ⇐ تعداد جملات nm

PAPCO

محاسبه اندوکتانس خط سه فاز:



الف) خط سه فاز با فواصل مساوی (در هر فاز یک هادی):

$L_a = L_b = L_c = L$

در این حالت به دلیل مساوی بودن فواصل، رابطه مقابل را داریم.

$I_a = |I| \angle 0$

$I_b = |I| \angle -120$

$I_c = |I| \angle 120$

$I_a + I_b + I_c = 0$

$\varphi_a = L_a I_a$

$$\varphi_a = 2\times10^{-7}\left[\overbrace{I_a Ln\frac{1}{D_{sa}}}^{L_{aa}} + \overbrace{I_b Ln\frac{1}{D_{ab}}}^{L_{ab}} + \overbrace{I_c Ln\frac{1}{D_{ac}}}^{L_{ac}}\right]$$

$$\xrightarrow{D_{ab}=D_{ac}=D} \varphi_a = 2\times10^{-7}\left[I_a Ln\frac{1}{D_{sa}} + \overbrace{(I_b + I_c)}^{-I_a} Ln\frac{1}{D}\right]$$

$$\Longrightarrow \varphi_a = 2\times10^{-7} I_a Ln\frac{D}{D_{sa}} \Rightarrow L_a = 2\times10^{-7} Ln\frac{D}{D_{sa}}$$

D ← فواصل هادی‌ها

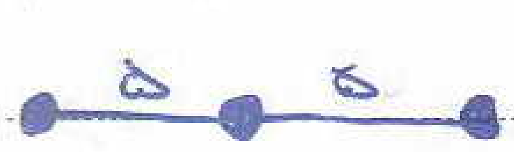
D_{sa} ← شعاع هندسی متوسط

ب) خط سه فاز با فواصل متفاوت:

در این حالت دیگر $L_a = L_b = L_c$ نخواهد بود زیرا مثلاً در آرایش مقابل اندوکتانس هادی وسط از دوتای دیگر بیشتر است.

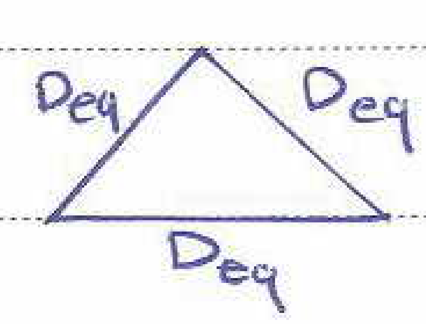
برای خطوط با طول کم اختلاف اندوکتانس‌ها را نادیده می‌گیریم و مثلث با اضلاع مختلف را با مثلثی متساوی الاضلاع جایگزین می‌کنیم.

$D_{eq} = \sqrt[3]{D_{ac}D_{ab}D_{bc}}$

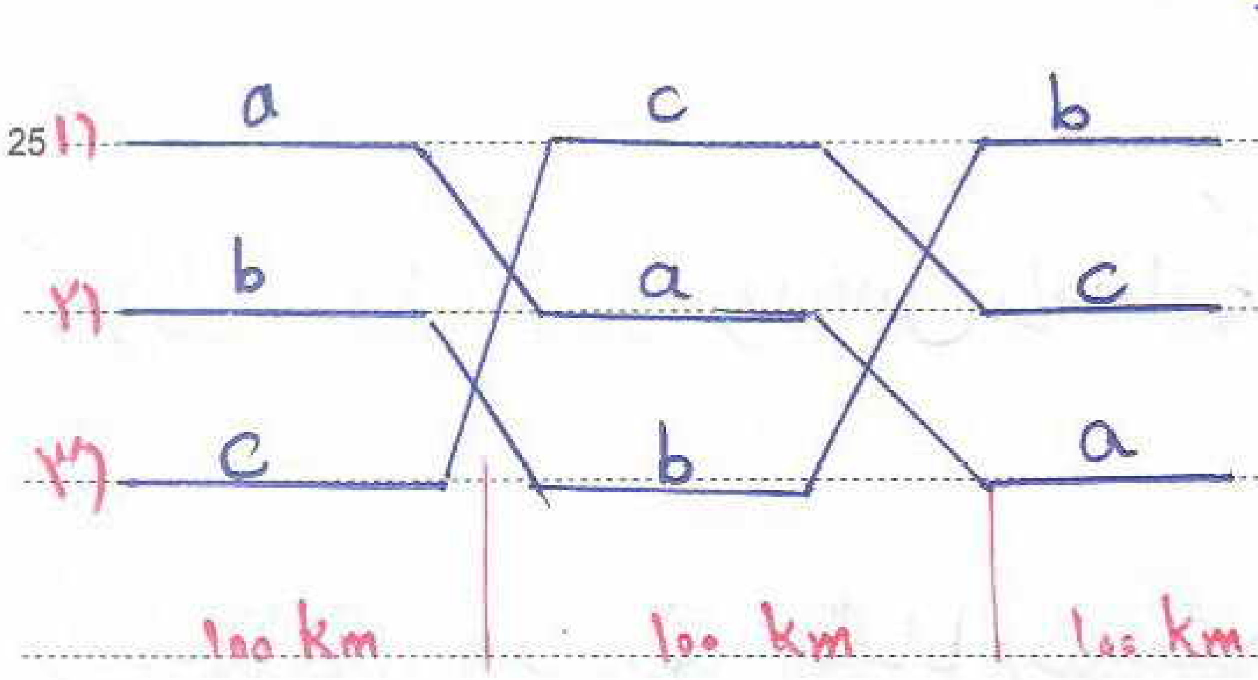


خطوط با طول کم

$D_{eq} = \sqrt[3]{5\times5\times10}$

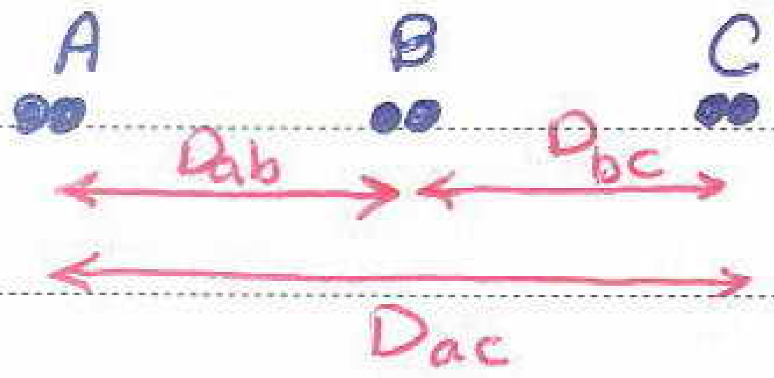


اگر طول خط زیاد باشد آنگاه در طول خط عمل جابه‌جایی انجام می‌شود یعنی مثلاً هادی که در یک خط ۳۰۰ کیلومتری، در ۱۰۰ کیلومتری اول روی ایزولاتور a بوده در ۱۰۰ کیلومتر بعدی به ایزولاتور b منتقل می‌شود. به عمل جابه‌جایی transposition نیز می‌گویند.



بنابراین در این حالت نیز می‌توانیم با در نظر گرفتن D_{eq}، مسأله را مشابه حالت قبل کرده و از فرمول آن استفاده کنیم.

ج) خط سه فاز با فواصل مساوی یا غیرمساوی (در هر فاز بیش از یک هادی)



خط سه فاز با فواصل غیرمساوی و بیش از یک هادی در هر فاز:

$$L = 2\times10^{-7} \ln \frac{D_{eq}}{D_s^b} \leftarrow GMD$$

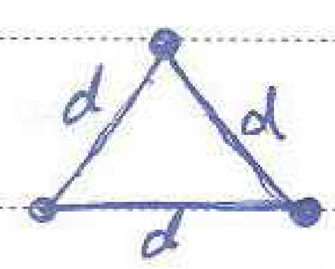
• $D_s^b = (GMR)^b$

≡

$$L = 2\times10^{-7} \ln \frac{D}{D_s^b}$$

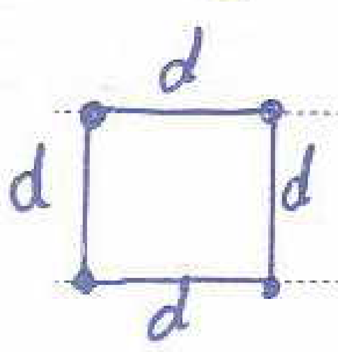
محاسبه D_s^b برای باندل دوتایی:

d دوتایی $D_s^b = GMR = \sqrt[4]{D_s d d D_s} = \sqrt{d D_s}$



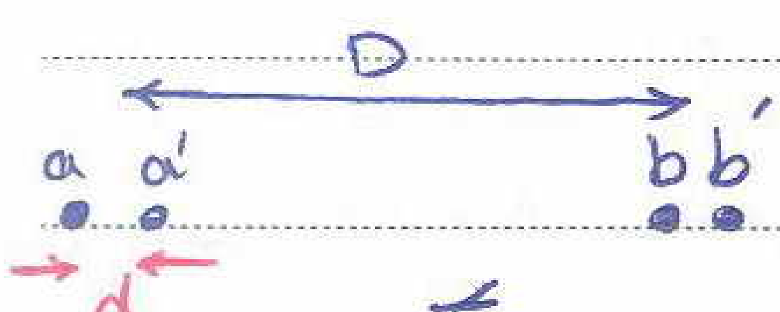
محاسبه D_s^b برای باندل سه تایی:

$$D_s^b = GMR = \sqrt[9]{(D_s d d)^3} = \sqrt[3]{d^2 D_s}$$



محاسبه D_s^b برای باندل چهارتایی:

$$D_s^b = \sqrt[4]{d^3 D_s}$$

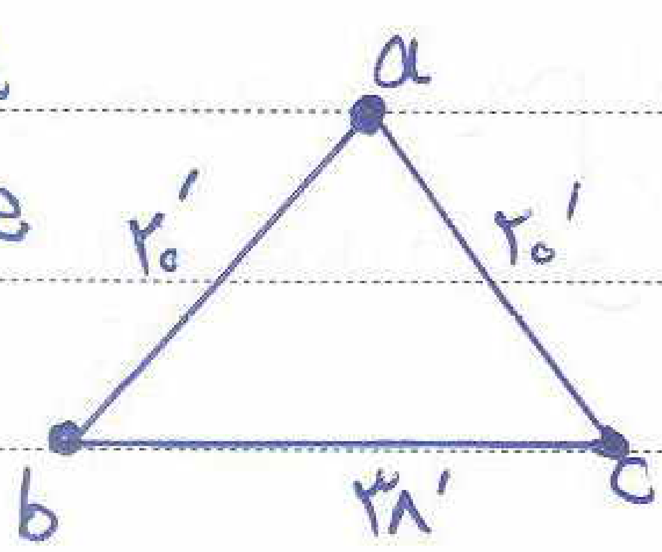


* هنگام محاسبه GMD در این آرایش مقابل باید از فرمول زیر حساب کنیم.

$$GMD = \sqrt[4]{ab\times ab'\times a'b\times a'b'}$$

اما می‌توانیم با فرض $d \ll D$ فاصله فوق را با خود D تقریب بزنیم.

ACSR
Drake



مثال: راکتانس القایی یک مایل و یک کیلومتر هر فاز را حساب کنید.
فرکانس 60 Hz می‌باشد.
در اینجا اگرچه گفته نشده که خط کوتاه بوده و یا عمل جابه‌جایی انجام شده است اما ما این فرض را می‌کنیم.

$\xrightarrow{\text{جدول}}$ $D_s = 0.0373'$

$$GMD = \sqrt[3]{20\times20\times38} = 24.8' \qquad L = 2\times10^{-7}\ln\frac{24.8'}{0.0373'} = 13\times10^{-7}\ H/m$$

$$X = 2\pi f L = 2\pi 60\times13\times10^{-7}\times1000 = 0.5\ \frac{\Omega}{Km}$$

$$X = 2\pi 60\times13\times10^{-7}\times1609\ \frac{\Omega}{mile}$$

اگر طول خط 200km باشد، راکتانس را حساب کنید.

$$X = 0.5\times200 = 100\ \Omega$$

راکتانس در واحد کیلومتر یا مایل در حدود چند دهم اهم در می‌آید.

حال راکتانس القائی را از روی جدول بدست می‌آوریم : $\frac{\Omega}{km}$ $= X_a = 0.399 \frac{\Omega}{mile} \div 1.609 =$ $\xrightarrow{\text{جدول}}$ Drake

در جدول گفته شده که راکتانس فوق برای حالتی است که فازها در رئوس مثلثی متساوی الاضلاع به ضلع 1' است. حال به جدول A2 مراجعه کرده و تأثیر فاصله را می‌نگاریم. در اینجا که 24.8' را داریم 0.8' را به اینچ تبدیل کرده و از ردیف افقی استفاده می‌کنیم.

راه حل دیگر اینست که راکتانس را به ازای 24' و 25' بدست آورده و سپس از رابطه‌ی خطی استفاده کنیم.

فاصله 24' $\longrightarrow X_d = 0.3856$

فاصله 25' $\longrightarrow X_d = 0.3906$

$1' \longrightarrow 0.0050$

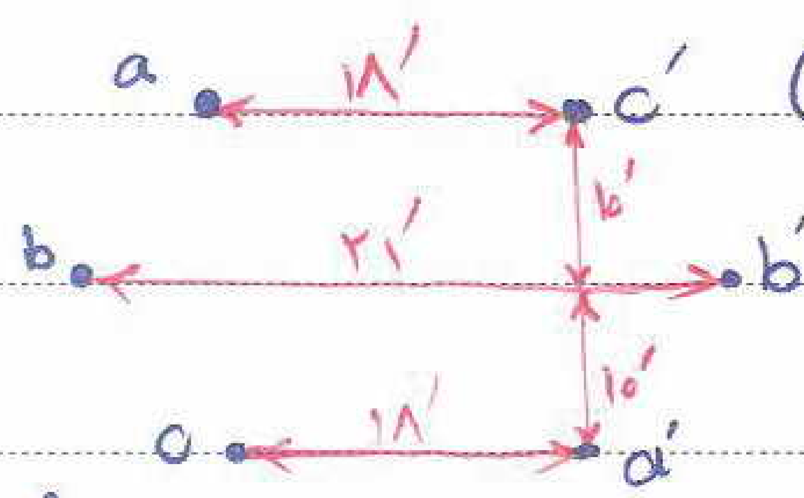
$0.8 \longrightarrow 0.8 \times 0.005 = 0.004$

$$X = X_a + X_d = \underbrace{0.3990}_{X_a} + \underbrace{0.3894}_{X_d} = 0.7884 \ \frac{\Omega}{mile}$$

وابسته به جنس هادی ← جدول A1   جدول A2 ← مستقل از جنس هادی

علت جمع کردن :

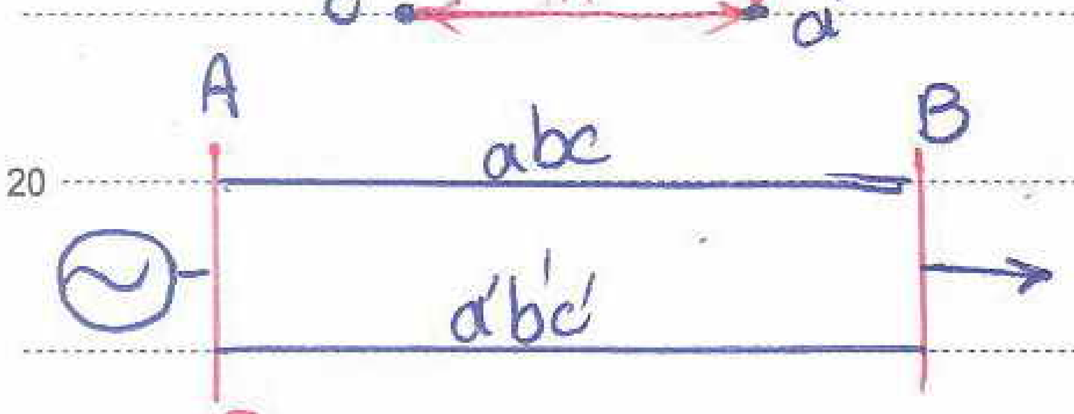
$$X = 2\pi f \ln \frac{GMD}{GMR} = \underbrace{2\pi f \ln \frac{1}{GMR}}_{X_a} + \underbrace{2\pi f \ln GMD}_{X_d}$$

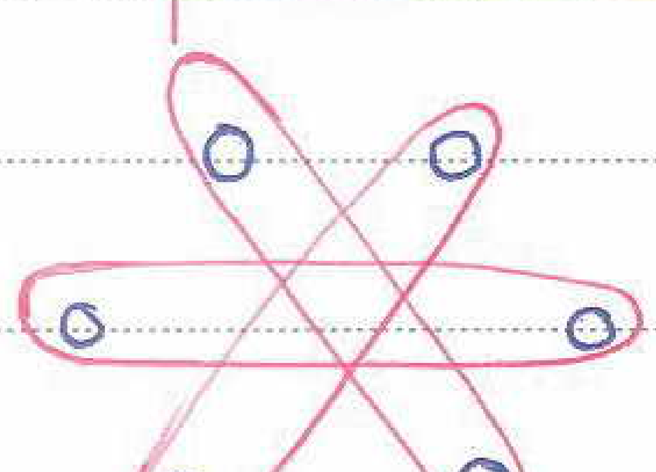


Ostrich

د) محاسبه راکتانس خط سه فاز دوبل (دومداره) :

الف) نمی‌توانیم از اثر متقابل دو مدار روی هم صرف نظر کرده و برای محاسبه L_a، اندوکتانس یک هادی برای یک مدار حساب کرده و آن را نصف می‌کنیم.





ب) منظور کردن اثر متقابل: فرض می‌کنیم یک خط داریم که باندل شده است. در اینجا باندل فرضی است زیرا فاصله دو هادی از هم بسیار بیشتر از فاصله باندل است.

در باندل D_{ab} را فاصله مرکز دو باندل با فرض $d \gg D$ در نظر می‌گرفتیم اما در اینجا این فرض را نداریم و باید D_{ab} را حساب کنیم.

$$GMD = \sqrt[3]{D_{ab} D_{bc} D_{ac}}$$

$$D_{ab} = \sqrt[4]{ab' \cdot ab \cdot a'b \cdot a'b'}$$

$$D_{ac} = \sqrt[4]{ac \cdot ac' \cdot a'c \cdot a'c'}$$

$$D_{bc} = \sqrt[4]{bc \cdot bc' \cdot b'c \cdot b'c'}$$

Subject:

Year. Month. Date. ( )

اما برای محاسبه GMR داریم. باندل دوتایی $\Rightarrow GMR = \sqrt{d D_s}$

$$(GMR)^{aa'} = \sqrt{aa' \cdot D_s}$$

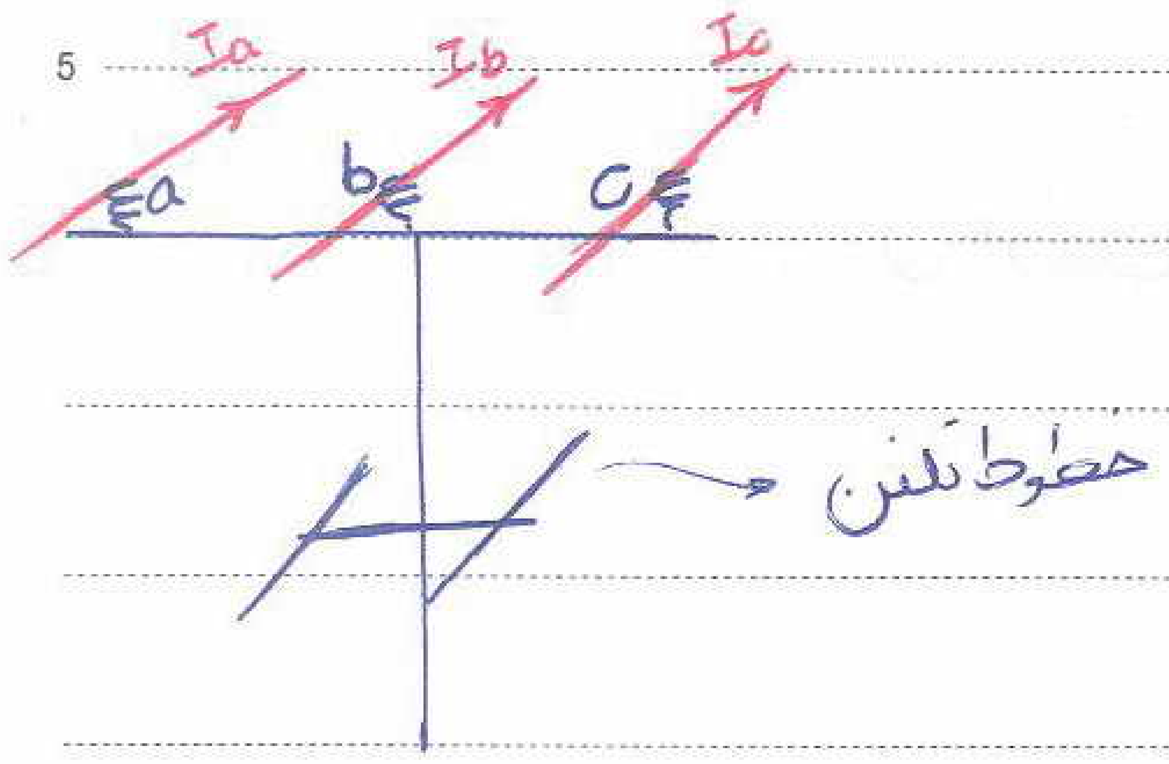
$$(GMR)^{bb'} = \sqrt{bb' \cdot D_s} \qquad \Rightarrow (GMR)^{P_c} = \sqrt[3]{(GMR)^{aa'}(GMR)^{bb'}(GMR)^{cc'}}$$

$$(GMR)^{cc'} = \sqrt{cc' \cdot D_s}$$

- در شکل صفحه‌ی قبل راکتانس در هر کیلومتر را بدست آورده و خطای دو روش را بدست آورید.

اثر القای الکترومغناطیسی:

- اثرات بیولوژیکی:
- اثرات روی خطوط مخابراتی: تداخل مخابراتی و نویز روی خطوط مخابراتی



$I_a = 200\ A$

$$\rightarrow \begin{cases} I_a = |I_a| \angle 0 \\ I_b = |I_b| \angle -120° \\ I_c = |I_c| \angle 120° \end{cases}$$

V_{12}: ولتاژ القا شده روی خطوط تلفن

در یک خط n هادی می‌دانیم:

$\rightarrow$ از جریان خطوط تلفن صرف نظر می‌کنیم.

$$\varphi_a = 2\times10^{-7}\left[I_a \ln\frac{1}{D_{aa}} + I_b \ln\frac{1}{D_{ab}} + \cdots + I_n \ln\frac{1}{D_{na}}\right]\ \frac{wb}{m}$$

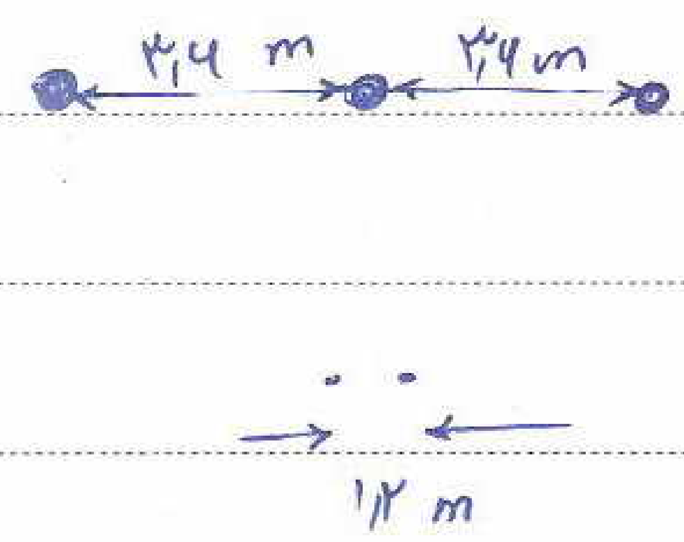
$$V_a = 2\times10^{-7} j\omega\left[I_a \ln\frac{1}{D_{aa}} + I_b \ln\frac{1}{D_{ab}} + \cdots + I_n \ln\frac{1}{D_{na}}\right]\ \frac{Volt}{m}$$

$$V_1 = 2\times10^{-7} j\omega\left[I_a \ln\frac{1}{D_{a1}} + I_b \ln\frac{1}{D_{b1}} + I_c \ln\frac{1}{D_{c1}} + \cancelto{0}{I_1} \ln\frac{1}{D_{11}} + \cancelto{0}{I_2} \ln\frac{1}{D_{21}}\right]$$

$$V_2 = 2\times10^{-7} j\omega\left[I_a \ln\frac{1}{D_{a2}} + I_b \ln\frac{1}{D_{b2}} + I_c \ln\frac{1}{D_{c2}}\right]$$

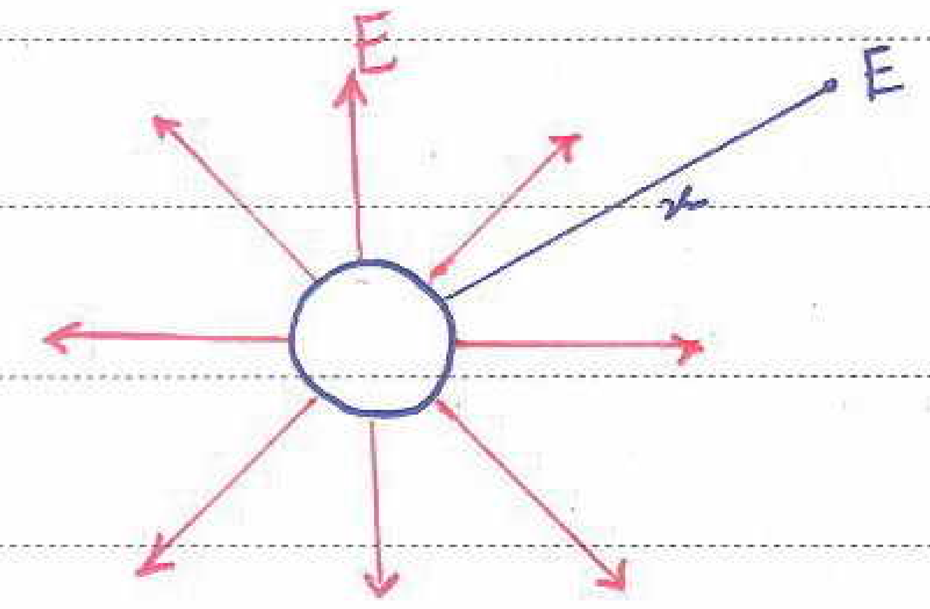
$$\Rightarrow V_{12} = 2\times10^{-7} j\omega\left[I_a \ln\frac{D_{a2}}{D_{a1}} + I_b \ln\frac{D_{b2}}{D_{b1}} + I_c \ln\frac{D_{c2}}{D_{c1}}\right]$$

$$\Rightarrow \begin{cases} V_{12} = 2\times10^{-7} j\omega I_a \ln\dfrac{D_{a2}}{D_{a1}} \\ \varphi_{12} = 2\times10^{-7} I_a \ln\dfrac{D_{a2}}{D_{a1}} \end{cases}$$



$$V_{12} = 2\times10^{-7}\, j\, 2\pi f \left[200\angle 0 \ \ln\frac{5.8}{5} + 200\angle 120^\circ \ \ln\frac{5}{5.8}\right]\times 10^{3} \ \ \mathrm{V/Km}$$

اگر یک فاز جریانش موقتاً قطع شود آنگاه دیگر آن فاز تأثیری در V_{12} ندارد.



فصل چهارم: ادمیتانس موازی خطوط:

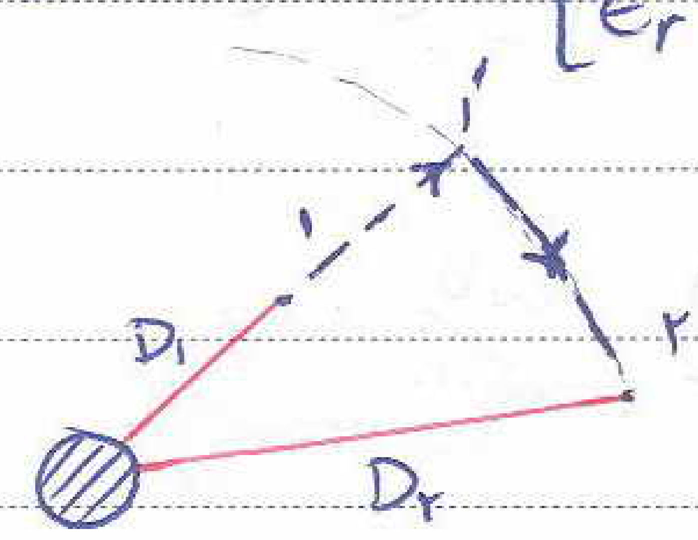
$$E = \frac{q}{2\pi \epsilon x} \ \ \mathrm{V/m}$$

ضریب نفوذپذیری الکتریکی

$$\epsilon_0 = 8.85\times10^{-12}$$

$$\epsilon_r = \frac{\epsilon}{\epsilon_0} = k \quad \text{ضریب نفوذ نسبی}$$

در مورد خطوط هوایی $\epsilon = \epsilon_0$



V_{12} : انرژی مورد نیاز برای جابه‌جایی یک بار یک کولنی از نقطه ۱ به ۲ برابر با V_{12} است.

$$V_{12} = \int_{D_1}^{D_2} \frac{q}{2\pi\epsilon_0 x}\,dx = \frac{q}{2\pi\epsilon_0}\int_{D_1}^{D_2}\frac{dx}{x} \Rightarrow V_{12} = \frac{q}{2\pi\epsilon_0}\ln\frac{D_2}{D_1}$$

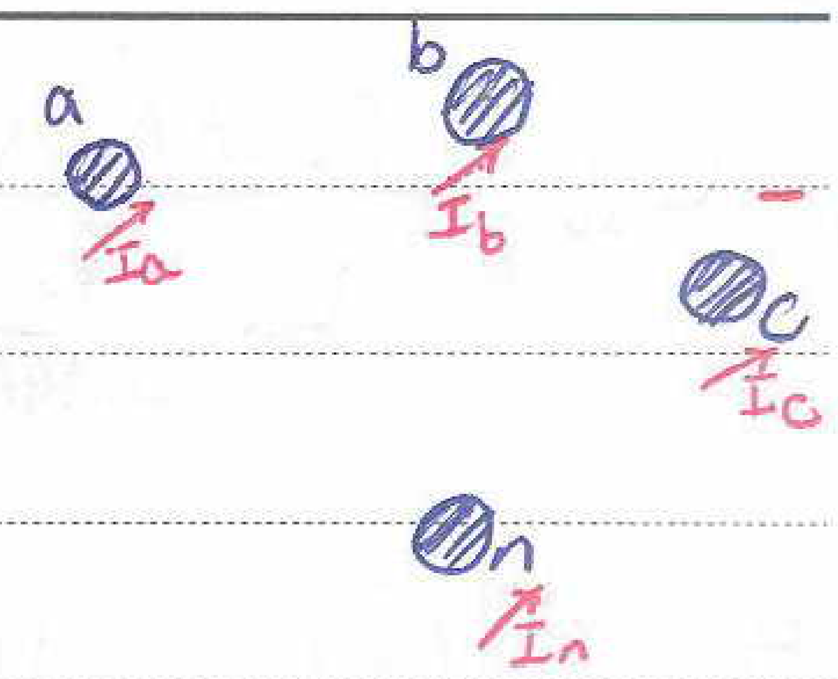
با توجه به مقداری که برای q می‌گذاریم، واحد ولتاژ به دست می‌آید.

$$q = CV \Rightarrow V = \frac{1}{C}q$$

ما دنبال این هستیم که اختلاف پتانسیل را به بار مربوط کنیم

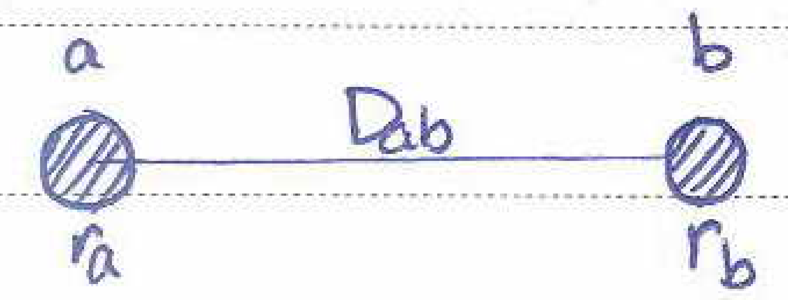
چون در خطوط معمولاً بیش از یک خط داریم، این فرمول را نیز گسترش داده و برای حالتی حساب می‌کنیم که n هادی داریم.

$$V_{ab} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0}\left[q_a \ln\frac{D_{ab}}{D_{aa}} + q_b \ln\frac{D_{bb}}{D_{ba}} + q_c \ln\frac{D_{cb}}{D_{ca}} + \dots + q_n \ln\frac{D_{nb}}{D_{na}}\right]$$



* در اینجا بار همواره روی سطح است و شعاع متوسط هندسی دیگر تعریف نمی شود.

- خط تک فاز:



$$V_{ab} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0}\left[q_a \ln\frac{D_{ab}}{r_a} + q_b \ln\frac{r_b}{D_{ba}}\right] \quad , \quad r_a = r_b = r \quad , \quad q_a = -q_b$$

$$\Rightarrow V_{ab} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0}\left[q_a \ln\frac{D}{r} - q_a \ln\frac{r}{D}\right] = \frac{q_a}{2\pi\epsilon_0}\ln\left(\frac{D}{r}\right)^2 \Rightarrow V_{ab} = \frac{q_a}{\pi\epsilon_0}\ln\frac{D}{r}$$

$$\Rightarrow C_{ab} = \frac{\pi\epsilon_0}{\ln\frac{D}{r}} \ \frac{F}{m}$$

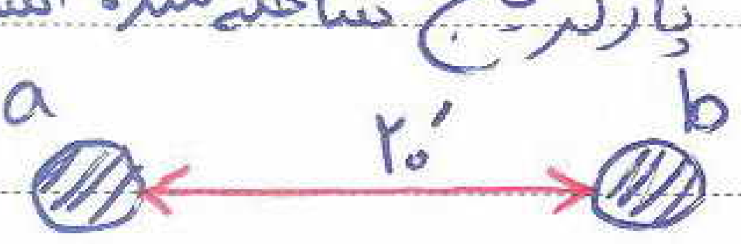
C_{ab} به فیزیک خط وابسته است ولی ما برای دست آوردن آن بین q و V ارتباط برقرار کردیم

$$B_{ab} = j\omega C = j2\pi f C \ \left[\frac{\mho}{m}\right]$$

$$X_{ab} = \frac{1}{j2\pi f C_{ab}} \ \Omega.m$$

سوسپتانس را اگر در 1000 ضرب کنیم آنگاه واحد $\frac{\mho}{km}$ خواهیم داشت ولی در مورد X_{ab} نمی توان این کار کرد.

- سوسپتانس خازنی 1 km و 1 mile خط تکفاز که با هادی ACSR پارتریج ساخته شده است را با استفاده از فرمول و جدول حساب کنید. خط به صورت مقابل است:



نوع هادی $\xrightarrow{\text{A1 جدول}}$ $r = \left(\frac{0.642}{2}\right)'' = \left(\frac{0.642}{2\times 12}\right)' = 0.0268'$

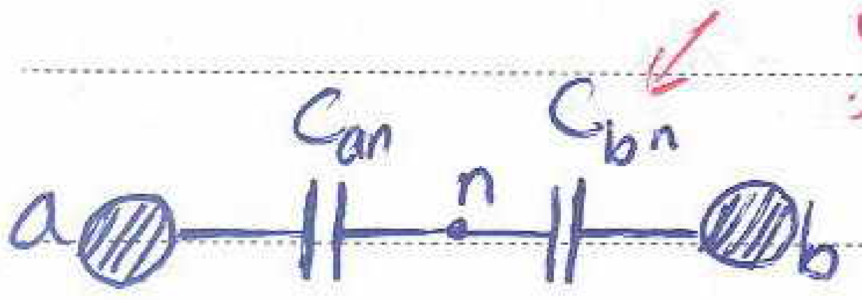
Subject:
Year. Month. Date. ( )

$$C_{ab} = \frac{\pi \times 8.85 \times 10^{-12}}{\ln \frac{20}{0.0248}} \ F/m$$

$$B_{ab} = 2\pi f C_{ab} = 2\pi \times 60 \times C_{ab} \ \frac{\mho}{m} \longrightarrow \begin{cases} \times 1000 \xrightarrow{\rightarrow 1.58\times10^{-6}} \frac{\mho}{km} \longrightarrow X_{ab} = \frac{1}{B_{ab}} \ \Omega.km \ \ (\rightarrow 6.3\times10^{5}) \\ \times 1609 \longrightarrow \frac{\mho}{mile} \longrightarrow X_{ab} = \frac{1}{B_{ab}} \ \Omega.mile \ \ (\rightarrow 10.13\times10^{5}) \end{cases}$$

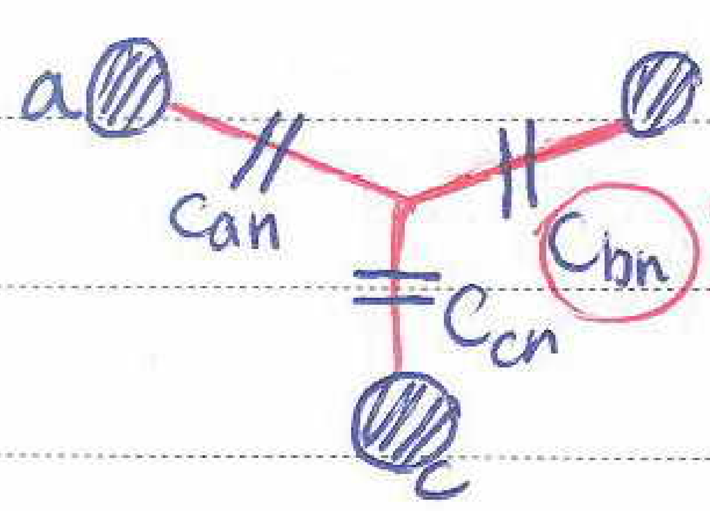
- حال با استفاده از جدول می‌خواهیم مقادیر را بدست آوریم:

$$\left.\begin{aligned} X_c &= X'_a + X'_d \\ X'_a &= 0.1074 \ M\Omega.mile \\ X'_d &= 0.0889 \ M\Omega.mile \end{aligned}\right\} \Rightarrow X_c = 0.1963 \ M\Omega.mile$$



جدول می‌دهد

- جدول سوسپتانس مقابل را می‌دهد.

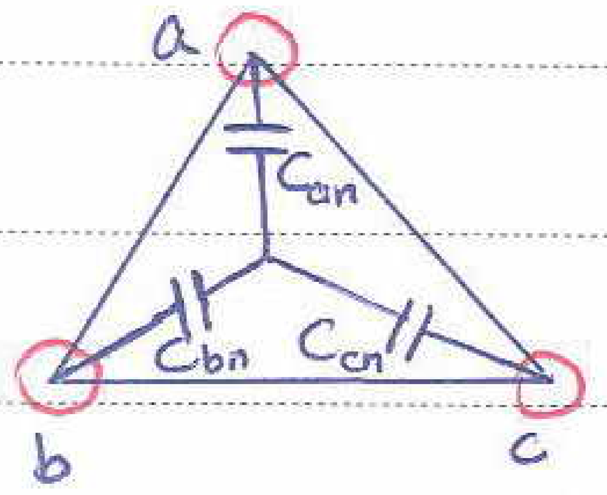


جدول می‌دهد

- برای اینکه در خط تکفاز عدد مشابه جدول بدست بیاوریم باید از فرمول مقابل استفاده کنیم.

$$C_{an} = \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln \frac{D}{r}}$$

خط سه فاز:



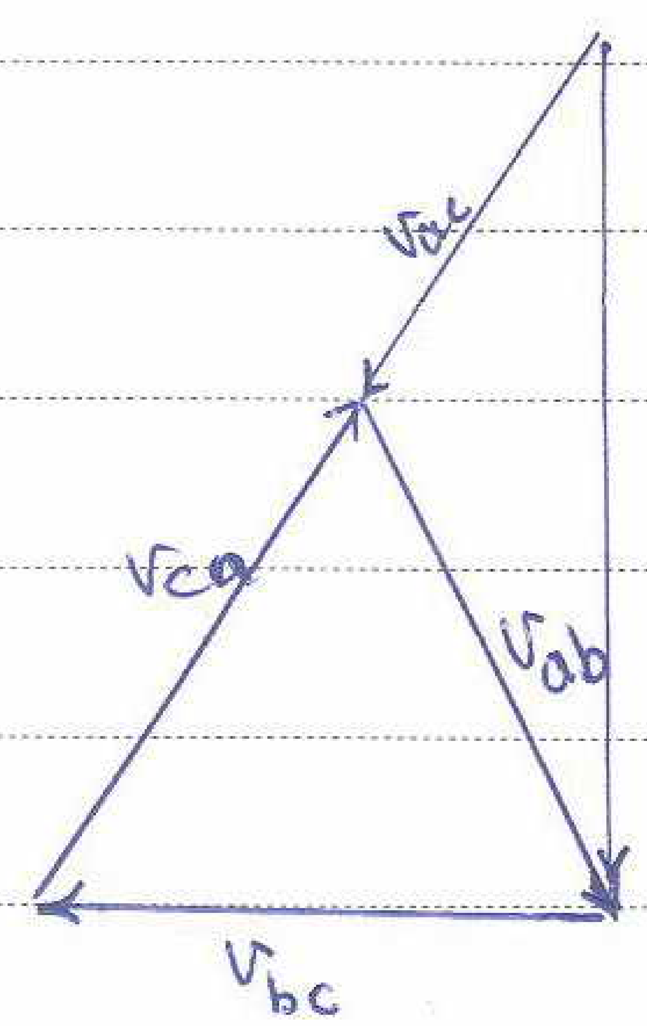
۱) هادی ها باندل نبود، و فاصله آنها نیز برابر است.

$$V_{ab} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0}\left[q_a \ln\frac{D_{ab}}{r_a} + q_b \ln\frac{r_b}{D_{ab}} + q_c \ln\frac{D_{cb}}{D_{ca}}\right]$$

$$= \frac{1}{2\pi\epsilon_0}\left[q_a \ln\frac{D}{r} + q_b \ln\frac{r}{D}\right]$$

$$V_{ac} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0}\left[q_a \ln\frac{D}{r} + q_c \ln\frac{r}{D}\right]$$

$$\Rightarrow V_{ab}+V_{ac} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0}\left[2q_a \ln\frac{D}{r} + q_a \ln\frac{D}{r}\right]$$



$$V_{ab}+V_{ac} = 2V_{ac}\cos 30 = 2\sqrt{3}\times V_{an}\frac{\sqrt{3}}{2} = 3V_{an}$$

$$3V_{an} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0}\, 3q_a \ln\frac{D}{r} \Longrightarrow C_{an} = \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln\frac{D}{r}} \quad F/m$$

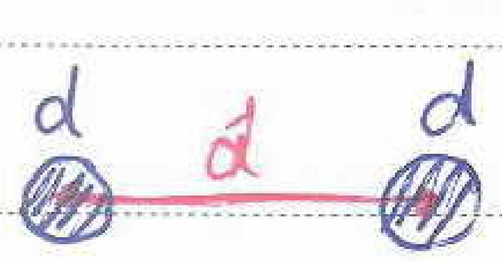
۲) سه فاز با فواصل متفاوت که باندل نشده است:

$$C_n = \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln\frac{D_{eq}}{r}}$$

$$D_{eq} = \sqrt[3]{D_{ab}D_{ac}D_{bc}}$$

۳) سه فاز با فواصل متفاوت باندل شده:

$$C_n = \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln\frac{D_{eq}}{r^b}} = \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln\frac{GMD}{GMR}}$$

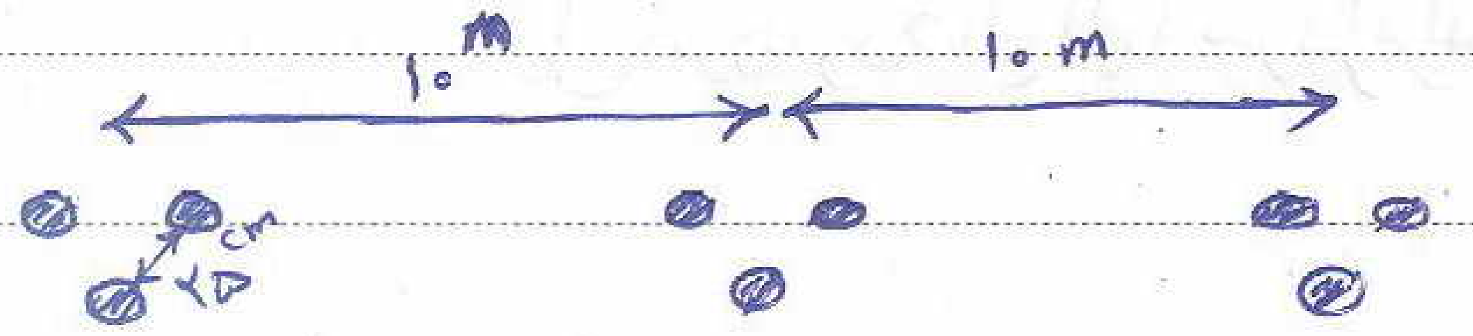


$$\rightarrow GMR = \sqrt{d D_s}$$

$$GMR = \sqrt{dr}$$

راکتانس خازنی خط سه فاز با آرایش زیر را برحسب $\Omega\,km$, $\Omega\,mile$ حساب کنید

هادی : ACSR



$$C_n = \frac{2\pi\varepsilon_0}{Ln\frac{GMD}{GMR}}$$

$C_n \longrightarrow$ بدست می‌آوریم $\longrightarrow \begin{cases} \times 1000 \\ \times 1609 \end{cases}$

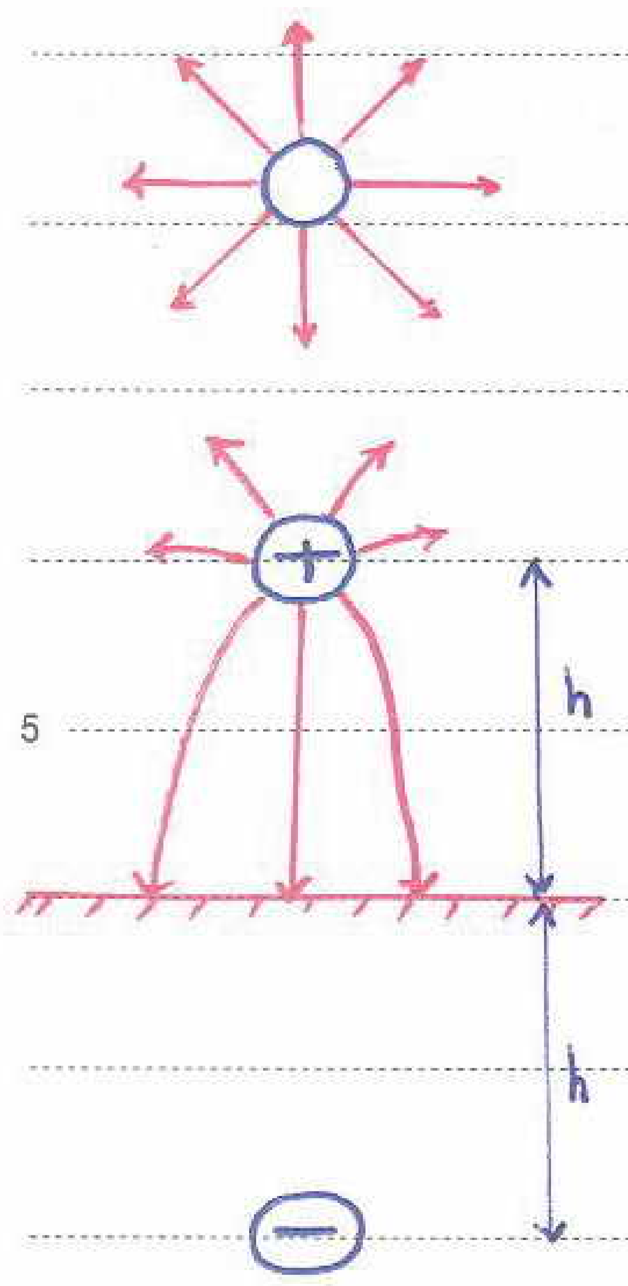
$F/km \rightarrow X = \frac{1}{2\pi f C}\ \Omega.km$

$F/mile \rightarrow X = \frac{1}{2\pi f C}\ \Omega.mile$

$$GMD = \sqrt[3]{10\times10\times20}$$

$$GMR = \sqrt[3]{d^2 r}$$

اثر زمین در کاپاسیتانس خطوط انتقال :



اگر هادی ها از زمین فاصله زیادی داشتند

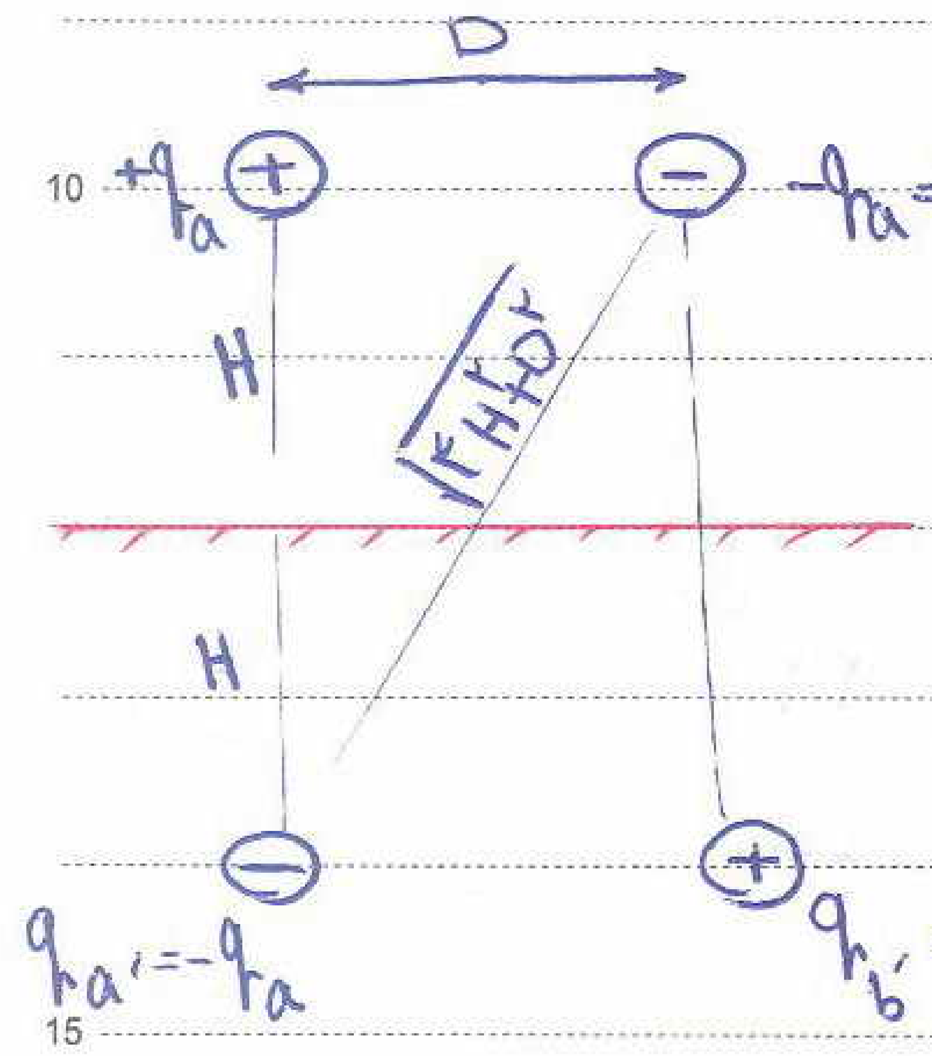
آنگاه :
$$C_{ab} = \frac{\pi\epsilon_0}{Ln \frac{D}{r}}$$

$a.$ $\quad b$ $\quad q$

$$V_{ab} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} Ln \frac{D_{qb}}{D_{qa}}$$

فاصله بار تا b

فاصله بار تا a



$$aa' = 2H = bb'$$

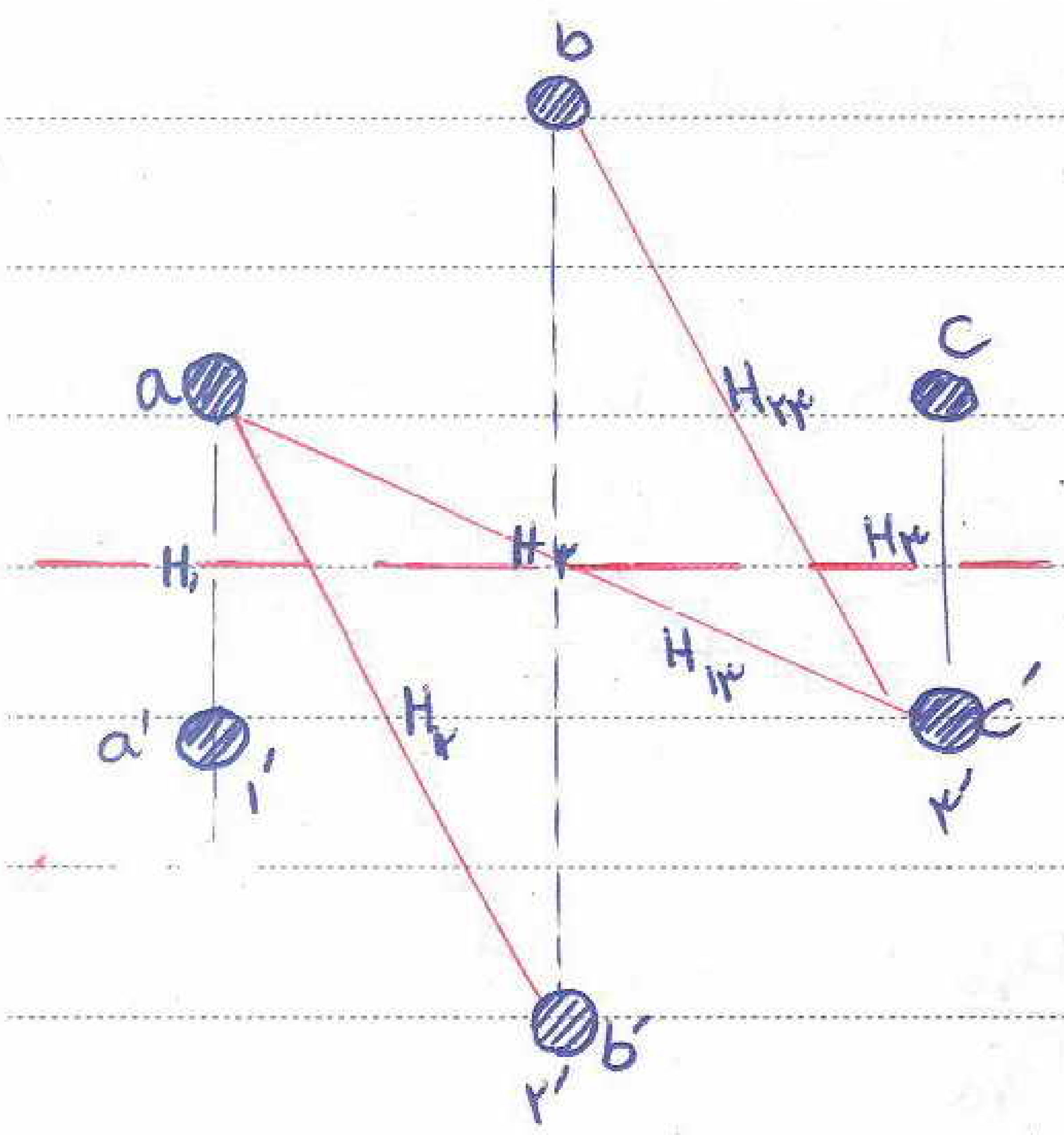
$$V_{ab} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0}\left[q_a Ln \frac{D}{r} + q_b Ln \frac{r}{D} + q_{a'} Ln \frac{D_{ba'}}{D_{aa'}} + q_{b'} Ln \frac{D_{bb'}}{D_{ba'}}\right]$$

$$\Rightarrow V_{ab} = \frac{q}{2\pi\epsilon_0}\left[Ln \frac{D}{r} - Ln \frac{r}{D} - Ln \frac{\sqrt{4H^2+D^2}}{2H} + Ln \frac{2H}{\sqrt{4H^2+D^2}}\right]$$

$$\Rightarrow V_{ab} = \frac{q}{2\pi\epsilon_0}\left[2 Ln \frac{D}{r} + 2 Ln \frac{2H}{\sqrt{4H^2+D^2}}\right] = \frac{q}{\pi\epsilon_0} Ln \frac{2HD}{r\sqrt{4H^2+D^2}} \quad v$$

$$\Rightarrow C_{ab} = \frac{\pi\epsilon_0}{Ln \frac{2HD}{r\sqrt{4H^2+D^2}}} = \frac{\pi\epsilon_0}{Ln \frac{D}{r\sqrt{1+\frac{D^2}{4H^2}}}} \xrightarrow{K = \sqrt{1+\frac{D^2}{4H^2}}} C_{ab} = \frac{\pi\epsilon_0}{Ln \frac{D}{rK}}$$

بنابراین ظرفیت نسبت به حالت قبل بیشتر می شود



$V_{ab} =$ شش جمله
$V_{ac} =$ شش جمله

دو طرف را باهم جمع می کنیم.

$$\rightarrow C_n = \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln\frac{D_{eq}}{r} - \ln\frac{H_s}{H_m}}$$

$$H_m = \sqrt[3]{H_1 H_2 H_3}$$

$$H_s = \sqrt[3]{H_{12} H_{13} H_{23}}$$

$$C_n = \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln\frac{D}{r}}$$

مثال: خط سه فاز ۱۳۲ kV از هادی ACSR که استریچ تشکیل شده و دارای آرایش زیر است.
کاپاسیتانس هر فاز برحسب $\frac{F}{km}$ و سوسپتانس خازنی هر فاز برحسب $\frac{\mho}{km}$ حساب کنید.

اگر طول خط ۲۰۰ km باشد راکتانس خازنی آن چند اهم است (فرکانس ۵۰ هرتز)
اگر توان مبنا ۱۰۰ MVA باشد راکتانس و سوسپتانس کل خط برحسب pu را بدست آورید.
اگر اثر زمین لحاظ نشود، چه مقدار خطا ایجاد می شود.

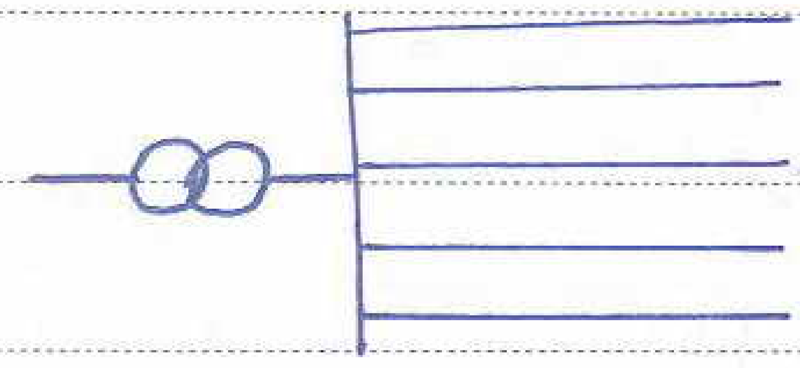
$$H_1 = H_2 = H_3 = 20^m$$

$$H_{12} = \sqrt{25 + 400} \Rightarrow C_n \text{ محاسبه می شود } F/m$$

$$H_{13} = \sqrt{100 + 400}$$

$$C_n \times 1000 \rightarrow \frac{F}{km}$$

جریان بارگیری خط:



چون اتصال باز است نباید از منبع جریان کشیده شود اما به علت خازن های موجود در طول خط جریان کشیده می شود و چون خازن خالص است جریان با ولتاژ 90° اختلاف فاز دارد پس توان راکتیو مصرف می شود.

ظرفیت کل خط

$B = 2\pi f C$

$I_{ch} = 2\pi f C V$

واحد مقابل با توجه به واحد C مشخص می شود.

R , L وقتی خود را نشان می دهند که از خط جریان عبور کند.

$Z = R + jX$

کاپاسیتانس وقتی ولتاژ روی خط قرار بگیرد خود را نشان می دهد.

$Y = G + jB$

خازن به صورت موازی قرار می گیرد و سلف را سری قرار می دهیم.

G می گویند که یک مقاومت را نیز باید با خازن موازی کنیم. این مقاومت ها مربوط به نشتی جریان است.
یعنی یک مقدار جریان از یک فاز نشت کند و هوای اطراف یونیزه گردد و پدیده ی کرونا رخ دهد.
این پدیده باعث انتشار انرژی در فضا، تلف آن و همچنین نویز روی خط مخابراتی می گردد. اگر خط انتقال خوب طراحی شود آنگاه G را در نظر نمی گیریم. $(G=0)$

* اگر ایزولاتور نیز مناسب نباشد (ترک داشته باشد یا کثیف باشد) آنگاه مقداری جریان نشت کرده و از طریق دکل به زمین منتقل می شود.

فصل ۵ - مدلسازی خطوط و ارتباط ولتاژ و جریان ابتدا و انتها :

در این فصل Z و Y از طریق روش های دو فصل قبل معلوم هستند. می خواهیم خط انتقال را برداشته و آن را مدل کنیم. مشابه قبل یک فاز را مدل می کنیم.

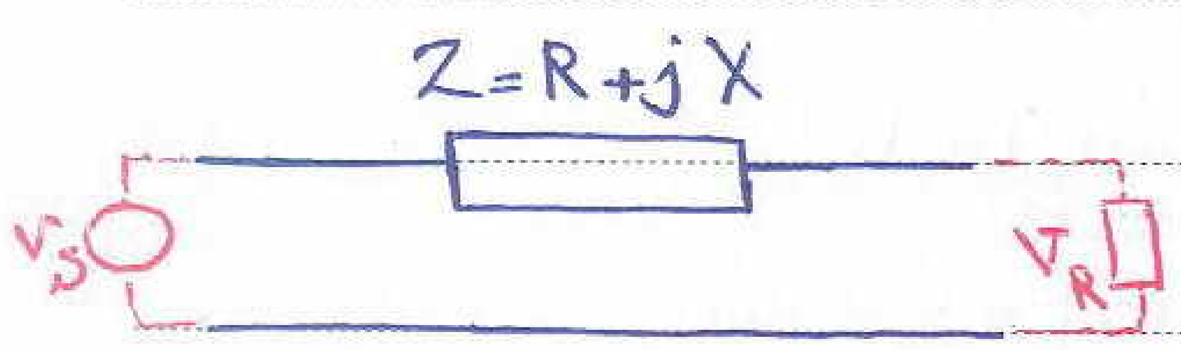
انواع خطوط				
خط کوتاه	STL	$l < 50$ mile	Z	پارامترها متمرکز در نظر گرفته می شوند
خط متوسط	MTL	50 mile $< l < 150$ mile	Y, Z	پارامترها متمرکز در نظر گرفته می شوند
خط طویل	LTL	$l > 150$ mile	Y, Z	پارامترها گسترده در نظر گرفته می شوند.

برای خطوط کوتاه از کاپاسیتانس صرف نظر می شود و ادمیتانس موازی خط را صرف نظر می کنیم

$$c = f\lambda \Rightarrow \lambda\Big|_{f=50\,Hz} = 6000\ km$$

خط اگر 1000^{km} شود آنگاه به طول موج نزدیک شده ایم و تقریب بشود. خطای زیادی خواهد داشت.

مدلسازی خط کوتاه:



فازور فازور

$$\begin{bmatrix} V_S \\ I_S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_R \\ I_R \end{bmatrix}$$

معمولاً ولتاژ و جریان بار را داریم و از طریق ماتریس مقابل ولتاژ و جریان ابتدای خط را بدست می آوریم.

$$\begin{aligned} V_S &= V_R + Z I_R \\ I_S &= I_R \end{aligned} \Rightarrow \begin{cases} A = 1 \\ B = Z \\ C = 0 \\ D = 1 \end{cases}$$

برای حل در سیستم پریونیت Z و I_R ، V_R را پریونیت کرده و مقادیر V_S و I_S را برحسب پریونیت به دست می آوریم.

* پایه ها هم در طرف فرستنده و هم گیرنده یکسان هستند.

رگولاسیون: معمولاً در طرف گیرنده حساب می شود.

$$Reg\,\% = \frac{|V_{NL}| - |V_{FL}|}{|V_{FL}|} \times 100\ \%$$

علت رگولاسیون تغییر ولتاژ در طول خط به دلیل امپدانس سری خط است.

$$Reg\,\% = \frac{|V_S| - |V_R|}{|V_R|} \times 100\ \%$$

رگولاسیون نباید از یک درصدی زیاد شود. و برای اصلاح آن می توان هادی های خط را ضخیم تر کرد یا با سری کردن یک خازن با خط قسمت موهومی امپدانس سری خط را کوچکتر کرد.

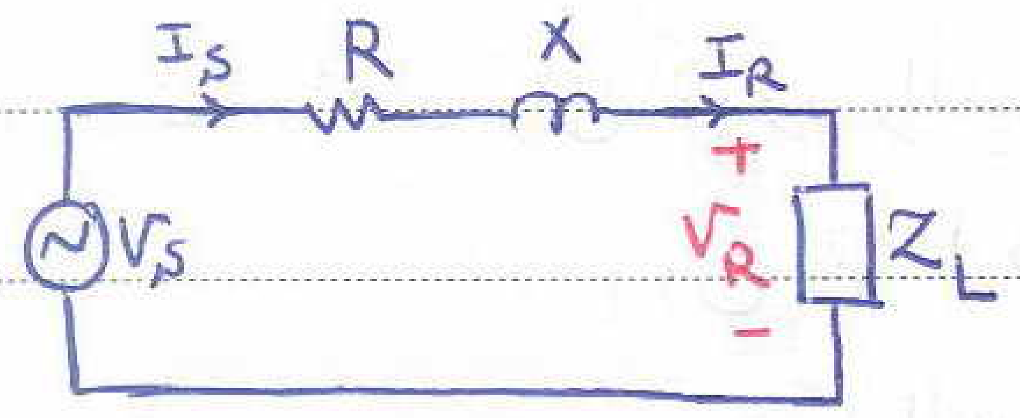
A، B، C و D را ثابت های خط می گویند. این ثابت ها از Z و Y به دست می آیند.

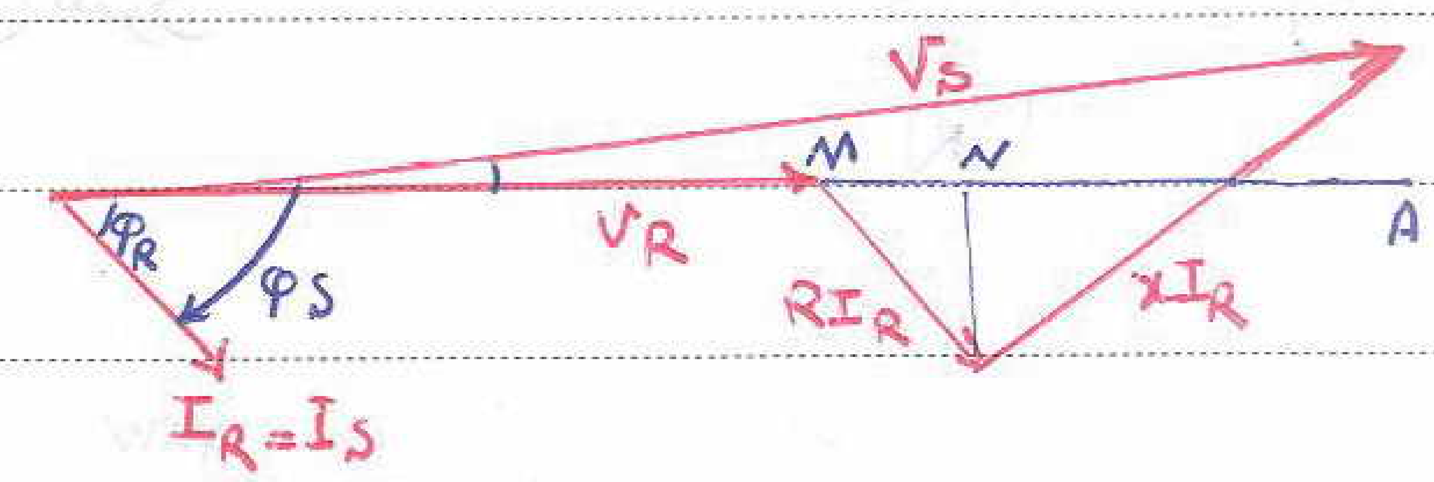
$$\left.\begin{array}{l} V_S = AV_R + BI_R \\ I_R = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow V_S = A V_R \Rightarrow \left(|V_R|\right)_{NL} = \frac{|V_S|}{A}$$

فرمول کلی برحسب ثابت های خط:

$$Reg\,\% = \frac{\frac{|V_S|}{A} - |V_R|^{FL}}{|V_R|^{FL}} \times 100\ \%$$

مدل خط کوتاه (ادامه):





$$V_S = AV_R + B\,I_R$$

$$I_S = C\,V_R + D\,I_R$$

$$\begin{bmatrix} V_S \\ I_S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_R \\ I_R \end{bmatrix} \qquad A = D = 1$$

$$B = Z \quad C = 0$$

$\varphi_R = (V_R, I_R) \quad \cos\varphi_R =$ ضریب قدرت انتهای خط (بار)

$\varphi_S = (V_S, I_S) \quad \cos\varphi_S =$ ضریب قدرت ابتدای خط (مولد)

$$S_S = V_S I_S^* = P_S + jQ_S \longrightarrow \begin{cases} P_S = |V_S||I_S|\cos\varphi_S \\ Q_S = |V_S||I_S|\sin\varphi_S \end{cases}, \quad \varphi_S = \tan^{-1}\frac{Q_S}{P_S}$$

$$S_R = V_R I_R^* = P_R + jQ_R \qquad \varphi_R = \tan^{-1}\frac{Q_R}{P_R}$$

$$\left.\begin{array}{l} P_S = P_R + P_{loss} \\ P_{loss} = R\,|I_R|^2 \end{array}\right\} \rightarrow \eta\% = \frac{P_R}{P_S} \times 100\ \%$$

$R\,|I_R|^2$ ← توان اکتیو مصرفی خط

$$Q_S = Q_R + Q_L$$

$Q_S = Q_R \times X(I_R)^2$ ← توان راکتیو مصرفی خط

$$AM = AN + MN = RI_R\cos\varphi_R + XI_R\sin\varphi_R \longrightarrow \%Reg = \frac{RI_R\cos\varphi_R + XI_R\sin\varphi_R}{V_R} \times 100$$

$$\xrightarrow[\text{توان مصرف کننده}]{\text{رگولاسیون برحسب}} \%Reg = \frac{RP_R + XQ_R}{V_R^2} \times 100$$

بنابراین افت ولتاژ اولاً به دلیل امپدانس خط ایجاد می شوند. یعنی اگر امپدانس خط صفر باشد آنگاه افتی نخواهیم داشت. ولی اگر امپدانس صفر نباشد آنگاه P_R و Q_R یعنی توانی که از خط می کشیم نیز در افت

Subject:

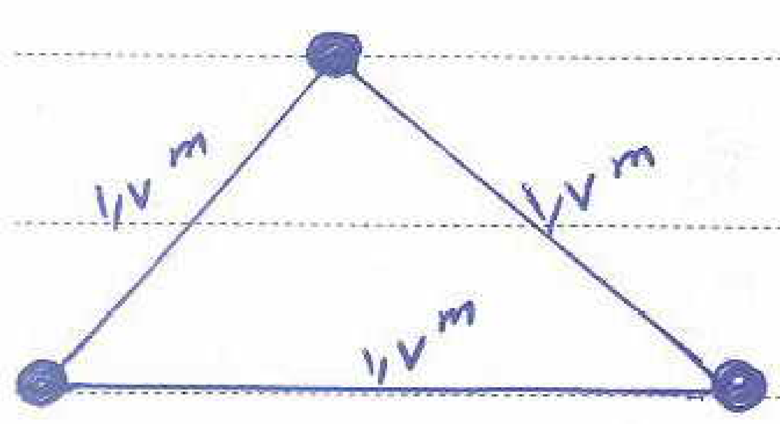
Year. Month. Date. ( )

موثرند. چون توان اکتیو و راکتیو باهم از خط عبور داده می‌شوند هر دو افت ایجاد می‌کنند. می‌توانیم P_R را از نیروگاه بگیریم ولی Q_R را در محل بگیریم یعنی نیروگاه فقط مقدار توان راکتیو مصرفی خط را تأمین می‌کند و بدین ترتیب رگولاسیون بهبود داده می‌شود.

$$\% Reg = \frac{R P_R}{V_R^2}$$

مثال: یک خط سه فاز 11^{kV}، به طول 15^{km}، توان 3^{MW} را تحویل مصرف کننده می‌دهد. تلفات خط ۱۰٪ توان مصرفی است. ضریب قدرت با ۰٫۸ پس فاز. خط انتقال دارای آرایش مثلث و فاصله هادی‌ها از همدیگر ۱٫۷ متر است. ولتاژ ابتدای خط و رگولاسیون را بدست آورید. شعاع هادی ۵ میلی متر و فرکانس ۵۰ هرتز است.

$L = 15^{km} \longrightarrow$ خط کوتاه است. $\quad V_R = 11^{kV}$



$$X = 2\pi f L = 2\pi\, 50 \times 2\times 10^{-7} \ln \frac{1.7}{0.7788\times 10^{-3}\times 5}\ \Omega/m \times 15000\ m = 5.72\ \Omega$$

توان در سه فاز

$$P_{loss} = 10\%\ (\text{توان مصرفی}) = 3\times 10^5 = 3RI^2$$

$$P_R = \sqrt{3}\, V_R I_R \cos\varphi_R \Rightarrow 3\times 10^6 = \sqrt{3} \times 11\times 10^3 \times |I_R| \times 0.8 \Rightarrow |I_R| = 197^A \longrightarrow I_R = 197\angle -36.9^\circ$$

$$3\times 10^5 = 3RI^2 \Rightarrow R = 2.58\ \Omega$$

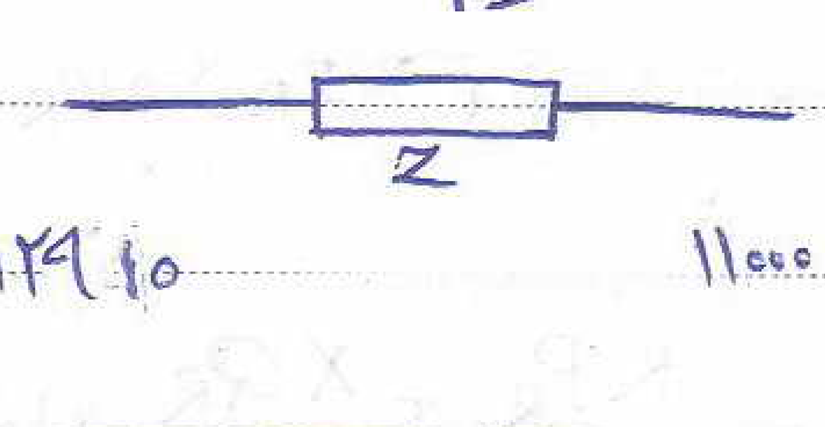
$$Z = 2.58 + j\,5.72\ \Omega$$

حال باید رگولاسیون خط را بدست آوریم، پس باید V_S را حساب کنیم

$$V_S = AV_R + BI_R \longrightarrow V_S = V_R + ZI_R \Rightarrow V_S = \frac{11000}{\sqrt{3}} + (2.58 + j\,5.72)(197\angle -36.9^\circ)$$

$$\Rightarrow V_S = 7432 + j\,595.4 = 7456 \angle 4.58^\circ$$

V_S فازی است زیرا $V_R = \frac{11000}{\sqrt{3}}$ را قرار دادیم



خطی $V_S = \sqrt{3} \times 7456 \times 10^{-3} = 12.91^{kV}$

$I_S = I_R = 197 \angle -36.9^\circ$

$$\begin{cases} V_R = \frac{11000}{\sqrt{3}} = 6350^V \\ I_R = 197\angle -36.9^\circ \end{cases} \qquad \begin{cases} V_S = 7456 \angle 4.58^\circ \\ I_S = 197\angle -36.9^\circ \end{cases} \qquad \% Reg = \frac{7456 - 6350}{6350} \times 100 = 17\%$$

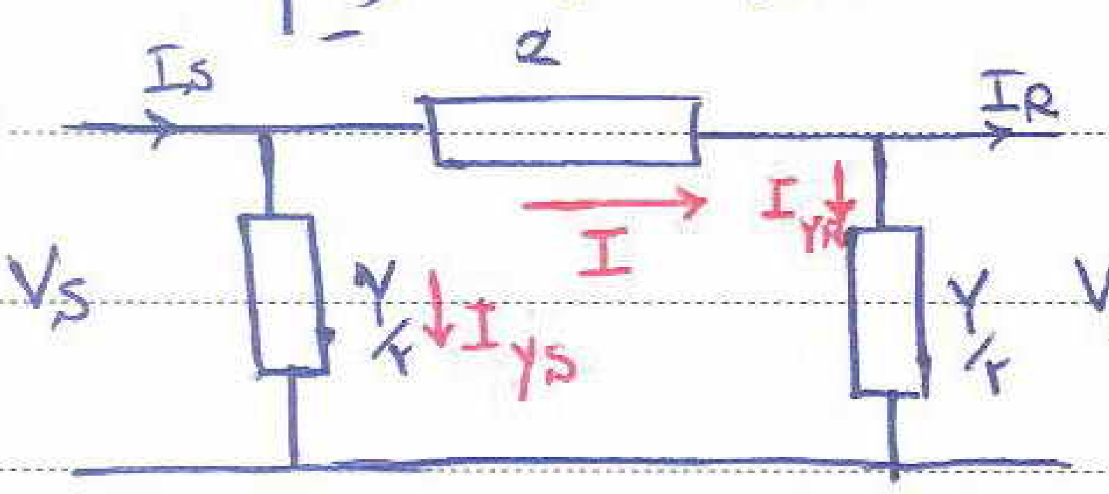
بهترین راه برای محاسبه ضریب قدرت ابتدای خط اینست که توان آن را ابتدا حساب کنیم.

$$S_S = V_S I_S^* = (۷۴۵۴ \angle ۴٫۵۸)(۱۹۷ \angle ۳۶٫۹) = \overbrace{۷۴۵۴ \times ۱۹۷}^{\text{توان هر فاز}} \angle ۴۱٫۴۸^\circ = P_S + jQ_S$$

راندمان خط را نیز می‌توانیم حساب کنیم.

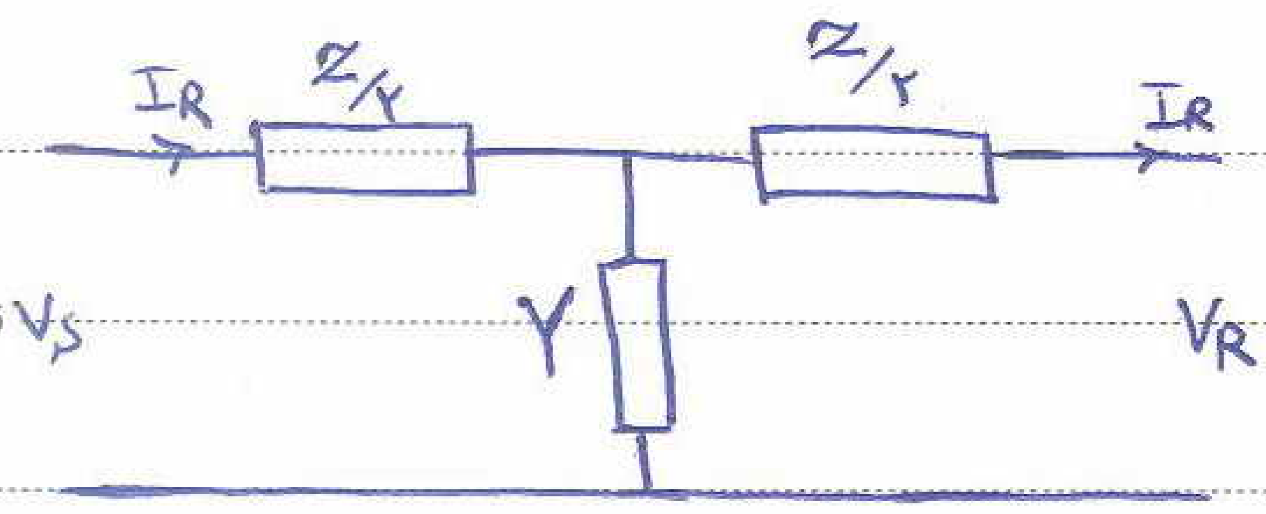
خط متوسط:

در خط کوتاه از خاصیت خازنی خط صرف نظر کردیم اما اینجا این خاصیت را نیز در نظر می‌گیریم.



مدل Π

معمولاً I_R ، V_R معلومند و ما می‌خواهیم V_S ، I_S را بدست آوریم.



مدل T

$$\left.\begin{aligned} V_S &= V_R + ZI \\ I &= I_R + I_{YR} = I_R + \tfrac{Y}{۲} V_R \end{aligned}\right\} \longrightarrow$$

$$V_S = V_R + \left(I_R + \tfrac{Y}{۲} V_R\right) Z \Rightarrow V_S = \underbrace{\left(1 + \frac{ZY}{۲}\right)}_{A} V_R + \underbrace{Z}_{B} I_R$$

$$I_S = I + I_{YS} = I_R + \tfrac{Y}{۲} V_R + \tfrac{Y}{۲} V_S = I_R + \tfrac{Y}{۲} V_R + \tfrac{Y}{۲}\left(\left(1 + \tfrac{ZY}{۲}\right) V_R + Z I_R\right)$$

$$\Rightarrow I_S = \underbrace{Y\left(1 + \frac{ZY}{۴}\right)}_{C} V_R + \underbrace{\left(1 + \frac{ZY}{۲}\right)}_{D} I_R$$

$$\begin{cases} A = D = 1 + \frac{ZY}{۲} \\ B = Z \\ C = Y\left(1 + \frac{ZY}{۴}\right) \end{cases}$$

اگر در روابط فوق بجای Y صفر قرار دهیم، پارامترهای خط کوتاه بدست می‌آیند.

$$\% Reg = \frac{\frac{|V_S|}{|A|} - |V_R|}{|V_R|} \times ۱۰۰$$

ضریب قدرت ابتدای خط را با محاسبه توان مختلط در ابتدای خط بدست آورید.

$$A = 1 + \frac{ZY}{۲}$$

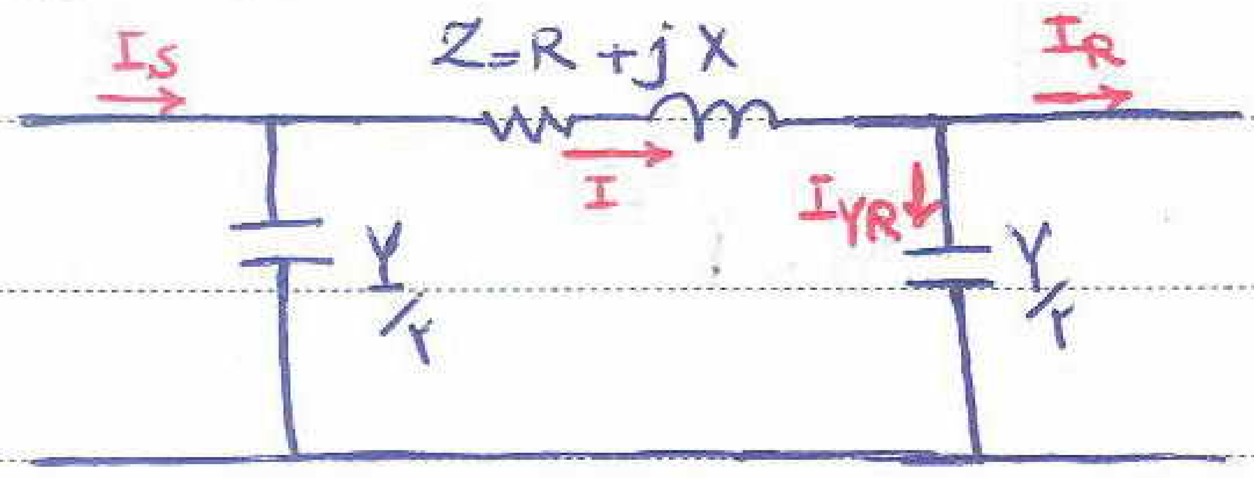
شاخه‌های خازنی توان راکتیو تولید می‌کنند در حالیکه اندوکتانس خط توان راکتیو مصرف می‌کند.

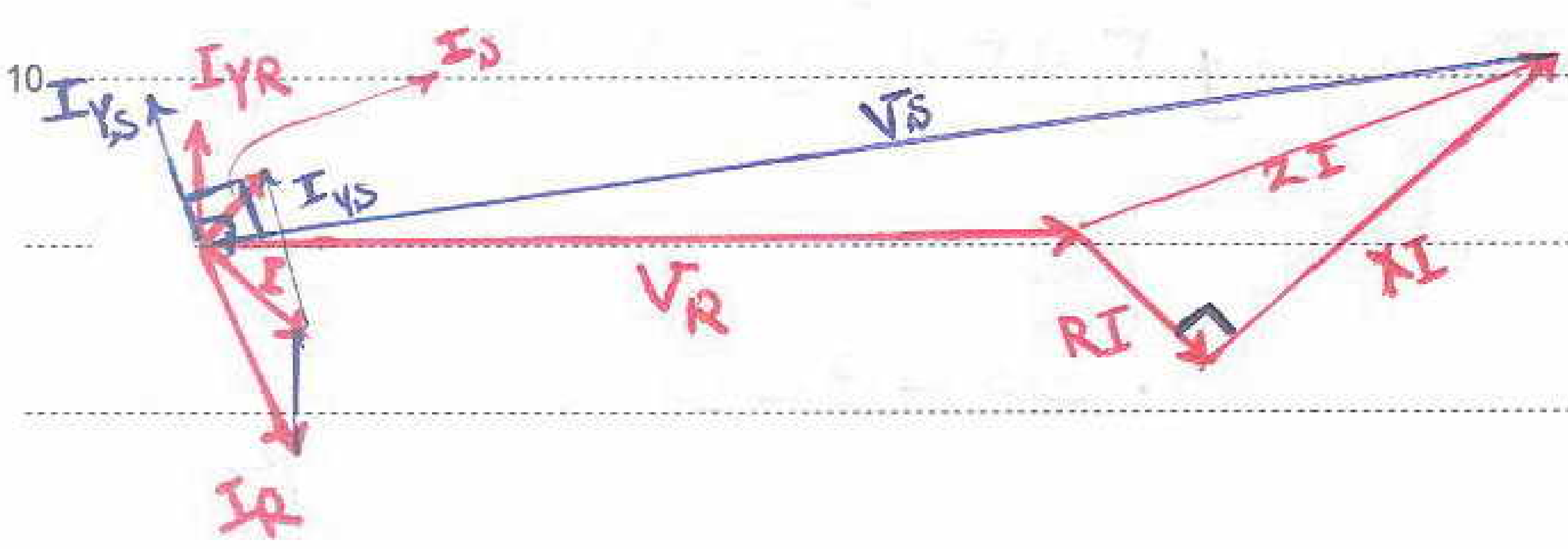
مدلسازی خط متوسط :

$$\begin{bmatrix} V_s \\ I_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_R \\ I_R \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} A = D = 1 + \dfrac{ZY}{2} \\ B = Z \ \Omega \\ C = Y\left(1 + \dfrac{ZY}{4}\right) \ ℧ \end{cases}$$

برای پریونیت کردن چون A و D واحد ندارند پس تغییری نمی‌کنند، ولی B باید بر Z_b و C بر Y_b باید تقسیم شود تا پریونیت شوند.





$$S_s = V_s I_s^* = P_s + jQ_s$$

$$\tan\varphi_s = \frac{Q_s}{P_s}$$

$\cos\varphi_s$ = ضریب قدرت ابتدای خط.

برای محاسبه‌ی ضریب قدرت ابتدای خط بهتر است، ابتدا S_s را حساب کرده و از روی آن $\cos\varphi_s$ را بدست آوریم.

یک خط انتقال سه‌فاز ۲۳۰^{kV} و طول ۱۵۰^{km}، هادی‌ها ACSR با کد پارتریج تشکیل شده است. خط انتقال دارای آرایش افقی و فاصله هر هادی متوالی ۵^{m} است. مقاومت هر فاز $۰٫۲ \frac{\Omega}{km}$ است. اگر در انتهای خط ولتاژ ۲۳۰^{kV} و توان مصرفی ۲۰۰^{MW} با ضریب قدرت ۰٫۸۵ پس فاز باشد، محاسبه کنید:

الف) ولتاژ ابتدای خط

ب) رگولاسیون خط

ج) ضریب توان ابتدای خط

د) راندمان خط

و) بررسی تعادل توان اکتیو و راکتیو در خط

مرحله اول: محاسبه امپدانس خط:

$Z = R + j2\pi f L$

* در شبکه‌های انتقال $X > R$

در شبکه‌های توزیع $R > X$

$R = 0.2 \frac{\Omega}{km} \times 150^{km} = 30\ \Omega$

$X = 2\pi f L = 2\pi \times 50 \times 2\times10^{-7} \ln \frac{6.3}{0.0066} \frac{\Omega}{m} \times 150000^{m} = 64.65\ \Omega$

$D_{eq} = \sqrt[3]{5\times5\times10} = 6.3\ m$

$D_s = 0.0217' \times 0.3048 = 0.0066\ m$

$Z = 30 + 64.65 j\ \Omega = 71.27 \angle 65.1^\circ$

مرحله دوم: محاسبه Y خط:

$r = \frac{0.642''}{2 \times 12} \times 0.3048 = 0.00815^{m}$

تبدیل به شعاع   تبدیل به فوت

$Y = j2\pi f C = j2\pi 50 \frac{2\pi \times 8.85\times10^{-12}}{\ln \frac{6.3}{0.00815}} \frac{℧}{m} \times 150000 = j\, 3.94\times10^{-4}\ ℧ = 3.94\times10^{-4} \angle 90^\circ$

مرحله سوم: محاسبه $ABCD$ خط:

$$\begin{cases} V_S = A V_R + B I_R \\ I_S = C V_R + D I_R \end{cases}$$

$A = D = 1 + \frac{ZY}{2} = 1 + \frac{(71.27 \angle 65.1^\circ)(3.94\times10^{-4} \angle 90^\circ)}{2} = 0.9872 + j\,0.0059 = 0.9872 \angle 0.34^\circ$

معمولاً زاویه‌ی A خیلی کوچک است.

$B = Z = 71.27 \angle 65.1^\circ$

$C = Y\left(1 + \frac{ZY}{4}\right) = (3.94\times10^{-4} \angle 90^\circ)\left(1 + \frac{(71.27 \angle 65.1)(3.94\times10^{-4} \angle 90^\circ)}{4}\right) = 3.91\times10^{-4} \angle 90.17^\circ$

مرحله چهارم: تعیین V_R و I_R:

$V_R = \frac{230\times10^{-3}}{\sqrt{3}} = 132800 \angle 0.0^\circ$

(اگر بخواهیم پریونیت حل کنیم $V_b = 230^{kv}$)

$P_R = \sqrt{3}\, |V_R|\, |I_R| \cos\varphi_R$

$\Rightarrow 200\times10^{6} = \sqrt{3} \times 230\times10^{3}\, |I_R| \times 0.85 \Rightarrow |I_R| = 590.64 \Rightarrow I_R = 590.64 \angle -31.8^\circ$

مرحله پنجم: محاسبه V_S, I_S:

$V_S = (0.9872 \angle 0.34^\circ)(132800 \angle 0^\circ) + (71.27 \angle 65.1^\circ)(590.64 \angle -31.8^\circ)$

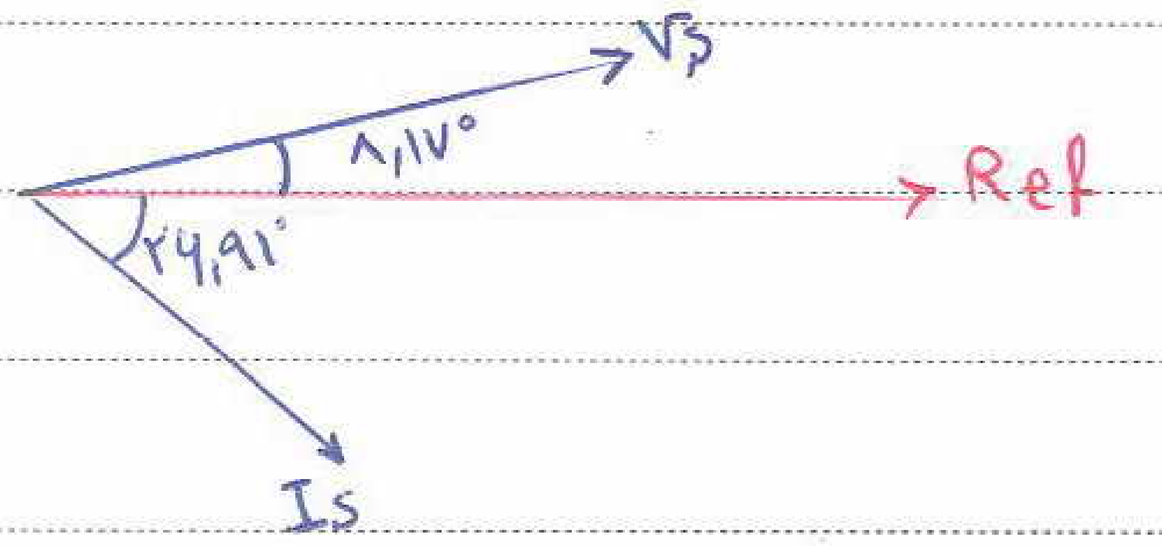
$\Rightarrow V_S = 167964 \angle 8.17^\circ$ فازی $\Rightarrow (V_S)_L = 290.93\ kv$

$I_S = C V_R + D I_R = (3.91\times10^{-4} \angle 90.17)(132800 \angle 0) + (0.9872 \angle 0.34)(590.64 \angle -31.8^\circ)$

$\Rightarrow I_S = 557.6 \angle -26.91^\circ\ A$

Subject:
Year. Month. Date. ( )

$$\%Reg = \frac{\frac{290.94}{0.9872} - 230}{230} \times 100\% = 28.1\ \%$$



$$\Rightarrow \cos\varphi_S = \cos(8.17° + 29.91°)$$

$$\eta = \frac{P_{out}}{P_{in}} = \frac{P_R}{P_S} \times 100$$

$$P_S = \sqrt{3}\ \underbrace{V_S}_{\text{خطی}}\ I_S \cos\varphi \rightarrow$$ چون V_S خطی را گذاشتیم پس توان سه فاز است.

$$S_S = V_S I_S^* = (167970 \angle 8.17)(557.6 \angle 29.91°) = 167970 \times 557.6 \angle (8.17 + 29.91)°$$

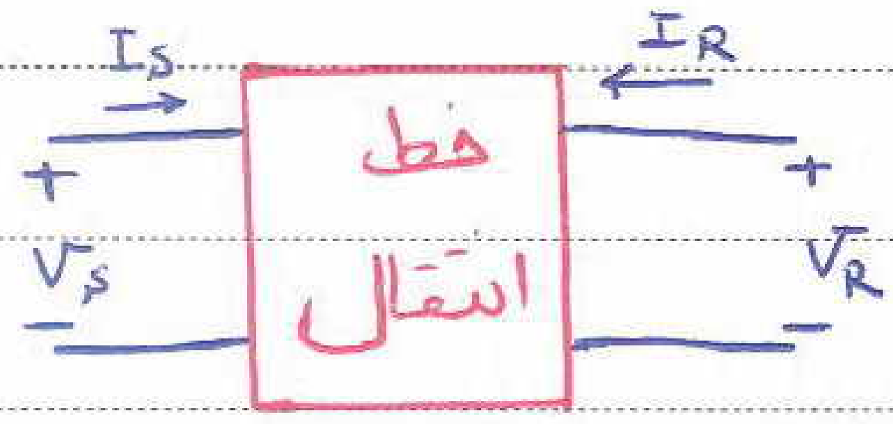
$$S_S = 167970 \times 557.6 \cos(8.17 + 29.91) + j\, 167970 \times 557.6 \sin(8.17 + 29.91)$$

تعادل توان:

الف) اکتیو: تفاوت P_S و P_R باید به اندازه‌ای باشد که روی R مصرف می‌شود.

ب) راکتیو: تفاوت Q_S و Q_R باید در خازن‌ها و سلف باشد.

مثال فوق را در حالتی که هادی ACSR کد درک بوده و آرایش افقی با فاصله 4^m داشته باشیم، و فاصله هادی‌ها تا زمین نیز ۸ متر باشد را حساب کنید.



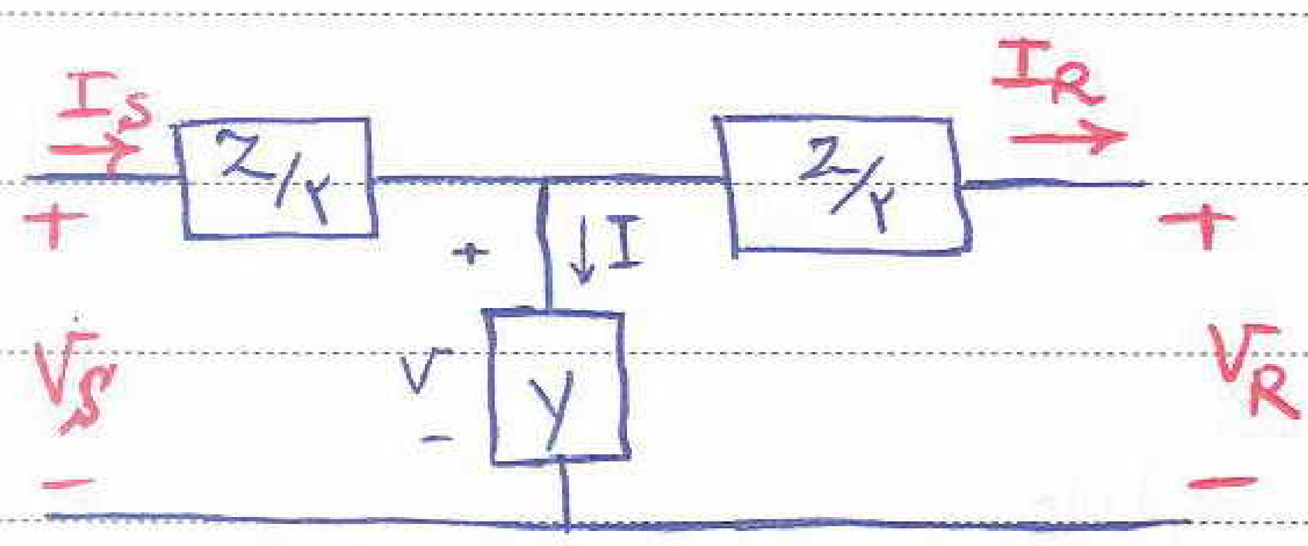
$$\begin{bmatrix}V_S\\I_S\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}A&B\\C&D\end{bmatrix}\begin{bmatrix}V_R\\I_R\end{bmatrix}$$

خطوط زیر ۲۴۰ ^{km} ۱۵۰ ^{mile} را می‌توان با مدارهای الکتریکی نشرده مدل کرد.

اگر خط کمتر از ۵۰ ^{mile} باشد می‌توان از خاصیت خازنی صرف نظر کرد.

اگر خط دارای طول بیشتر از ۵۰ ^{mile} و کمتر از ۱۵۰ ^{mile} باشد آنگاه باید خاصیت خازنی را نیز تأثیر داد.

مدل T برای خطوط متوسط:



$$\left.\begin{array}{l} I = yV = y\left(V_R + \frac{Z}{2} I_R\right) \\ I_S = I + I_R \end{array}\right\} \Rightarrow I_S = yV_R + \frac{ZY}{2} I_R + I_R \Rightarrow I_S = \overbrace{y}^{C} V_R + \overbrace{\left(1+\frac{ZY}{2}\right)}^{D} I_R$$

$$V_S = V + \frac{Z}{2} I_S = V_R + \frac{Z}{2} I_R + \frac{Z}{2}\left(yV_R + \left(1+\frac{ZY}{2}\right) I_R\right) \Rightarrow V_S = \left(1+\frac{ZY}{2}\right)V_R + Z\left(1+\frac{ZY}{4}\right)I_R$$

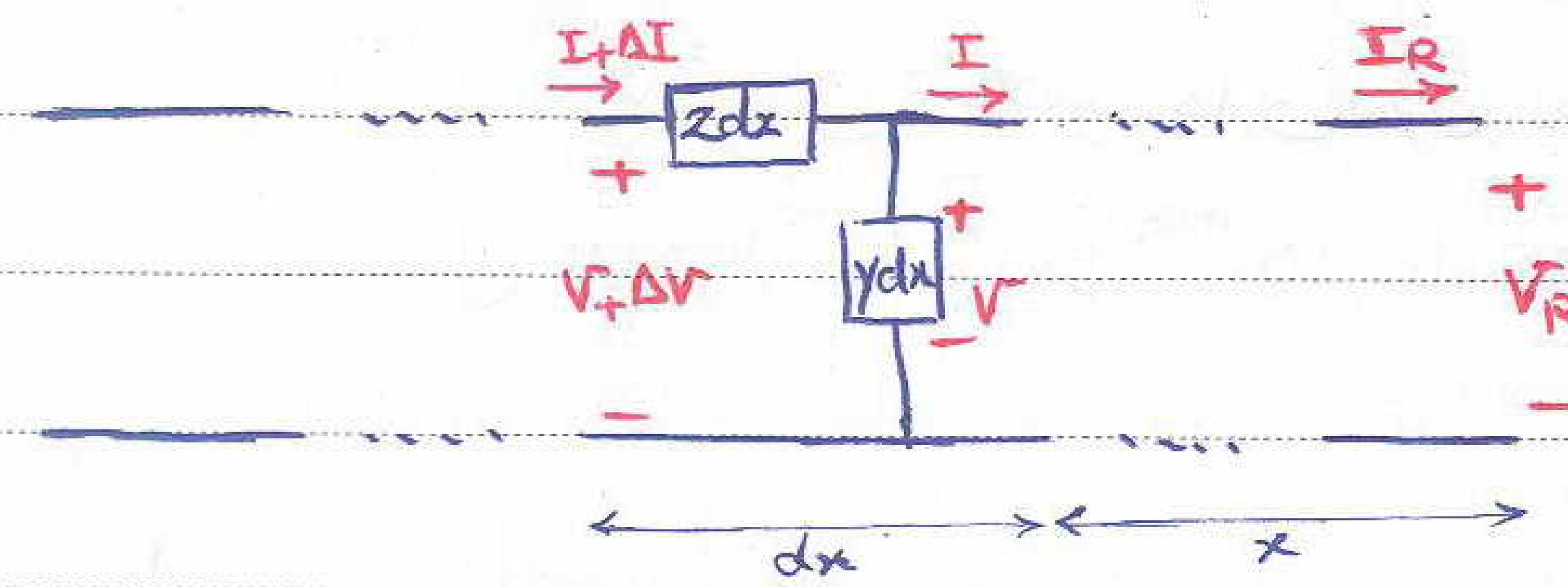
$$\rightarrow T_T = \begin{bmatrix} 1+\frac{ZY}{2} & Z\left(1+\frac{ZY}{4}\right) \\ Y & 1+\frac{ZY}{2} \end{bmatrix}$$

برای حل مدار دو روش گره و مش را داریم. گره‌ها همان باس‌های خط انتقال هستند و مش‌ها با راحتی قابل به دست آوردن نیستند. در مدل π باس‌ها یا گره‌های خط انتقال تغییری نمی‌کند اما در مدل T به ازای هر خط یک گره به گره‌های مدار اضافه می‌شود و حل مدار را دشوارتر می‌کند.

خط طویل:

این خطوط دارای طولی بیشتر از 240^{km} هستند، نمی‌توان آنها را با مدار فشرده تقریب زد. برای مدل کردن این خطوط یک dx از خط را در نظر می‌گیریم. اگر امپدانس و ادمیتانس واحد طول خط به ترتیب z و y باشند امپدانس و ادمیتانس dx برابر با zdx و ydx خواهد بود.

* مرجع مکان را انتهای خط در نظر می‌گیریم.



$$I+\Delta I = I + y\,dx\,V \Rightarrow dI = yV\,dx$$

$$dV = z\,dx\,(I+dI) = zI\,dx + \cancel{z\,dI\,dx}^{\simeq 0} \Rightarrow dV = zI\,dx$$

$$\frac{dV}{dx} = zI \xrightarrow{\text{مشتق}} \frac{d^2V}{dx^2} = z\frac{dI}{dx} = zyV \Rightarrow \frac{d^2V}{dx^2} - zyV = 0$$

معادله مشخصه: $s^2 - zy = 0 \Rightarrow s_{1,2} = \pm\sqrt{zy}$

$$V(x) = A_1 e^{\sqrt{zy}\,x} + A_2 e^{-\sqrt{zy}\,x}$$

$$I(x) = \frac{1}{z}\frac{dV}{dx} = \frac{1}{z}\left[\sqrt{zy}\,A_1 e^{\sqrt{zy}\,x} - \sqrt{zy}\,A_2 e^{-\sqrt{zy}\,x}\right]$$

$$\begin{cases} \gamma \triangleq \sqrt{zy} & \text{ضریب انتشار} \\ Z_c = \sqrt{\dfrac{z}{y}} & \text{امپدانس مشخصه} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} V(x) = A_1 e^{\gamma x} + A_2 e^{-\gamma x} \\ I(x) = \dfrac{A_1}{Z_c} e^{\gamma x} - \dfrac{A_2}{Z_c} e^{-\gamma x} \end{cases}$$

برای بدست آوردن A_1, A_2 از شرایط مرزی موجود در انتهای خط بدست می‌آوریم.

$$V_R = V(x)\Big|_{x=0} \Rightarrow A_1 + A_2 = V_R$$

$$I_R = I(x)\Big|_{x=0} \Rightarrow \frac{A_1}{Z_c} - \frac{A_2}{Z_c} = I_R$$

از دو معادله‌ی فوق، دو مجهول A_1, A_2 را بدست می‌آوریم.

$$\Rightarrow \begin{cases} A_1 = \dfrac{V_R + Z_c I_R}{2} \\ A_2 = \dfrac{V_R - Z_c I_R}{2} \end{cases}$$

پس خواهیم داشت :

$$V(x) = \frac{V_R + Z_c I_R}{2} e^{\gamma x} + \frac{V_R - Z_c I_R}{2} e^{-\gamma x}$$

$$I(x) = \frac{V_R + Z_c I_R}{2Z_c} e^{\gamma x} - \frac{V_R - Z_c I_R}{2Z_c} e^{-\gamma x}$$

با روابط فوق می توانیم ولتاژ و جریان هر نقطه از خط را بدست آوریم . پس در مورد ابتدای خط داریم :

$$V_S = V(x)\Big|_{x=l:\ \text{طول خط}} = \frac{V_R + Z_c I_R}{2} e^{\gamma l} + \frac{V_R - Z_c I_R}{2} e^{-\gamma l}$$

$$I_S = I(x)\Big|_{x=l} = \frac{V_R + Z_c I_R}{2Z_c} e^{\gamma l} \quad \frac{V_R - Z_c I_R}{2Z_c} e^{\gamma l}$$

حال برای تعیین پارامترهای مدار روابط را به صورت زیر می نویسیم :

$$V(s) = \underbrace{\left(\frac{e^{\gamma l} + e^{-\gamma l}}{2}\right)}_{\cosh \gamma l} V_R + Z_c \underbrace{\left(\frac{e^{\gamma l} - e^{-\gamma l}}{2}\right)}_{\sinh \gamma l} I_R$$

$$I(s) = \frac{1}{Z_c}\left(\frac{e^{\gamma l} - e^{-\gamma l}}{2}\right) V_R + \left(\frac{e^{\gamma l} + e^{-\gamma l}}{2}\right) I_R$$

$$\Rightarrow \begin{cases} V_S = \cosh(\gamma l)\, V_R + Z_c \sinh(\gamma l)\, I_R \\ I_S = \frac{1}{Z_c} \sinh(\gamma l)\, V_R + \cosh(\gamma l)\, I_R \end{cases}$$

$$\Rightarrow T = \begin{bmatrix} \cosh \gamma l & Z_c \sinh \gamma l \\ \frac{1}{Z_c} \sinh \gamma l & \cosh \gamma l \end{bmatrix}$$

Z و Y باید واحد طولی باشند که l را برحسب آن می نویسیم.

برای محاسبه γ و Z_c باید اعداد مختلط را به صورت زاویه و اندازه از زیر رادیکال بیرون بیاوریم

ضریب تضعیف دامنه در واحد طول

ضریب تأخیر فاز در واحد طول

$$\gamma = \sqrt{ZY} = \alpha + j\beta$$

$$\cosh(\alpha l + j\beta l) = \cosh \alpha l \cos \beta l + j \sinh \alpha l \sin \beta l$$

$$\sinh(\alpha l + j\beta l) = \sinh \alpha l \cos \beta l + j \cosh \alpha l \sin \beta l$$

Subject:
Year. Month. Date. ( )

طول موج و سرعت انتشار:

β : میزان اختلاف فاز به ازای واحد طول خط

واحد λ برحسب همان واحدی است که β برحسب آن است.

$$\begin{matrix} \lambda & 2\pi \\ 1 & \beta \end{matrix} \Rightarrow$$

$$e^{\gamma l} = e^{\alpha l} e^{j\beta l} \longrightarrow \text{اختلاف فاز}$$

اگر β اختلاف فاز در یک مایل باشد آنگاه واحد λ نیز مایل خواهد بود.

$$\text{سرعت انتشار امواج} = v = \frac{\lambda}{T} = \lambda f$$

روابط تقریبی سرعت انتشار: فرض می‌کنیم خط بدون تلفات باشد.

$$\left.\begin{matrix} Z = jX = jL\omega \\ Y = jC\omega \end{matrix}\right. \Longrightarrow \gamma = \sqrt{jL\omega\, jC\omega} = j\omega\sqrt{LC} \Rightarrow \begin{cases} \alpha = 0 \\ \beta = \omega\sqrt{LC} \end{cases}$$

$$\lambda = \frac{2\pi}{\beta} = \frac{2\pi}{2\pi f\sqrt{LC}} = \frac{1}{f\sqrt{LC}}$$

$$\Longrightarrow V = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

حال اگر در روابط مقابل که GMR_L متفاوت با GMR_C است

این دو را برابر فرض کنیم خواهیم داشت:

$$\begin{cases} L = \dfrac{\mu_0}{2\pi} \ln \dfrac{GMD}{GMR_L} & = D_s \\ C = \dfrac{2\pi \epsilon_0}{\ln \dfrac{GMD}{GMR_C}} & = r \end{cases}$$

$$v = \frac{1}{\sqrt{\dfrac{\mu_0}{2\pi} \ln \dfrac{GMD}{GMR} \times \dfrac{2\pi \epsilon_0}{\ln \dfrac{GMD}{GMR}}}} = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} = 3\times 10^8$$

در عمل سرعت انتشار امواج الکترومغناطیس از سرعت نور کمتر است.

خط کوتاه : $A = D = 1 \quad B = Z \quad C = 0$

خط متوسط :
$$\begin{cases} \pi \text{ مدل} : A = D = 1 + \frac{ZY}{2} \quad B = Z \quad C = Y(1 + \frac{ZY}{4}) \\ T \text{ مدل} : A = D = 1 + \frac{ZY}{2} \quad B = Z(1 + \frac{ZY}{4}) \quad C = Y \end{cases}$$

خط طویل : $A = D = \cosh \gamma l \quad B = Z_c \sinh \gamma l \quad C = \frac{1}{Z_c} \sinh \gamma l$

امپدانس مشخصه $Z_c = \sqrt{\frac{Z}{Y}} = \sqrt{\frac{Z \cdot l}{Y \cdot l}}$

$$\underbrace{\gamma = \sqrt{ZY}}_{\text{در واحد طول}} \rightarrow \gamma l = \underbrace{\sqrt{ZY}}_{\text{کل خط}}$$

$\gamma l = \alpha l + j\beta l$

$\gamma = \alpha + j\beta$

$\cosh(\alpha l + j\beta l) = \cosh \alpha l \cos \beta l + j \sinh \alpha l \sin \beta l$

$\sinh(\alpha l + j\beta l) = \sinh \alpha l \cos \beta l + j \cosh \alpha l \sin \beta l$

در بعضی موارد $\alpha = 0$ قرار می دهیم یعنی خط را بدون تلفات فرض می کنیم.

$$\left.\begin{matrix} \gamma = \sqrt{z \cdot y} = \sqrt{(r + jL\omega) jC\omega} \\ r = 0 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \gamma = j\omega\sqrt{LC} = 0 + j\beta \Rightarrow \begin{cases} \alpha = 0 \\ \beta = 2\pi f \sqrt{LC} \end{cases}$$

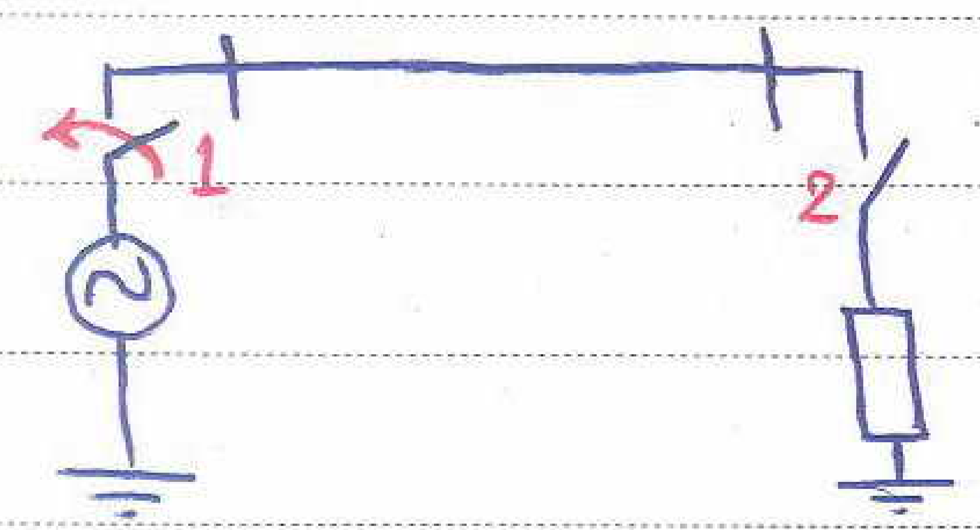
$Z_c = \sqrt{\frac{r + jL\omega}{jC\omega}} \xrightarrow{r=0} \sqrt{\frac{L}{C}}$: عدد حقیقی

وقتی در Z_c از r خط صرف نظر شود به Z_c امپدانس موجی می گویند.

$$V_S = AV_R + BI_R = V_R\cos\beta l + jZ_c\sin\beta l\; I_R$$
$$I_S = V_R\frac{1}{Z_c}j\sin\beta l + I_R\cos\beta l$$
$$\Rightarrow \begin{bmatrix} V_S \\ I_S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & jZ_c\sin\theta \\ \frac{j}{Z_c}\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_R \\ I_R \end{bmatrix}$$

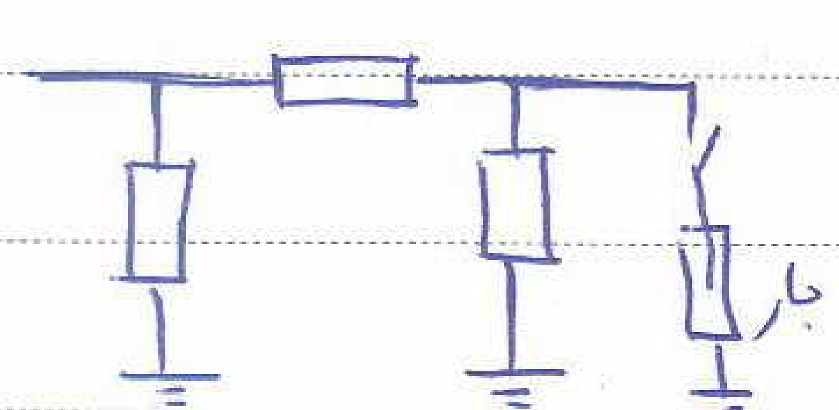
بنابراین ماتریس را ساده‌تر کرده ایم.

Ferranti Effect: اثر فرانتی:



کلید ۱ را می‌بندیم و کلید ۲ را باز می‌گذاریم. در این حالت ولتاژ انتهای خط بسیار بزرگتر از ولتاژ ابتدای خط می‌گردد، یعنی: $V_R >> V_S$

$$\left.\begin{matrix} V_S = AV_R + BI_R \\ I_R = 0 \end{matrix}\right\} \Rightarrow V_S = AV_R \Rightarrow |V_R| = \frac{|V_S|}{|A|}$$
$$\left.\begin{matrix} I_S = CV_R + DI_R \\ I_R = 0 \end{matrix}\right\} \Rightarrow I_S = CV_R$$
$$\Rightarrow I_S = \frac{C|V_S|}{|A|} \Rightarrow I_S = \frac{C}{A}V_S$$

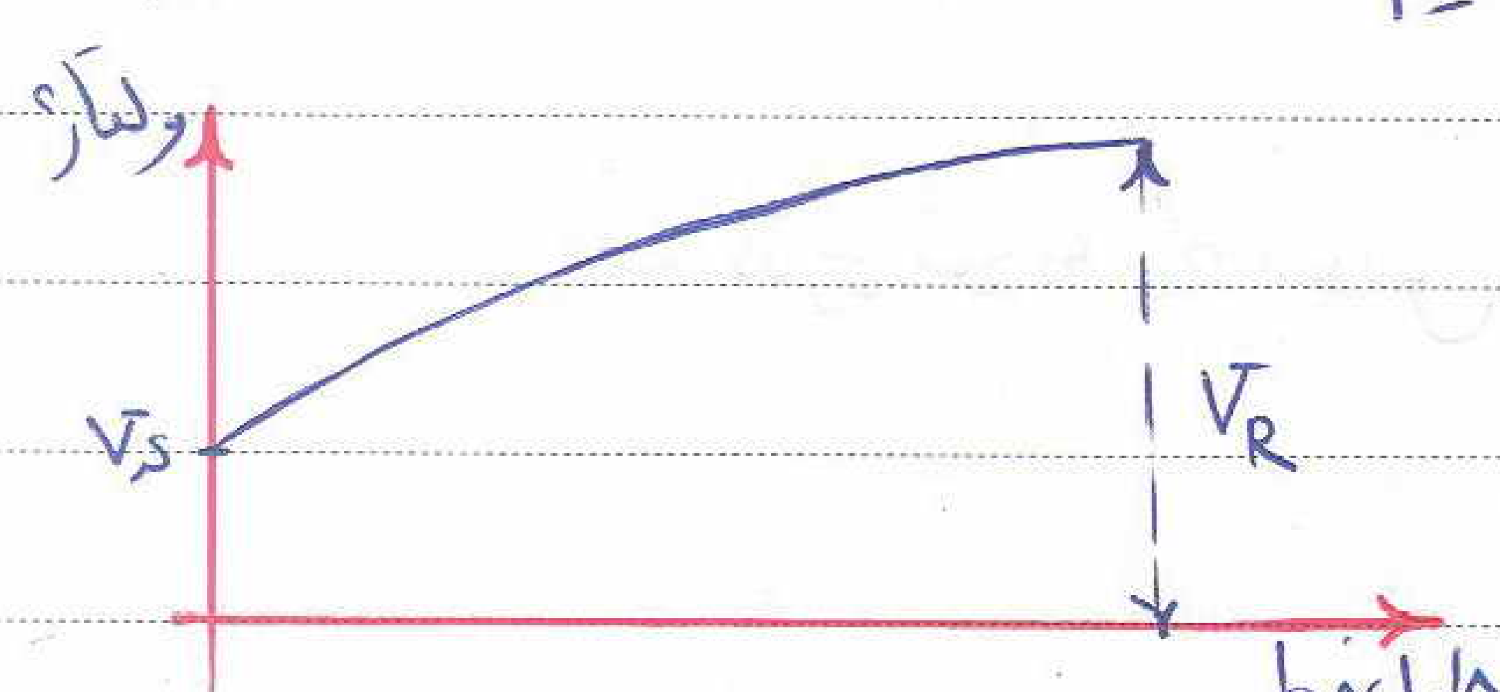


با توجه به مدل π می‌توان جریان I_S را به صورت مقابل بدست آورد.

اگر خط کوتاه داشته باشیم آنگاه $A=1$ اما با افزایش طول خط A کم می‌شود.

$\beta = 2\pi f\sqrt{LC}$ سرانگشتی ۰/۰۶ $\frac{deg}{km}$

بنابراین در یک خط ۱۰۰۰ km، زاویه‌ی β برابر با ۶۰° می‌گردد و این یعنی ولتاژ انتهای خط دو برابر ولتاژ ابتدای آن است. با توجه به اینکه از تلفات صرف نظر کرده ایم، ولتاژ انتها اندکی کمتر از دو برابر خواهد بود.



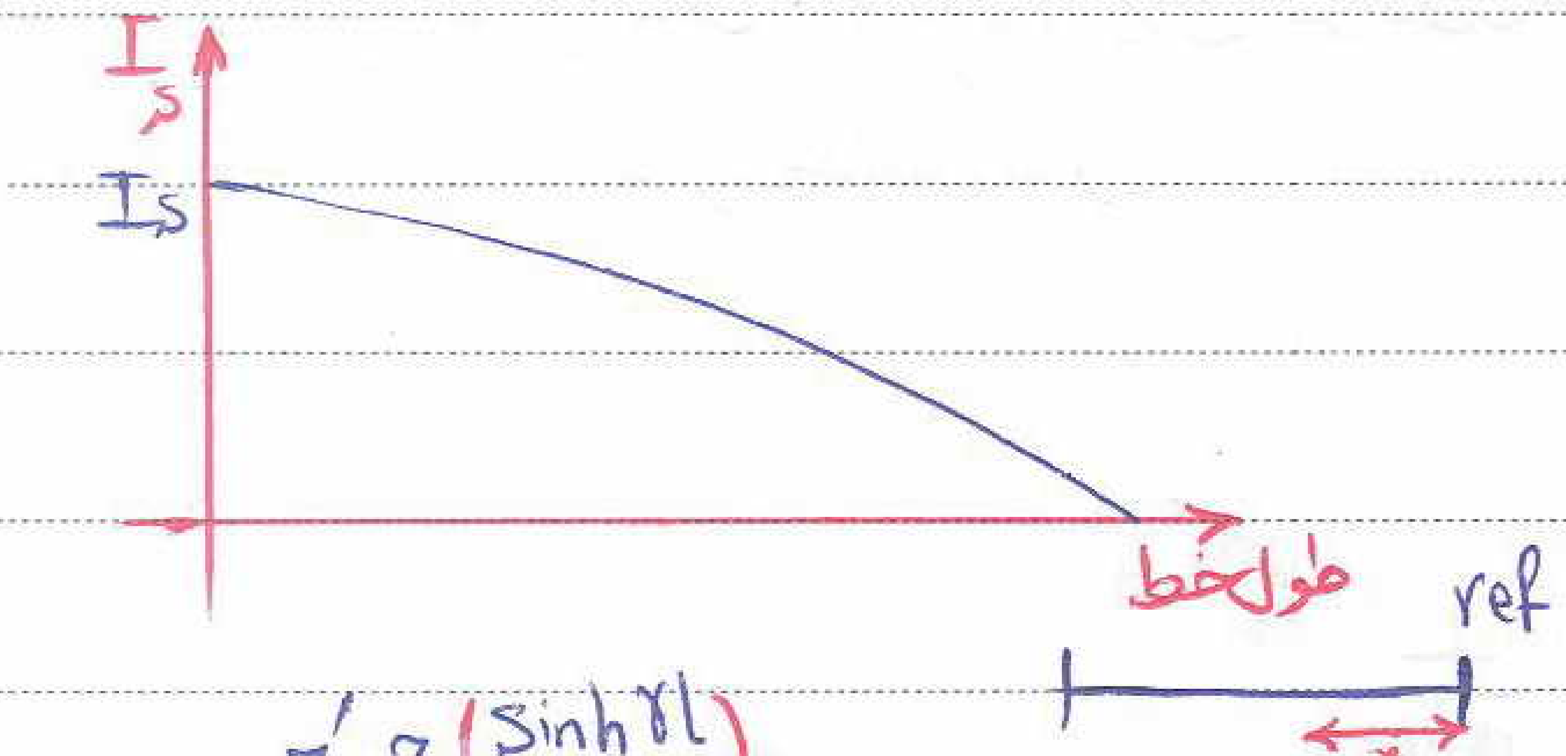
$$V_R = \frac{V_S}{\cos\beta l}$$

به اثر فوق، اثر فرانتی می‌گویند.

$$I_S = j\frac{V_R}{Z_c}\sin\beta l$$

* جریان کشیده شده از ولتاژ ۹۰° جلوتر است پس جریان خازنی بوده و توان جذب شده توسط منبع توانی کشیده شده از خط، توانی راکتیو است.

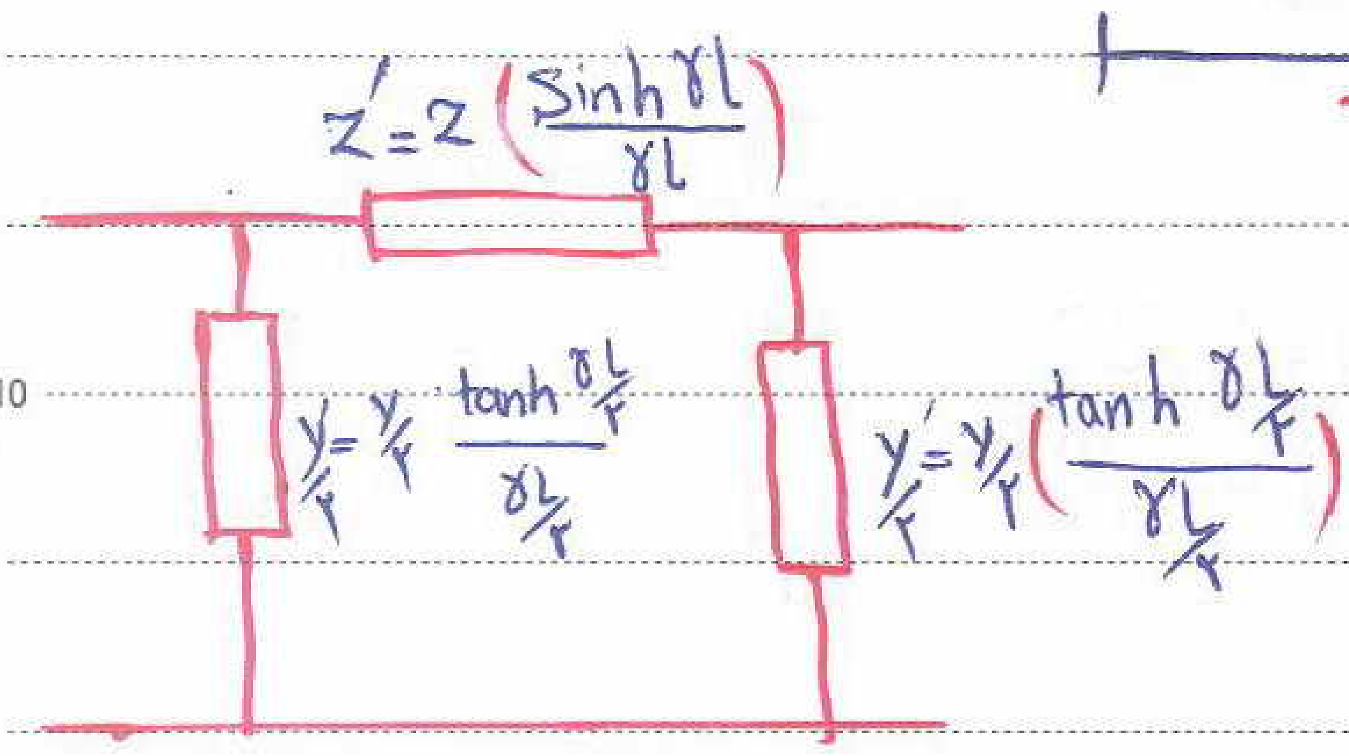
$$I_S = j\frac{V_S}{Z_c\cos\beta l}\sin\beta l \Rightarrow I_S = j\frac{V_S}{Z_c}\tan\beta l$$



* مرجع مکان انتهای خط است بنابراین برای بدست آوردن جریان در یک نقطه به فاصله x از انتهای خط، به صورت مقابل است:

$$I_x = j\frac{V_S}{Z_c}\tanh\beta x$$

مدل π برای خط طویل:



هرچه مقدار γl کوچکتر شود آنگاه $\sinh\gamma l$ به γl نزدیک می شود، خط طویل به سمت خط متوسط می رود.

خط متوسط $\longrightarrow V_S = \left(1+\frac{ZY}{2}\right)V_R + ZI_R$

خط طویل $\longrightarrow V_S = \cosh\gamma l\, V_R + Z_c\sinh\gamma l\, I_R$

$$\Rightarrow \begin{cases} 1+\frac{ZY}{2} = \cosh\gamma l \\ Z = Z_c\sinh\gamma l \end{cases}$$

$$\sinh\gamma l = \frac{e^{\gamma l}-e^{-\gamma l}}{2} \Rightarrow 2\sinh\gamma l = e^{\gamma l}-e^{-\gamma l}$$

یک خط سه فاز با طول ۲۲۵ مایل دارای ولتاژ نامی 138^{kV}، فرکانس 60^{Hz} است با پارامترهای خط عبارتند از:

$R = 0.149 \ \frac{\Omega}{mile}$

$l = 2.093 \ \frac{mH}{mile}$

$C = 0.01427 \ \frac{\mu F}{mile}$

$G = \infty$

خط انتقال توان $40MW$ را در ولتاژ 132^{kV} و ضریب توان پس فاز ۹۵٪ تحویل بار می‌دهد. ولتاژ و جریان در ابتدای خط، راندمان خط و رگولاسیون خط را محاسبه کنید.

$$z = 0.149 + j2\pi 60 \times 2.093 \times 10^{-3} = 0.807 \angle 77.9^\circ \ \frac{\Omega}{mile}$$

$$y = j2\pi f C = j2\pi \times 60 \times 0.01427 \times 10^{-6} = 5.38 \times 10^{-6} \angle 90^\circ \ \frac{\mho}{mile}$$

$$Z_c = \sqrt{\frac{z}{y}} = \sqrt{\frac{0.807 \angle 77.9^\circ}{5.38 \times 10^{-6} \angle 90}} = 387.3 \angle -6.05^\circ$$

محاسبه $\cosh \gamma l$, $\sinh \gamma l$:

$$\gamma l = \sqrt{zy} \quad \gamma = \sqrt{(0.807 \angle 77.9) \times (5.38 \times 10^{-6} \angle 90^\circ)} \times 225 = 0.0494 + j0.466 = 0.4688 \angle 83.95^\circ$$

$$2\sinh \gamma l = e^{\gamma l} - e^{-\gamma l} = e^{0.0494} \angle \underset{\text{رادیان}}{0.466} - e^{-0.0494} \angle \underset{\text{رادیان}}{-0.466}$$

$$\Rightarrow \sinh \gamma l = 0.452 \angle 84.4^\circ$$

$$\cosh \gamma l = 0.8950 \angle 1.42^\circ$$

محاسبه پارامترهای خط:

$$A = D = \cosh \gamma l = 0.8950 \angle 1.42^\circ$$

$$C = \frac{1}{Z_c} \sinh \gamma l = \frac{1}{387.3 \angle -6.05} \times 0.452 \angle 84.4 =$$

$$B = Z_c \sinh \gamma l = (387.3 \angle -6.05)(0.452 \angle 84.4)$$

$$V_R = \frac{132000}{\sqrt{3}} = 76200 \angle 0 \rightarrow \text{مرجع می‌گیریم}$$

$$I_R = \frac{P_R}{\sqrt{3}\,|V_R| \cos\phi} = \frac{40 \times 10^6}{\sqrt{3} \times 132000 \times 0.95} = 184.1^A \angle -18.2^\circ$$

$$V_s = AV_R + BI_R = 89280 \angle 19.39^\circ$$ فازی است.

$$V_{s,\text{خطی}} = \sqrt{3} \times 89280 = 154 \ kV$$

$$I_s = CV_R + DI_R = 162.42 \angle 14.76^\circ \qquad S_s = \sqrt{3}\, \underset{\text{خطی}}{V_s} I_s^* = \left[\sqrt{3} \times 154 \angle \cancel{0} \ 19.39^\circ \times 162.42 \angle -14.76^\circ\right] \times 10^{-6}$$

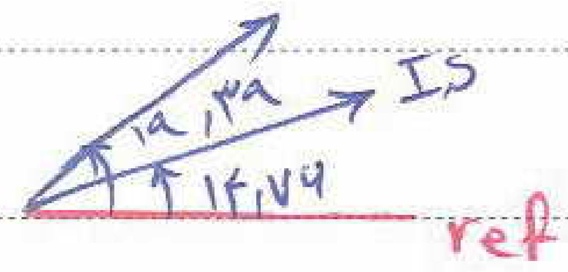
$$\Rightarrow S_s = 43.35 + j3.51 \ MVA$$

$$\% Reg = \frac{\frac{V_s}{A} - V_R}{132} \times 100 \qquad P_R = 40MW \quad P_s = ? \quad \Rightarrow \text{راندمان} = \frac{P_s}{P_R} \times 100 = \frac{40}{43.35} \times 100 = 92\%$$

Subject:

Year. Month. Date. ( )

بدون استفاده از S_R نمی‌توانیم درجه را حساب کنیم اما بایست دیاگرام را بکشیم، پس داریم:

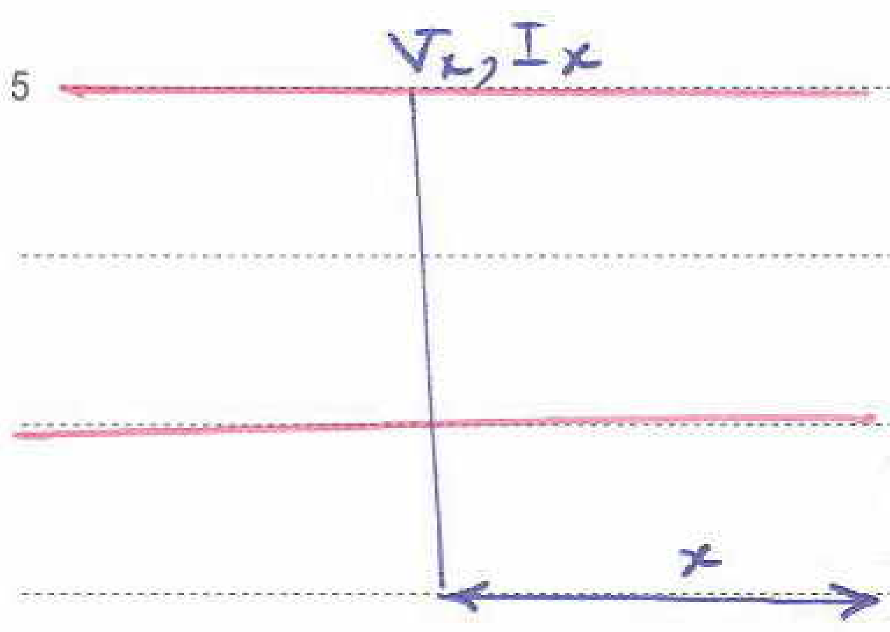


معادلات خط طویل: امواج سیار:

ضریب انتشار

$$\gamma = \sqrt{ZY} = \alpha + j\beta$$

ضریب تضعیف — زاویه فاز



$$\begin{cases} V_x = \dfrac{V_R + Z_c I_R}{2} e^{\gamma x} + \dfrac{V_R - Z_c I_R}{2} e^{-\gamma x} \\ I_x = \dfrac{V_R + Z_c I_R}{2 Z_c} e^{\gamma x} - \dfrac{V_R - Z_c I_R}{2 Z_c} e^{-\gamma x} \end{cases}$$

$$V_x = V_{x1} + V_{x2} \Rightarrow V_{x1} = \frac{V_R + Z_c I_R}{2} e^{\gamma x} \xrightarrow[\text{خط بی تلفات}]{\alpha = 0} V_{x1} = \frac{V_R + Z_c I_R}{2} e^{j\beta x}$$

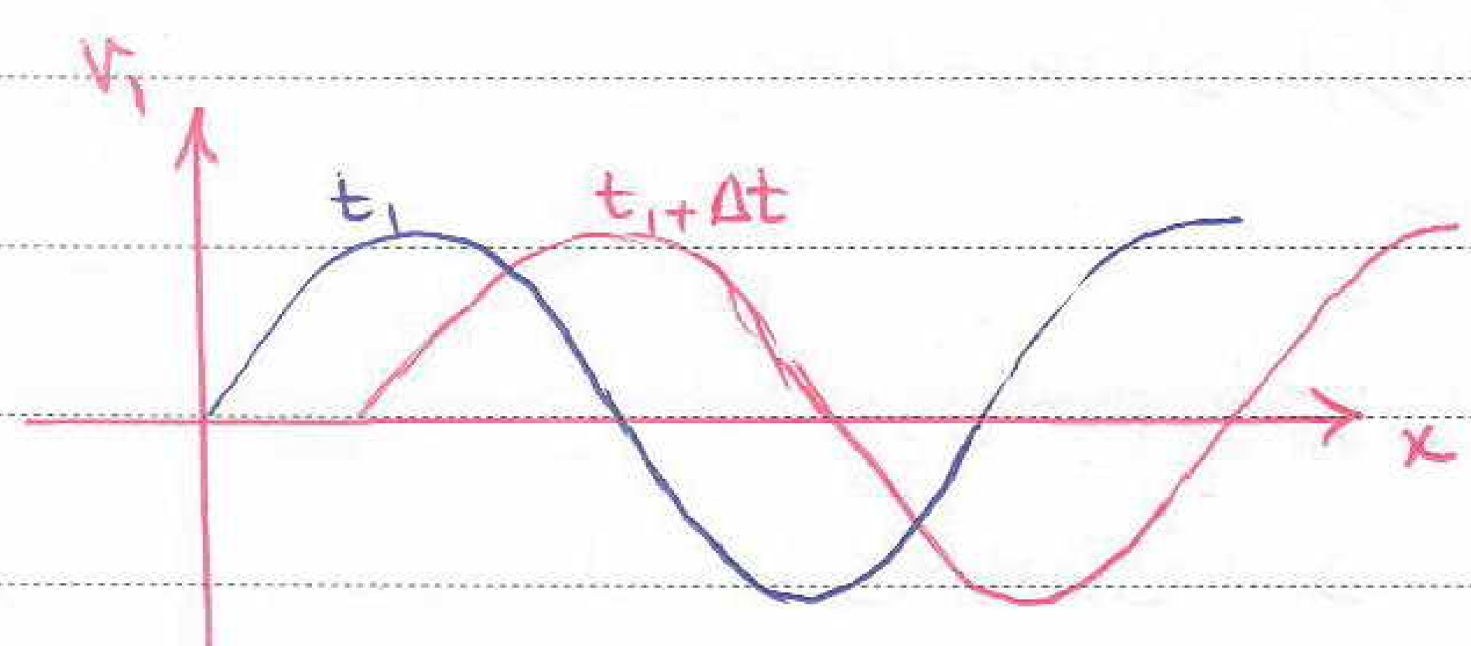
$$\Rightarrow V_{x1} = Re\left\{\sqrt{2} \left|\frac{V_R + Z_c I_R}{2}\right| e^{j\beta x} e^{j\omega t}\right\} = \sqrt{2} \left|\frac{V_R + Z_c I_R}{2}\right| \cos(\omega t + \beta x)$$

$$\alpha \neq 0 \Rightarrow V_{x1} = \frac{V_R + Z_c I_R}{2} e^{\alpha x} e^{j\beta x}$$ موج رفت ـ موج تابش

اختلاف فاز با مرجع

$$\alpha = 0 \Rightarrow V_1(t, x) = \sqrt{2} \left|\frac{V_R + Z_c I_R}{2}\right| \cos(\omega t + \beta x + \varphi)$$

بنابراین اگر در $t = t_1$ به ولتاژ نگاه کنیم، می‌بینیم توزیع سینوسی روی محور داریم.



بنابراین می‌توان فرض کرد موج سینوسی داریم که روی خط حرکت می‌کند.

اگر V_{x2} را بنویسیم خواهیم دید در طول خط تضعیف می‌شود، می‌توان ولتاژ در هر نقطه از محور را از جمع این دو موج بدست آورد. به موج مربوط به V_{x2} موج انعکاس یا برگشت می‌گویند.

V_{x1} — V_{x2} , Δx $\Longrightarrow \beta(\Delta x) \rightarrow \frac{rad}{m}$

$V_S \angle \delta$ — $V_R \angle 0 \Longrightarrow \theta = \beta l$

طول موج: طولی از خط است که اختلاف فاز در آن 2π باشد.

$$\lambda \quad 2\pi$$
$$1 \quad \beta \Rightarrow \lambda = \frac{2\pi}{\beta}$$

$$\Rightarrow \lambda = \frac{2\pi}{2\pi f\sqrt{LC}} = \frac{1}{f\sqrt{LC}}$$

سرعت انتشار:

$$v = f\lambda = \frac{f}{f\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$\left.\begin{aligned} L &= \frac{\mu_0}{2\pi}\ln\frac{D}{r} \\ C &= \frac{2\pi\varepsilon_0}{\ln\frac{D}{r}} \end{aligned}\right\} \Rightarrow v = \frac{1}{\left(\frac{\mu_0}{2\pi}\ln\frac{D}{r} \times \frac{2\pi\varepsilon_0}{\ln D/r}\right)^{0.5}} = \frac{1}{\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}}$$

چون ε_0 و μ_0 قرار دادیم، پس سرعت انتشار در خلا را حساب کردیم.

$$\Rightarrow v = 300000 \ \frac{km}{s}$$

که سرعت انتشار امواج الکترومغناطیسی است.

اگر بخواهیم ولتاژ هر نقطه از خط را بدست آوریم، آنگاه باید مقدار دو بردار را در آن نقطه به دست آورده و باهم جمع بزنیم.

$$\left.\begin{aligned} \text{موج دوم} &= \frac{V_R - Z_c I_R}{2} e^{-\gamma x} = 0 \Rightarrow Z_c I_R = V_R \Rightarrow \frac{V_R}{I_R} = Z_c \\ \text{از طرف دیگر} &= \frac{V_R}{I_R} = Z_R \end{aligned}\right\} \Rightarrow$$

برای اینکه موج برگشت در کل خط صفر شود باید بار قرار گرفته شده در انتهای خط برابر با امپدانس مشخصه خط باشد.

در این حالت داریم: $V_x = V_{x_1}$

حال اگر خط را بدون تلفات فرض کنیم، اندازه‌ی ولتاژ در تمام نقاط خط اندازه‌ی ثابتی داشته و در نتیجه در نقاط مختلف فقط اختلاف فازی موجود می‌باشد.

به این نوع خطوط، خط بینهایت می‌گویند زیرا تنها در صورتی موج برگشت نداریم که طول خط بینهایت باشد.

به این نوع خطوط، خط مسطح می‌گویند زیرا ولتاژ در تمام نقاط آن اندازه‌ای برابر دارد.

به این شرایط $\underbrace{\text{Surge Impedance}}_{Z_c}$ Loading (SIL) می‌گویند.

حال اگر بار را از امپدانس مشخصه زیادتر بگیریم در انتهای خط افزایش ولتاژ داریم. بار بی‌نهایت ← ولتاژ بسیار زیاد

اگر بار را از امپدانس مشخصه کمتر بگیریم در انتهای خط کاهش ولتاژ داریم. اتصال کوتاه ← ولتاژ صفر

بار طبیعی خط (SIL) $V_S = V_R$

کم باری خط (بی باری) اثر فرانتی $V_R > V_S$

پر باری خط (اتصال کوتاه) $V_R < V_S$

در شرایط SIL توان راکتیو مصرفی خط با تولیدی آن برابر است.

$Q_L = X|I|^2 = 2\pi f L|I|^2$ توان راکتیو مصرفی خط

$Q_C = B|V|^2 = 2\pi f C|V|^2$ توان راکتیو تولیدی خط

در این شرایط همان مقدار که در طول المان خط خاصیت سلفی ولتاژ را پایین می آورد، خاصیت خازنی ولتاژ را بالا می برد.

پر باری $\Rightarrow Q_L > Q_C$

کم باری $\Rightarrow Q_C > Q_L$

در خطوط انتقال صرف نظر از مقاومت خط، خطای زیادی ایجاد نمی کند.

شرایط SIL $\Rightarrow 2\pi f L|I|^2 = 2\pi f C|V|^2 \Rightarrow \frac{L}{C} = \frac{|V|^2}{|I|^2} = Z_c^2$

در این حالت اگر V_x را به I_x تقسیم کنیم خواهیم دید که امپدانس در هر نقطه خط برابر با Z_c خواهد بود.

در شرایط SIL، ولتاژ و جریان در هر نقطه هم فاز هستند.

در شرایط SIL، در ترمینال ها توان راکتیو صفر است.

حال می خواهیم شرایط SIL را با توجه به جریان یا توان بیان کنیم. فرضاً اگر از خط 400^A یا 200^{MW} عبور کند، شرایط SIL است یا خیر.

در شرایط SIL ⟸ در هر نقطه داریم : $\cos\varphi = 1$

$$\frac{V_R}{I_R} = Z_c$$

$$P_R = 3V_R I_R = 3V_R \frac{V_R}{Z_c} = 3\frac{|V_R|^2}{Z_c}$$

$$P = \frac{|V|^2}{Z_c} \Rightarrow (SIL)_{3\varphi} = \frac{|V|^2}{Z_c}$$

حال فرض کنیم → $\begin{cases} V = 400\ kV \\ Z_c = 200\ \Omega \end{cases}$ → $SIL = \frac{400^2}{200} = 800\ MW$ →
- افزایش ولتاژ ⟸ توان < SIL
- کاهش ولتاژ ⟸ توان > SIL

در شرایط SIL نیاز به جبران سازی نداریم.

در $V_R > V_S$ ⟸ با نصب راکتور موازی جبران سازی می کنیم.

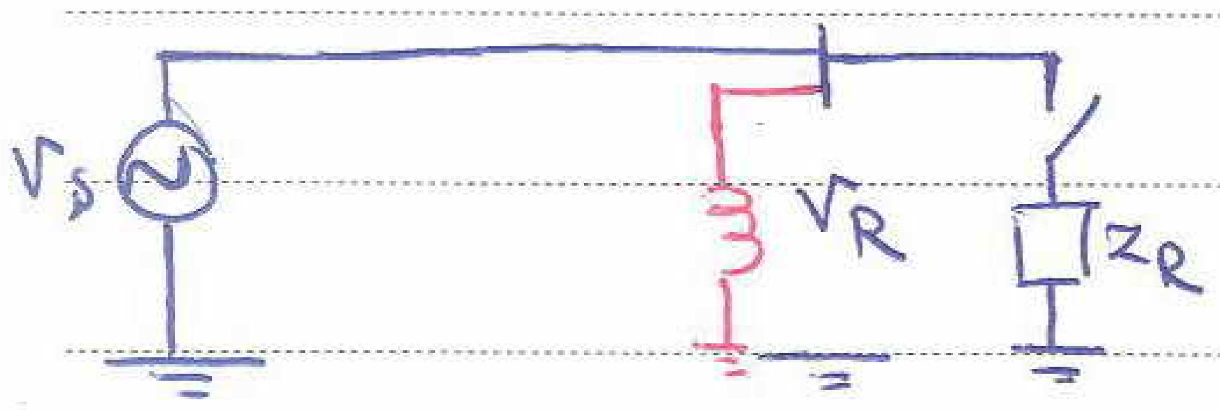
$V_R < V_S$ ⟸ با نصب خازن موازی جبران سازی می کنیم.

خط انتقال سه فاز، 400^{kV} ، 300^{km} ، اندوکتانس خط $1\ \frac{mH}{km.\varphi}$ ، کاپاسیتانس خط $0.015\ \frac{\mu F}{km/ph}$.
خط بدون تلفات است. محاسبه کنید
۱) ثابت فاز خط β
۲) امپدانس موجی یا مشخصه خط Z_c
۳) سرعت انتشار v
۴) طول موج λ

ب) اگر انتهای خط باز باشد، ولتاژ انتهای خط V_R را محاسبه کنید.

ج) اگر بخواهیم در شرایط قسمت (ب) ولتاژ انتهای خط را با ابتدای خط برابر کنیم چه عنصری را در انتهای خط اضافه کنیم. راکتانس عنصر اضافه شده را حساب کنید.

ج) اگر در انتهای خط بار ۸۰۰ kW با ضریب قدرت ۰/۸ پس فاز قرار گیرد ولتاژ و جریان انتهای خط و Reg



برای برابری V_R و V_S باید در انتهای خط یک راکتور اضافه کنیم.

$$V_S = V_R \cos\beta l + jZ_c I_R \sin\beta l \xrightarrow{I_R=0} V_S = V_R \cos\beta l \Rightarrow V_R = \frac{V_S}{\cos\beta l}$$

$$\beta = \omega\sqrt{LC} \quad , f = ۵۰ \text{ Hz}$$

$$I_R = \frac{V_R}{jX}$$

$$V_S = V_R \cos\beta l + jZ_c I_R \sin\beta l = V_R \cos\beta L + jZ_c \frac{V_R}{jX} \sin l$$

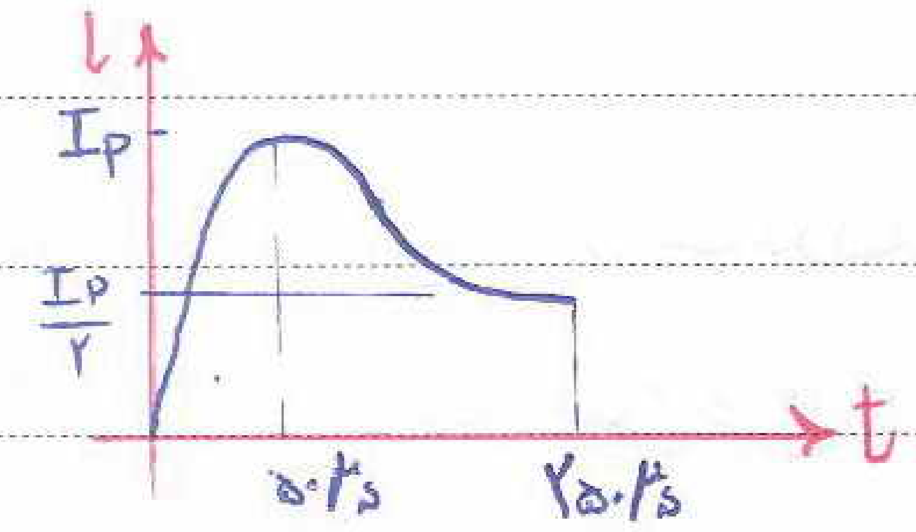
$$\Rightarrow V_S = V_R \cos\theta + \frac{Z_c V_R}{X} \sin\theta \Rightarrow V_S = V_R \left(\cos\theta + \frac{Z_c}{X} \sin\theta\right)$$

$$\Rightarrow \cos\theta + \frac{Z_c}{X}\sin\theta = 1 \Rightarrow X = Z_c\left(\frac{\sin\theta}{1-\cos\theta}\right)$$

Subject: جلسه شانزدهم
Year. Month. ۹ Date. ۲ ( )

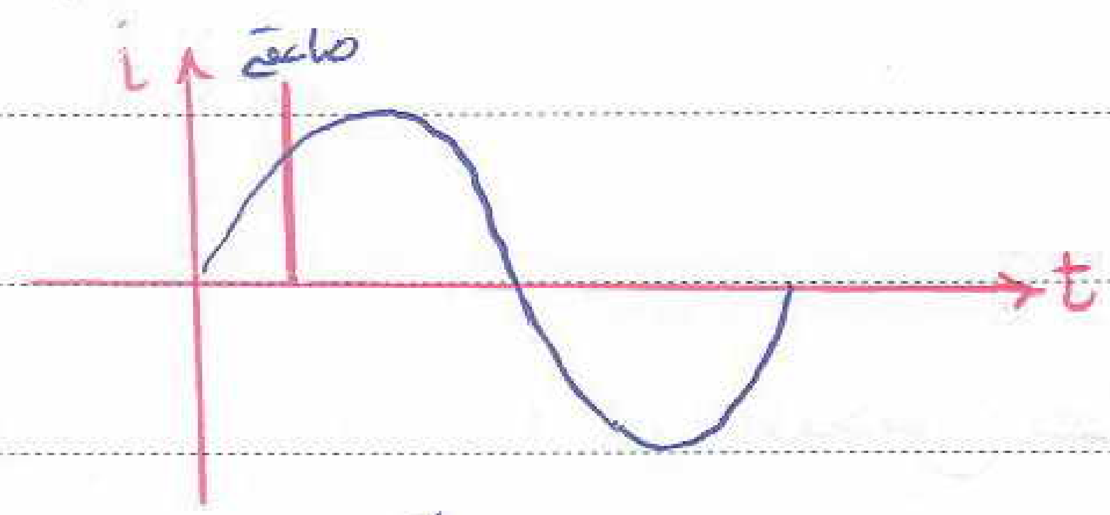
روش ترسیمی حل معادلات:

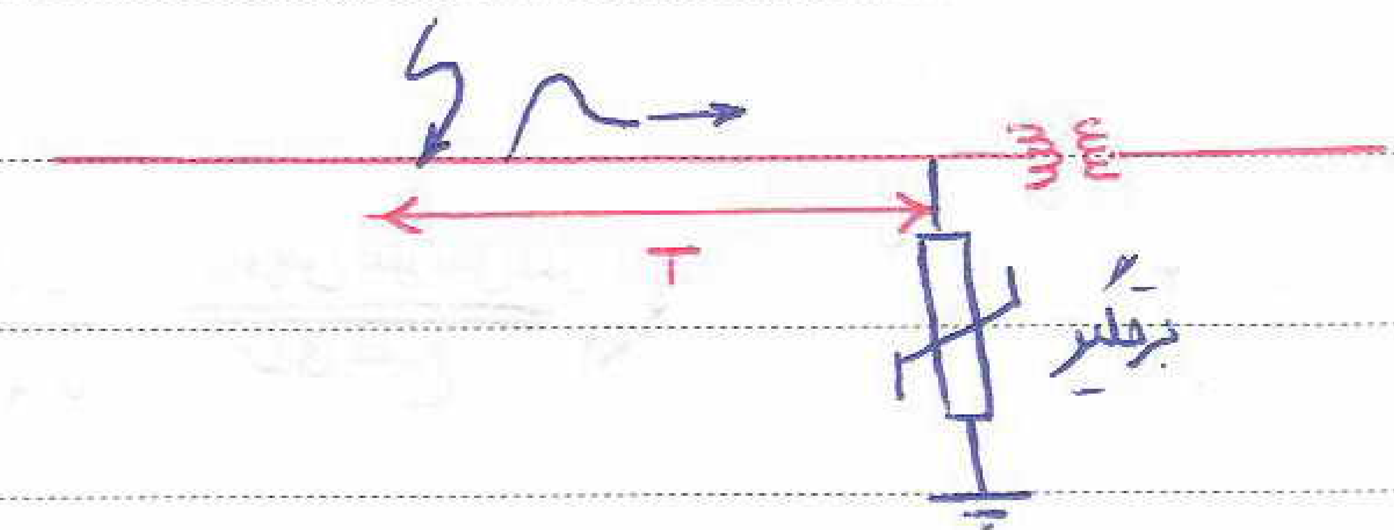
امواج سیار_حالت گذرا:



$\equiv$ ۱۰۰ kA ۵۰/۲۵۰ μs (rise time)

$I_p = 100$ KA





با توجه به سرعت انتشار می توان مدت زمانی را که لازم است موج صاعقه به محل مورد نظرمان برسد را محاسبه کنیم.

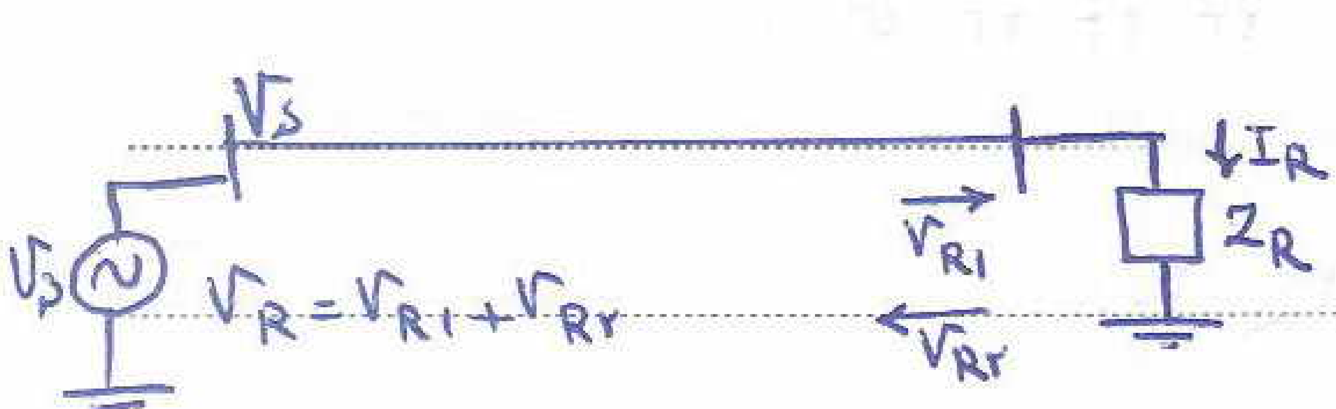
$$V_x = \underbrace{\frac{V_R + Z_c I_R}{2} e^{\gamma x}}_{V_{x1}} + \underbrace{\frac{V_R - Z_c I_R}{2} e^{-\gamma x}}_{V_{x2}}$$

$$I_x = \underbrace{\frac{V_R + Z_c I_R}{2Z_c} e^{\gamma x}}_{I_{x1}} - \underbrace{\frac{V_R - Z_c I_R}{2Z_c} e^{-\gamma x}}_{I_{x2}}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{V_{x1}}{Z_c} = I_{x1} \Rightarrow \frac{V_{x1}}{I_{x1}} = Z_c \\ \frac{V_{x2}}{I_{x2}} = -Z_c \end{cases}$$

اگر خط بدون تلفات باشد، آنگاه $Z_c = \sqrt{\frac{L}{C}}$، ثابت می باشد.

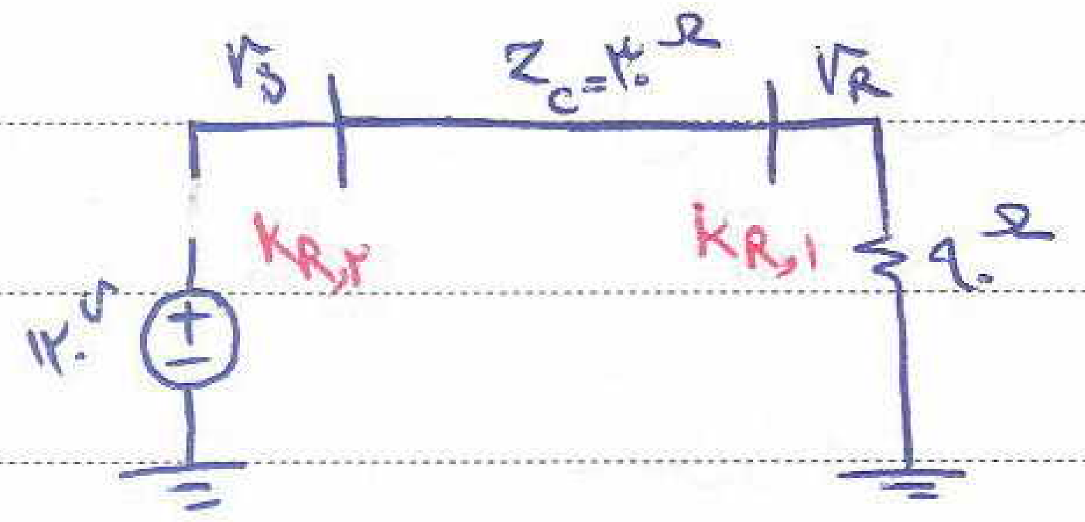
اثبات می شود که می توان V_{x2} را با اعمال یک ضریب ثابت از V_{x1} بدست آورد.



$$Z_R = \frac{V_R}{I_R} = \frac{V_{R1} + V_{R2}}{I_{R1} + I_{R2}} = \frac{V_{R1} + V_{R2}}{\frac{V_{R1}}{Z_c} - \frac{V_{R2}}{Z_c}} \Rightarrow \frac{V_{R1}}{V_{R2}} = \frac{Z_R + Z_c}{Z_R - Z_c} \Rightarrow V_{R2} = V_{R1} \overbrace{\left(\frac{Z_R - Z_c}{Z_R + Z_c}\right)}^{k_R : \text{ثابت انتشار}}$$

در محل منبع $\Rightarrow k_R = \dfrac{\text{امپدانس دیده شده در پشت سر} - \text{امپدانس دیده شده در مقابل}}{\text{//} + \text{//}}$

Subject:
Year. Month. Date. ( )



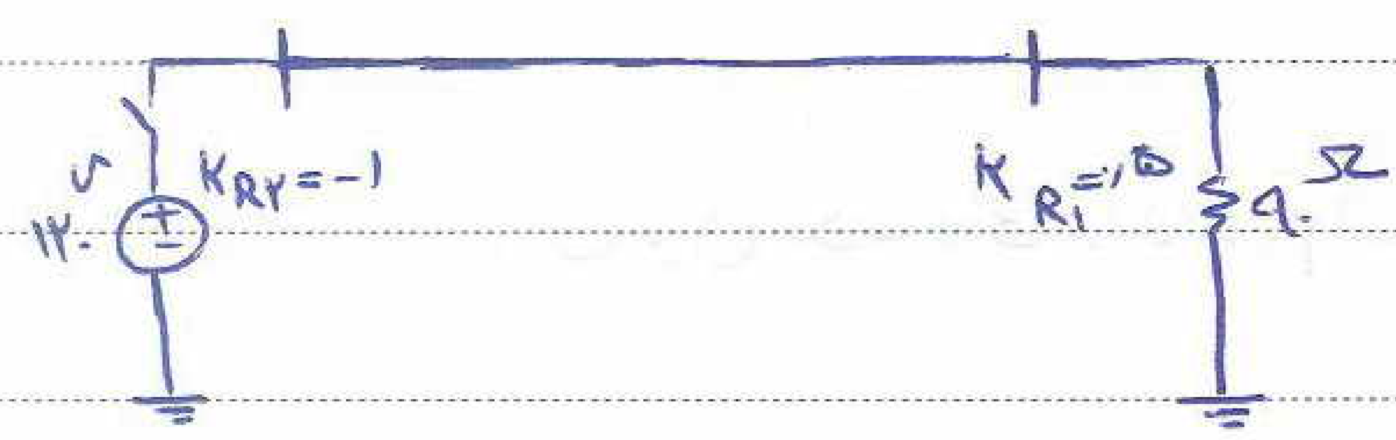
روش دیاگرام لاتیس :

چون کابل داریم پس امپدانس مشخصه کمتر از محدوده هوایی $(400 - 200)\,\Omega$ می باشد.

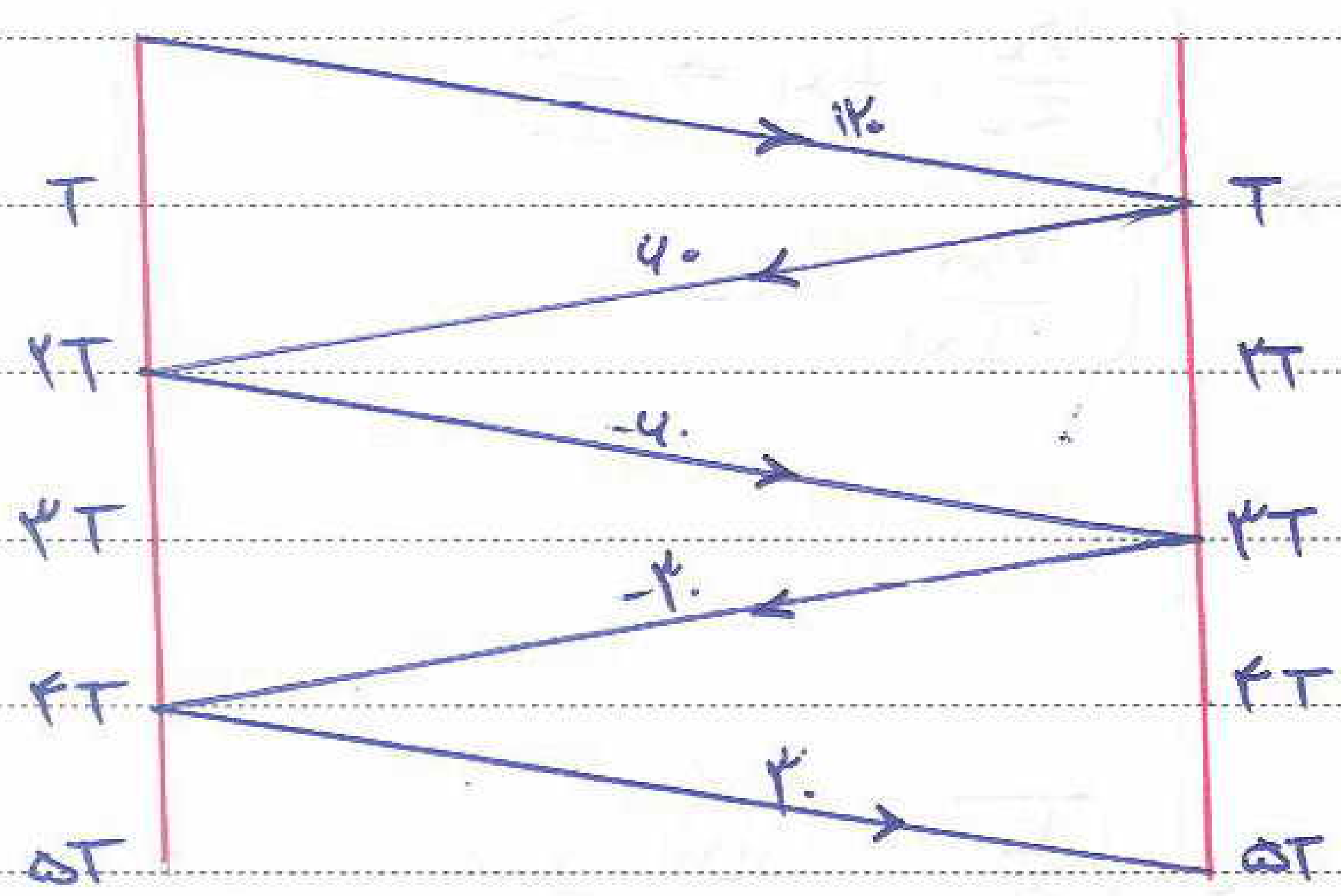
ولتاژ V_R را پس از گذشت مدت زمان $5T$ محاسبه کنید.

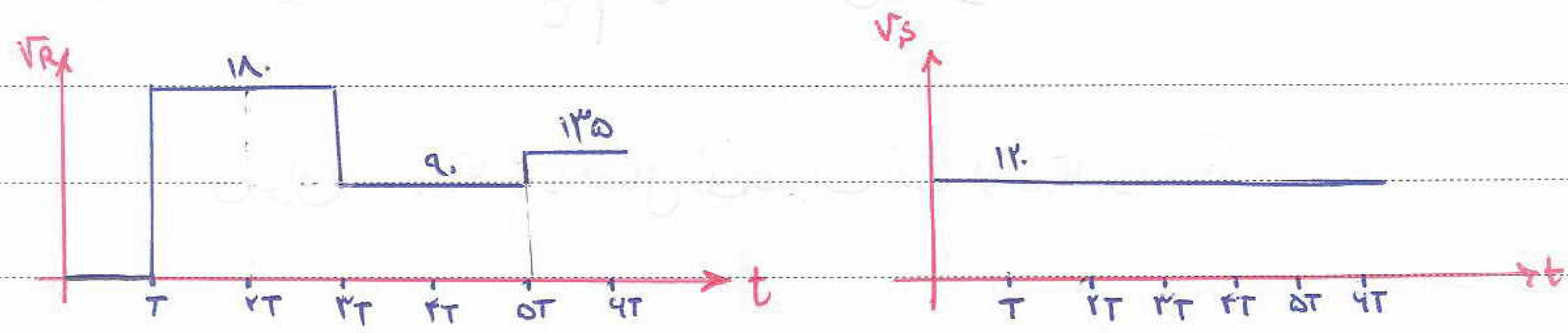
(T مدت زمانی است که موج طول کابل را طی می کند)

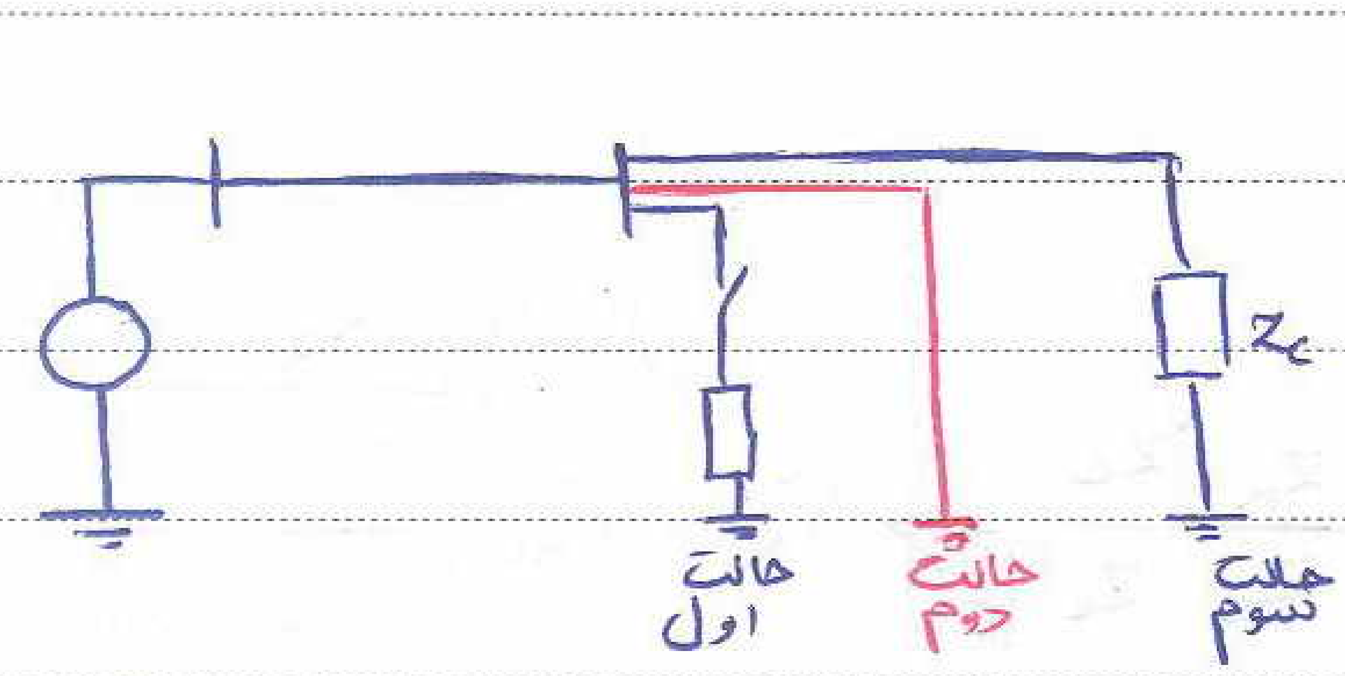
$$K_{R1} = \frac{90 - 30}{90 + 30} = 0{,}5 \qquad K_{R2} \xrightarrow[\text{برای منبع}]{\text{با فرض امپدانس صفر}} \frac{0 - 30}{0 + 30} = -1$$



در این مثال منبع dc بوده و همچنین خطا بی تلفات می باشد.







1) $K_R = 1 \Rightarrow V_R = 2V_S$ ، تأثیر گسترده‌ی اثر فرانتی

2) $K_R = -1 \Rightarrow V_R = 0$

3) $K_R = 0 \Rightarrow$ موج برگشت نداریم

اگر ورودی ما سینوسی باشد آنگاه این سینوسی را به پالس ها تجزیه کرده و هر کدام از پالس ها را به روش فوق تحلیل می کنیم و در نهایت خروجی مربوط به سینوسی ورودی را به دست می آوریم

در مثال مربوط به دیاگرام لاتیس اگر $Z_R < Z_c$ آنگاه V_R هیچگاه از ابتدا بیشتر نمی‌شود و با شروع از صفر افزایش یافته تا به ولتاژ ابتدا برسد.

تمرین: در مثال قبل $Z_R = 10\,\Omega$ و $Z_c = 30\,\Omega$ گرفته و حل کنید.

معادلات کلی Q_R و P_R را نوشتیم.

$|V_R|$, $|V_S|$ ثابت

A, B, C, D ثابت

δ متغیر $\leftarrow$ $\delta = (\widehat{V_S, V_R})$

زمانی $P_{R,max}$ حاصل می‌شود که $\beta = \delta$ باشد. از طرفی β زاویه‌ای معین است و با تغییر δ می‌توانیم P_R را تغییر دهیم و اگر $\delta = \beta$ بگیریم، آنگاه P_R حداکثر می‌شود.

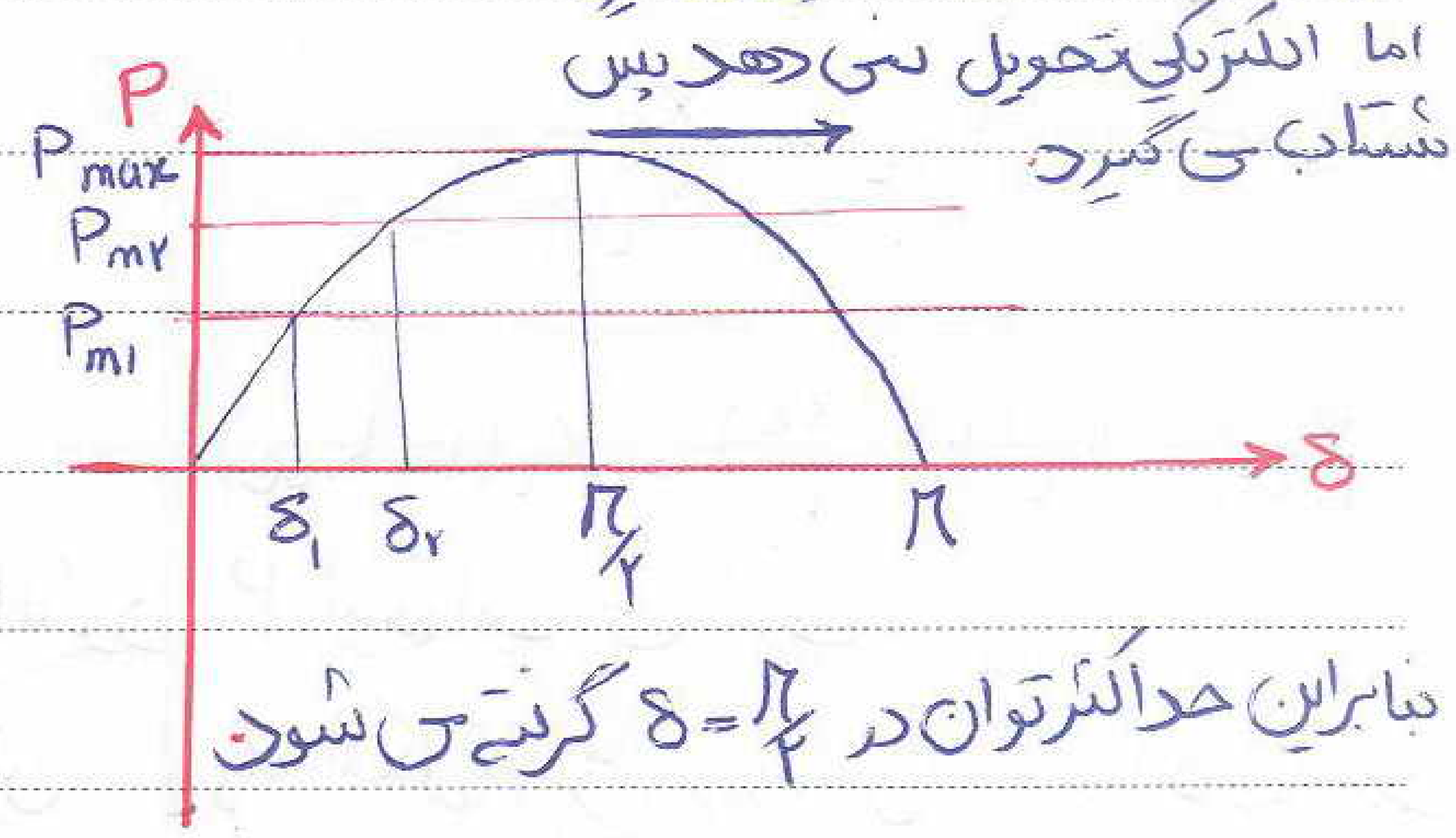
$$P_{R\,max} = \frac{|V_R||V_S|}{|B|} - \frac{|A|}{|B|}|V_R|^2\cos(\beta - \alpha)$$

$$Q_R\Big|_{P_R = P_{R,max}} = -\frac{|A|}{|B|}|V_R|^2\cos(\beta - \alpha)$$

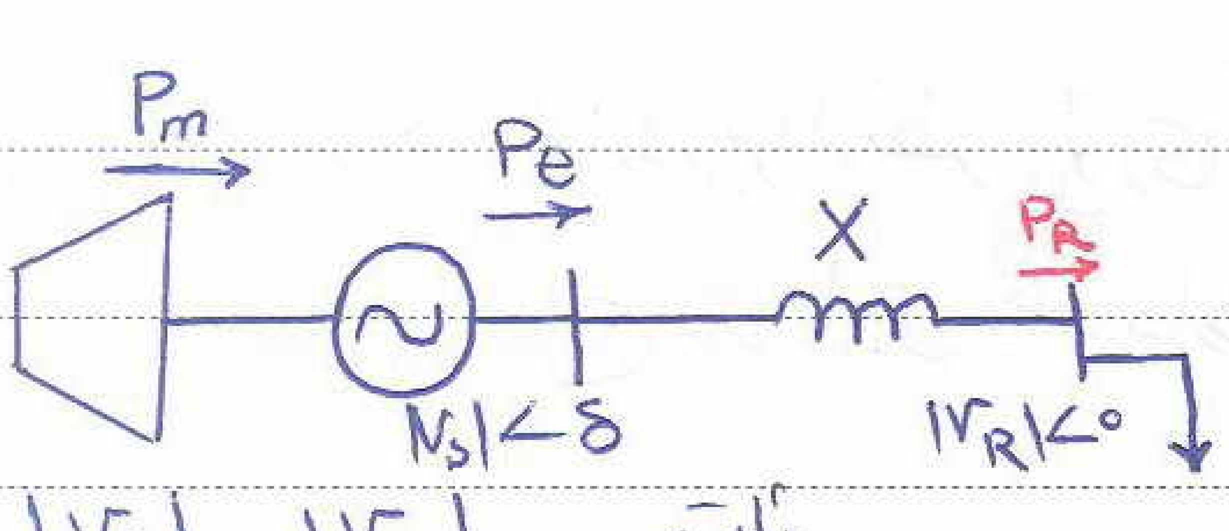
خط کوتاه بدون تلفات:

$$P_R = \frac{|V_R||V_S|}{X}\sin\delta$$

$$Q_R = \frac{|V_R|}{X}\left(|V_S|\cos\delta - |V_R|\right)$$



بنابراین حداکثر توان در $\delta = \pi/2$ گرفته می‌شود.



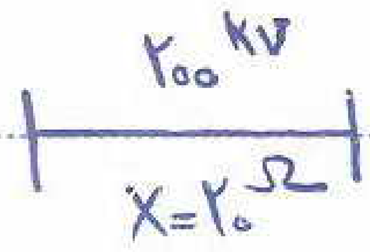
$|V_S|$, $|V_R|$ ثابت

$|V_S| = |V_R| = 1$ pu

$X = 0.3$ pu

$$P_R = \frac{|V_S||V_R|}{X}\sin\delta \longrightarrow \begin{cases} 0 < \delta < \pi/2 & P_m\uparrow \quad P_e\uparrow \\ \pi/2 < \delta < \pi & P_m\uparrow \quad P_e\downarrow \end{cases}$$

ناپایداری می‌گردد



برای خط انتقال نیز حد پایداری تعیین می‌کند.

*

$$\text{حد پایداری} = \frac{200}{20} \times 1 = 2000\ MW$$

در نمودار هرچه از ۰ به سمت $\frac{\pi}{2}$ می‌رویم مشتق کم می‌شود، بنابراین ضریب سنکرون کنندگی را تعریف می‌کنیم و هر چه این ضریب بیشتر شود، پایداری بیشتر است.

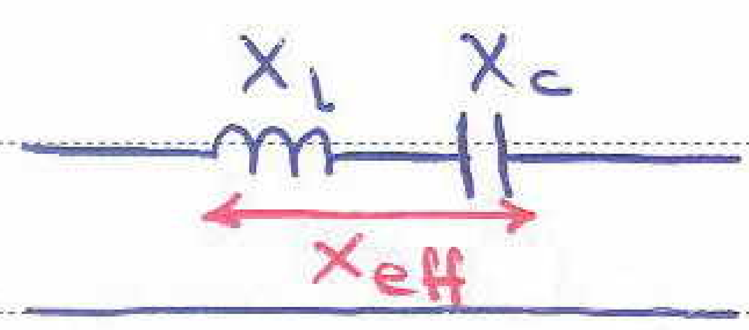
$$k_s = \frac{dP}{d\delta} = \frac{|V_R||V_S|}{X}\cos\delta$$

مرز پایداری $\delta = 90$ می‌باشد اما هیچگاه ژنراتور در مرز کار نمی‌کند

همواره یک حاشیه پایداری نیز قرار می‌دهند. رابطه بین P و δ زیاد بوده و رابطه ای قوی بین آنها برقرار است.

با استفاده از $|V_S|$ نیز می‌توان P را تغییر داد اما وابستگی P به δ قوی‌تر از $|V_S|$ است زیرا تغییرات P به ازای تغییر برابر در δ و $|V_S|$، در حالت δ بیشتر است.

همچنین با حفظ زاویه δ می‌توان P را با استفاده از X تغییر داد در اینجا بحث جبران سازی خطوط مطرح می‌شود که به صورت زیر است.



جبران سازی خطوط:
- جبران سری: خازن
- جبران موازی: خازن، راکتور

$$X_{eff} = X_L - X_C$$

ضریب جبران سازی $k_{se} = \frac{X_C}{X_L}$

اهداف جبران سازی:
- بهبود پروفیل ولتاژ
- افزایش توان انتقالی

$$X_{eff} = X_L\left(1 - \frac{X_C}{X_L}\right) = X_L(1 - k_{se})$$

جبران سازی نیز حدی دارد زیرا از نظر تئوری اگر $k_{se} = 1$ شود P بینهایت می‌شود.

از طرف دیگر امکان وقوع رزونانس وجود دارد، با افزایش k_{se} امکان وقوع رزونانس نیز زیاد می‌شود.

توان عبوری از خط انتقال:

برای محاسبه S_S ، از فرمول زیر استفاده می‌کنیم.

$$S_S = V_S I_S^*$$

$$S_R = V_R I_R^*$$

در اینجا می‌خواهیم فرمولی برای توان عبوری از خط برحسب پارامترهای خط بدست آوریم و جریان را از محاسبات حذف کنیم و در نهایت رابطه تنها برحسب ولتاژ گره‌ها و پارامترهای خط بدست آید.

$V_R = |V_R| \angle 0$

$V_S = |V_S| \angle \delta$

$A = |A| \angle \alpha$

$B = |B| \angle \beta$

$$\left.\begin{array}{l} S_R = V_R I_R^* \\ V_S = AV_R + BI_R \Rightarrow I_R = \dfrac{V_S - AV_R}{B} \end{array}\right\} \Rightarrow S_R = V_R \left(\frac{V_S - AV_R}{B}\right)^*$$

$$\Rightarrow S_R = |V_R| \angle 0 \left(\frac{|V_S| \angle \delta - |A||V_R| \angle \alpha}{|B| \angle \beta}\right)^*$$

$$\Rightarrow S_R = \frac{|V_R||V_S|}{|B|} \angle \beta - \delta - \frac{|A||V_R|^2}{|B|} \angle (\beta - \alpha)$$

$$P_R = \frac{|V_R||V_S|}{|B|} \cos(\beta - \delta) - \frac{|A||V_R|^2}{|B|} \cos(\beta - \alpha)$$

$$Q_R = \frac{|V_R||V_S|}{|B|} \sin(\beta - \delta) - \frac{|A||V_R|^2}{|B|} \sin(\beta - \alpha)$$

اگر رابطه را در ۳ ضرب کنیم توان‌های اکتیو و راکتیو سه فاز بدست می‌آید. این یعنی باجای V_R و V_S باید از مقادیر خطی آنها استفاده کنیم.

$$P_S = \frac{|A||V_S|^2}{|B|} \cos(\beta - \alpha) - \frac{|V_S||V_R|}{|B|} \cos(\beta + \delta)$$

$$Q_S = \frac{|A||V_S|^2}{|B|} \sin(\beta - \alpha) - \frac{|V_S||V_R|}{|B|} \sin(\beta + \delta)$$

اگر در رابطه P_R ، δ را به $-\delta$ تبدیل کرده و در یک منفی ضرب کنیم P_S بدست می‌آید.

Subject:
Year. Month. Date. ( )

اگر خط کوتاه باشد آنگاه روابط را می توان ساده تر کرد: $A=1\,,\ \alpha=0 \qquad |B|=|Z|$

$$P_S=\frac{|V_S|^2}{|Z|}\cos\beta-\frac{|V_S||V_R|}{|Z|}\cos(\beta+\delta)$$

$$Q_S=\frac{|V_S|^2}{|Z|}\sin\beta-\frac{|V_S||V_R|}{|Z|}\sin(\beta+\delta)$$

حال اگر از مقاومت خط کوتاه صرف نظر کنیم داریم: $\beta=90 \qquad |Z|=X$

$$P_S=\frac{|V_S|^2}{X}\cos 90-\frac{|V_S||V_R|}{X}\cos(90+\delta)=\frac{|V_S||V_R|}{X}\sin\delta$$

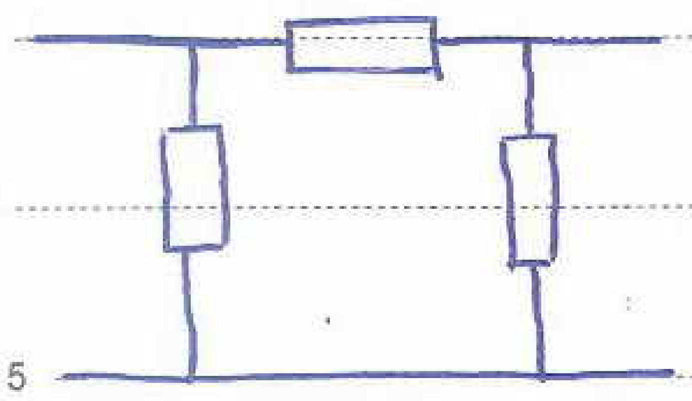
$$Q_S=\frac{|V_S|^2}{X}\sin 90-\frac{|V_S||V_R|}{X}\sin(90+\delta)=\frac{|V_S|^2}{X}-\frac{|V_S||V_R|}{X}\cos(\delta)$$

چون خط تلفات ندارد: $P_R=\frac{|V_R||V_S|}{X}\cos(90-\delta)-\frac{|V_R|^2}{X}\cos 90=\frac{|V_R||V_S|}{X}\sin\delta=P_S$

$$Q_R=\frac{|V_R||V_S|}{X}\sin(90-\delta)-\frac{|V_R|^2}{X}\sin 90=\frac{|V_R|}{X}\left(|V_S|\cos\delta-|V_R|\right)$$

در مورد خط طویل اگر مدار π را در نظر بگیریم، داریم:

چون در ماتریس خط B ادمیتانس خط بود بنابراین جبران سازی B را تغییر می دهد.



$$B_c^{eff} = (B_c + B_{sh}) = B_c\Big(1 + \underbrace{\frac{B_{sh}}{B_c}}_{K_{sh}}\Big)$$

K_{sh}: ضریب جبران سازی

سلف موازی B_{sh} منفی
خازن موازی B_{sh} مثبت

حال با توجه به رابطه ی $Q_R = \frac{|V_R|}{X}(|V_S|\cos\delta - |V_R|)$:

در اینحالت بین Q و زاویه δ رابطه ضعیف است و برعکس بین Q و $|V_S|$ رابطه ی قوی وجود دارد.

$|V_S|\cos\delta$ و $|V_R|$

$|V_S|\cos\delta = |V_R| \Rightarrow Q = 0$

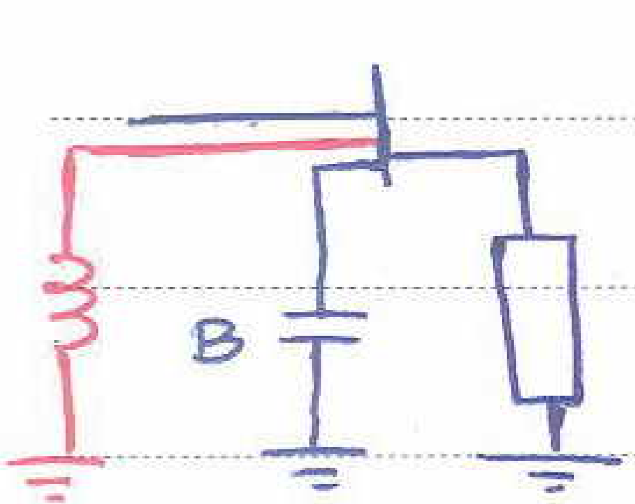
$|V_S|\cos\delta > |V_R| \Rightarrow Q > 0$

$|V_S|\cos\delta < |V_R| \Rightarrow Q < 0$

پس برای اینکه توان بیشتری داشته باشیم به سراغ δ می رویم (یعنی در خطی که جبران سازی انجام شده است)
برای زیاد کردن δ باید دریچه ی بخار را بیشتر باز کنیم تا توان مکانیکی بیشتر شود.

برای اینکه Q را تنظیم کنیم نیز با سراغ $|V_S|$ می رویم. برای اینکار باید جریان تحریک را زیاد کنیم.
به ازای یک جریان تحریک معین، ژنراتور توان راکتیو نه تولید و نه مصرف می کند. با تغییر این جریان می توانیم کاری کنیم که ژنراتور توان راکتیو تولید یا مصرف کند.

* کنترل توان راکتیو ارتباط خوبی با ولتاژ دارد.



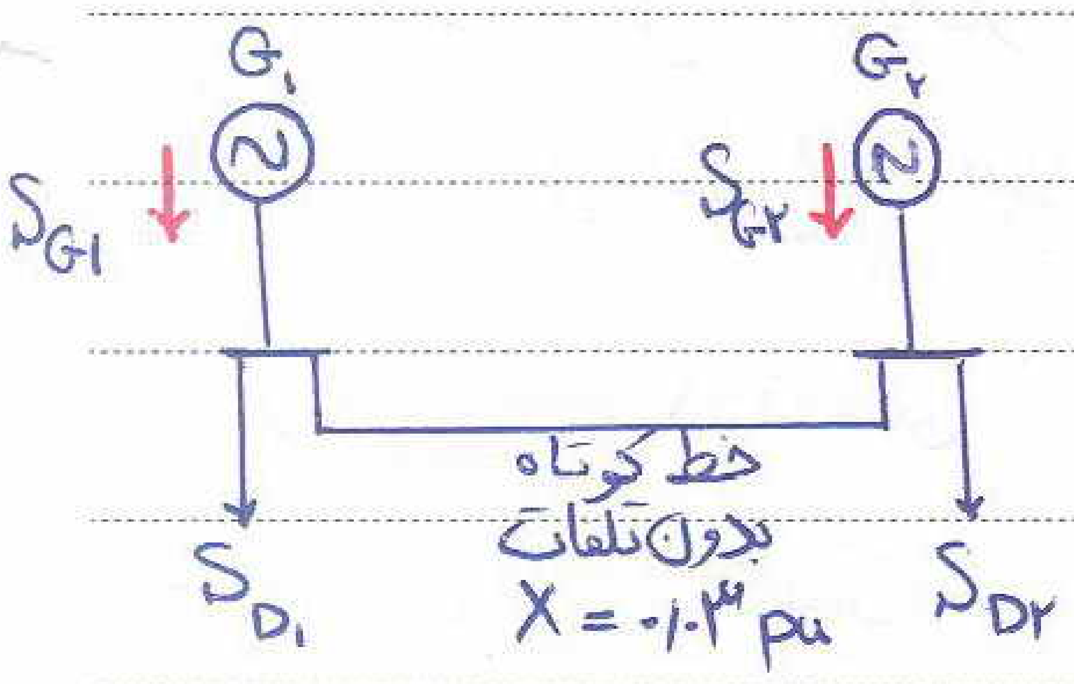
$Q_c = B|V|^2$

$Q_c = C\omega|V|^2$

مثال:
هرگاه ولتاژ کم شد، خازن را وارد مدار می کنیم.
هرگاه ولتاژ زیاد شد، سلف را وارد مدار می کنیم.

Subject:
Year. Month. Date. ( )

مثال: دو ژنراتور مطابق شکل به همدیگر متصل شده اند.



الف) با توجه به اطلاعات داده شده توان ژنراتورها را محاسبه کنید.

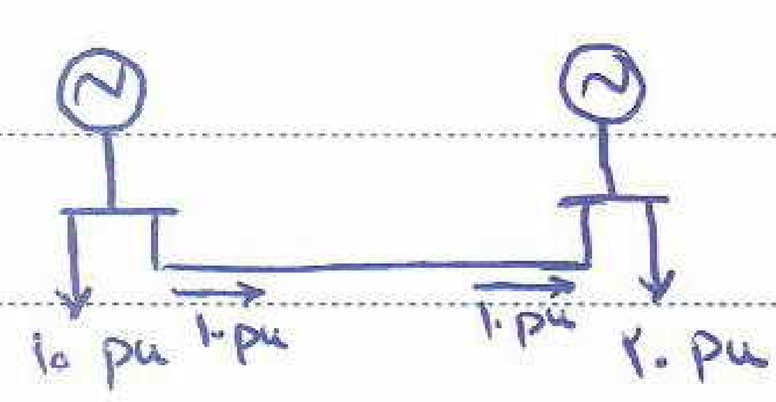
ب) ضریب قدرت ژنراتورها را حساب کنید.

$S_{D1} = 10 + j3$ pu

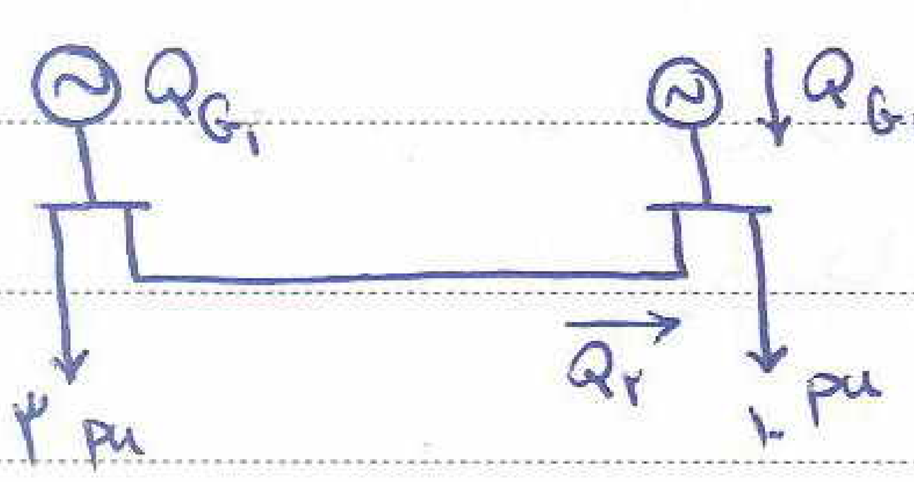
$S_{D2} = 20 + j10$ pu

$|V_1| = |V_2| = 1$ pu تحریک ژنراتور می تواند مقادیر مقابل را ثابت کند.

$P_{G2} = 10$ pu



چون خط تلفات ندارد پس می توان نوشت: $P_{G1} = P_{D1} + P_{D2} - P_{G2} = 20$ pu



$$\left.\begin{aligned} Q_2 &= \frac{|V_2|}{X}\left(|V_1|\cos\delta - |V_2|\right) \\ P_1 = P_2 &= \frac{|V_1||V_2|}{X}\sin\delta \Rightarrow \delta = 17.5^\circ \end{aligned}\right\} \Rightarrow Q_2 = -1.54 \text{ pu}$$

$Q_{G2} = 1.54 + 10 = 11.54$

$Q_1 = \frac{1}{0.03}\left(1 - 1 \times \cos 17.5\right) = 1.54 \Rightarrow Q_{G1} = 3 + 1.54 = 4.54$ pu

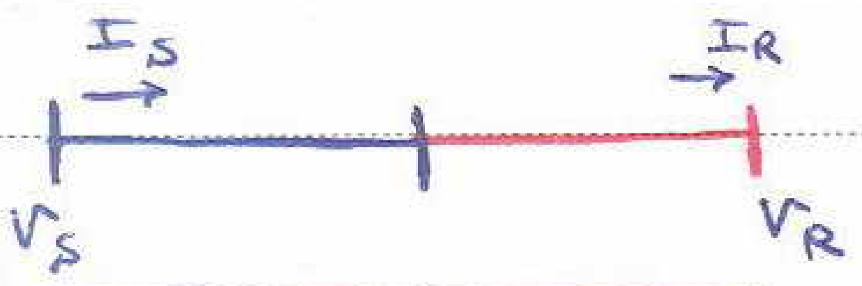
پس ژنراتورها جمعاً $4.54 + 11.54 = 16.08$ pu است.
مقدار مصرف بارها برابر با 13 است
} تفاضل در خط مصرف می شود.

$$I = \frac{V_1 - V_2}{X} = \frac{1\angle 17.4 - 1\angle 0}{0.03\angle 90}$$

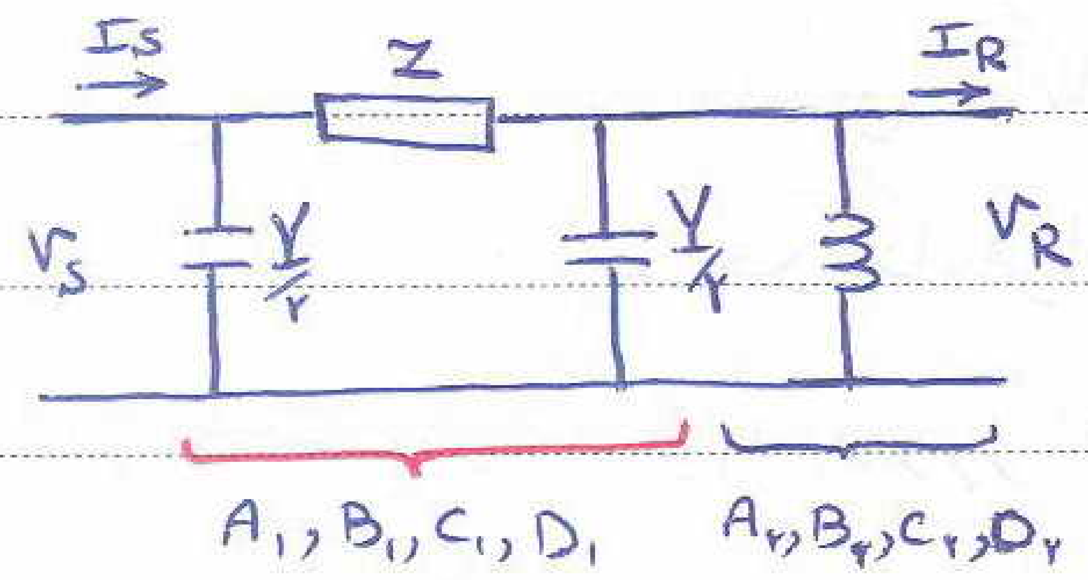
$\tan\varphi_1 = \frac{4.54}{20} \Rightarrow \varphi_1 \Rightarrow \cos\varphi_1$ به طور مقابل برای ژنراتور دوم نیز حساب می کنیم.

تمرین: مثال فوق را با فرض اینکه خط مقاومتی برابر 0.02 pu داشته باشد بدست آورید.

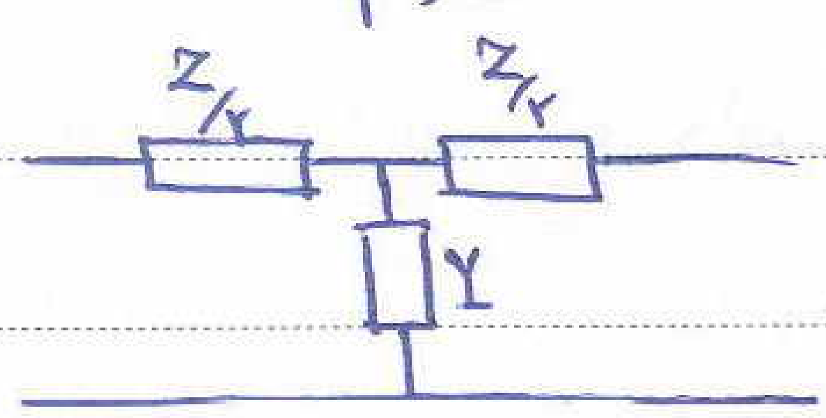
اتصال دو خط: (یا اتصال خط و یک مدل π):



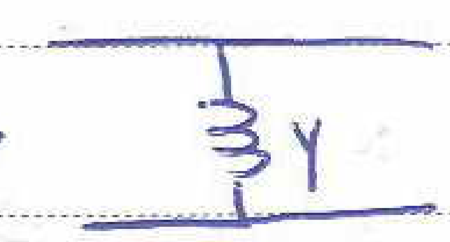
$$\begin{bmatrix}A_{eq} & B_{eq}\\ C_{eq} & D_{eq}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}A_1 & B_1\\ C_1 & D_1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}A_2 & B_2\\ C_2 & D_2\end{bmatrix}$$



$X = L\omega$

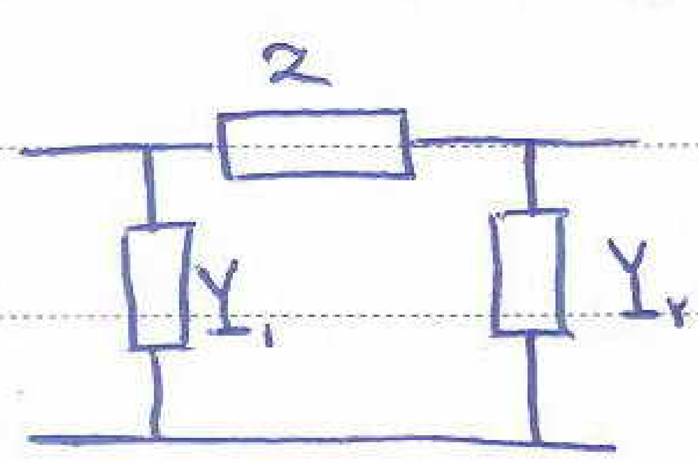


$$\Rightarrow \begin{cases} A = D = 1 + \frac{ZY}{2} \\ B = Z\left(1 + \frac{ZY}{4}\right) \\ C = Y \end{cases} \Rightarrow$$



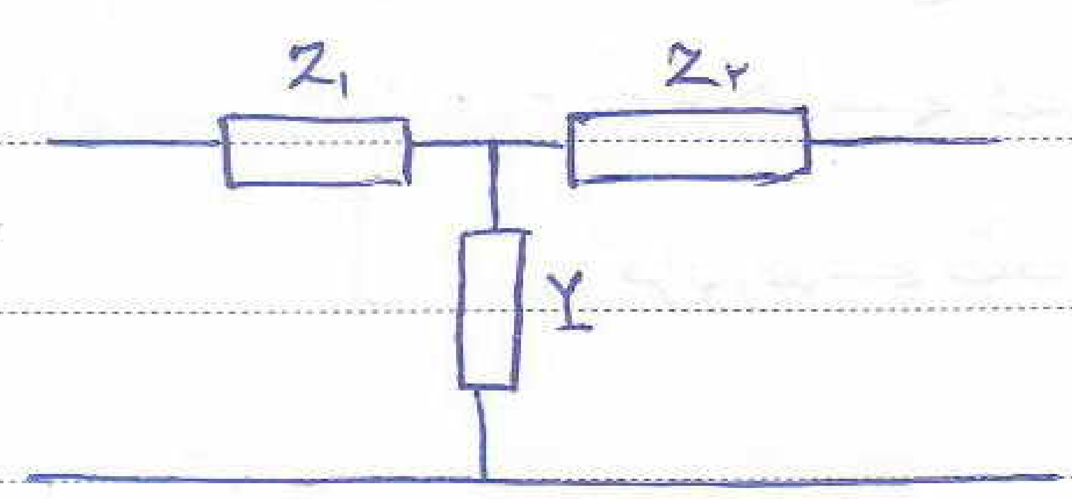
$$\Rightarrow \begin{cases} A = D = 1 \\ B = 0 \\ C = Y \end{cases}$$

π نامتعادل:



$$A = 1 + Y_2 Z$$
$$B = Z$$
$$C = Y_1 + Y_2 + ZY_1Y_2$$
$$D = 1 + Y_1 Z$$

T نامتعادل:



$$A = 1 + YZ_1$$
$$B = Z_1 + Z_2 + YZ_1Z_2$$
$$C = Y$$
$$D = 1 + YZ_2$$

جریان بارگیری خط (شارژ خط):

$$\left.\begin{cases} V_S = AV_R + BI_R \\ I_S = CV_R + DI_R \end{cases} \quad I_R = 0 \right\} \Rightarrow \begin{cases} V_S = AV_R \\ I_S = CV_R \end{cases}$$

$$I_S = CV_R = C\,\frac{V_S}{A} \Longrightarrow I_S = \frac{C}{A} V_S$$

π مدل : $C = Y\left(1 + \frac{ZY}{4}\right)$

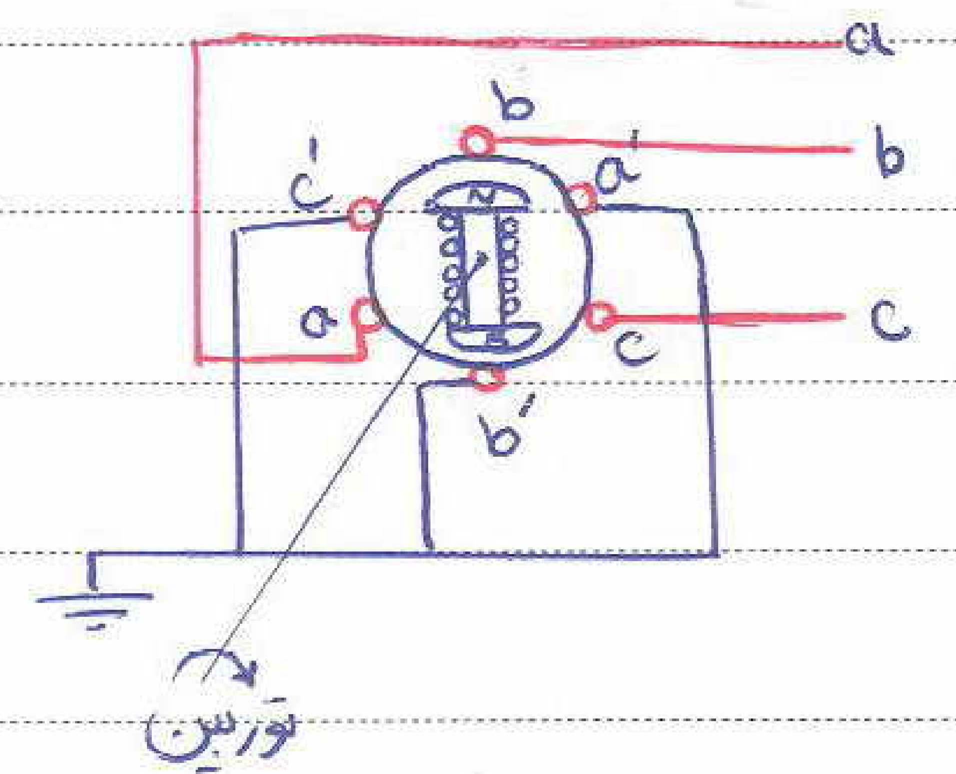
T مدل : $C = Z$

$C = \frac{1}{Z_c}\sinh \gamma l$

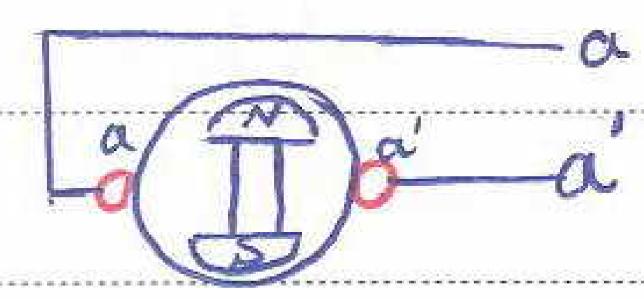
PAPCO

فصل ششم: مدلسازی ژنراتور

ساختار:

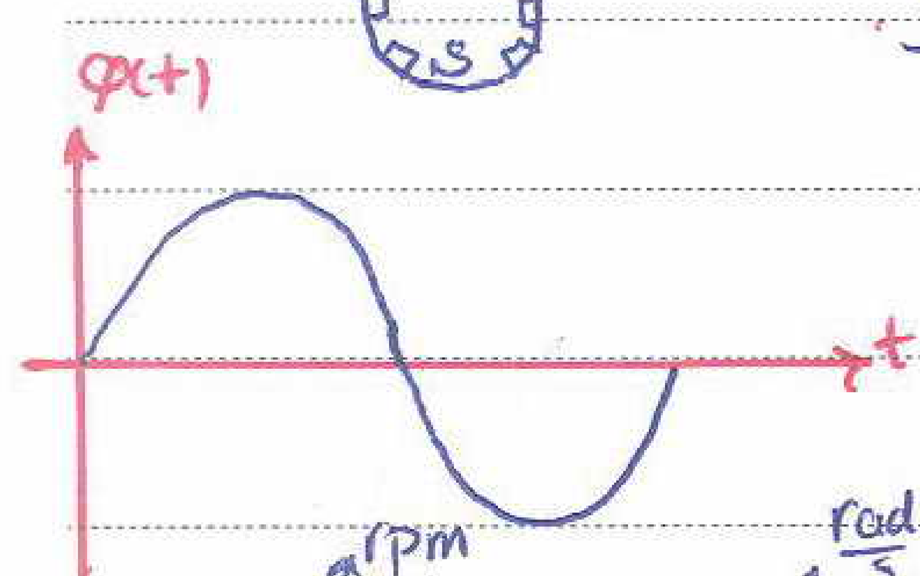


یک ماشین سنکرون ساده ماشینی است که روتور آن ۲ شیار دارد.
اگر روتور ۱ دور در ثانیه بچرخد آنگاه فرکانس 1 Hz خواهد بود.
چون برق 50 Hz می خواهیم باید روتور 50 rps بچرخد و یا سرعت 3000 rpm داشته باشد.



اگر ماشین دو زوج قطب می داشت آنگاه با یک دور چرخش روتور دو سیکل شار خواهیم داشت و در نتیجه فرکانس 2 Hz خواهد بود.
پس در این حالت برای فرکانس 50 Hz سرعت 1500 rpm کافیست.

برای اینکه فاصله هوایی زیادی نداشته باشیم آنگاه از ساختار مقابل استفاده می شود.



بنابراین روتورهای قطب صاف در محل هایی استفاده می شود که سرعت چرخش روتور بالاست.

توربو ژنراتورها ← قطب صاف (سرعت بالا)
هیدروژنراتورها ← قطب برجسته (سرعت پایین)

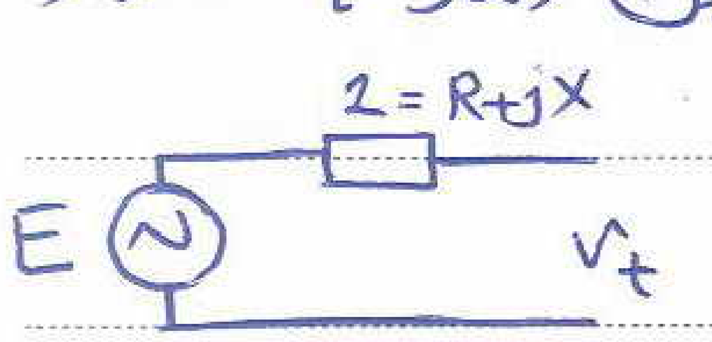
$$f = \frac{N}{60}P = nP$$

(N: rpm ، n: rad/s)

فازی چون a' زمین است.

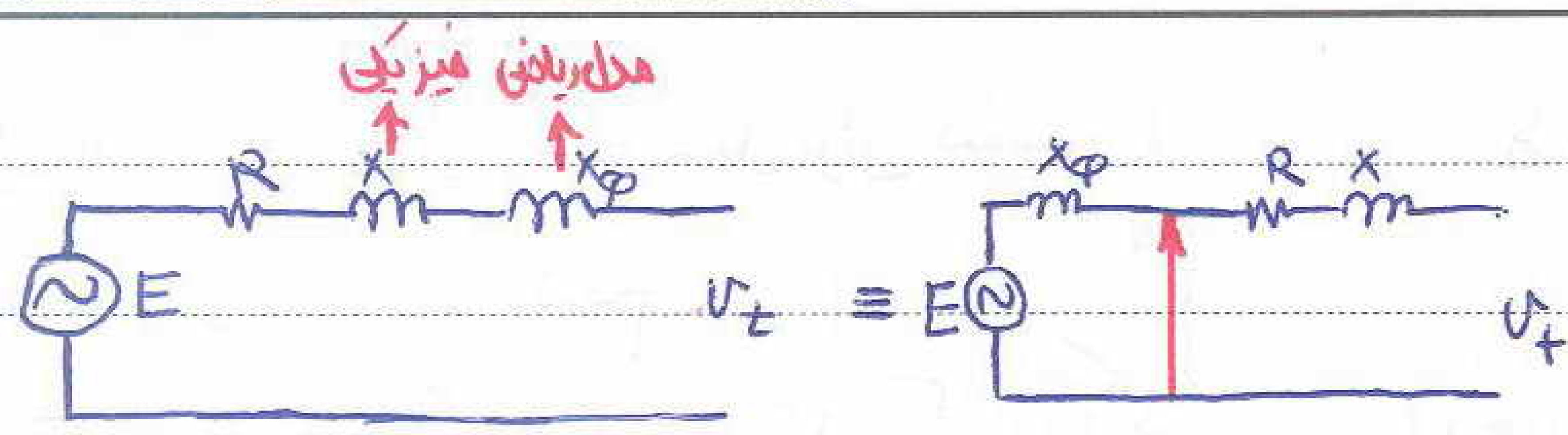
$$\begin{cases} e_{aa'} = E_m \sin\omega t \\ e_{bb'} = E_m \sin(\omega t - \frac{2\pi}{3}) \\ e_{cc'} = E_m \sin(\omega t + \frac{2\pi}{3}) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} E_a = |E|\angle 0 \\ E_b = |E|\angle -120 \\ E_c = |E|\angle 120 \end{cases}$$

چون مدارها را تکفاز حل می کنیم با توجه به روابط بالا می فهمیم که می توان ژنراتور را با یک منبع ولتاژ مدل کرد. این مدل تا زمانی درست است که از ژنراتور بار نگیریم. در حالت باردار بودن ولتاژ V_t کمتر از E_a می شود و این تفاوت را با امپدانس Z مدل می کنیم:



$$V_t = E - ZI$$

اما باز هم ولت متر مقداری کمتر از مقدار محاسبه شده در فوق را نشان می دهد و این یعنی افت های دیگری نیز داریم. علت کاهش E به دلیل عبور جریان و در نتیجه کاهش شار به علت عکس العمل مغناطیسی استاتور



افت ولتاژ دیگر را با یک راکتانس مدل می‌کنیم.

$X_\phi I$ = افت معادل کاهش شار

RI = افت ناشی از مقاومت اهمی استاتور

XI = افت ناشی از راکتانس استاتور

$$V_t = E_f - RI - jI(\overbrace{X + X_\phi}^{X_s})$$

$$\Rightarrow V_t = E_f - (\overbrace{R + jX_s}^{Z_s})\, I$$

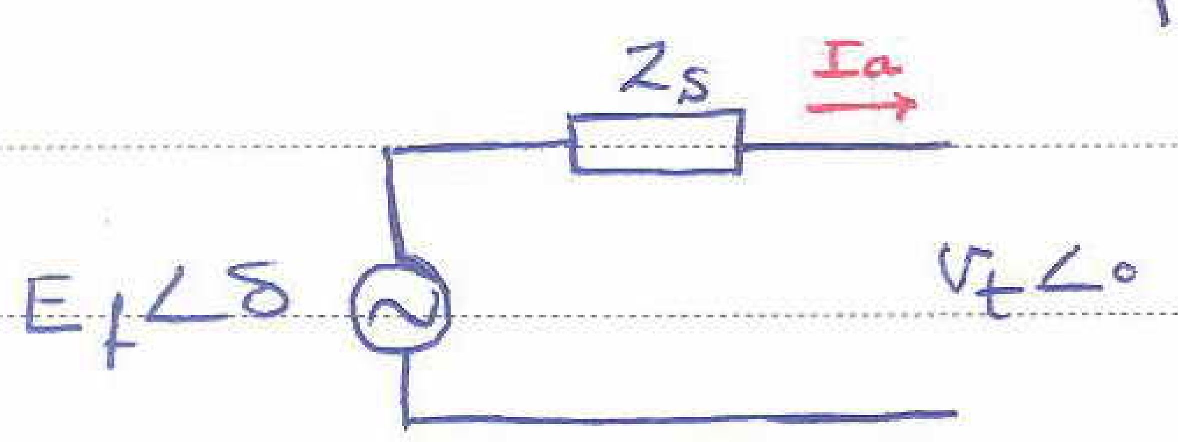
$$\Rightarrow V_t = E_f - Z_s I$$

مثال: ژنراتور ۵۰ MVA با راکتانس سنکرون pu ۰/۱۲ = X_s : مقاومت قابل صرف نظر بوده است

مقدار مبنا نیز با مقادیر نامی بدست می‌آید.

$$Z_b = \frac{V_b^2}{S_b} = \frac{20^2}{50} = 8\ \Omega \Rightarrow X_s = 0.96\ \Omega$$

به دلیل وجود راکتانس بین V_t و E اختلاف فاز داریم پس داریم:

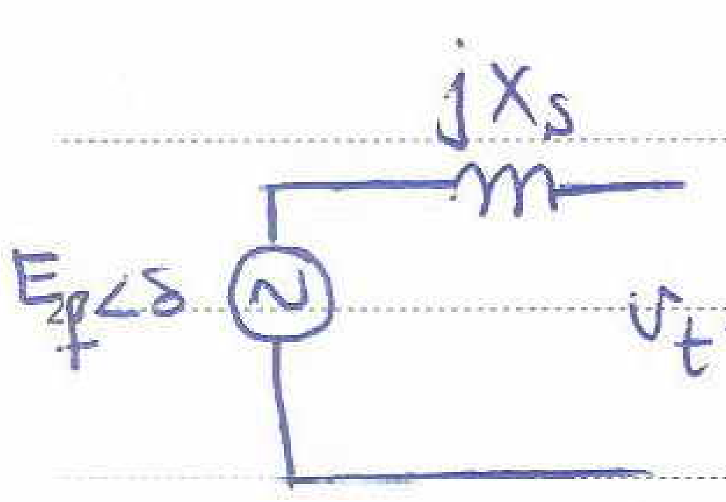


$$E_f = V_t + Z_s I = |V_t|\angle 0 + |Z_s|\angle\theta\ |I_a|\angle\varphi$$

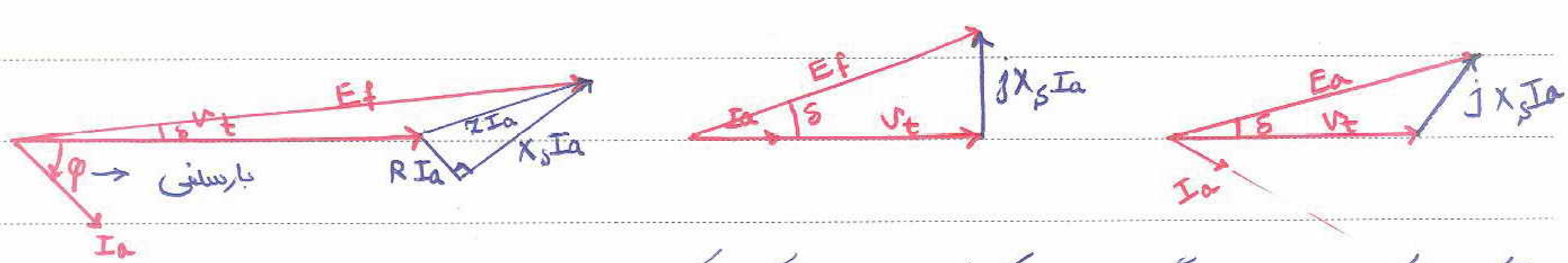
$$E_f = |E_f|\angle\delta$$

اگر مقاومت قابل صرف نظر کردن باشد، آنگاه مدل ساده‌تر شده و داریم:

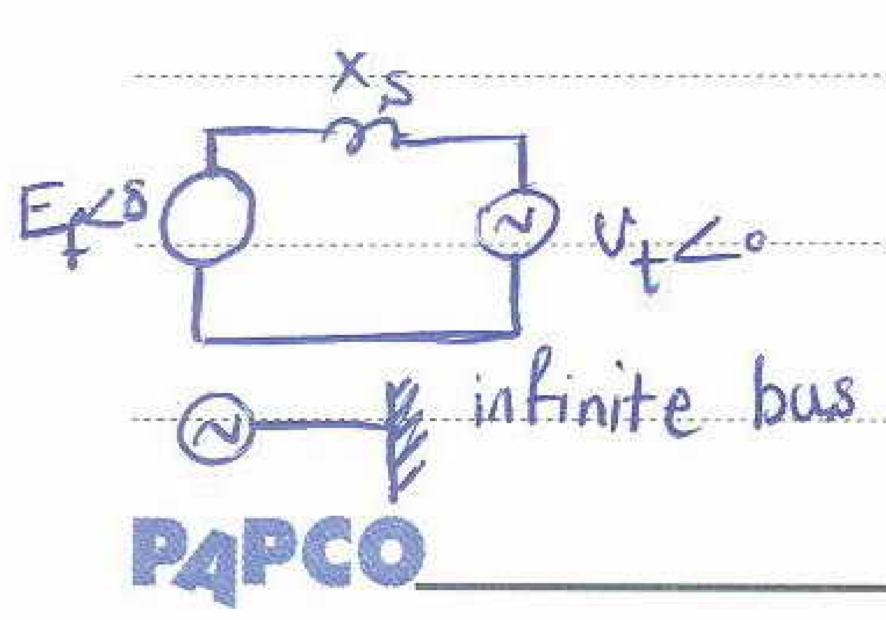
$$Z_s = X_s$$

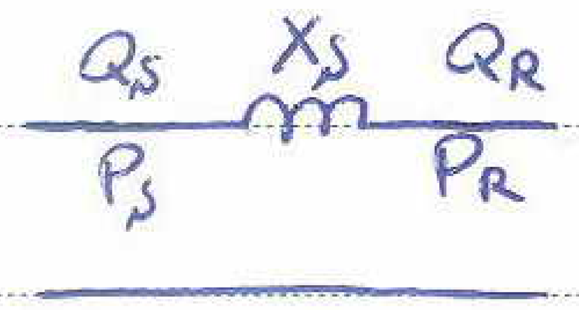


$$E_f = V_t + jX_s I$$



شبکه را با یک ژنراتور خیلی بزرگ مدل می‌کنیم و چون این شبکه از ترکیب موازی بینهایت ژنراتور دیگر بدست آمده پس $Z_{s,eq}=0$ بوده و به آن باس بینهایت می‌گوییم:





$$P = \frac{|E_f||V_t|}{X_s} \sin \delta$$

برای اینکه ژنراتور را وارد کنیم با شبکه توان بیشتری بدهد باید δ را زیاد کنیم.

$$Q = \frac{|E_f|}{X_s}\left[|E_f|\cos\delta - |V_t|\right]$$

E_f خود به شار بستگی دارد و می‌توانیم آن را زیاد کنیم به گونه‌ای که $|E_f|\cos\delta > |V_t|$

وقتی که $|V_t| = |E_f|\cos\delta$ بوده و در نتیجه توان راکتیو ژنراتور صفر است. به این حالت تحریک عادی می‌گوییم.

$i_{ex0} \longrightarrow Q = 0$

$i > i_{ex.} \longrightarrow Q > 0$

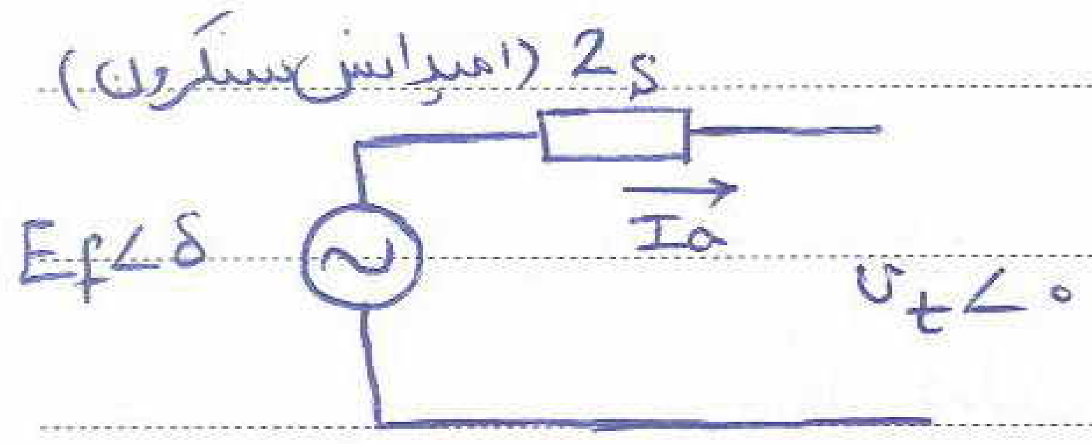
$i < i_{ex.} \longrightarrow Q < 0$

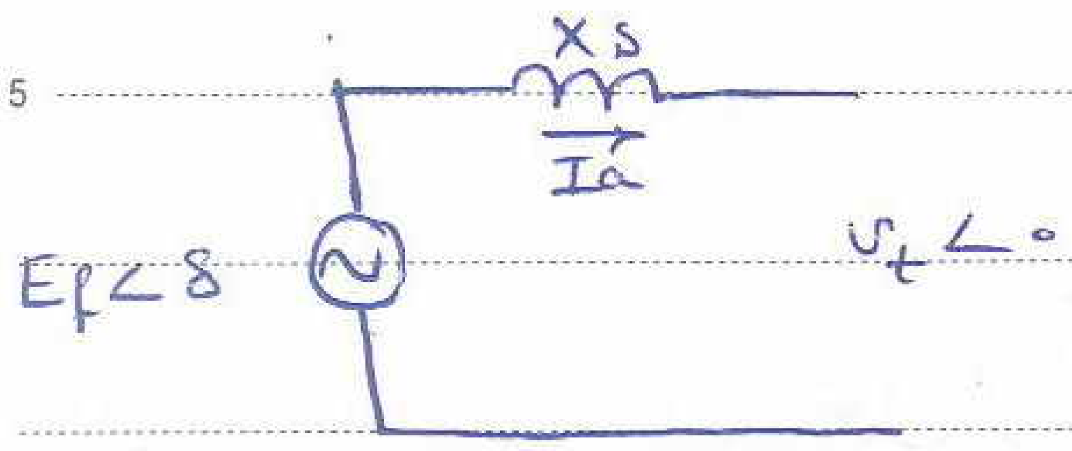
از نظر اکتیو ژنراتور تنها یک مود کاری دارد

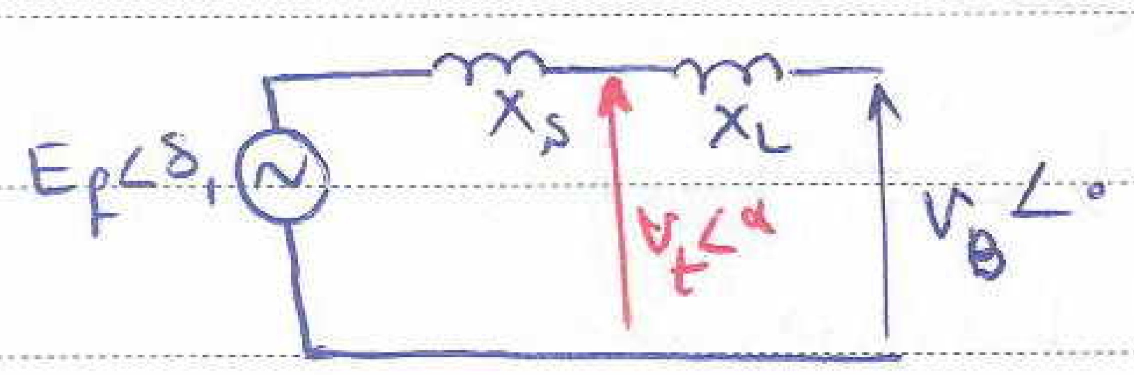
از نظر راکتیو ژنراتور سه مود کاری دارد.

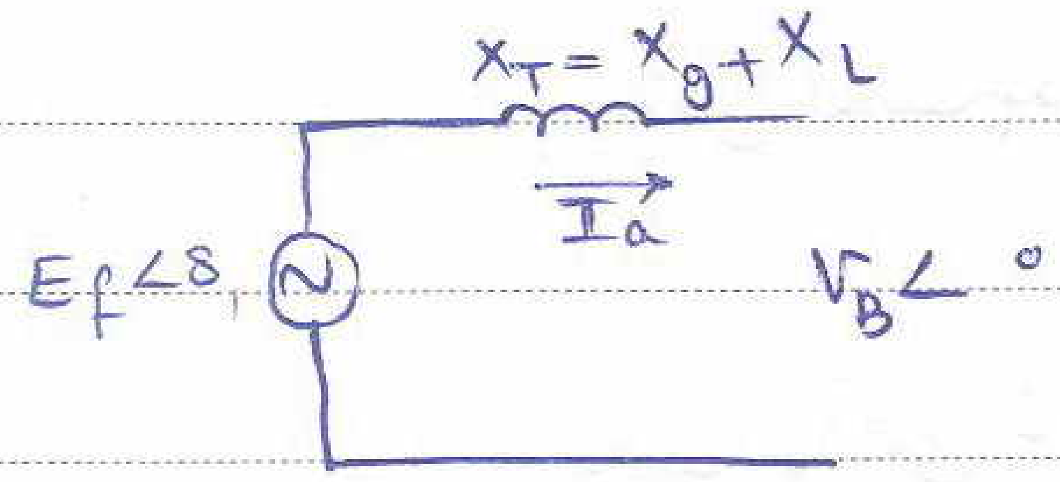
مدلسازی ژنراتور و موتور سنکرون :

ژنراتور

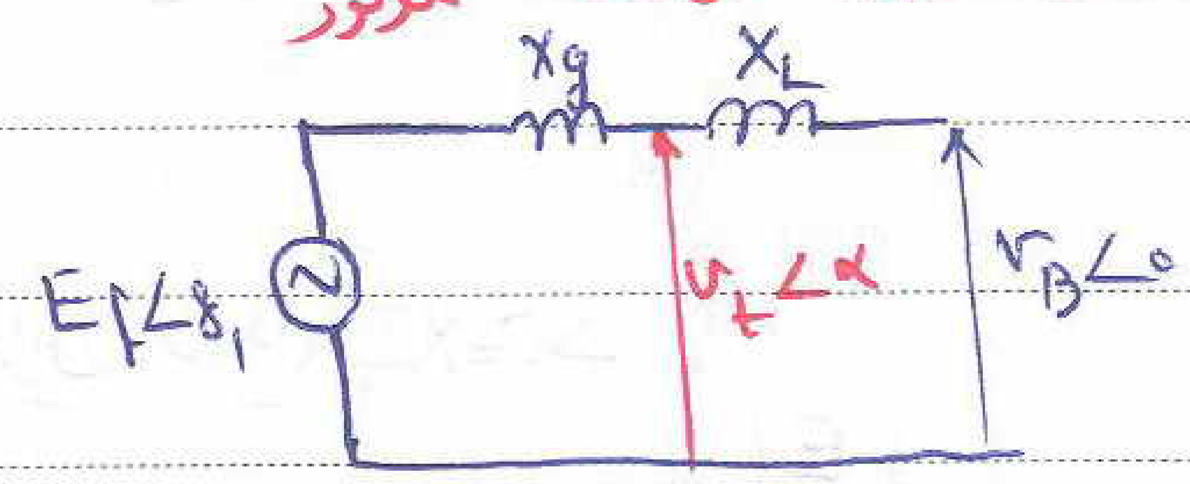


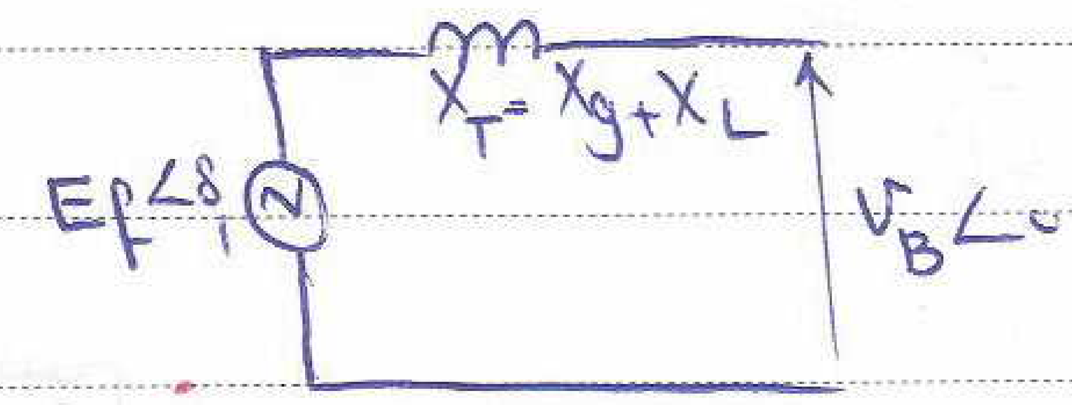






موتور



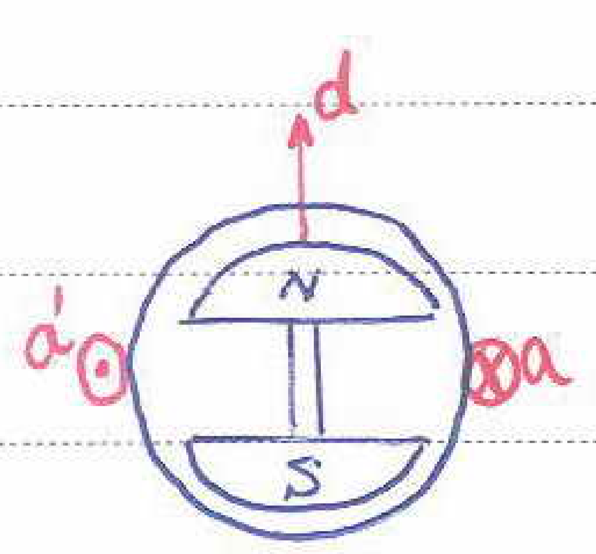


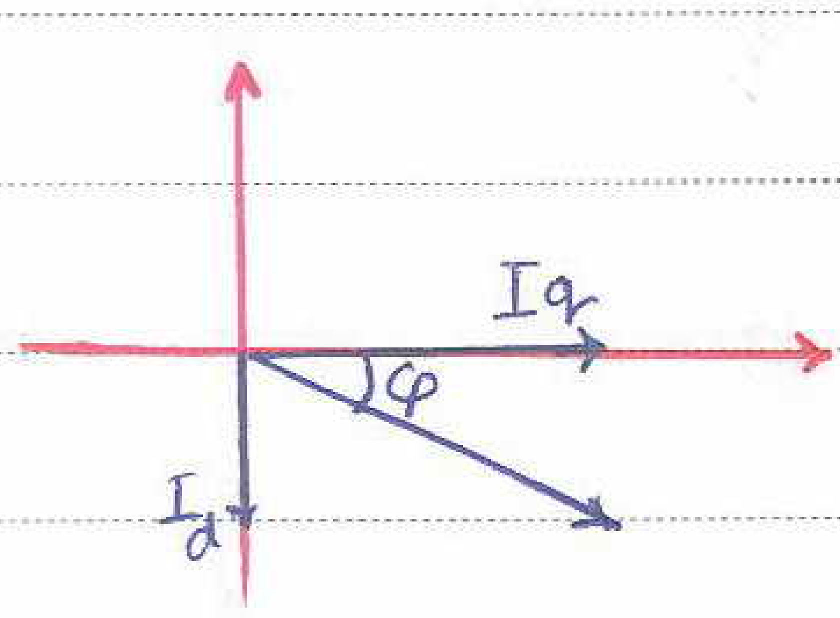
برای ماشین های قطب صاف داریم
X_s راکتانس سنکرون
Z_s امپدانس سنکرون

$$X_s = X + X_\phi$$

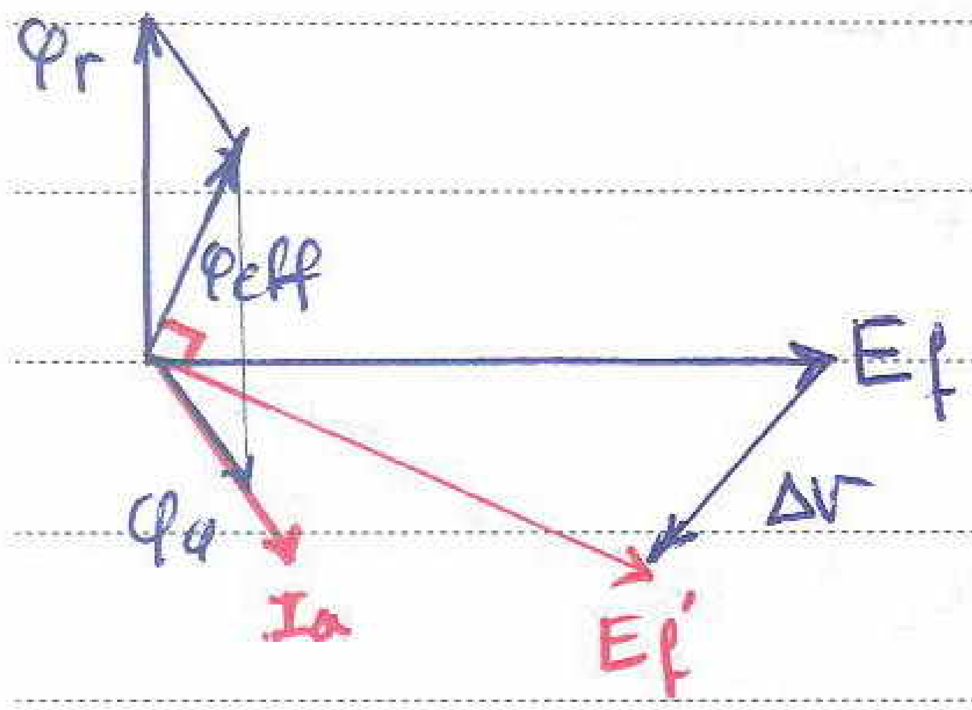
X ← راکتانس سیم پیچ aa'

X_ϕ ← راکتانس ناشی از تضعیف شار





تا زمانی که جریان از سیم پیچ aa' نگذرد، آنگاه مدل مقابل را داریم:



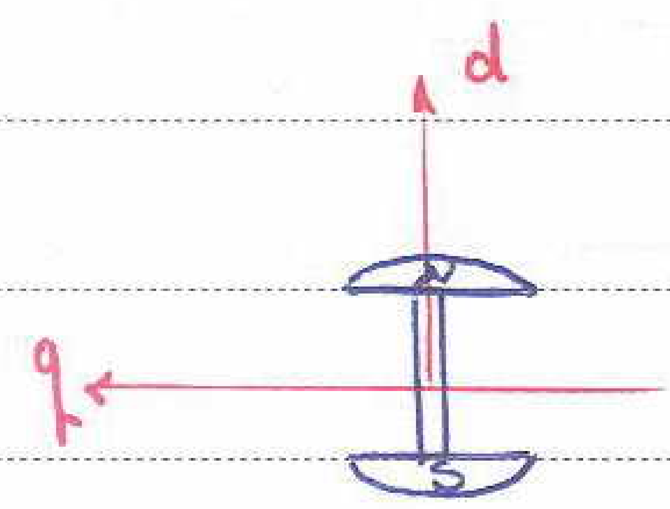
ΔV متناسب با جریان Ia می باشد.
ΔV با جریان Ia به اندازه 90° اختلاف فاز دارد.
بنابراین داریم $\Delta V = X I_a$

پس با طور ریاضی به جای اثر فوق از یک X استفاده می کنیم.

اگر روتور قطب صاف باشد آنگاه فاصله هوایی در تمام سطوح یکسان است و با چرخش روتور ما تفاوتی نمی بینیم. در روتور قطب صاف نیز می توانیم I_a را تجزیه کنیم ولی در این حالت در دو امتداد فرقی از نظر ما ندارد اما در روتورهای قطب برجسته چون در یک راستا آهن بیشتر است و در یک راستا فاصله هوایی بیشتر است حتماً باید جریان را به دو بخش تقسیم کنیم.

برای نمونه در مورد ژنراتوری دو قطبی $.9 < X_q < 1.4 \;,\; 1 < X_d < 1.5$

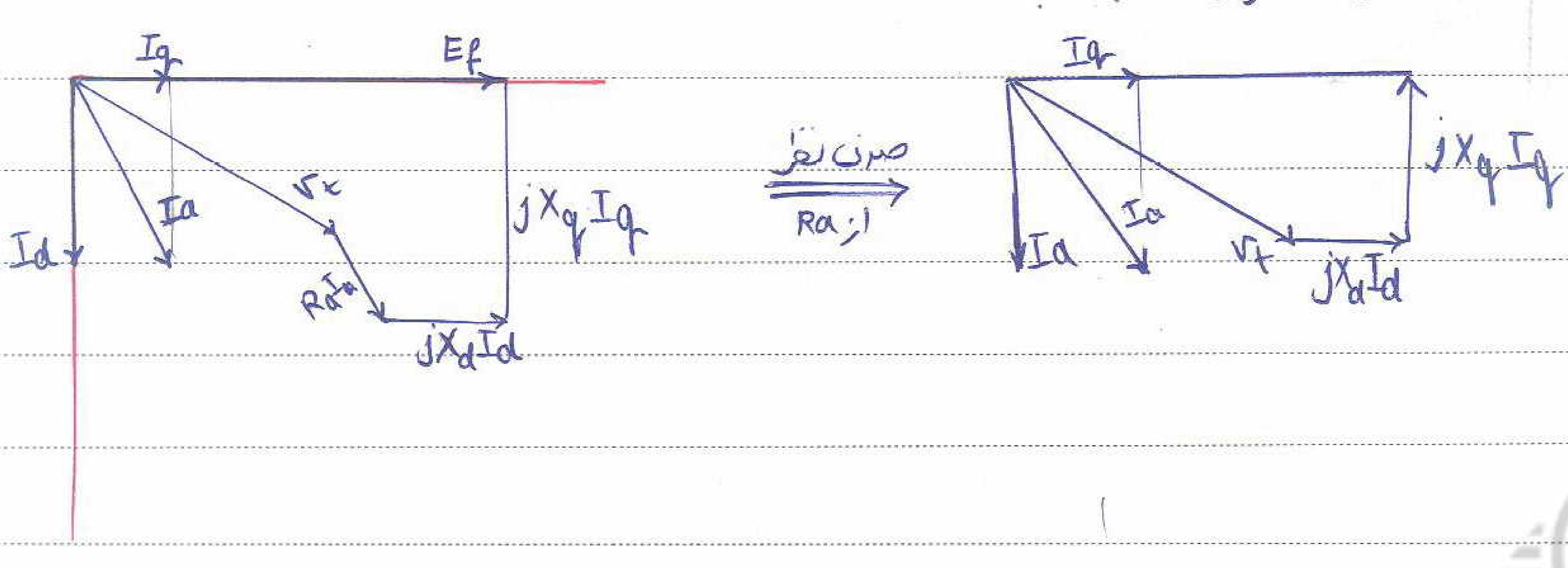
برای ژنراتورهای قطب برجسته دو مدل داریم و باید یکبار برای مدار q و یکبار برای مدار d محاسبات را انجام دهیم:



محور مستقیم d $X + X_{\phi d} = X_d$

محور عمودی q $X + X_{\phi q} = X_q$

دیاگرام برداری: ماشین سنکرون با قطب برجسته



برای ماشین قطب صاف داشتیم:

$$P=\frac{|E_f||V_t|}{X_s}\sin\delta \quad , R=0$$

در اینجا باید دو توان را در دو جهت محاسبه کرده و باهم جمع کنیم:

$$P=I_q|V_t|\cos\delta+I_d|V_t|\sin\delta \quad , R=0$$

می خواهیم فرمول را به گونه ای درآوریم که در آن جریان نداشته باشیم، پس:

$$|V_t|\sin\delta=X_q I_q \Rightarrow I_q=\frac{|V_t|\sin\delta}{X_q}$$

$$|E_f|-|V_t|\cos\delta=X_d I_d \Rightarrow I_d=\frac{|E_f|-|V_t|\cos\delta}{X_d}$$

$\Rightarrow$ با جایگذاری در رابطه بالا داریم:

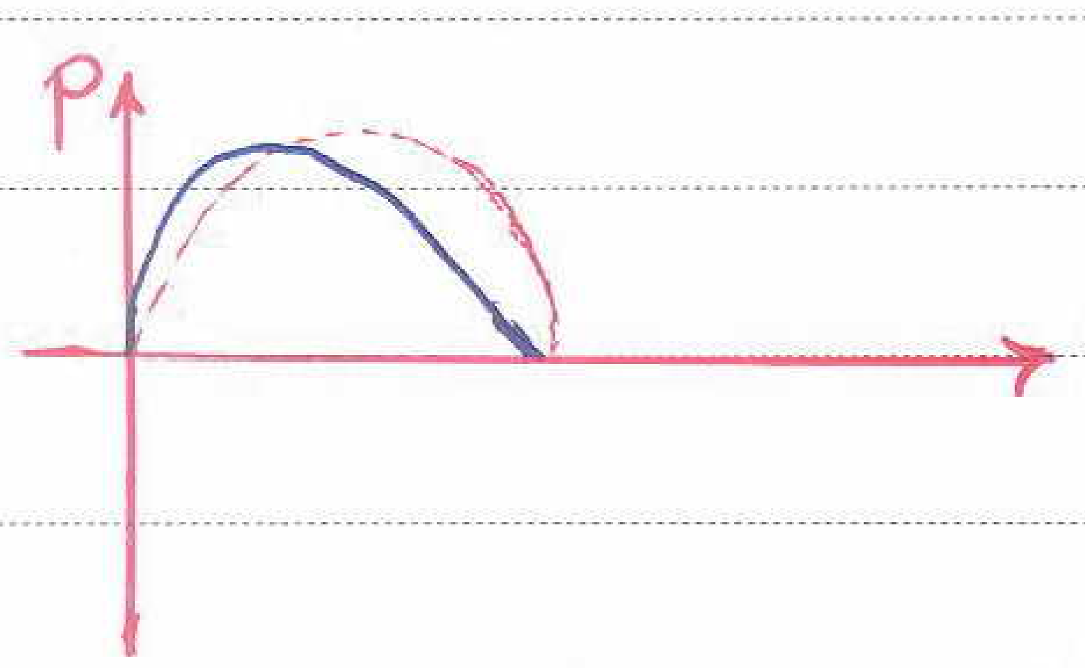
در ژنراتور قطب برجسته با $R=0$:

$$\Rightarrow P=\frac{|V_t||E_f|}{X_d}\sin\delta+\underbrace{\frac{|V_t|^2}{2}\left(\frac{1}{X_q}-\frac{1}{X_d}\right)\sin 2\delta}_{\text{درصد کمتری از توان را می دهد.}}$$

محاسبه توان راکتیو:

$$Q=|I_d||V_t|\cos\delta-|I_q||V_t|\sin\delta$$

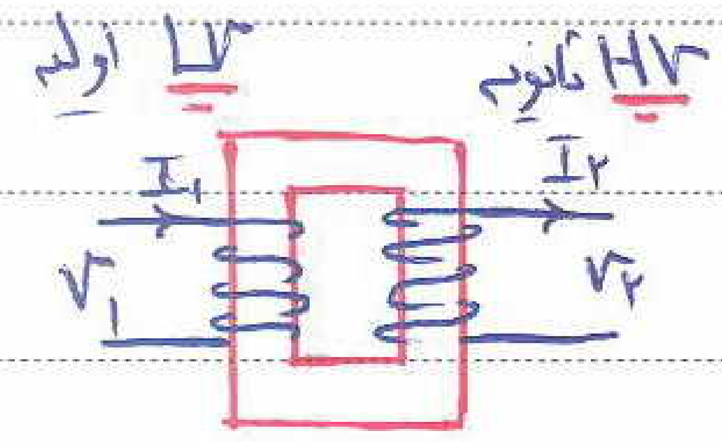
$$\Rightarrow Q=\frac{|V_t|}{X_d}\left(|E_f|\cos\delta-|V_t|\right)-|V_t|^2\left(\frac{1}{X_q}-\frac{1}{X_d}\right)\sin^2\delta$$

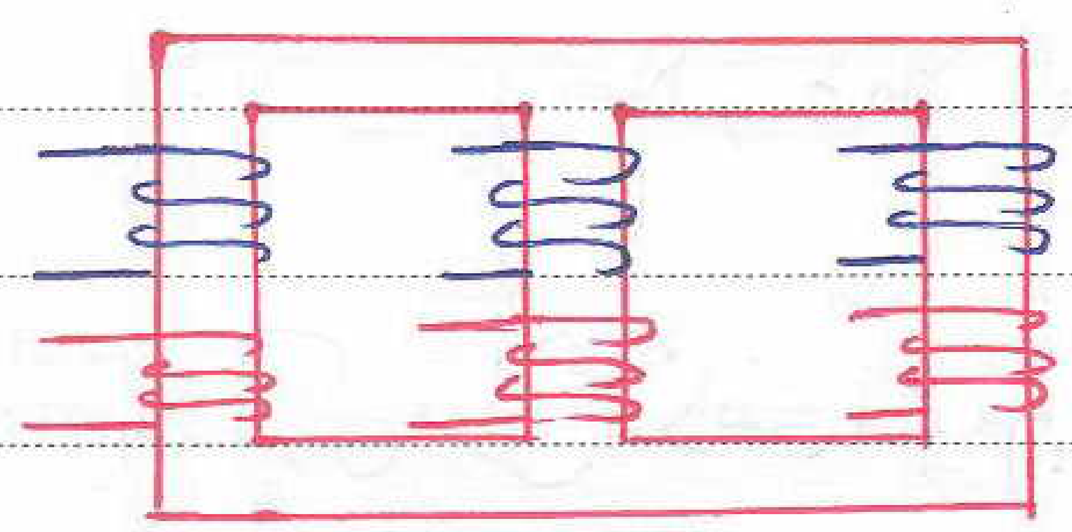


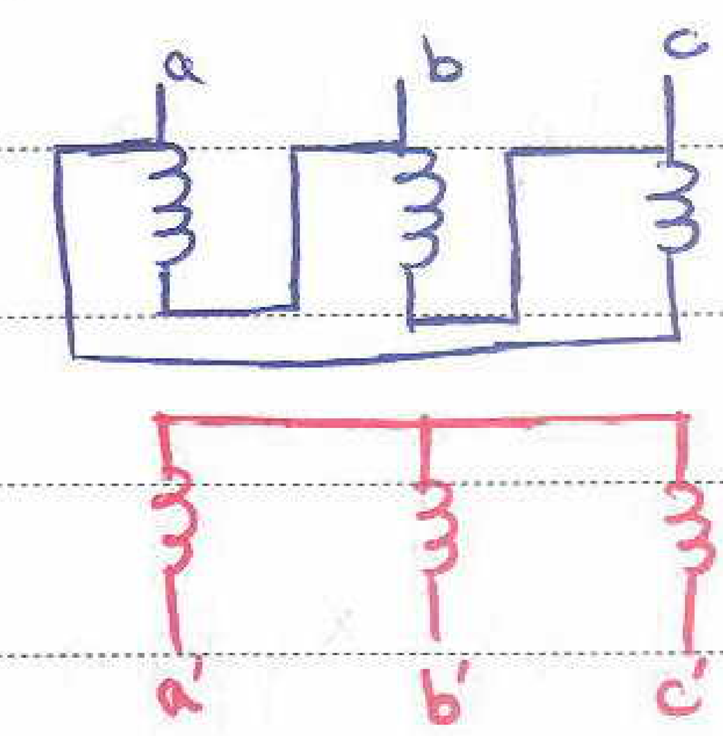
در خیلی از موارد می توان از اثر برجستگی قطب ها چشم پوشی کرد و عبارت دوم در P که درصد کمتری از توان را تشکیل می دهد حذف می کنیم.

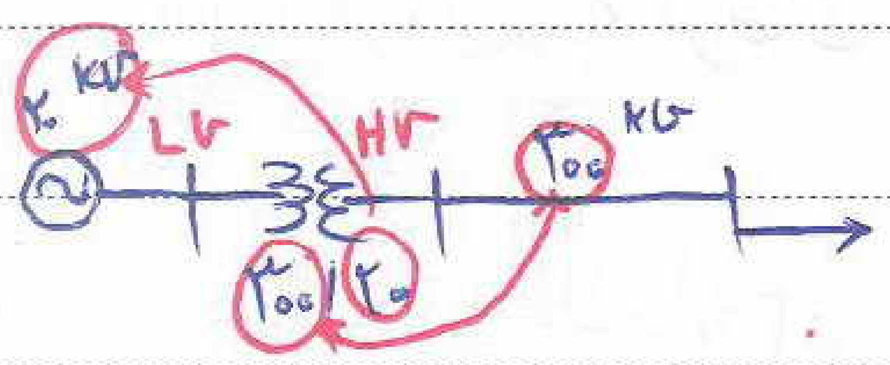
مدلسازی ترانسفورماتور:

ترانس های قدرت { تک فاز ، سه فاز { دو سیم پیچه ، سه سیم پیچه } }









اگر بخواهیم از یک ترانس تک فاز یک ترانس سه فاز بسازیم باید ولتاژهای آنها را جا کنیم.

مثال: از سه ترانس تک فاز 100^{kVA} و $20^{kV}/50^{kV}$ یک ترانس قدرت سه فاز درست شده است. اگر اتصال HV، Δ و LV، Y باشد مشخصات ترانس سه فاز چیست؟

$S = 300\ kVA$

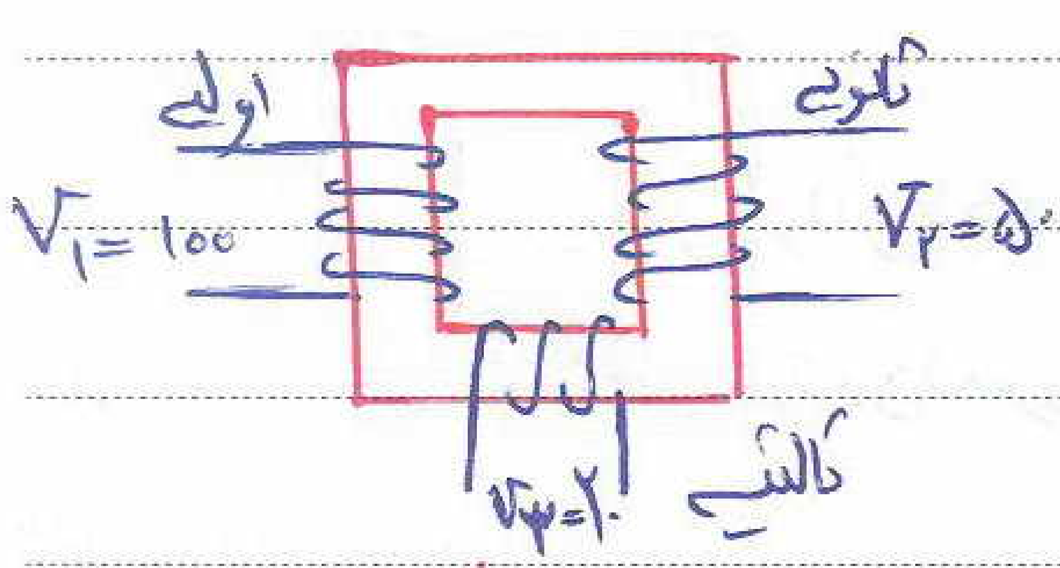
$HV: V = 20\ kV$

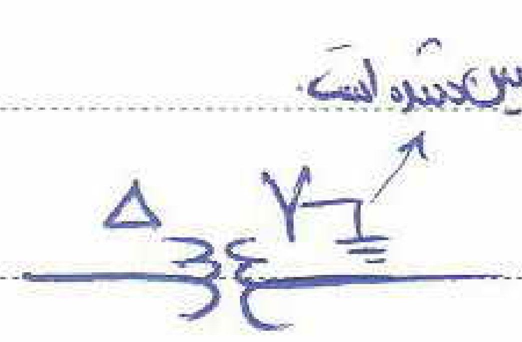
$LV: V = 5\sqrt{3}$

$X = 0/12\ pu$

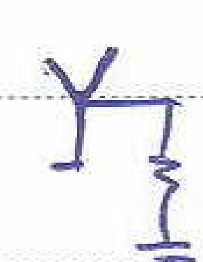
اگر راکتانس برای ترانس سه فاز داده شود، آنگاه آن راکتانس مربوط به تک فاز است.

ترانس سه سیم پیچه:

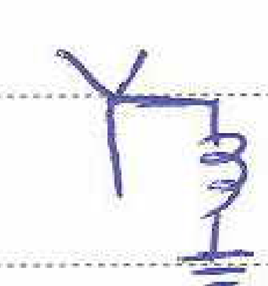




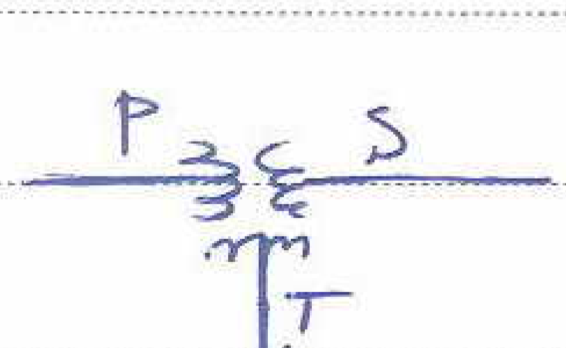
ترانس قدرت معمولی

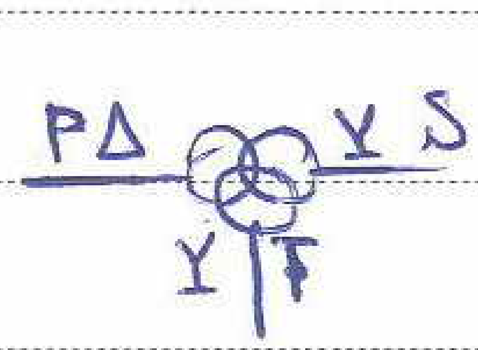


با مقاومت زمین شده است

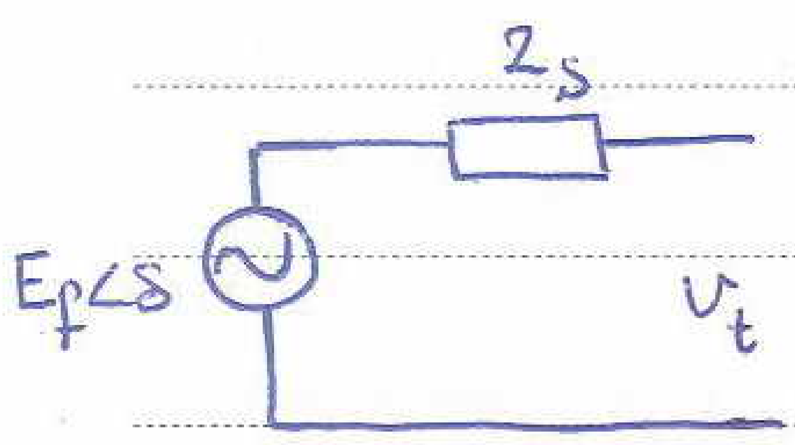


با راکتور زمین شده است.



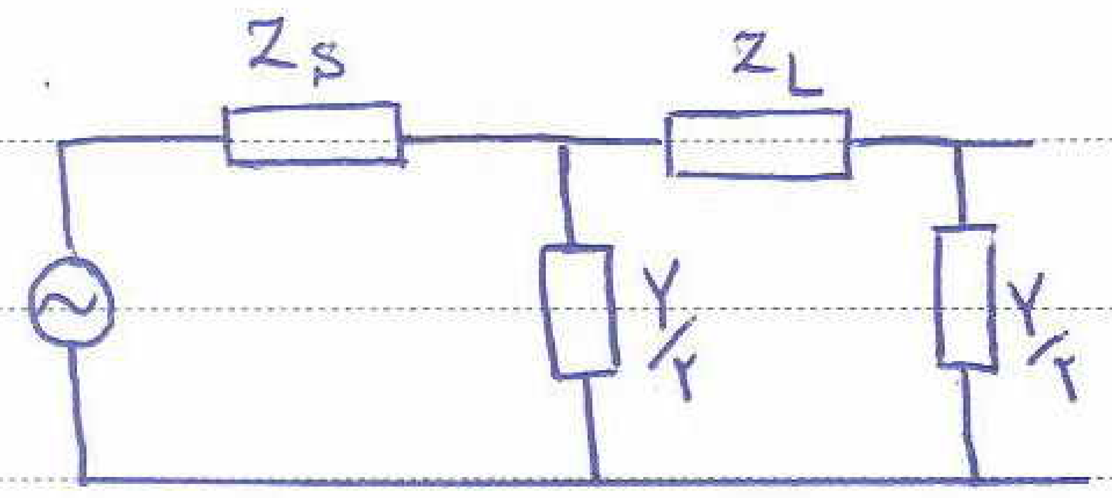


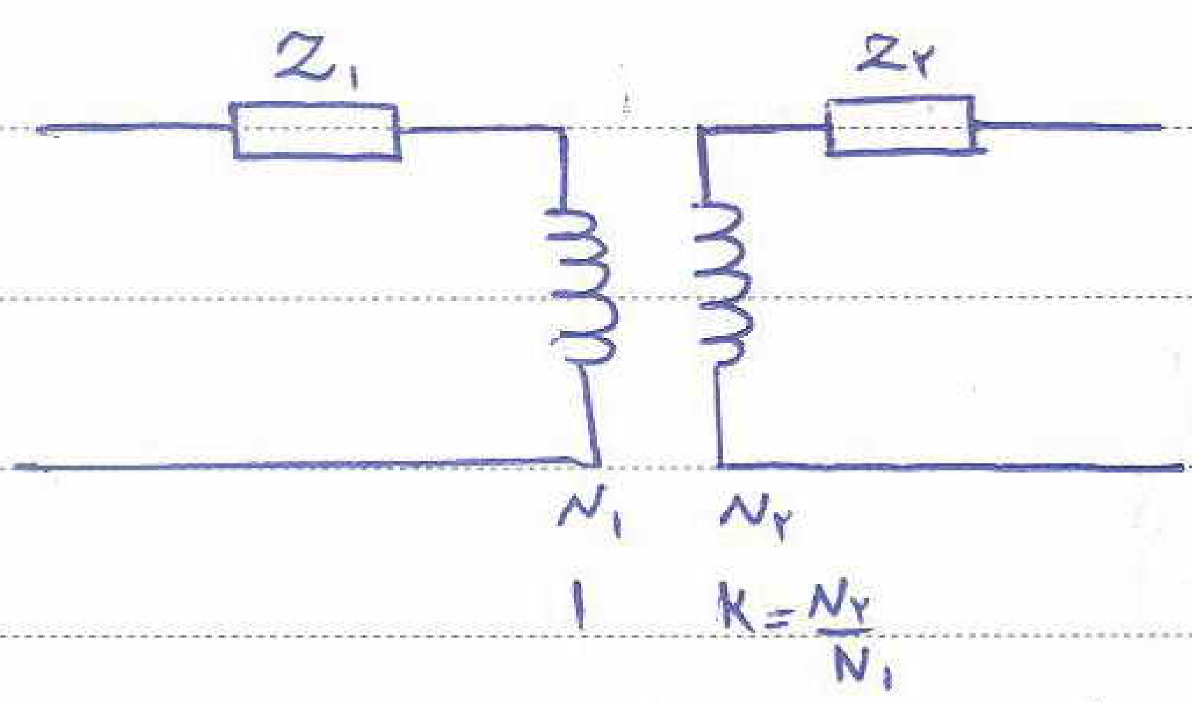
مدل ترانسفورماتور قدرت:



مدل ژنراتور سنکرون

از آنجاییکه سیستم را متعادل فرض می‌کنیم پس آن را تک فاز مدل می‌کنیم.





ترانس:
$$\left.\begin{array}{l} Z_1 = R_1 + jX_1 \\ Z_2 = R_2 + jX_2 \end{array}\right\} \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} Z_{12} = Z_1 + Z_2\left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 \\ Z_{ps} = Z_p + Z_s\left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 \end{array}\right.$$

اگر مقادیر مبنای متفاوتی در دوطرف ترانس انتخاب کنیم آنگاه می‌توانیم با پریونیت کردن مقادیر امپدانس‌ها نسبت را در مبناها قرار داده و کاری کنیم که $Z_{ps}^{pu} = Z_{sp}^{pu}$

$$Z_{ps} = Z_p + Z_s\left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 \Rightarrow Z_{ps} = \frac{Z_p + Z_s\left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2}{Z_{b1}} = \frac{Z_p}{Z_{b1}} + \frac{Z_s}{Z_{b1}\left(\frac{N_2}{N_1}\right)^2}$$

* ضریب را در مبنا قرار داده‌ایم

$\Rightarrow$

بنابراین باید هنگام انتخاب مبنا برای ترانس باید یک S_b و لی دو Z_b انتخاب کنیم. بنابراین:

S_b برای ترانس

برای اولیه $V_{b1} = V_1 \quad \frac{63^k/20^k}{} \quad 63$

برای ثانویه $V_{b2} = V_2 \quad \frac{63^k/20^k}{} \quad 20$

$$\left.\begin{array}{l} Z_{b1} = \frac{V_{b1}^2}{S_b} \\ \\ Z_{b2} = \frac{V_{b2}^2}{S_b} \end{array}\right\} \Longrightarrow \frac{Z_{b1}}{Z_{b2}} = \left(\frac{V_{b1}}{V_{b2}}\right)^2 = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^2 = \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2$$

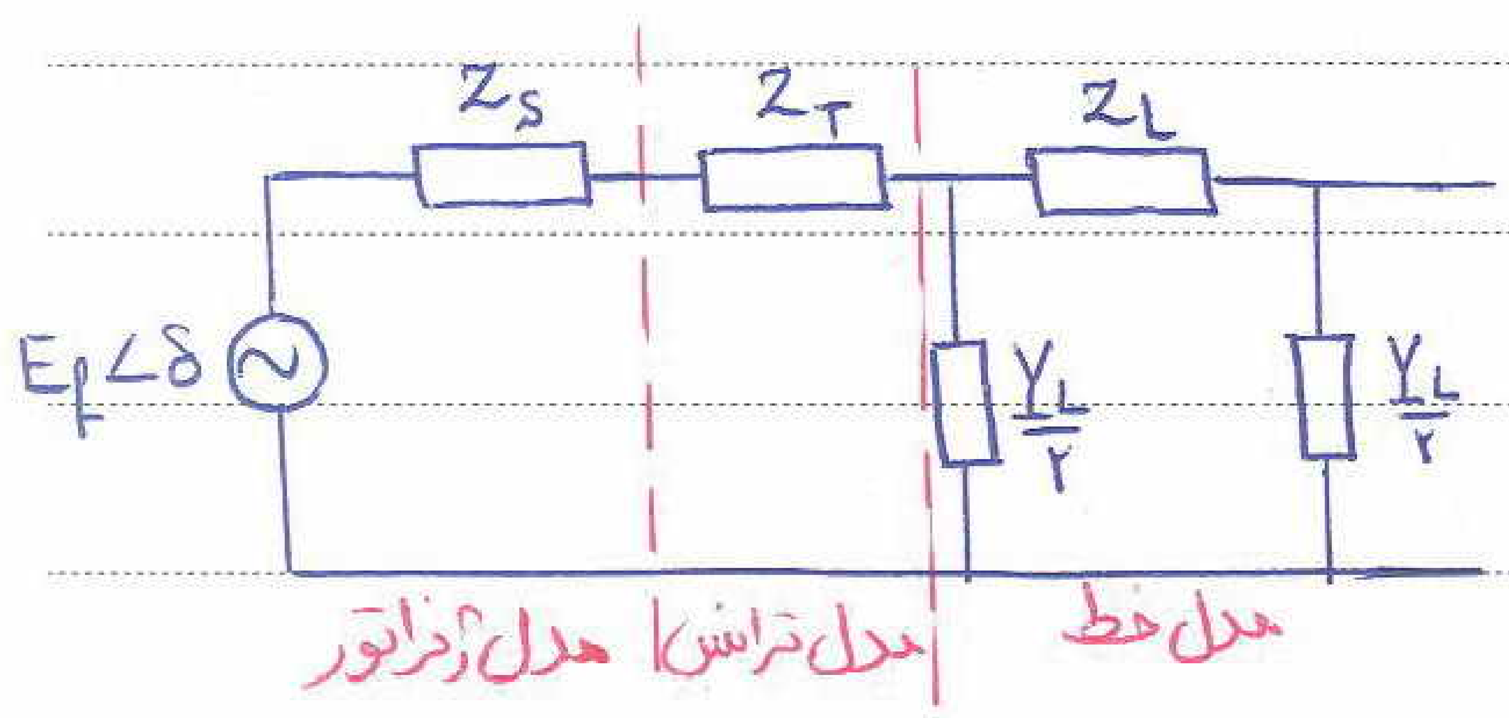
بنابراین پس از پریونیت کردن کمیت‌ها داریم:

I به پریونیت در دوطرف برابر است اما از آنجاییکه مقادیر مبنا فرق می‌کند پس مقادیر واقعی جریان در دوطرف متفاوت است

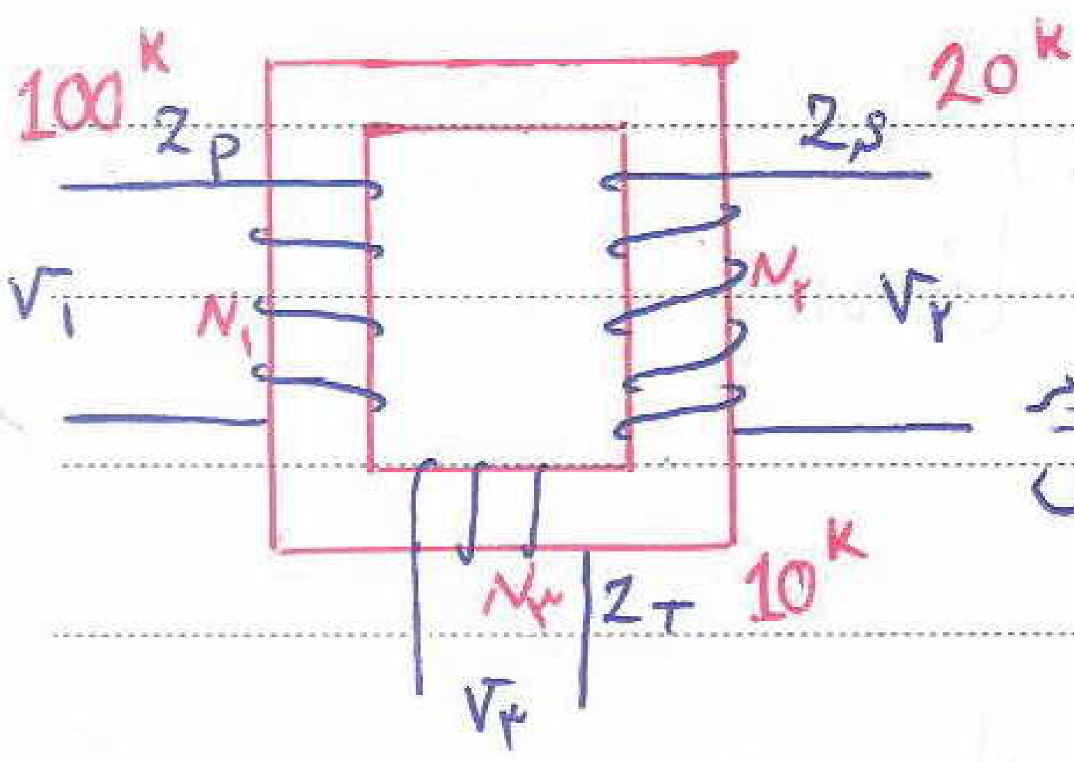
$$I_{b1} = \frac{S_b}{V_{b1}} \qquad I_{b2} = \frac{S_b}{V_{b2}}$$

مقادیر نامی روی ترانس نوشته شده است و می توان با استفاده از آن مقادیر مبنا را برای دو طرف محاسبه کرد

بنابراین برای مدل کردن خط همراه ترانس داریم :



مدلسازی ترانس سه سیم پیچه :



مقادیر اهمی

$$\begin{cases} Z_{PS} = Z_P + Z_S\left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 \\ Z_{PT} = Z_P + Z_T\left(\frac{N_1}{N_3}\right)^2 \\ Z_{ST} = Z_S + Z_T\left(\frac{N_2}{N_3}\right)^2 \end{cases}$$

در محیط پریونیت

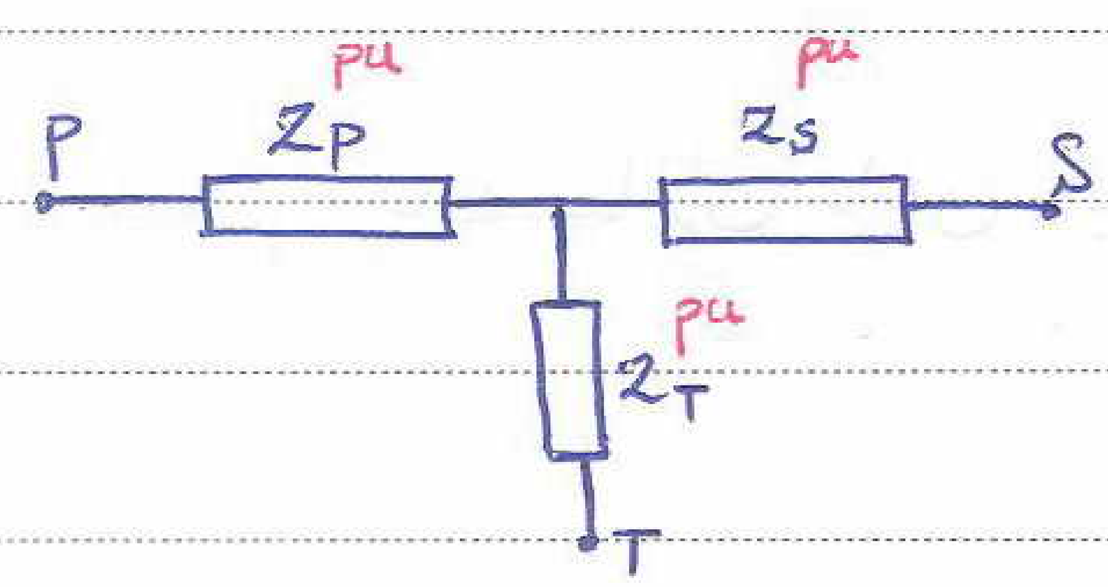
$$\begin{cases} Z_{PS} = Z_P + Z_S \\ Z_{PT} = Z_P + Z_T \\ Z_{ST} = Z_S + Z_T \end{cases}$$

Z_{PS} ، Z_{PT} $\rightarrow$ براساس مقادیر مبنای اولیه باید پریونیت شود $\rightarrow V_{b1} = 100^k$

Z_{ST} $\rightarrow$ براساس مقادیر مبنای ثانویه باید پریونیت شود. $\rightarrow V_{b2} = 20^k$

امپدانس های پریونیت شده روی پلاک ترانس موجود می باشد.

در بعضی موارد نیز نحوه ی پریونیت کردن گفته می شود حال اگر این راه درست بود که مقادیر را داریم و گرنه باید از روش فوق مقادیر مبنا را بدست آوریم.



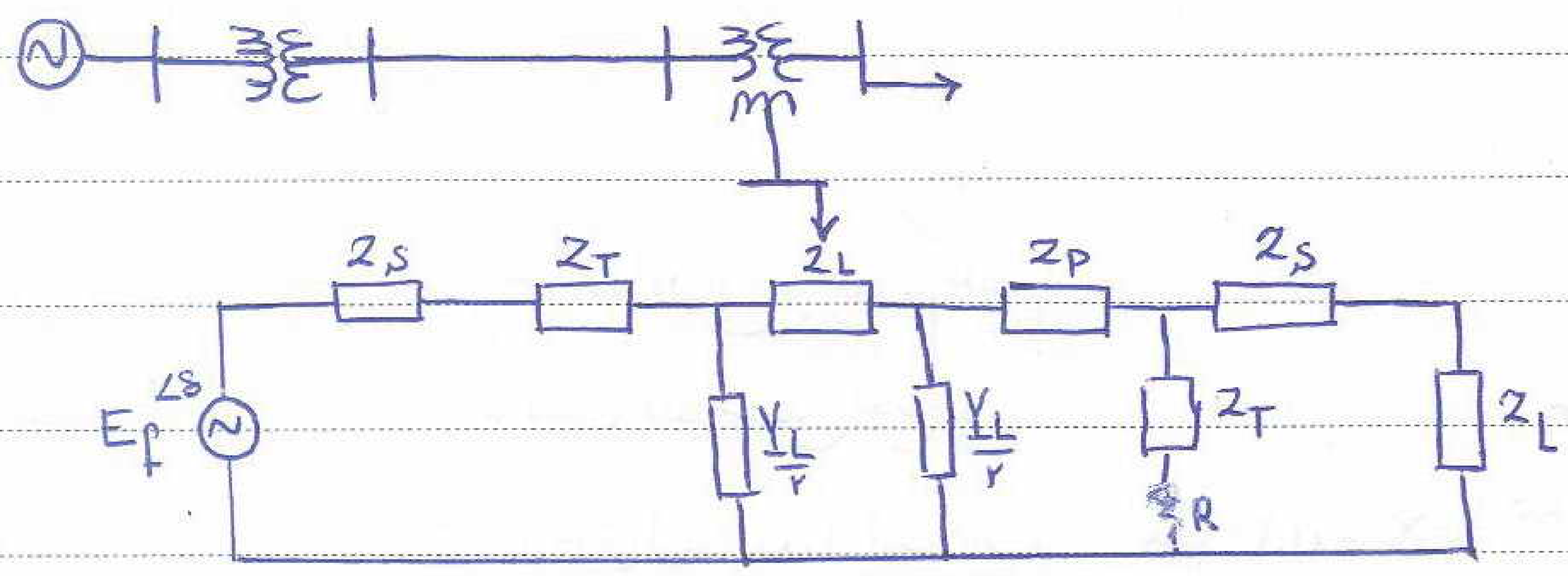
مقادیر Z_{PS} ، Z_{PT} و Z_{ST} معلوم هستند و ما می توانیم با استفاده از روابط موجود ، Z_P ، Z_S و Z_T را بدست آوریم.

$$Z_P = \frac{1}{2}(Z_{PS} + Z_{PT} - Z_{ST})$$
$$Z_S = \frac{1}{2}(Z_{PS} + Z_{ST} - Z_{PT})$$
$$Z_T = \frac{1}{2}(Z_{PT} + Z_{ST} - Z_{PS})$$

بنابراین در اینجا مجبوریم مسأله را در محیط پریونیت حل کنیم

امکان دارد یکی از مقادیر مقابل منفی گردد و این مشکلی ایجاد نمی کند زیرا این مقادیر از روی یک مدل صرفاً ریاضی بدست آمده اند.

$$\begin{cases} V_S = V_R \cosh \gamma l + I_R Z_c \sinh \gamma l \\ I_S = V_R \frac{1}{Z_c} \sinh \gamma l + I_R \cosh \gamma l \end{cases}$$

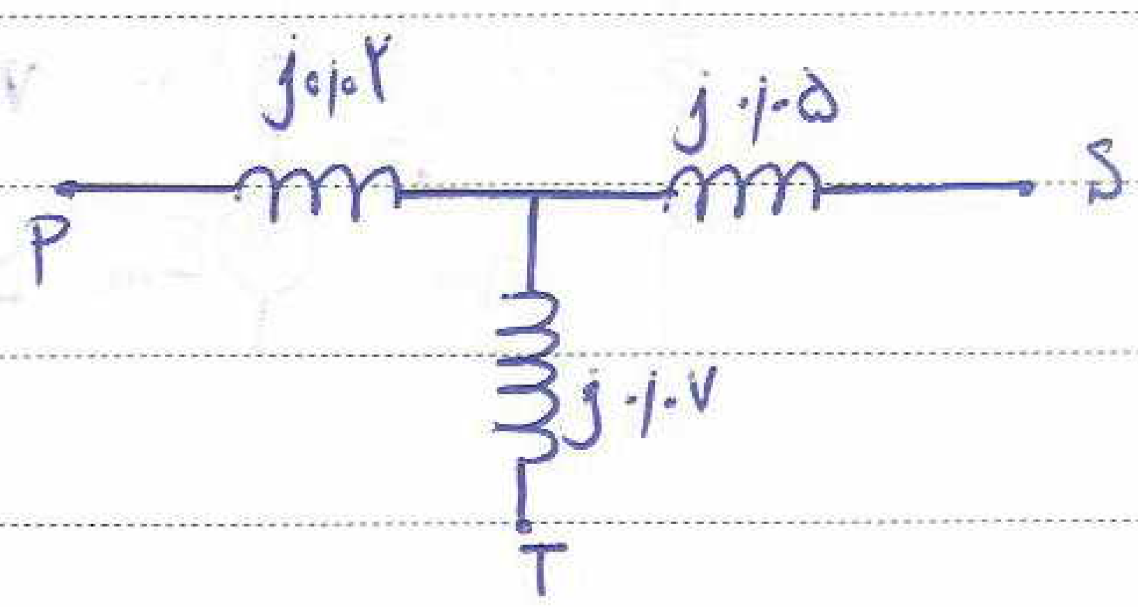


مثال: از نظر توان پریونیت کردن ایراد دارد زیرا باید S_b داریم.

P Y : 44 kV 15 MVA

S Y : 13.2 kV 10 MVA

T Δ : 2.3 kV 5 MVA



$$\begin{cases} X_{PS} = 7\% = 0.07\ pu & 15\,MVA \quad 44\,kV \\ X_{PT} = 9\% = 0.09\ pu & 15\,MVA \quad 44\,kV \\ X_{ST} = 8\% = 0.08\ pu & 15\,MVA \quad 13.2\,kV \end{cases}$$

ایراد دارد.

if $\left\{ PT \text{ اگر } = \begin{cases} 13.2\ kV \\ 5\ MVA \end{cases} \rightarrow X_{PT} = 0.09 \left(\frac{15}{5}\right)\left(\frac{13.2}{44}\right)^2 \right\}$

* هر توانی می تواند مبنا باشد اما در اینجا در صورت سؤال خواسته 15^{MVA} مبنا انتخاب شود.

$$X_{ST} = 0.08 \ \frac{15}{10} = 0.12^{pu}$$

* در مورد ولتاژها نیز مقید هستیم که برای دو مورد اول V_{b1} را مبنا بگیریم و برای سومی V_{b2} را مبنا بگیریم.

$$X_P = \tfrac{1}{2}(0.07 + 0.09 - 0.12) = j\,0.02\ pu$$

$$X_S = j\,0.05\ pu$$

$$X_T = j\,0.07\ pu$$

اگر: $X_{PS} = 0.05^{pu} \quad 15^{MVA} \quad 44^{kV}$

$X_{PT} = 0.1^{pu} \quad 10^{MVA} \quad 13.2^{kV}$

$X_{ST} = 0.06^{pu} \quad 10^{MVA} \quad 2.3^{k}$

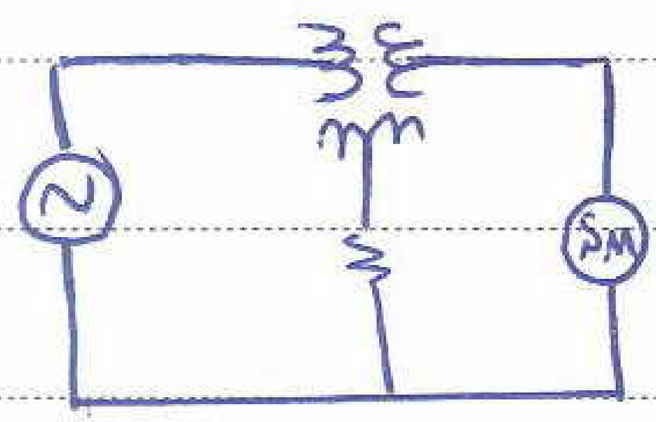
اگر به ما گفته نشود چه توانی را مبنا بگیریم بهتر بود 10^{MVA} را مبنا می گرفتیم اما فرض کنیم گفته شود که 15^{MVA} را مبنا انتخاب کنیم، پس داریم:

$$X_{PT} = 0.1 \left(\frac{15}{10}\right)\left(\frac{13.2}{44}\right)^2$$

$$X_{ST} = 0.06 \left(\frac{15}{10}\right)\left(\frac{2.3}{13.2}\right)^2$$

Subject:
Year. Month. Date. ( )

در ادامه مثال داریم :



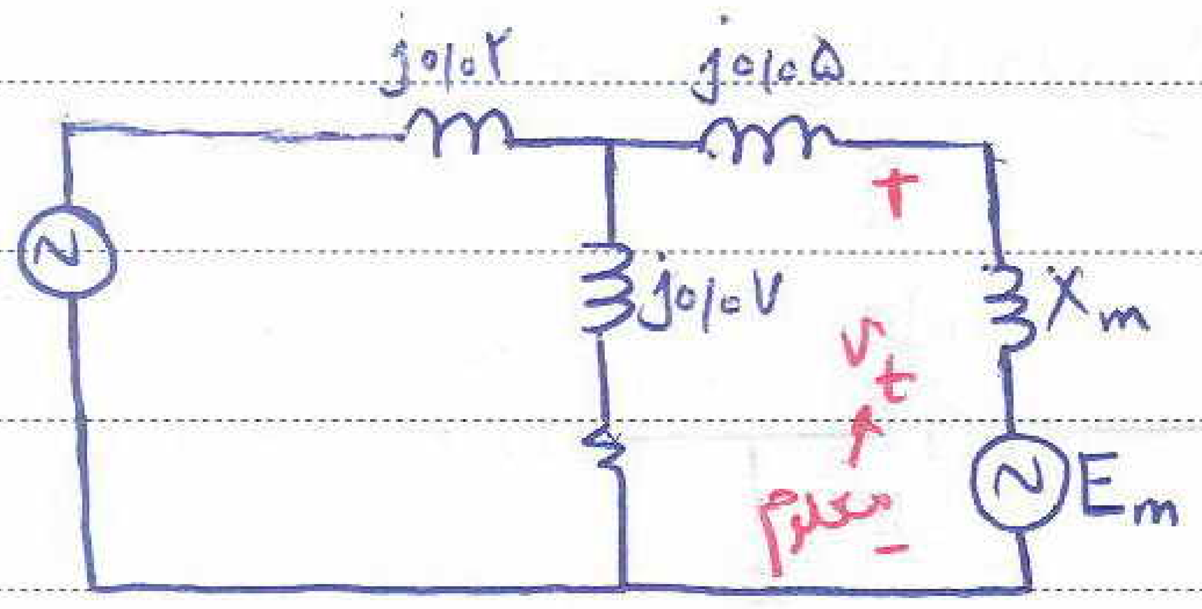
حال می‌خواهیم دیاگرام امپدانسی را رسم کنیم.
و کمیت‌ها را برحسب پریونیت مشخص کنیم.

ثالثیه ← ۵ MVA ۲٫۳ kv

ثانویه ← ۷٫۵ MVA ۱۳٫۲ kv , X = ۰٫۲ pu

منبع ولتاژ با امپدانس داخلی صفر ← اولیه

مقادیر ۶۶^{kv} , ۱۵^{MVA} را برای اولیه مبنا انتخاب کنید.



R در ثالثیه است و ۳ عدد V_b داریم. هر کمیتی که در ثانویه وجود دارد مبنای آن، مبناهای ک است، یعنی: $V_b = ۱۳٫۲^{kv}$

* توان مبنا برای تمام قسمت‌ها یکسان است.

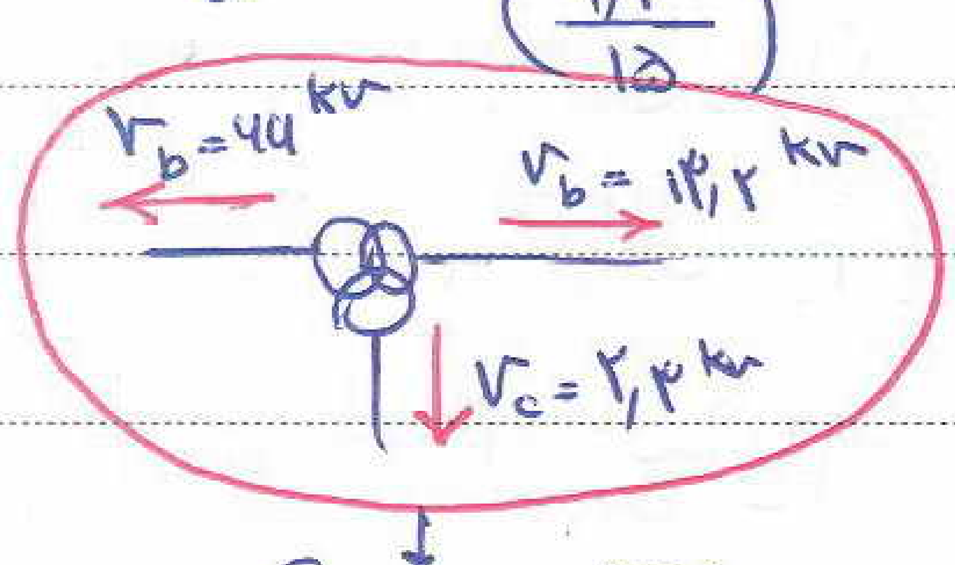
بنابراین اگر بخواهیم X_m را پریونیت کنیم داریم:
ولتاژ X_m درست است اما توان آن با توان انتخابی ما متفاوت است، پس داریم:

$$X_m = j۰٫۰۲ \frac{۱۵}{۷٫۵} = j۰٫۰۴\ pu$$

اگر توان در R برابر ۱۵^{MVA} بود آنگاه مقدار R ، ۱pu بود اما در اینجا داریم.

$$R = \frac{V^2}{S} = \frac{۲٫۳^2}{۵}\ \Omega$$

$$R = \frac{۲٫۳^2}{۵} \times \frac{1}{\left(\frac{۲٫۳^2}{۱۵}\right)} = ۳\ pu$$ یا $$R = ۱\left(\frac{۱۵}{۵}\right) = ۳\ pu$$



درصورتی می‌توانیم مدار معادل را قرار دهیم که نسبت تبدیل‌ها را در ولتاژهای مبنا رعایت کنیم

اگر توان مصرفی موتور در ولتاژ $۱۳٫۲^{kv}$ برابر با ۵^{MW} در ضریب قدرت ۰٫۸ پیش فاز باشد ولتاژ منبع را محاسبه کنید.

ولتاژ ← جریان $= \frac{P}{\sqrt{3}\, V \cos\varphi} \angle$ (با توجه به ۰٫۸)

چون پریونیت حل می‌کنیم.

چون موتور سنکرون است می‌تواند پیش فاز باشد

مدلسازی بارهای مصرفی :

a) مدل امپدانس :

اگر ولتاژ و جریان را داشته باشیم آنگاه از رابطه $Z = \frac{V}{I} = |Z|\angle\theta = R+jX$ امپدانس را بدست می آوریم .
ممکن است P ، V ، $\cos\varphi$ معلوم بوده و از روی آنها بتوانیم Z را بدست آوریم .

$$Z = \frac{V}{I} = \frac{VV^*}{S^*} = \frac{|V|^2}{P-jQ}$$

b) مدل توانی :

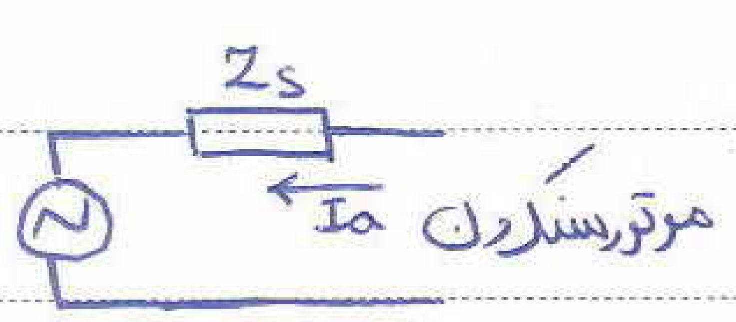
در این مدل بار یا مصرف کننده را با توان مدل می کنیم $S_D = P_D + jQ_D$

c) مدل جریانی :

در این مدل بار را با یک منبع جریان مدل می کنیم، البته جهت جریان باید به سمت تزریق باشد $I = |I|\angle\theta$

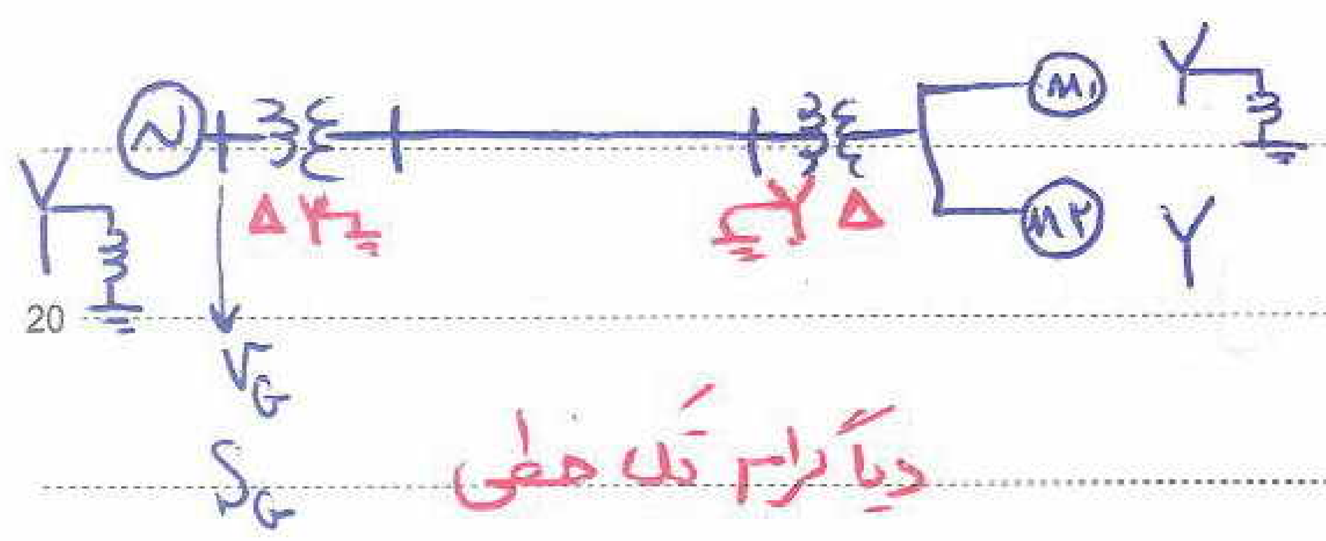
d) مدل منبع ولتاژ :

از این مدل برای نشان دادن یک موتور سنکرون استفاده می شود



مدل سازی یک سیستم قدرت جهت مطالعه حالت دائم : بخش بار Load Flow

شکل مقابل یک شبکه ساده از سیستم قدرت است .



سیستم قدرت { شعاعی / به هم پیوسته

در شبکه فوق می خواهیم V_G را بدست آوریم
یکی از اهداف پخش بار تعیین ولتاژ در باس ها می باشد.

برای حل شبکه، بجای اجزاء، از معادل های آنها استفاده می کنیم.

اطلاعات زیر داده شده است:

Gen: $300\ MVA \quad 20\ kV \quad X_g = j0.2\ pu$

T_1: $350\ MVA \quad 230^{kV}/20^{kV} \quad X_{T_1} = j0.1$

TL: $40\ mile \quad X_L = 0.5\ \frac{\Omega}{mile} \quad R_L = 0$

T_2: از سه ترانس تکفاز تشکیل شده است.

مشخصات تک فاز: $100\ MVA \quad 127^{kV}/13.2^{kV} \quad X_{T_2} = j0.1$

M_1: $200\ MVA \quad 13.2\ kV \quad X_{m1} = j0.2$

M_2: $100\ MVA \quad 13.2\ kV \quad X_{m2} = j0.2$

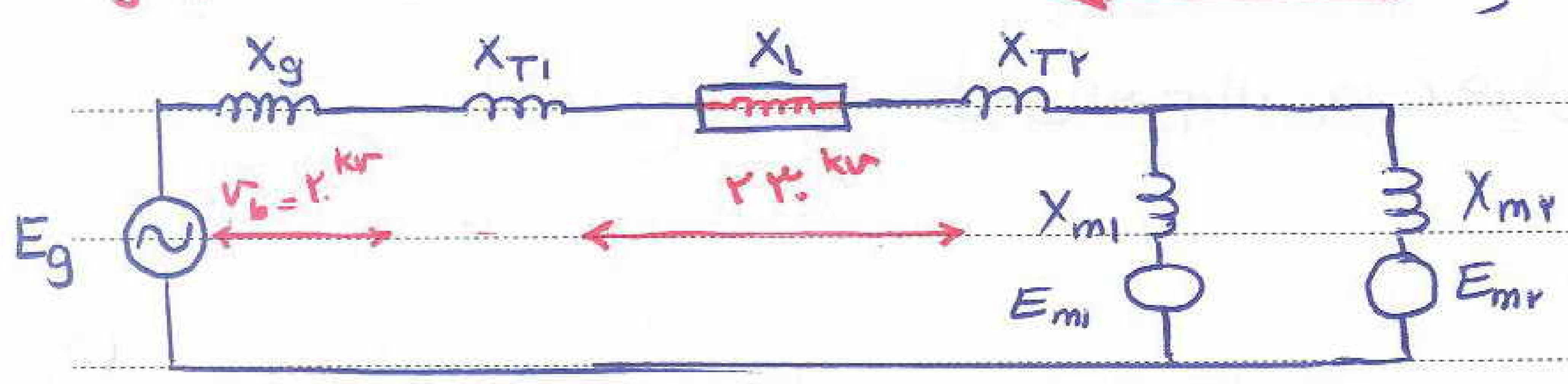
} موتور سنکرون

$P_{m1} = 120\ MW \quad V = 13.2\ kV \quad \cos\varphi_1 = 1$

$P_{m2} = 60\ MW \quad V = 13.2\ kV \quad \cos\varphi_2 = 1$

$V_g = ?$

مقادیر مبنای ژنراتور را برای ژنراتور مبنا انتخاب کنید. $\frac{230}{220} \times 13.2\ kV$



به دیاگرام فوق دیاگرام امپدانسی گفته می شود، چون هیچ مقاومتی وجود ندارد می توان به آن دیاگرام راکتانسی نیز گفت.

چون ترانس ها را با یک امپدانس مدل کردیم پس حتماً باید مسأله را در محیط پریونیت حل کرد.

S_b $\frac{\text{صورت مسأله}}{\text{گفته است.}}$ $300\ MVA$

$V_b = 20^{kV}$ (سمت ژنراتور)

چون باید هنگام عبور از ترانس نسبت تبدیل را رعایت کنیم پس مبنا را برای سمت راست T_1 230^{kV} در نظر می گیریم

برای بدست آوردن مشخصات سه فاز ترانس از اتصال ترانس استفاده می کنیم و داریم:

T_2: $300^{MVA} \quad \frac{\sqrt{3} \times 127}{13.2}$

نسبت تبدیل همراه نسبت ولتاژهای خطی است.

حال به پریونیت کردن مقادیر می پردازیم

X_g درست است زیرا هم مبنای توان و هم ولتاژ آن درست است.

$$X_{T1} = j0.1 \left(\frac{300}{350}\right) = j0.0857$$

$$X_L = 40 \times 1.6 \times 0.5 = 32\ \Omega$$

حال مقدار فوق را باید پریونیت کنیم

$$Z_b = \frac{V_b^2}{S_b} = \frac{230^2}{300} = 176.3\ \Omega$$

$$X_L^{pu} = \frac{j32}{176.3} = j0.1815$$

X برای ترانس تکفاز و سه فاز فرقی نمی‌کند زیرا ما تکفاز مدل کرده‌ایم.

توان درست است اما ولتاژ را باید درست کنیم.

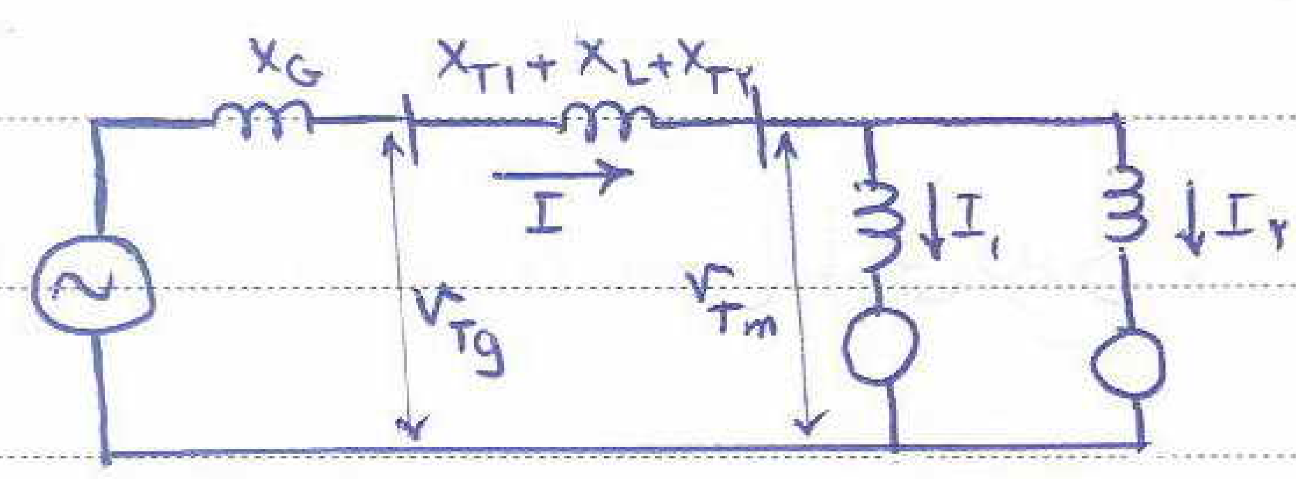
$$X_{T2} = j0.1 \left(\frac{230}{230}\right)^2 = j0.1 \left(\frac{13.2}{13.8}\right)^2 = j0.0915$$

X_{m1} هم از لحاظ توان و هم از لحاظ ولتاژ ایراد دارد.

$$X_{m1} = j0.2 \left(\frac{300}{200}\right)\left(\frac{13.2}{13.8}\right)^2 = j0.2745$$

$$X_{m2} = j0.2 \left(\frac{300}{100}\right)\left(\frac{13.2}{13.8}\right)^2 = j0.5490$$

بنابراین تمام کمیت‌ها با مقادیر مبنای درست پریونیت شدند.



$$V_{tg} = V_{tm} + j(X_{T1}+X_L+X_{T2})\,I$$

مرجع می‌گیریم

$$V_{tm} = 13.2 \Rightarrow V_{tm}^{pu} = \frac{13.2}{13.8} = 0.9565 \angle 0.0$$

$$P_{m1} = V_{tm} I_1 \cos\varphi_1, \quad P_{m1} = \frac{120}{300} = 0.4\ pu \Rightarrow I_1 = \frac{0.4}{0.9565 \times 1}$$

$$P_{m2} = V_{tm} I_2 \cos\varphi_2, \quad P_{m2} = \frac{60}{300} = 0.2\ pu \Rightarrow I_2 = \frac{0.2}{0.9565 \times 1}$$

$$\Rightarrow I = I_1 + I_2 = 0.6273 \angle 0\ pu$$

$$I = \frac{0.4+0.2}{0.9565 \times 1}$$

می‌توانستیم چون $\cos\varphi_1 = \cos\varphi_2$ است I را مستقیماً حساب کنیم.

$$V_{tg} = 0.9565\angle 0 + j(0.0857 + 0.1815 + 0.0915)\,0.6273\angle 0 = 0.9824 \angle 13.2^\circ\ pu$$

$$V_{tg} = 0.9824 \angle 13.2 \times 20^{kv} = 19.65^{kv}$$

Subject:
Year. Month. Date. ( )

اگر ولتاژ E_g خواسته می‌شد می‌بایست اثر X_g را نیز لحاظ می‌کردیم.

$$E_g = V_{tg} + j0/2 \times 0/6273 \angle 0 = 0/9826 \angle 13/2^\circ + j0/2 \times 0/6273 \angle 0$$

$$S_g = V_{tg} I^* = 0/9826 \angle 13/2 \times 0/6273 = 0/9826 \times 0/6273 \angle 13/2^\circ = P_g + jQ_g$$

P_g قطعاً باید ۶٪ در بیاید زیرا در مدار فقط در موتور هستند که توان اکتیو مصرف می‌کنند.

$$\tan\varphi_g = \frac{Q_g}{P_g}$$

ژنراتور دارای ۳ حالت کاری بود:

تحریک عادی توان راکتیو صفر

فوق تحریک توان راکتیو تولید می‌کند ✓

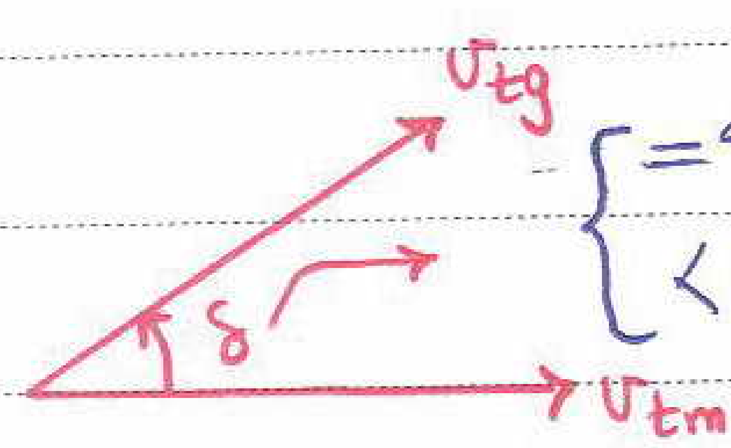
زیر تحریک توان راکتیو مصرف می‌کند

حال می‌خواهیم جریان ثانویه ترانس T_1 را بدست آوریم.

$$I = 0/6273 \angle 0 \ ^{pu}$$

$$\left.\begin{aligned} I &= 0/6273 \angle 0 \times I_b \\ I_b &= \frac{S_b}{\sqrt{3} V_b} = \frac{300^{MVA}}{\sqrt{3} \times 230^{kV}} = I \ ^{kA} \end{aligned}\right\} \Rightarrow I = 0/6273 \times \frac{300}{\sqrt{3} \times 230} \ ^{kA}$$

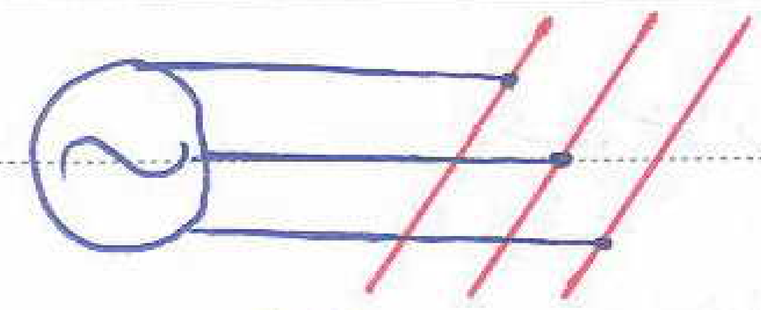
به مسائل فوق مسأله پخش بار می‌گویند.

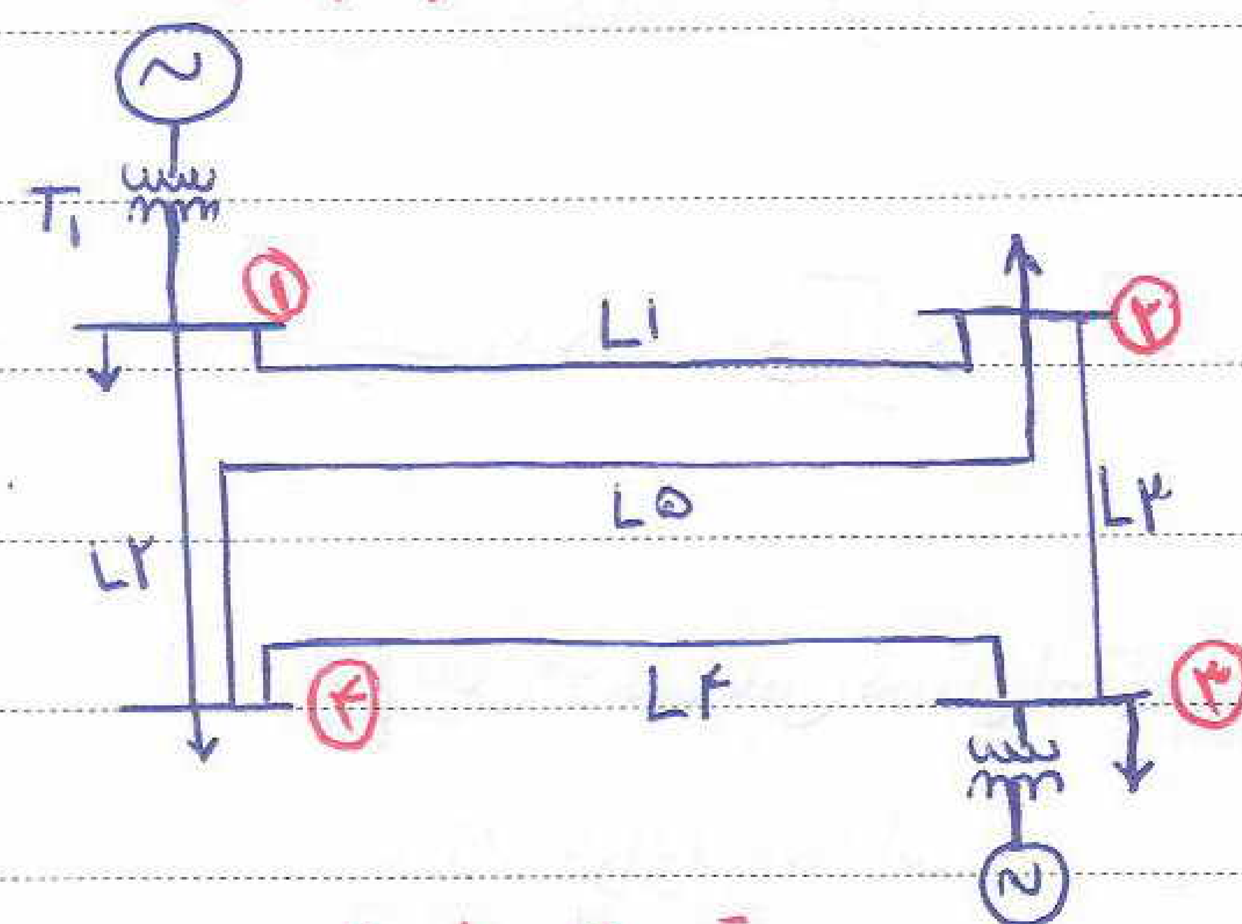


$$\delta \begin{cases} = 90 \Rightarrow \text{در مرز ناپایداری هستیم.} \\ < 90 \Rightarrow \text{به نسبت فاصله از ۹۰° پایداری داریم.} \end{cases}$$

فصل هشتم:

ماتریس ادمیتانس و امپدانس شبکه قدرت:





هر باس را می‌توان مشابه یک گره مداری در نظر گرفت.

شبکه مقابل ۲ نیروگاه و تعدادی مصرف کننده که در اینجا سرجمع آنها ۴ عدد است.

معمولاً از ما خواسته می‌شود ولتاژ گره‌ها یا باس‌ها را بدست آوریم. V_1 , V_2 , V_3 , V_4

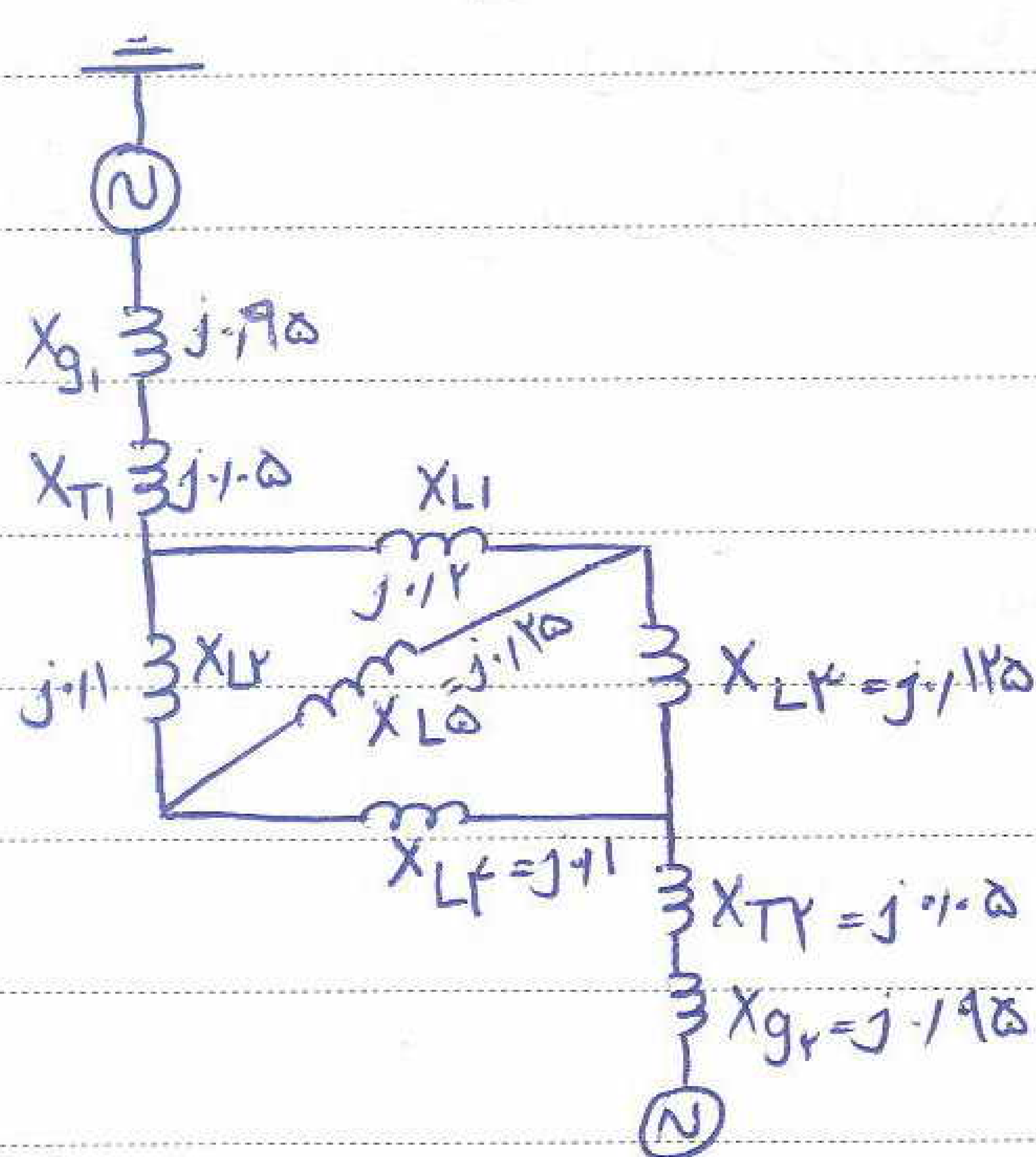
سیستم ۴ باسه

دیاگرام تک خطی

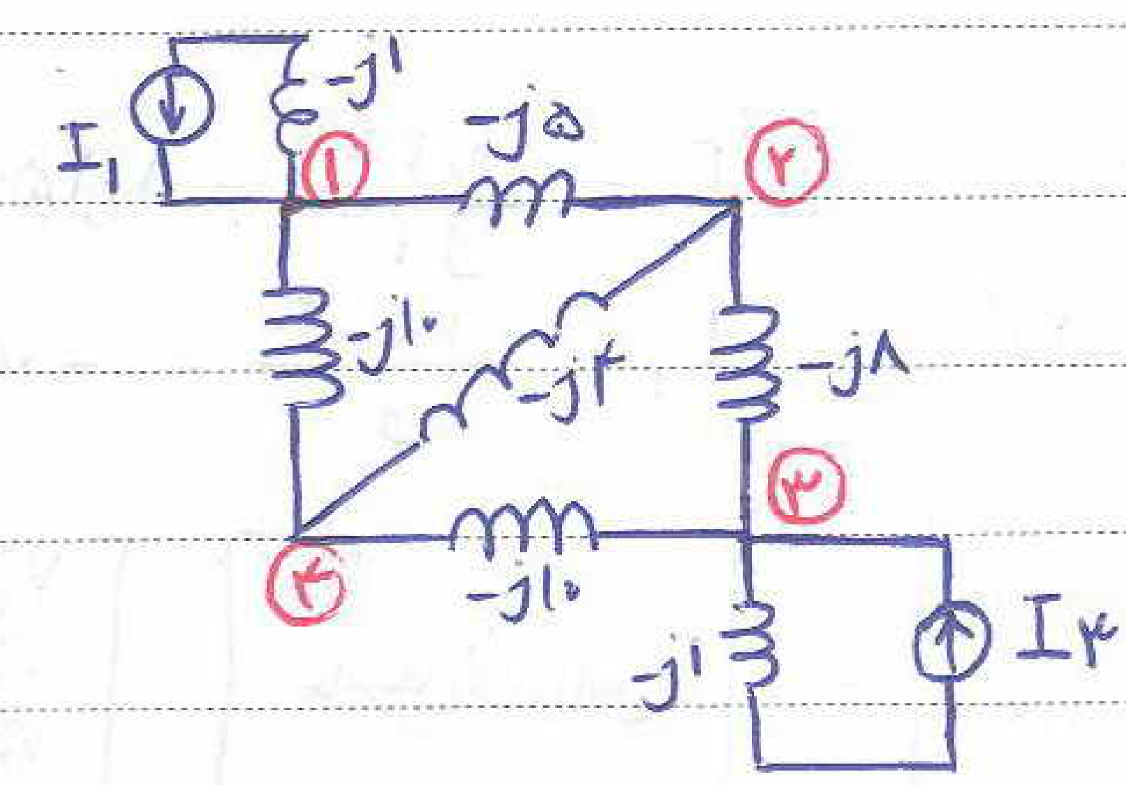
شبکه فوق یک شبکه بهم پیوسته است که معمولاً در شبکه انتقال دیده می‌شود.

اولین قدم برای بدست آوردن ولتاژها باید مدار معادل الکتریکی سیستم را بدست آوریم.

در اینجا مصرف کننده‌ها را با استفاده از منبع جریان مدل می‌کنیم



≡



حال در ۴ گره عددگذاری شده KCL می‌زنیم

۱- $I_1 = V_1(-j1) + (V_1 - V_2)(-j5) + (V_1 - V_4)(-j10)$

۲- $0 = (V_2 - V_1)(-j5) + (V_2 - V_3)(-j8) + (V_2 - V_4)(-j4)$

۳- $I_3 = V_3(-j1) + (V_3 - V_4)(-j10) + (V_3 - V_2)(-j8)$

۴- $0 = (V_4 - V_3)(-j10) + (V_4 - V_2)(-j4) + (V_4 - V_1)(-j10)$

$$\Rightarrow \begin{cases} I_1 = -j16 V_1 + j5 V_2 + j10 V_4 \\ 0 = j5 V_1 - j17 V_2 + j8 V_3 + j4 V_4 \\ I_3 = j8 V_2 - j19 V_3 + j10 V_4 \\ 0 = j10 V_1 + j4 V_2 + j10 V_3 - j24 V_4 \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ 0 \\ I_3 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -j16 & j5 & 0 & j10 \\ j5 & -j17 & j8 & j4 \\ 0 & j8 & -j19 & j10 \\ j10 & j4 & j10 & -j24 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \end{bmatrix}$$

عناصر قطر اصلی برابر مجموع ادمیتانس های متصل به گره متناظر است

Y_{12} : منفی ادمیتانس بین گره های ۱ و ۲

$Y_{21}=Y_{12}$

و سایر عناصر به همین ترتیب به دست می آیند.

$$\begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & Y_{13} & Y_{14} \\ Y_{21} & Y_{22} & Y_{23} & Y_{24} \\ Y_{31} & Y_{32} & Y_{33} & Y_{34} \\ Y_{41} & Y_{42} & Y_{43} & Y_{44} \end{bmatrix}$$

به ماتریس مقابل ماتریس ادمیتانس شبکه است.

این ماتریس مربعی و از مرتبه تعداد گره ها است.

این ماتریس متقارن است.

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \end{bmatrix}$$

بردار مقابل ولتاژ مربوط به گره ها است.

سمت چپ معادله نیز جریان های تزریقی به گره است و در محلی وجود دارد که یا نیروگاه و یا بار وجود داشته باشد. اگر نیروگاه باشد جریان مثبت و اگر بار باشد جریان منفی خواهد بود.

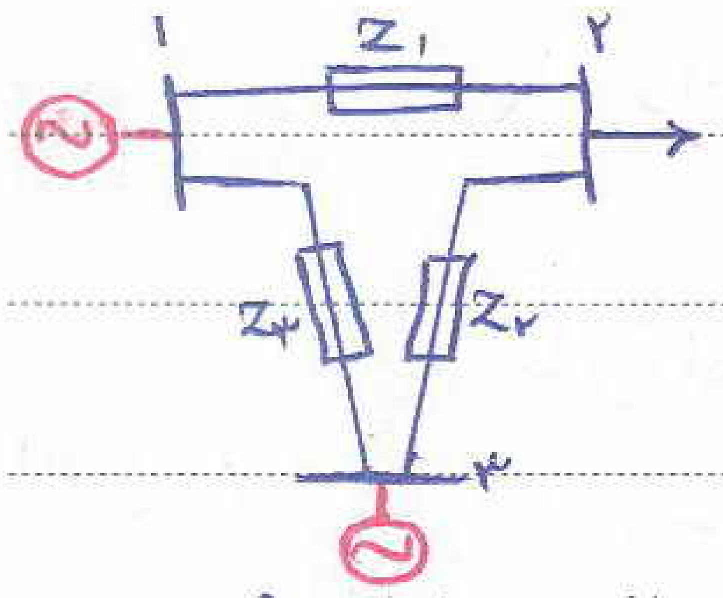
$E_1 = 1.25 \angle 0 \qquad I_1 = \dfrac{1.25}{j1} = -j1.25$

$E_3 = 1 \angle -30^\circ \qquad I_3 = \dfrac{1\angle -30}{j1} = -0.5 - j0.866 \ pu$

$$\begin{bmatrix} -j1.25 \\ 0 \\ -0.5-j0.866 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{ماتریس ادمیتانس} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \end{bmatrix}$$

حال ماتریس ادمیتانس را معکوس کرده و ولتاژها را بدست می آوریم.

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.096 \angle -12.4 \\ 1.085 \angle -13.5 \\ 1.080 \angle -14.2 \\ 1.087 \angle -13.3 \end{bmatrix}$$



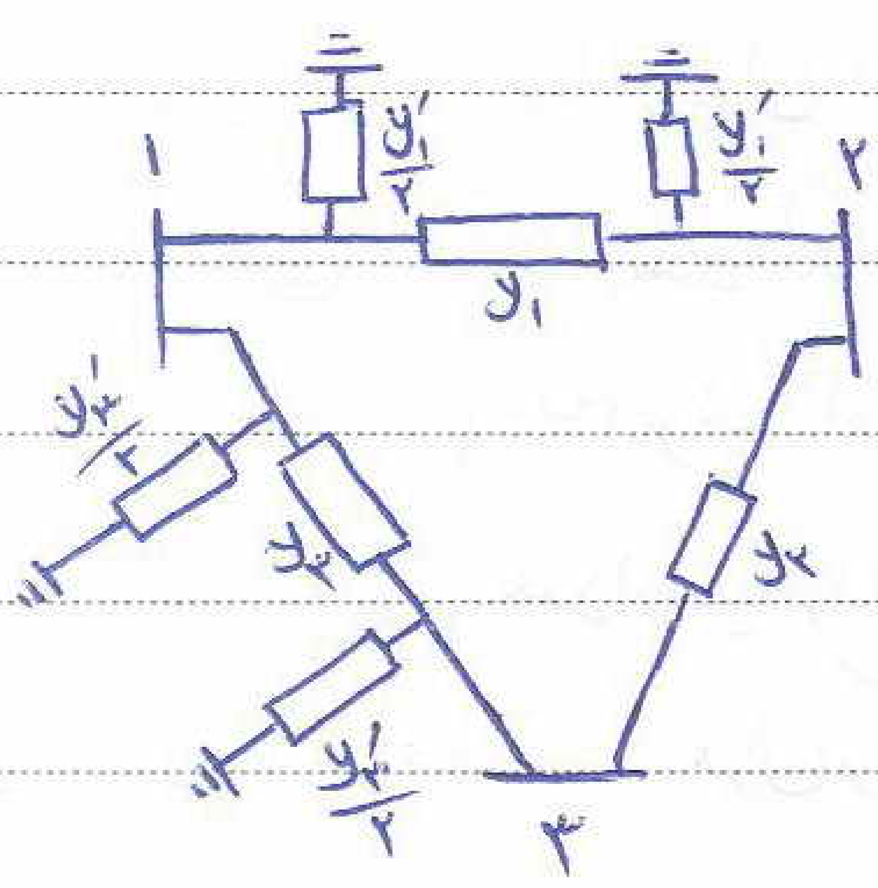
$$Y_{bus} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & Y_{13} \\ Y_{21} & Y_{22} & Y_{23} \\ Y_{31} & Y_{32} & Y_{33} \end{bmatrix}$$

$$z_1 = R_1 + jX_1 \Rightarrow y_1 = \frac{1}{R_1 + jX_1}$$

$Y_{11} = y_1 + y_3 \qquad Y_{12} = -y_1$

$Y_{22} = y_1 + y_2 \qquad Y_{13} = -y_3$

$Y_{33} = y_2 + y_3 \qquad Y_{23} = -y_2$



در این حالت عناصر غیرقطری فرقی نمی‌کند، همان مقدارهای قبل است.

$Y_{12} = -y_1$

$Y_{23} = -y_2$

$Y_{13} = -y_3$

اما عناصر قطری تغییر می‌کند و داریم:

$$Y_{11} = y_1 + y_3 + \frac{y_1'}{2} + \frac{y_3'}{2}$$

$$Y_{22} = y_1 + y_2 + \frac{y_2'}{2}$$

$$Y_{33} = y_2 + y_3 + \frac{y_3'}{2}$$

عناصر Y_{bus} را معمولاً سعی می‌کنیم به صورت قطبی قرار دهیم.

هر کدام از عناصر Y_{bus} نیز عددی مختلط است.

اگر در یک شبکه و در یک باس نه ژنراتور و نه مصرف کننده باشد می‌توانیم آن باس را حذف کرده و Y_{bus} را ساده نماییم اینکار را به صورت مقابل انجام می‌دهیم

$$Y_{ij}^{new} = Y_{ij}^{old} - \frac{Y_{in} Y_{nj}}{Y_{nn}}$$

برای حذف باس n ام: $i, j = 1, 2, \dots, n-1$

$$Y_{bus} = \begin{bmatrix} -j15 & j5 & j10 \\ j5 & -j15 & j10 \\ j10 & j10 & -j25 \end{bmatrix}$$

$$Y_{11}^N = Y_{11} - \frac{Y_{13} Y_{31}}{Y_{33}} = -j15 - \frac{j10 \times j10}{-j25} = -j11$$

$$Y_{ij}^N = Y_{ij}^O - \frac{Y_{in} Y_{nj}}{Y_{nn}} \Rightarrow$$

$$Y_{22}^N = Y_{22} - \frac{Y_{23} Y_{32}}{Y_{33}} = -j11$$

$$Y_{12}^N = Y_{12} - \frac{Y_{13} Y_{32}}{Y_{33}} = j9$$

$$\Rightarrow Y_{bus}^N = \begin{bmatrix} -j11 & j9 \\ j9 & -j11 \end{bmatrix}$$

Subject:

Year Month Date

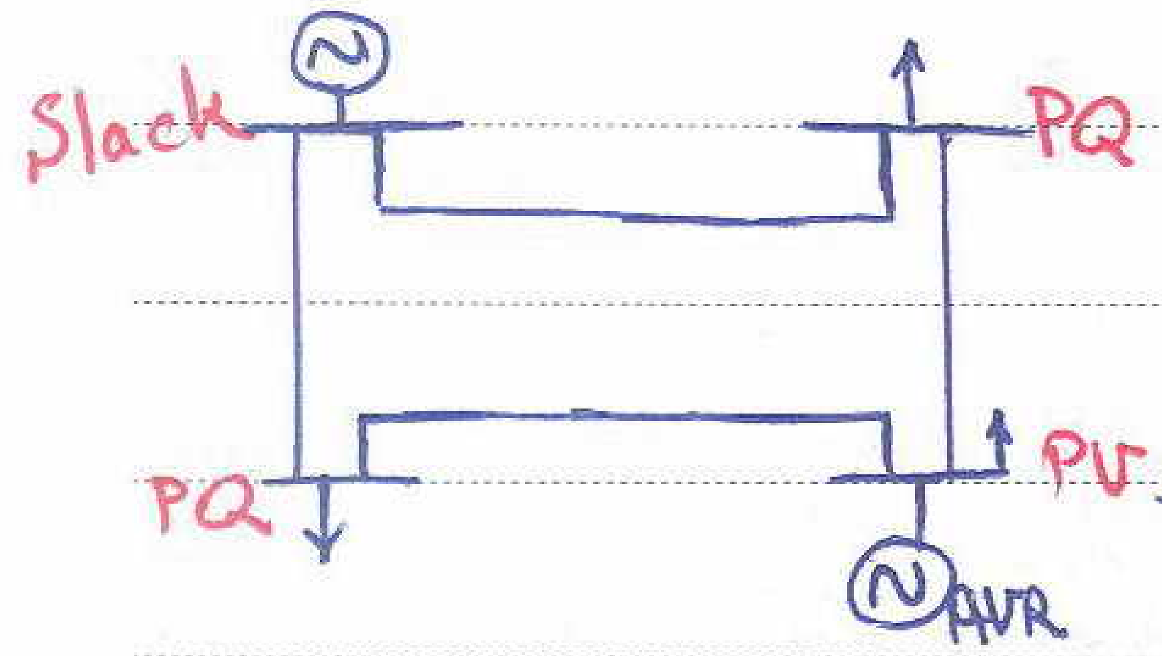
Refrence bus

انواع باس

باس اسلک — Slack

باس بار — PQ - Load Bus

باس کنترلی — PV - Control Bus - باس‌های ژنراتوری

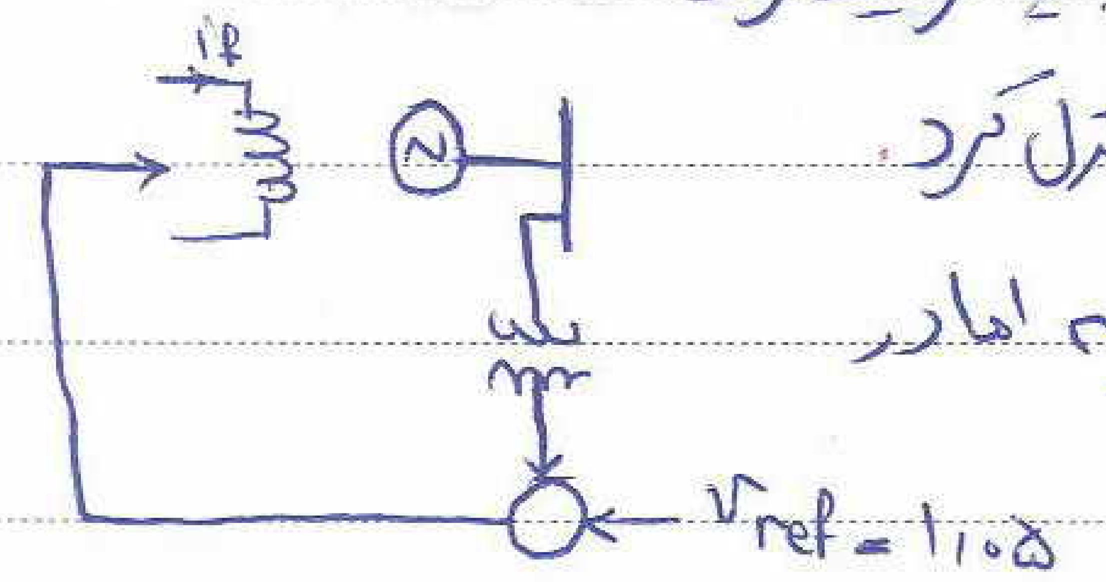


باس هایی که ژنراتور دارند را باس های کنترلی می گویند زیرا در این باس ها ژنراتور می تواند ولتاژ باس را تغییر دهد

باس های کنترلی می توانند کندانسور سنکرون نیز باشند. این وسایل موتوری هستند که با تغییر جریان تحریک آنها می توان توسط آنها توان راکتیو جذب یا تولید کرد.

بنابراین اگر در باسی SC باشد آنگاه می توان ولتاژ باس را کنترل کرد.

AVR:



در جایی که ژنراتور داریم هم تولید P و هم تولید یا مصرف Q داریم اما در جایی که SC داریم مقدار بسیار ناچیزی P جهت تحریک مصرف می کند اما به طور عمده توان راکتیو مصرف یا تولید می کند

در باس های کنترلی ولتاژ قابل کنترل است و توان اکتیو نیز داده می شود. بنابراین در باس هایی که ژنراتور داریم P معلوم است. اندازه ی ولتاژ نیز با توجه به AVR تنظیم شده معلوم است و Q و δ مجهول هستند. به همین دلیل به این باس ها، باس PV می گویند.

باس بار باس هایی است که در آنها فقط بار یا مصرف کننده داریم

در این باس ها P و Q مشخص می شوند و اندازه ولتاژ و زاویه آن مجهول است

در یک سیستم حتماً باید یک باس را مرجع انتخاب کنیم. انتخاب مرجع نیز برای اینست که زوایای سایر مقادیر را نسبت به آن بدست آوریم. با انتخاب باس مرجع، سایر زوایا نسبت به آن بدست می آید. چون در باس مرجع زاویه ی ولتاژ را که همان مبناست صفر در نظر می گیریم پس در این باس ها ولتاژ هم اندازه و هم زاویه اش معلوم است

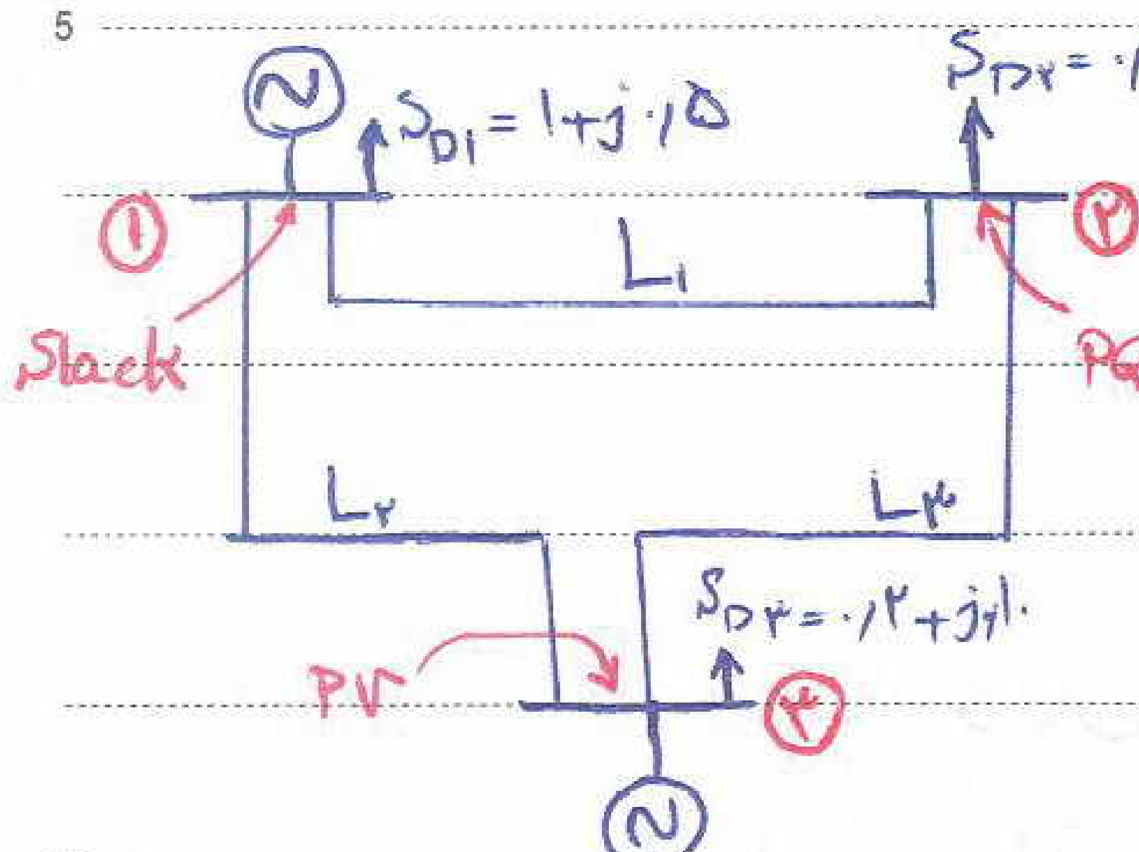
علت اینکه توان ژنراتور مبنا را مجهول می گیریم اینست که اگر این توان نیز مشخص باشد آنگاه چون تمام توان ها را داریم و می توان با پخش بار تلفات را نیز حساب کرد. با انجام کارهای فوق نمی توان گفت حتماً مجموع توان مصرفی و توان تلفاتی برابر توان تولیدی ژنراتور ها است.

بنابراین باس slack دارای |V|، δ معلوم بوده و P آن نیز پس از پخش بار بدست می‌آید

معمولاً به باس slack شماره ۱ را نسبت می‌دهیم.

در اینجا ولتاژ باس ۱ که مرجع است معلوم است پس برای سیستمی n باسه تعداد معادلات (n-1) می‌شود.

Y_{bus} را برای سیستم ۴ باسه می‌نویسیم لذا ۳ معادله را حل می‌کنیم.



دیاگرام تک خطی سیستم قدرت ۳ باسه

مثال:

L_1: $R_1 = 0.02$ pu $X_1 = 0.08$ pu $B = 0.0$

L_2: $R_2 = 0.02$ pu $X_2 = 0.08$ pu $B = 0$

L_3: $R_3 = 0.02$ pu $X_3 = 0.08$ pu $B = 0$

اطلاعات باس‌ها:

شماره باس	نوع	$\lvert V\rvert$	δ	Gen P_G	Q_G	Load P_D	Q_D
1	Slack	1.02	0.0	?	?	1	0.5
2	PQ	?	?	تولید ندارد		0.5	0.25
3	PV	1	?	1	?	0.2	0.1

همانطور که می‌بینیم مدل بار از نوع توانی است

اگر در باس slack مصرف کننده‌ای باشد باید اطلاعات آن داده شود.

$|V_2|\angle\delta_2$, $\angle\delta_3$ یعنی

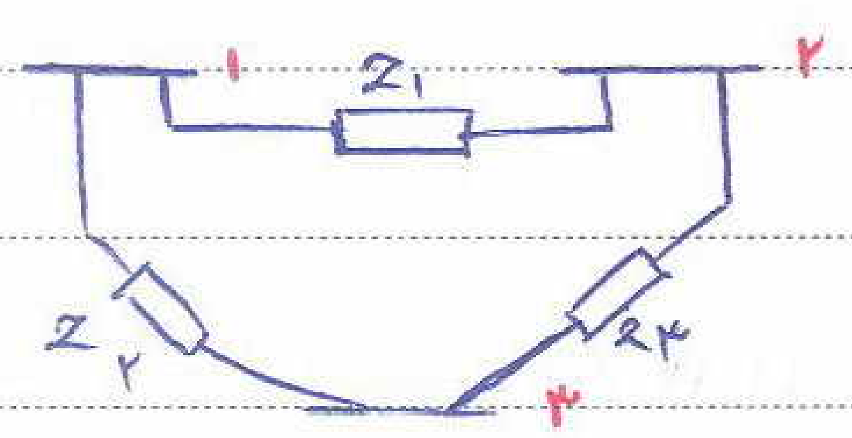
$\epsilon = 0.000001$

۱) از ما ولتاژ خواسته شده ولتاژ باس‌ها را با روش گوس سایدل بدست آوریم.

۲) توان ژنراتور باس اسلک، توان راکتیو باس PV، تلفات شبکه، توان عبوری از خطوط و .....

برای حل با ابتدا مدار معادل (دیاگرام امپدانسی) را باید بدست آوریم. امپدانس‌ها را به ادمیتانس تبدیل می‌کنیم

تشکیل Y_{bus}



$$y_1 = \frac{1}{z_1} = \frac{1}{0.02+j0.08} = \frac{0.02-j0.08}{(0.02+j0.08)(0.02-j0.08)} = \angle$$

$$y_1 = y_2 = y_3$$

$$Y_{11} = y_1 + y_2 = 24.23 \angle -76 = Y_{22} = Y_{33}$$

$$Y_{12} = -y_1 = 12.13 \angle 104$$

$$Y_{bus} = \begin{bmatrix} 24.23\angle -76 & 12.13\angle 104 & 12.13\angle 104 \\ 12.13\angle 104 & 24.23\angle -76 & 12.13\angle 104 \\ 12.13\angle 104 & 12.13\angle 104 & 24.23\angle -76 \end{bmatrix}$$

قدم سوم: نوشتن معادلات بخش بار: $V_i = \frac{1}{Y_{ii}}\left[\frac{P_i - jQ_i}{V_i^*} - \sum_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{n} Y_{ij} V_j\right] , n=2,3,\dots,n$

P_i و Q_i توان های اکتیو و راکتیو تزریقی هستند.

$$V_2 = \frac{1}{Y_{22}}\left[\frac{P_2 - jQ_2}{V_2^*} - \left(Y_{21}V_1 + Y_{23}V_3\right)\right] \qquad \Rightarrow P_i = P_{G_i} - P_{D_i}$$

$$V_3 = \frac{1}{Y_{33}}\left[\frac{P_3 - jQ_3}{V_3^*} - \left(Y_{31}V_1 + Y_{32}V_2\right)\right]$$

باس ۲ $\Rightarrow P_2 = -0.5 \quad Q_2 = -0.25$

باس ۳ $\Rightarrow P_3 = 0.8 \quad Q_3 = ?$

بنابراین Q_3 را باید محاسبه شود پس نمی توان دو معادله را حل کرد.

قدم پنجم: محاسبه توان راکتیو در باس های PV با استفاده از رابطه ی *

$$\left.\begin{aligned} I_i &= \sum_{j=1}^{n} Y_{ij} V_j \\ I_i &= \frac{S_i^*}{V_i^*} = \frac{P_i - jQ_i}{V_i^*} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{P_i - jQ_i}{V_i^*} = \sum Y_{ij}V_j \Rightarrow P_i - jQ_i = V_i^* \sum_{j=1}^{n} V_j Y_{ij}$$

$$\Rightarrow Q_i = -\,\mathrm{Im}\left\{V_i^* \sum Y_{ij}V_j\right\} \;*$$

$$P_i = \mathrm{Re}\left\{V_i^* \cdot \sum Y_{ij}V_j\right\}$$

$$Q_3 = -\,\mathrm{Im}\left\{V_3^* \cdot \left(Y_{31}V_1 + Y_{32}V_2 + Y_{33}V_3\right)\right\}$$

حال به حل معادله می پردازیم.

قدم ششم: حل معادلات بخش بار:

حدس مثبت برداده شده است.

حدس اولیه: $V_2^{(0)} = 1\angle 0^{(0)} \qquad V_3^{(0)} = 1\angle 0^{(0)} \qquad V_1 = 1.02\angle 0$

$$V_2^{(1)} = \frac{1}{24.23\angle -79}\left[\frac{-0.5 + j0.25}{1} - \left(12.13\angle 104 \times 1.02\angle 0 + 12.13\angle 104 \times 1\angle 0\right)\right] = 0.99597\angle -1.2$$

$Q_3^{(1)} = -0.2579$ در محاسبه $Q_3^{(1)}$ آخرین مقدار بدست آمده برای V_2 یعنی $V_2^{(1)}$ را قرار می دهیم.

$V_3^{(1)} = 1\angle 1.45$ مقدار $V_3^{(1)}$، pu ۱ نمی شود اما آن را در نظر نمی گیریم زیرا مقدار V_3 داده شده است.

پس می توان گفت معادله را برای زاویه حل می کنیم.

$\Delta V_2^{(1)} = |0.9959 \angle -1.02 - 1\angle 0|$

$\Delta V_3^{(1)} = |1 \angle 1.45 - 1\angle 0|$

اگر هر دو مقدار ΔV_2 و ΔV_3 کمتر از ϵ داده شده بودند آنگاه مقدارهای $V_2^{(1)}$، $V_3^{(1)}$ مناسب بود و از آنها استفاده می‌کنیم.

$V_2^{(2)} = 0.9952 \angle -0.277$

$Q_3^{(2)} = -0.3550$

$V_3^{(2)} = 1 \angle 1.87$

حال $\Delta V_2^{(2)}$، $\Delta V_3^{(2)}$ را تشکیل می‌دهیم و باز با ϵ مقایسه می‌کنیم.

در تکرار ۱۲ به جواب می‌رسیم و داریم:

$V_2^{(12)} = 0.9954 \angle -2.44$

$V_3^{(12)} = 1 \angle 21.3$

$Q_3^{(12)} = -0.3967 \qquad -0.5 < Q_G < 1.6 \Rightarrow \boxed{-0.6 < Q_{\text{تزریقی}} < 1.5}$

ممکن است برای باس‌های PV قیدی داده شود مثلاً گفته شود $Q_{min} < Q_G < Q_{max}$ می‌باشد.

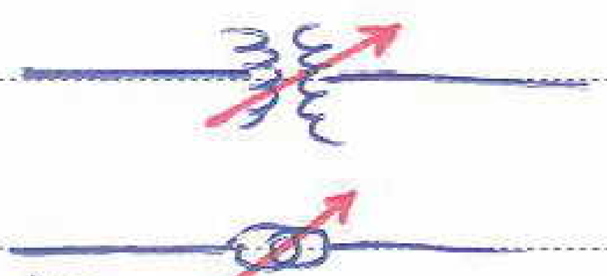
اگر قید داده شود آنگاه یعنی ژنراتور هر Q را نمی‌تواند تولید کند و هر Q را نمی‌تواند مصرف کند زیرا به مرز ناپایداری می‌رسد. حال باید در تکرارها Q را چک کنیم که آیا در محدوده است یا نه؟ اگر بود کار خود را ادامه می‌دهیم اگر نبود دو حالت اتفاق می‌افتد یا از ۱.۵ بیشتر یا از ۰.۶- کمتر است هر کدام از حدود را که رد کردیم همان حد را به عنوان Q در نظر می‌گیریم و در آن باس، باس PQ می‌شود. در اینجا مقدار ولتاژ را در تکرار

نمی‌ریزیم زیرا در این تکرار باس به PQ تبدیل شده است. یعنی مقدار ولتاژ را در این تکرار مقدار بدست آمده می‌گیریم ولی برای بار بعد مقدار را همان 1^{pu} در نظر می‌گیریم.

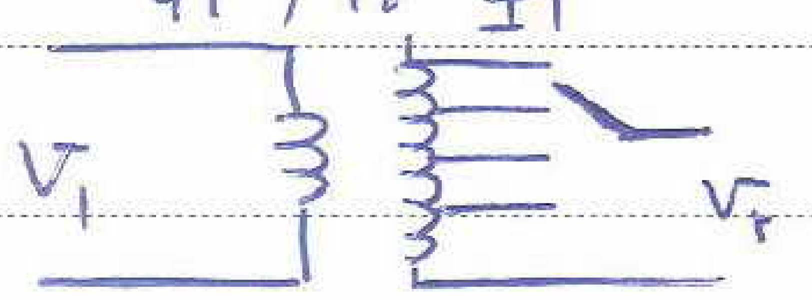
در تکرار بعد Q_3 را با مقدار ولتاژ 1^{pu} برای V_3 حساب می‌کنیم و از روی Q_3 نوع باس را تشخیص می‌دهیم.

در آخرین تکرار باز هم با توجه به Q_3 نوع باس را تشخیص می‌دهیم و براساس آن Q_3 را ۱.۷۴۱ را تعیین می‌کنیم.

Subject: جلسه بیست و چهارم
Year. Month. ۱۰ Date. ۵



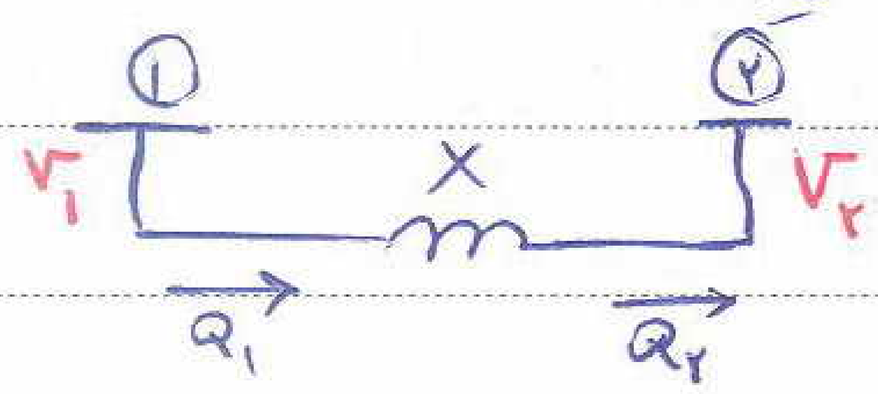
ترانسفورماتور تنظیم: { - تنظیم دامنه ولتاژ / - تنظیم فاز ولتاژ }
Regulating Trans



$43^{kv} / 20^{kv} \pm 2^{kv}$

در ترانس مقابل می‌توان نسبت تبدیل را تغییر داد.

اگر ولتاژ جایی کم بود آنگاه می‌توان با افزایش Tap ولتاژ را بالا برد.
چون این ترانس دامنه ولتاژ را تغییر می‌دهد، پس توان راکتیو عبوری را تغییر می‌دهد.



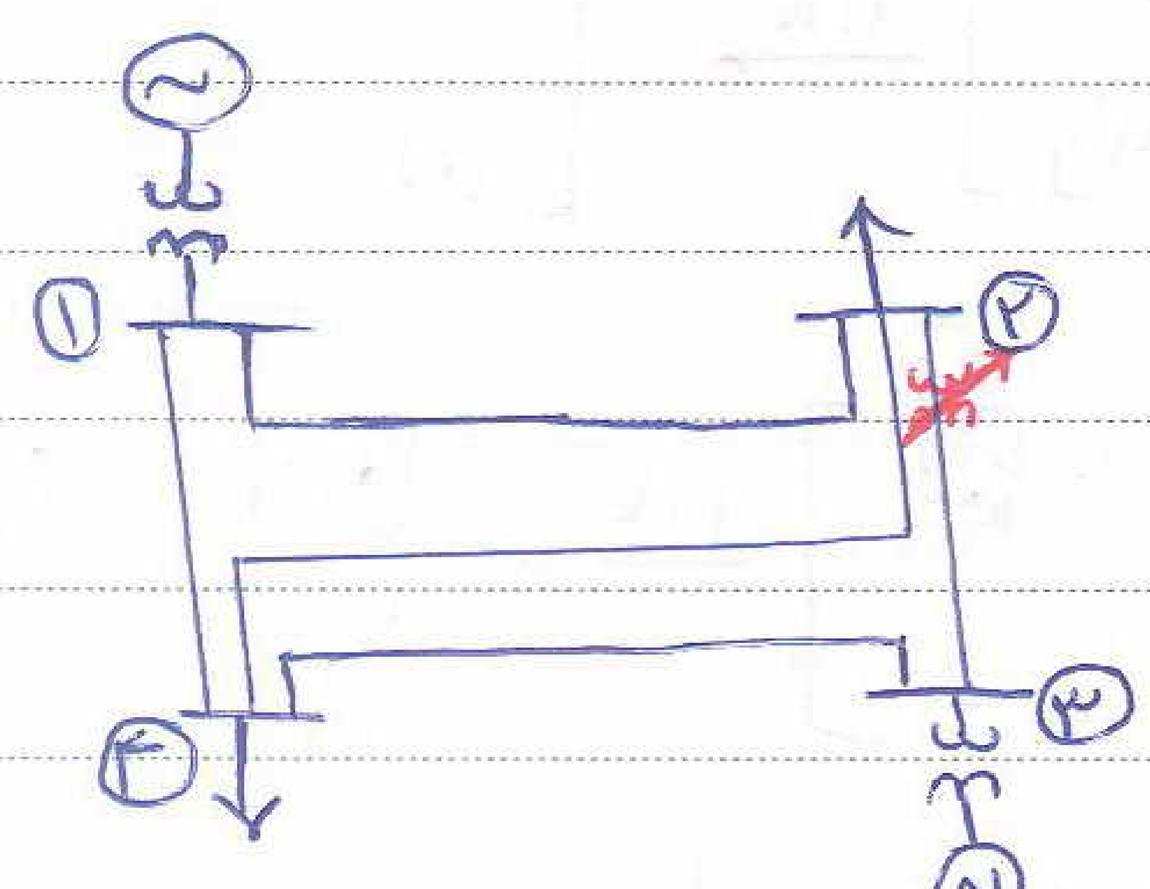
$$Q_2 = \frac{|V_2|}{X}(|V_1|\cos\delta - |V_2|)$$

$$Q_1 = \frac{|V_1|}{X}(|V_1| - |V_2|\cos\delta)$$

در ترانس‌های تنظیم فاز فقط فاز خروجی تغییر می‌کند. مثلاً با ورودی ستاره خروجی Δ می‌توان 30° اختلاف بین ولتاژ فازها ایجاد کرد.
با تغییر فاز می‌توان توان انتقالی را خطا تغییر داد. پس ترانس‌های تنظیم توان اکتیو را کنترل می‌کنند.

$$P = \frac{|V_1||V_2|}{X}\cos\delta$$

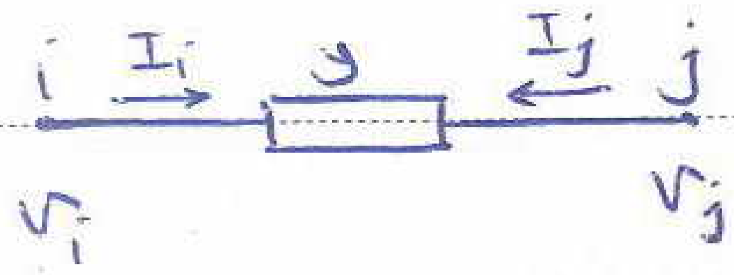
حال می‌خواهیم چگونگی مدل کردن این گونه ترانس‌ها در Y_{bus} را بدست آوریم.



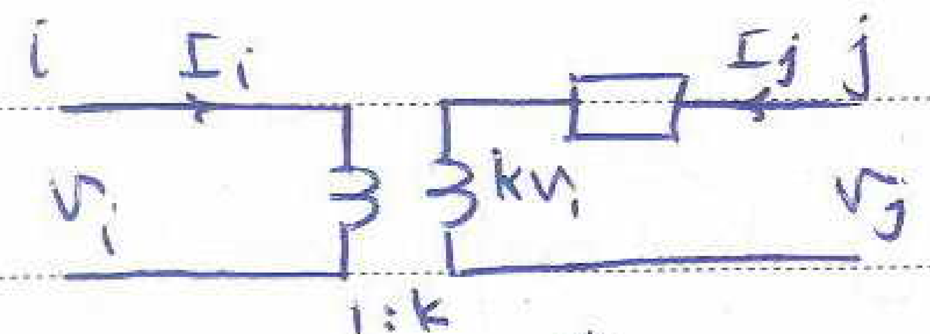
$$Y_{bus} = \begin{bmatrix} -j14 & j5 & 0 & j10 \\ j5 & -j17 & j8 & j4 \\ 0 & j8 & -j19 & j10 \\ j10 & j4 & j10 & -j24 \end{bmatrix}$$

در محل نشان داده شده ترانس تبدیل را با نسبت تبدیل ۰٫۹۵ قرار دادیم، حال Y_{bus} را می‌نویسیم:
چون بین باس ۲ و ۳ قرار دادیم انتظار داریم Y_{22}، Y_{33}، Y_{32} و Y_{23} تغییر کنند.
چون $K=0.95$ پس دیگر در مقادیر ثابتی نیستیم.

Subject:
Year. Month. Date. ( )



$$\begin{bmatrix} I_i \\ I_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y & -y \\ -y & y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_i \\ V_j \end{bmatrix}$$



$$V_i I_i^* = k V_i I_i'^* \Rightarrow I_i = k^* I_i'$$

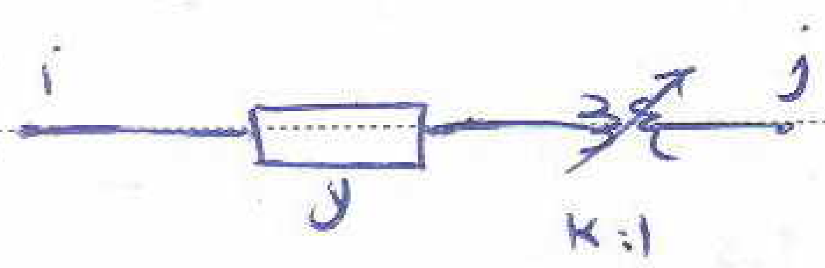
$$I_j = (V_j - kV_i)y \Rightarrow I_j = yV_j - kyV_i \Rightarrow I_i' = y(kV_i - V_j) \xrightarrow{\times k^*} I_i = k^2 y V_i - k^* y V_j$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} I_i \\ I_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} |k|^2 y & -k^* y \\ -ky & y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_i \\ V_j \end{bmatrix}$$

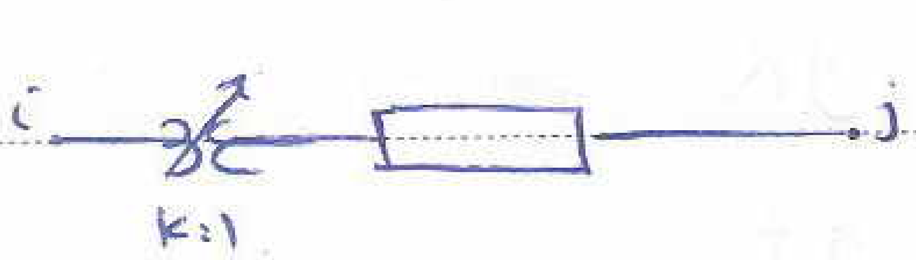
اگر بخواهیم هم اندازه و هم زاویه تغییر کند آنگاه نسبت تبدیل ترانس مختلط خواهد بود.

بنابراین اگر ترانس را در نزدیکی باس i-ام گذاشتیم، آنگاه اگر این ترانس نسبت تبدیل 1:k داشت تغییرات فوق در ماتریس بدست می‌آید.

بخشی از ادمیتانس که این باس i و j قرار دارد ناحیه‌ی ادمیتانس متصل



$$Y_{bus} = \begin{bmatrix} y & -ky \\ -k^* y & |k|^2 y \end{bmatrix} \xrightarrow{1:k} \begin{bmatrix} y & -\frac{1}{k}y \\ -\frac{1}{k^*}y & \frac{1}{|k|^2}y \end{bmatrix}$$



$$Y_{bus} = \begin{bmatrix} \frac{y}{|k|^2} & -\frac{1}{k^*}y \\ -\frac{1}{k}y & y \end{bmatrix} \xrightarrow{1:k} \begin{bmatrix} |k|^2 y & -k^* y \\ -ky & y \end{bmatrix}$$

می‌توان به جای نسبت k:1 از نسبت 1:k استفاده کرد که باعث معکوس شدن هرجا k در ماتریس داریم می‌شود.

k می‌تواند متغیر باشد و ما Y_{bus} را پارامتری می‌نویسیم یعنی به ازای هر k می‌توانیم Y_{bus} را بنویسیم

$$Y_{bus}=\begin{bmatrix} -j14 & j5 & 0 & j10 \\ j5 & \boxed{-j17} & \boxed{j8} & j4 \\ 0 & \boxed{j8} & \boxed{-j19} & j10 \\ j10 & j4 & j10 & -j24 \end{bmatrix}$$

تغییر نمی‌کند ⟵ چون در بین باس ۲ و ۳ تاثیری ندارند

$$Y=\begin{bmatrix} Y_{22} & Y_{23} \\ Y_{32} & Y_{33} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} -j5-j4-j8 & j8 \\ j8 & \underbrace{-j19}_{\text{تغییر نمی‌کند}} \end{bmatrix}$$

$$\longrightarrow \begin{bmatrix} -j5-j4-j8(k)^2 & j8(k) \\ j8(k) & -j19 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} -j9-j8k^2 & j8k \\ j8k & -j19 \end{bmatrix}$$

پخش بار نیوتن رافسون:

معادلات می‌توانند خطی یا غیرخطی باشند.

$f_1(x_1,x_2,\dots,x_n)=k_1$

می‌خواهیم به روش تکرار معادلات را حل کنیم.

$f_2(x_1,x_2,\dots,x_n)=k_2$

$\vdots$

مجهولات $x_1,x_2,\dots,x_n$

$f_n(x_1,x_2,\dots,x_n)=k_n$

حدس اولیه $x_1^{(0)},x_2^{(0)},\dots,x_n^{(0)}$

$$\left.\begin{matrix} |f_1^{(0)}-k_1| \\ |f_2^{(0)}-k_2| \\ \vdots \\ |f_n^{(0)}-k_n| \end{matrix}\right\} \Rightarrow D=\begin{bmatrix} |f_1^{(0)}-f_1^{sp}| \\ |f_2^{(0)}-f_2^{sp}| \\ \vdots \\ |f_n^{(0)}-f_n^{sp}| \end{bmatrix}$$

k_1

اگر بردار D اندازه‌ای کوچکتر از ϵ داشته باشد مقدار حدس زده شده جواب است.

حال حدس اولیه را با توجه به اینکه $f_1^{(0)}$ بزرگتر، کوچکتر بود از f_1^{sp}، مقداری Δx به هرکدام از حدس‌ها اضافه می‌کنیم.

$$x_1^{(1)}=x_1^{(0)}+\Delta x_1 \quad x_2^{(1)}=x_2^{(0)}+\Delta x_2 \quad \dots \quad x_n^{(1)}=x_n^{(0)}+\Delta x$$

حال می‌خواهیم Δx_i ها را محاسبه کنیم.

بسط تیلور تابع f:

$$f_1^{(0)}(x_1,x_2,\dots,x_n)+\Delta x_1\left.\frac{\partial f_1}{\partial x_1}\right|_0+\Delta x_2\left.\frac{\partial f_1}{\partial x_2}\right|_0+\dots+\Delta x_n\left.\frac{\partial f_1}{\partial x_n}\right|_0=k_1$$

$$f_2^{(0)}(x_1,x_2,\dots,x_n)+\Delta x_1\left.\frac{\partial f_2}{\partial x_1}\right|_0+\Delta x_2\left.\frac{\partial f_2}{\partial x_2}\right|_0+\dots+\Delta x_n\left.\frac{\partial f_2}{\partial x_n}\right|_0=k_2$$

$$f_n^{(0)}(x_1,x_2,\dots,x_n)+\Delta x_1\left.\frac{\partial f_n}{\partial x_1}\right|_0+\Delta x_2\left.\frac{\partial f_n}{\partial x_2}\right|_0+\dots+\Delta x_n\left.\frac{\partial f_n}{\partial x_n}\right|_0=k_n$$

$$\underbrace{\begin{bmatrix} |f_1^{sp}-f_1^{0}| \\ |f_2^{sp}-f_2^{0}| \\ \vdots \\ |f_n^{sp}-f_n^{0}| \end{bmatrix}}_{D} = \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial f_2}{\partial x_n} \\ \vdots & & & \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1} & \frac{\partial f_n}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial f_n}{\partial x_n} \end{bmatrix}^{(0)}}_{J\ \text{ژاکوبین}} \underbrace{\begin{bmatrix} \Delta x_1 \\ \Delta x_2 \\ \vdots \\ \Delta x_n \end{bmatrix}^{(0)}}_{C}$$

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}^{(1)} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}^{(0)} + \begin{bmatrix} \Delta x_1 \\ \Delta x_2 \\ \vdots \\ \Delta x_n \end{bmatrix}^{(0)}$$

مثال: معادلات غیرخطی زیر را به روش نیوتن رافسون حل کنید.

$$\begin{cases} y^2-4x=4 \\ 2y-x=2 \end{cases} \qquad \begin{cases} x^{(0)}=-1 \\ y^{(0)}=1 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} f_1(x,y)=y^2-4x-4 \\ f_2(x,y)=2y-x-2 \end{cases}$$

در مدل مقابل مقدار sp ، صفر خواهد بود اگر توابت راست چپ بیاوریم مقدار sp، ۴و۲ خواهد بود.

معادلات پخش بار:

الف) فرم قطبی

ب) مختصات قائم

$$I_i=\sum_{j=1}^{n} Y_{ij} V_j \quad , \quad i=1,2,\dots,n$$

$$\frac{P_i-jQ_i}{V_i^*}=\sum_{j=1}^{n} Y_{ij} V_j$$

$$Y_{ij}=|Y_{ij}|\angle\theta_{ij}$$

$$Y_{ii}=|Y_{ii}|\angle\theta_{ii}$$

$$V_i=|V_i|\angle\delta_i$$

$$V_j=|V_j|\angle\delta_j$$

$$P_i-jQ_i=|V_i|\angle-\delta_i\sum_{j=1}^{n}|Y_{ij}||V_j|\angle\theta_{ij}+\delta_j$$

$$\Longrightarrow P_i=|V_i|\sum_{j=1}^{n}|Y_{ij}||V_j|\cos(\theta_{ij}+\delta_j-\delta_i)$$

$$Q_i=-|V_i|\sum_{j=1}^{n}|Y_{ij}||V_j|\sin(\theta_{ij}+\delta_j-\delta_i)$$

$i=2,3,\dots,n$ ⇐ باس شماره ۱ اسلک است و با آن کاری نداریم.

Subject:
Year. Month. Date. ( )

حال می‌خواهیم معادلات پخش بار را برای شبکه‌ای سه باسه حل کنیم.

معادلات مقابل معادلات پخش بار هستند. $f_1: P_2 = |V_2| \sum_{j=1}^{3} |Y_{ij}||V_j| \cos(\theta_{ij} + \delta_j - \delta_i)$

$f_2: P_3 = |V_3| \sum$

$f_3: Q_2 = -|V_2| \sum$

$f_4: Q_3 = -|V_3| \sum$

یک باس را کنار می‌گذاریم.

در اینجا برای شبکه n باسه $2(n-1)$ معادله داریم حال اینکه در روش گوس n معادله داشتیم.

در اینجا متغیرها اندازه‌ی ولتاژها و زوایای مربوط به آنهاست.

پس در شبکه سه باسه مجهولات عبارتند از: $|V_2|, |V_3|, \delta_2, \delta_3$

$P_2(|V|, \delta)$, $P_3(|V|, \delta)$, $Q_2(|V|, \delta)$, $Q_3(|V|, \delta)$

برای حل ابتدا حدس اولیه برای $|V_2|, |V_3|, \delta_2, \delta_3$ می‌زنیم. (ولتاژها یک پریونیت و زوایا صفر)

حال حدس اولیه را در توابع قرار می‌دهیم:

$$\begin{bmatrix} P_2 \\ P_3 \\ Q_2 \\ Q_3 \end{bmatrix}^{0} \longrightarrow \text{معلوم}$$

توان تزریقی ← تولید − مصرف

$$\begin{bmatrix} P_2 \\ P_3 \\ Q_2 \\ Q_3 \end{bmatrix}^{sp} , \quad D = \begin{bmatrix} P_2^{cal} - P_2^{sp} \\ P_3^{cal} - P_3^{sp} \\ Q_2^{cal} - Q_2^{sp} \\ Q_3^{cal} - Q_3^{p} \end{bmatrix} \leqslant \epsilon \longrightarrow$$

اگر برقرار شد، حدس ما جواب است.

$$\begin{bmatrix} \delta_2 \\ \delta_3 \\ |V_2| \\ |V_3| \end{bmatrix}^{0} + \begin{bmatrix} \Delta\delta_2 \\ \Delta\delta_3 \\ \Delta|V_2| \\ \Delta|V_3| \end{bmatrix}^{(0)} = \begin{bmatrix} \delta_2 \\ \delta_3 \\ |V_2| \\ |V_3| \end{bmatrix}^{(1)}$$

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_2}{\partial \delta_2} & \frac{\partial P_2}{\partial \delta_3} & \frac{\partial P_2}{\partial |V_2|} & \frac{\partial P_2}{\partial |V_3|} \\ \frac{\partial P_3}{\partial \delta_2} & \frac{\partial P_3}{\partial \delta_3} & \frac{\partial P_3}{\partial |V_2|} & \frac{\partial P_3}{\partial |V_3|} \\ \frac{\partial Q_2}{\partial \delta_2} & \frac{\partial Q_2}{\partial \delta_3} & \frac{\partial Q_2}{\partial |V_2|} & \frac{\partial Q_2}{\partial |V_3|} \\ \frac{\partial Q_3}{\partial \delta_2} & \frac{\partial Q_3}{\partial \delta_3} & \frac{\partial Q_3}{\partial |V_2|} & \frac{\partial Q_3}{\partial |V_3|} \end{bmatrix}$$

Subject:
Year. Month. Date. ( )

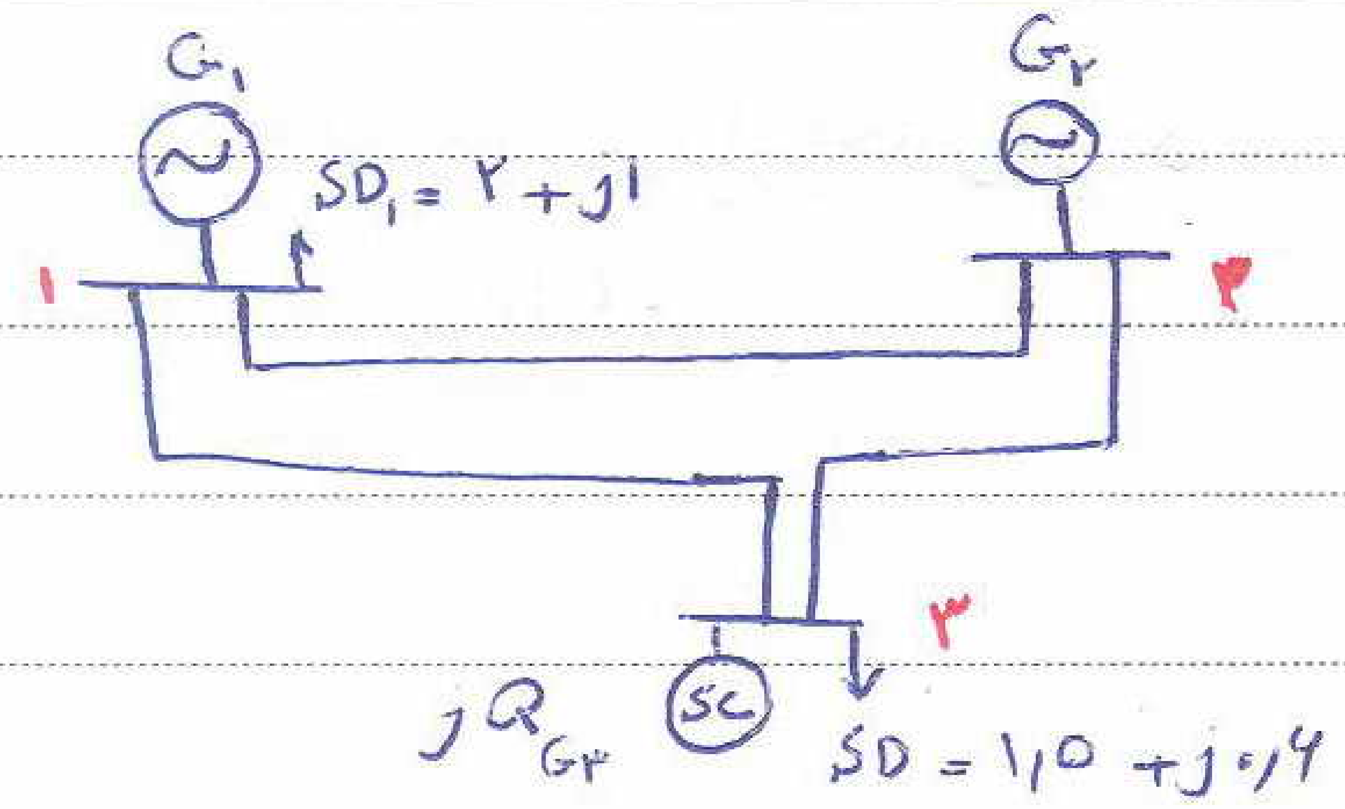
حال $J^{(0)}$ را حساب می‌کنیم، یعنی مجهولات را از حدس اولیه می‌گذاریم.

گاهی اوقات $|\Delta V_2|$ را نیز بررسی می‌کنیم یعنی $\frac{|\Delta V_2|}{V_2} = \Delta V_2^{pu}$ و در این حالت باید ستون ضرب شونده در ΔV_2 را هم در $|V_2|$ ضرب کنیم

$$D = JC$$

$$\begin{array}{c} \text{cal} \quad \text{sp} \\ \begin{bmatrix} P_2-P_2 \\ P_3-P_3 \\ Q_2-Q_2 \\ Q_3-Q_3 \end{bmatrix}^{(0)} \end{array} = \begin{bmatrix} & & \\ & T^{(0)} & \\ & & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\delta_2 \\ \Delta\delta_3 \\ \Delta|V_2| \\ \Delta|V_3| \end{bmatrix}^{(0)}$$

توان‌های تطبیق نشده



مثال:

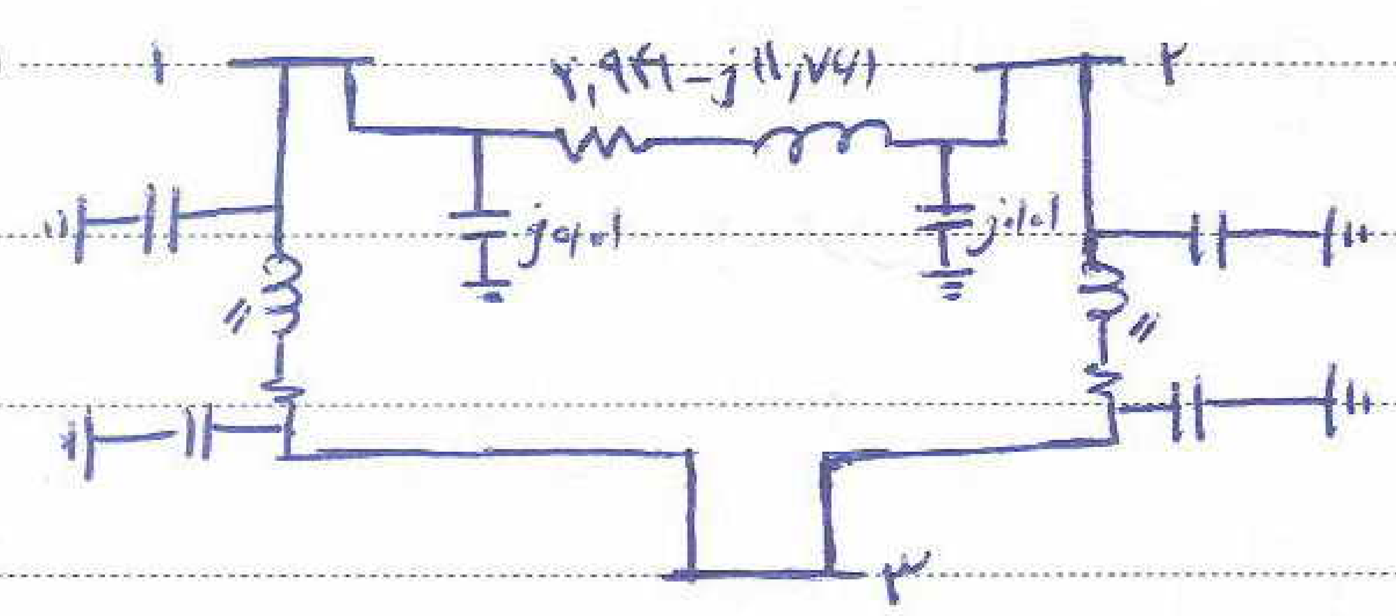
Bus No	type	توان تولیدی P_G	Q_G	توان مصرفی P_D	Q_D	ولتاژ $\|V\|$	δ
۱	Slack	?	?	۲	۱	۱٫۰۴	۰
۲	PQ	۰٫۵	۱	۰	۰	?	?
۳	PV	۰	?	۱٫۵	۰٫۶	۱٫۰۴	?

اطلاعات خطوط: اگر ترانس وجود داشت، باید اطلاعاتش داده می‌شد. $Y = j0.02^{pu}$ $X = j0.08^{pu}$ $R = 0.02^{pu}$ مدل π

هر سه خط دارای اطلاعات مشابه هستند.

مجهولات: $|V_2|, \delta_2, \delta_3$

قدم اول: رسم دیاگرام امپدانسی:



قدم دوم: تبدیل امپدانس‌ها به ادمیتانس:

$$Z = 0.02 + j0.08 \rightarrow Y = \frac{1}{0.02 + j0.08} = 2.941 - j11.764$$

قدم سوم: تشکیل Y_{bus}:

$$Y_{33} = Y_{22} = Y_{11} = 2(2.941 - j11.764) + 2 \times j0.01 = 5.882 - j23.508 = 24.23\angle -75.95$$

$$Y_{12} = Y_{21} = Y_{31} = Y_{13} = Y_{23} = Y_{32} = -2.941 + j11.764 = 12.13\angle 104.04$$

$$Y_{bus} = \begin{bmatrix} 24.23\angle -75 & 12.13\angle 104 & 12.13\angle 104 \\ 12.13\angle 104 & 24.23\angle -75 & 12.13\angle 104 \\ 12.13\angle 104 & 12.13\angle 104 & 24.23\angle -75 \end{bmatrix}$$

قدم چهارم: معادلات کلی پخش بار $\left\{ \begin{array}{l} i = 2 \\ j = 1,2,3 \end{array} \right.$

$$P_2 = |V_2||V_1||Y_{21}|\cos(\theta_{21} + \delta_1 - \delta_2) + |V_2|^2|Y_{22}|\cos\theta_{22} + |V_2||V_3||Y_{23}|\cos(\theta_{23} + \delta_3 - \delta_2)$$

$$Q_2 = -|V_2||V_1||Y_{21}|\sin(\theta_{21} + \delta_1 - \delta_2) - |V_2|^2|Y_{22}|\sin\theta_{22} - |V_2||V_3||Y_{23}|\sin(\theta_{23} + \delta_3 - \delta_2)$$

$$P_3 = |V_3||V_1||Y\ |\cos(\theta_{31} + \delta_1 - \delta_3) + |V_3||V_2||Y\ |$$

$1 = Q_2$ $\quad$ P_2 توان تزریقی در باس ۲ است یعنی $P_G - P_D = 0.5$

P_3 توان تزریقی در باس ۳ است یعنی -1.5

Subject:
Year. Month. Date. ( )

$V_1 = 1.04 \quad \delta_1 = 0 \quad |V_3| = 1.04$ مقادیر مقابل معلوم هستند و نیاز به حدس ندارند

$V_2^{(0)} = 1 \quad \delta_2^{(0)} = 0 \quad \delta_3^{(0)} = 0$ قدم ۳ پنجم: حدس اولیه:

$$\begin{bmatrix} P_2^{(0)} \\ P_3^{(0)} \\ Q_2^{(0)} \end{bmatrix}^{cal} = \begin{bmatrix} -0.24 \\ 0.12 \\ -0.99 \end{bmatrix}$$

حال ΔP_2 ، ΔP_3 ، ΔQ_2 را محاسبه می کنیم

$$\begin{bmatrix} \Delta P_2 \\ \Delta P_3 \\ \Delta Q_2 \end{bmatrix}^{(0)} = \begin{bmatrix} 0.74 \\ -1.42 \\ 1.99 \end{bmatrix}$$

مقادیر فوق را با $\epsilon = 0.01$ مقایسه می کنیم

چون تمام عناصر ماتریس فوق از ϵ کمتر نشد پس باید ژاکوبین را تشکیل دهیم

مقادیر مقابل را باید محاسبه کنیم

$$\begin{bmatrix} \Delta P_2 \\ \Delta P_3 \\ \Delta Q_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_2}{\partial \delta_2} & \frac{\partial P_2}{\partial \delta_3} & \frac{\partial P_2}{\partial |V_2|} \\ \frac{\partial P_3}{\partial \delta_2} & \frac{\partial P_3}{\partial \delta_3} & \frac{\partial P_3}{\partial |V_2|} \\ \frac{\partial Q_2}{\partial \delta_2} & \frac{\partial Q_2}{\partial \delta_3} & \frac{\partial Q_2}{\partial |V_2|} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta_2 \\ \Delta \delta_3 \\ \Delta |V_2| \end{bmatrix}$$

H N J L

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 0.74 \\ -1.42 \\ 1.99 \end{bmatrix}^{(0)} = \begin{bmatrix} 24.47 & -12.23 & 5.64 \\ -12.23 & 24.95 & -3.05 \\ -6.11 & 3.05 & 22.54 \end{bmatrix}^{(0)} \begin{bmatrix} \Delta\delta_2 \\ \Delta\delta_3 \\ \Delta|V_2| \end{bmatrix}^{(0)}$$

$$\begin{bmatrix} \Delta\delta_2 \\ \Delta\delta_3 \\ \Delta|V_2| \end{bmatrix}^{(0)} = \begin{bmatrix} -0.023 \\ -0.0454 \\ 0.089 \end{bmatrix}^{(0)}$$

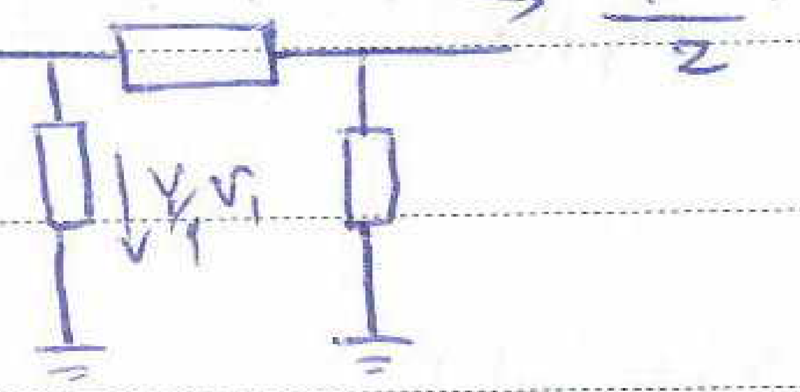
$$\begin{bmatrix} \delta_2 \\ \delta_3 \\ |V_2| \end{bmatrix}^{(1)} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}^{(0)} + \begin{bmatrix} -0.023 \\ -0.0454 \\ 0.089 \end{bmatrix}^{(0)} = \begin{bmatrix} -0.023 \\ -0.0454 \\ 1.089 \end{bmatrix}^{(1)}$$

بعد از چند تکرار به جواب خواهیم رسید. حال می خواهیم مقادیر P_{G1} ، Q_{G1} و Q_{G3} را با استفاده از فرمول ذیل بدست می آوریم اما با توجه داشته باشیم که مقادیر بدست آمده از فرمول کلی مقادیر تزریقی هستند و باید با توجه به مصرف باس مقدار را بدست آوریم.

$P_{G1} = P_1 + P_{D1}$

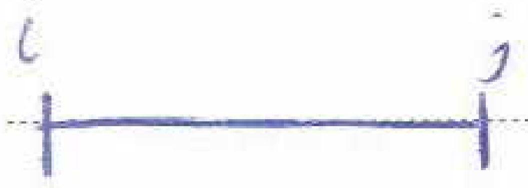
$Q_{G1} = Q_1 + Q_{D1}$

برای بدست آوردن S_{12} ، I_{12} را بدست می آوریم. I_{12} را بدین طریق زیر حساب می کنیم



PAPCO

برای محاسبه تلفات خطوط کافیست توان های تزریقی در دو طرف را با هم جمع کنیم.



$$P_{ij} - \Delta P = -P_{ji} \Rightarrow P_{ij} + P_{ji} = \Delta P$$

اولین هدف پخش بار بدست آوردن ولتاژ باس هاست و یعنی مجهولات را از روی شبکه بدست می آوریم.

یکی از مشکلات مشتق گیری در روش نیوتن رافسون است. برای حل این مشکل از روش زیر استفاده می کنند.

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = \left[\begin{array}{c|c} H & N \\ \hline J & L \end{array}\right] \begin{bmatrix} \Delta \delta \\ \Delta |V| \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} \Delta P = H\Delta\delta + N\,\Delta|V| \\ \Delta Q = J\Delta\delta + L\,\Delta|V| \end{cases}$$

$$\begin{cases} H_{ii} = -Q_i - |V_i|^2 |Y_{ii}| \sin(-\theta_{ii}) \\ H_{ij} = P_i - |V_i|^2 |Y_{ij}| \cos(\theta_{ij}) \end{cases}$$

قبلاً دیدیم که وابستگی ΔP به دامنه ولتاژ کم بود اما این وابستگی نسبت به زاویه زیاد است. در توان راکتیو برعکس است.

پخش بار مجزا Decoupled Load Flow :

در این قسمت روابط ضعیف را حذف می کنیم یعنی از ترتیب مقابل استفاده می کنیم:

$$\begin{cases} \Delta P = H\Delta\delta \\ \Delta Q = L\Delta|V| \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H & 0 \\ 0 & L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta \\ \Delta |V| \end{bmatrix}$$

در این روش سرعت بالا می رود، ولی دقت پایین می آید.

مقایسه روش‌های مختلف پخش بار:

شاخص‌های مقایسه یکی دقت است. دقت نیوتن رافسون بیشتر است. همچنین همگرایی نیوتن رافسون بهتر است. تعداد تکرار نیز در روش نیوتن رافسون کمتر است. مقدار محاسبات در نیوتن رافسون بیشتر است.

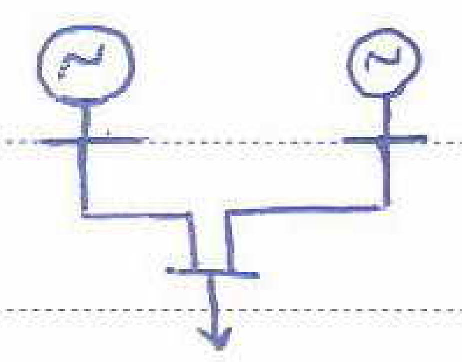
Economic Load Dispatch — فصل ۹- پخش بار اقتصادی :

بهره برداری اقتصادی از سیستم قدرت .

منظور از پخش بار اقتصادی ؟

منظور اینست که توزیع بار بین نیروگاهها چگونه باشد تا هزینه حداقل گردد .

توان اکتیو



توان مصرفی $P_D = 500\ MW$

$P_{Loss} = 0$

حال می خواهیم $500\ MW$ را بین دو نیروگاه تقسیم کنیم . در یک حالت است که وضعیت هزینه حداقل برقرار گردد

Cost Function — تابع هزینه : منحنی سوخت

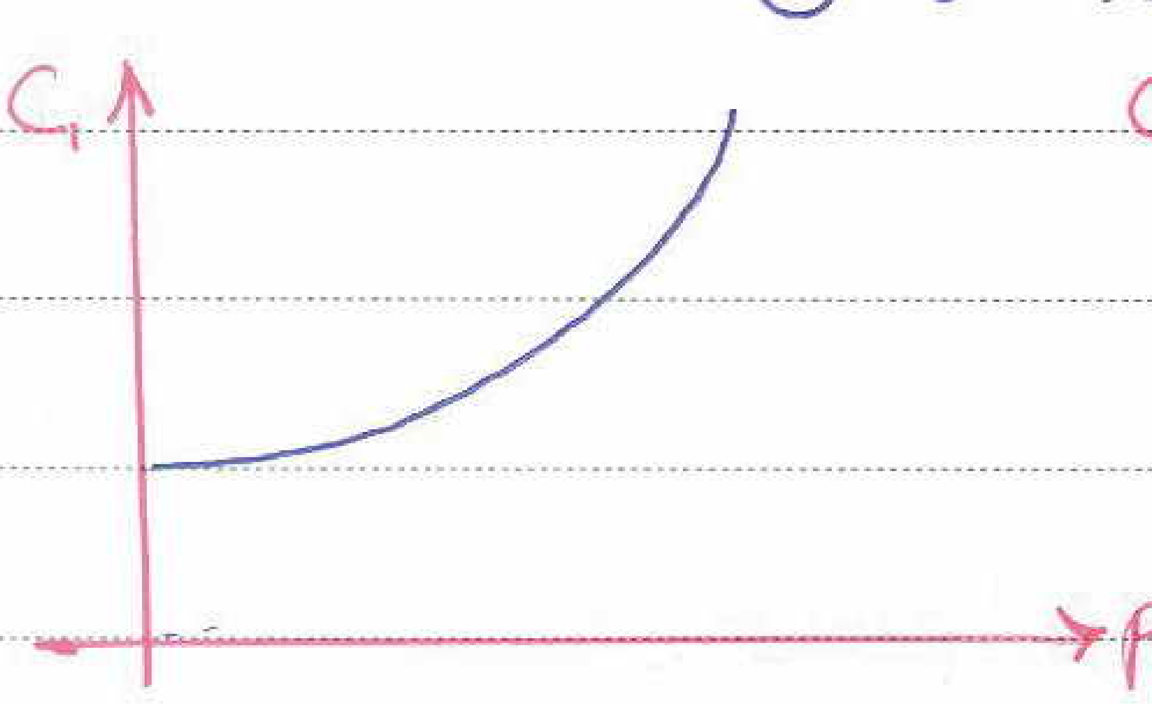
انرژی حرارتی ← انرژی الکتریکی

MBtu/h — MW

ریال/h , \$/h

P_G	P_{G1}	P_{G2}	.....	P_{Gn}
C	C_1	C_2	.....	C_n

علاوه بر هزینه حرارتی فوق هزینه‌ای ثابت نیز وجود دارد که برای تعمیرات ، پرسنل و ..... صرف می شود



به منحنی مقابل تابع هزینه می گوییم $C = C_i(P_{Gi})$

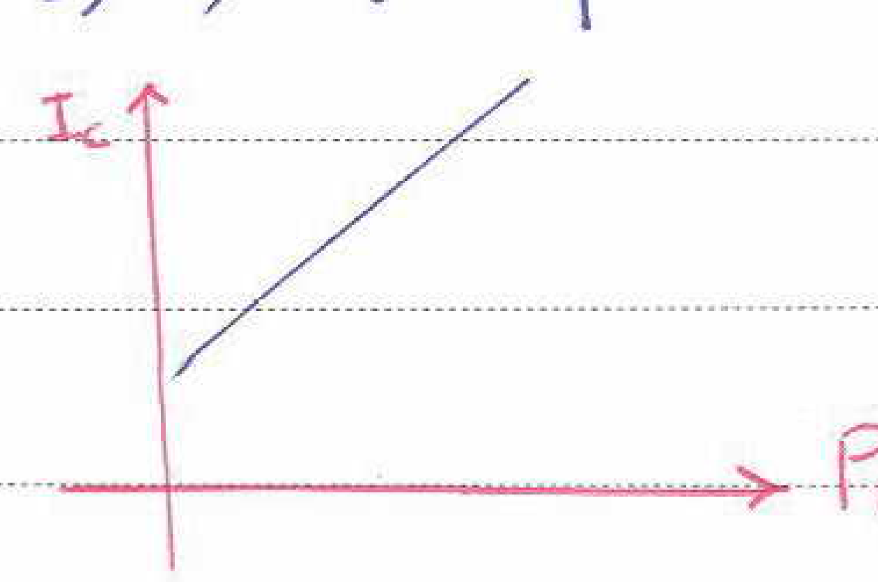
می توان با به دست آوردن تجربی مقادیر جدول منحنی را با تابع $C_i = \alpha_i + \beta_i P_{Gi} + \gamma_i P_{Gi}^2$ بدست آورد.

α_i و β_i ، γ_i مقادیر ثابت هستند

می خواهیم توزیع به گونه ای باشد تا C_i حداقل گردد.

در اینجا تابع دیگری با نام نمو هزینه Incremental cost تعریف می شود که نشان می دهد اگر نیروگاه بخواهد ۱ واحد به توان خود اضافه یا کم کند چه مقدار هزینه‌اش زیاد یا کم می شود این تابع را با I_c و یا λ نشان می دهیم

$$(I_c)_i = \frac{dC_i}{dP_{Gi}} \qquad \frac{ریال}{Mwh} \qquad \frac{\$}{Mwh}$$



$$(I_c)_i = \beta_i + 2\gamma_i P_{Gi}$$

Subject:
Year. Month. Date. ( )

الف) از تلفات بشکلی صرف نظر می شود.

(هزینه کل) $C = C_1 + C_2 + \dots + C_m$

$\Rightarrow C = C_1(P_{G1}) + C_2(P_{G2}) + \dots + C_m(P_{Gm}) = \sum_{i=1}^{m} C_i(P_{Gi}) = C(P_{G1}, P_{G2}, \dots, P_{Gm})$

m تعداد نیروگاه‌ها می باشند.

حال می خواهیم: $dC = 0 \Rightarrow \sum_{i=1}^{m} \frac{\partial C}{\partial P_{Gi}} dP_{Gi} = 0$

شرط‌های برقرار: $P_{G1} + \dots + P_{Gm} = P_D \Rightarrow \sum_{i=1}^{m} P_{Gi} = P_D$ * $\quad P_{Gi}^{min} \leq P_{Gi} \leq P_{Gi}^{max}$

هزینه ثابت در منحنی هزینه لحاظ نشده است.

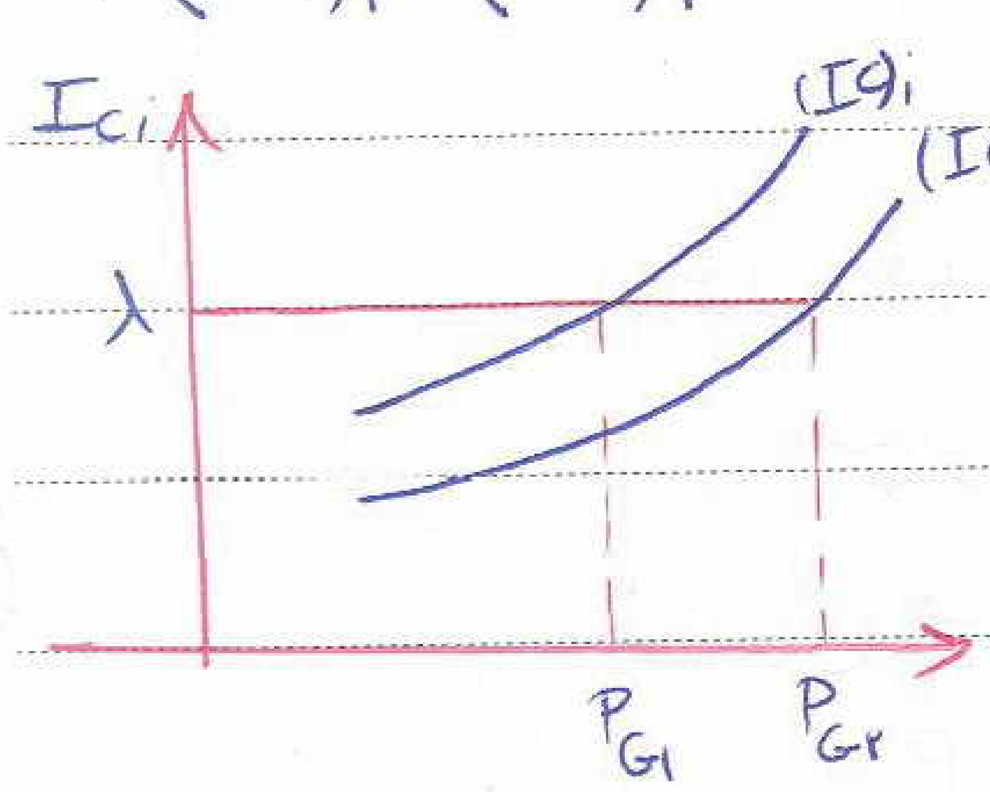
$* \xrightarrow{\text{مشتق می گیریم}} \sum_{i=1}^{m} dP_{Gi} = 0$

$$\sum_{i=1}^{m} \left(\frac{\partial C}{\partial P_{Gi}} - \lambda \right) dP_{Gi} = 0$$

اگر شرط فوق برقرار باشد هر دو شرط * و ** برقرار خواهد بود.

$$\Rightarrow \lambda = \frac{\partial C}{\partial P_{Gi}} = \frac{\partial C_i}{\partial P_{Gi}} \Rightarrow \lambda = \frac{\partial C_1}{\partial P_{G1}} = \frac{\partial C_2}{\partial P_{G2}} = \dots = \frac{\partial C_m}{\partial P_{Gm}}$$

$$\Rightarrow (I_c)_1 = (I_c)_2 = \dots = (I_c)_m = \lambda$$



از نمودار می فهمیم نمودار نیروگاه ۱ بالاتر بوده، هزینه برق آن گرانتر است. نقطه‌ی بهینه نقطه‌ای است که در آن Incremental Cost ها با هم برابر می شوند

حال شرط معادله را بررسی می کنیم اگر شرایط نامعادله نقض شده بود خود را به حد آن محدود می کنیم

مثال:

۲ واحد نیروگاهی نمو هزینه‌های به صورت مقابل هستند.

$$(IC)_1 = \frac{dC_1}{dP_1} = 0.0080\, P_1 + 8 \ \frac{\$}{MWh} \qquad 100^{MW} \leq P_1 \leq 625^{MW}$$

$$(IC)_2 = \frac{dC_2}{dP_2} = 0.0096\, P_2 + 6.4 \ \frac{\$}{MWh} \qquad 100^{MW} \leq P_2 \leq 625^{MW}$$

توزیع اقتصادی برای توان‌های مصرفی 300^{MW} ، 900^{MW} و 1250^{MW} را انجام دهید.

$$(IC_1) = (IC_2) = \lambda$$

$$\left.\begin{array}{l} 0.0080 P_1 + 8 = 0.0096 P_2 + 6.4 \\ P_1 + P_2 = 300^{MW} \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{cases} P_1 = 73^{MW} \\ P_2 = 227^{MW} \end{cases}$$

حال چک می‌کنیم که آیا شرط نامعادله‌ای برقرار است یا خیر.

شرط نامعادله برقرار نیست $\longrightarrow \ \Rightarrow \begin{cases} P_1 = 100^{MW} \\ P_2 = 200^{MW} \end{cases}$

برای حالات دیگر نیز از همین روش استفاده می‌کنیم $\longrightarrow (IC)_1\big|_{P_1=400} = 11.2 = \lambda$

حالت دوم $\Rightarrow \begin{cases} P_1 = 400 \\ P_2 = 500 \end{cases} \Rightarrow$ شرایط نامعادله نیز برقرار است پس جواب‌های مقابل هم نهایی و هم بهینه‌اند

$\longrightarrow (IC)_2\big|_{P_2=500} = 11.2 = \lambda$

حالت سوم $\Rightarrow \begin{cases} P_1 = 590 \\ P_2 = 660 \end{cases} \xrightarrow[\text{نیست}]{\text{نامعادله برقرار}}$ جواب نهایی $\begin{cases} P_1 = 625 \\ P_2 = 625 \end{cases}$

$P_D = 900^{MW} \Rightarrow \begin{cases} P_1 = 400^{MW} \\ P_2 = 500^{MW} \end{cases}$ می‌خواهیم ببینیم اگر ۹۰۰ مگاوات را به جای روش مقابل به صورت نصف بین دو نیروگاه تقسیم می‌کردیم هزینه‌ها چه تغییری می‌کرد.

_ با این کار هزینه افزایش پیدا می‌کند

_ مقدار افزایش هزینه در یک سال

$$\left.\begin{array}{l} \Delta C_1 = \displaystyle\int_{400}^{450} (0.008\, P_1 + 8)\, dP_1 = 570 \ \frac{\$}{h} \ \text{افزایش هزینه} \\ \Delta C_2 = \displaystyle\int_{500}^{450} (0.0096\, P_2 + 6.4)\, dP_2 = 548 \ \frac{\$}{h} \ \text{کاهش هزینه} \end{array}\right\} \Rightarrow \Delta C = 22 \ \frac{\$}{h} \ \text{افزایش هزینه}$$

$$\Longrightarrow \Delta C = 22 \times 24 \times 365 = 192720 \ \frac{\$}{Year}$$

ب) از تلفات صرف نظر نمی‌شود.

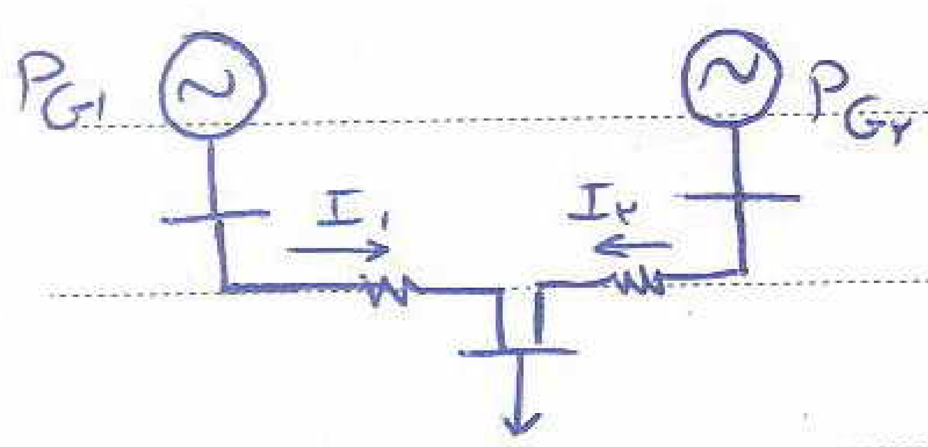
$$\sum_{i=1}^{m} \frac{\partial C}{\partial P_{G_i}}\, dP_{G_i} = 0 \quad *$$

اگر توان‌ها تغییر کنند آنگاه تلفات نیز عوض می‌شود اما P_D ثابت است

ثابت   تابعی از P_{G_i} ها

$$\sum_{i=1}^{m} P_{G_i} = P_D + P_L$$

در شکل ساده مقابل با تغییر هر کدام از P_{G_i} ها، I_i ها تغییر کرده و در نتیجه تلفات عوض می‌شوند.



$$\sum_{i=1}^{m} dP_{G_i} = dP_L \Rightarrow \sum_{i=1}^{m} dP_{G_i} - \sum_{i=1}^{m} \frac{\partial P_L}{\partial P_{G_i}}\, dP_{G_i} = 0 \Rightarrow \sum_{i=1}^{m} \left(1 - \frac{\partial P_L}{\partial P_{G_i}}\right) dP_{G_i} = 0 \quad *$$

حال رابطه * را در λ ضرب کرده و از ** کم می‌کنیم.

$$\Longrightarrow \sum_{i=1}^{m} \left[\frac{\partial C_i}{\partial P_{G_i}} + \left(\frac{\partial P_L}{\partial P_{G_i}} - 1\right) \lambda \right] dP_{G_i} = 0$$

اگر رابطه فوق صفر بشود آنگاه هم شرط معادله‌ای برقرار است و هم شرط بهینه بودن.

$$\Longrightarrow \lambda = \frac{\frac{\partial C_i}{\partial P_{G_i}}}{1 - \frac{\partial P_L}{\partial P_{G_i}}} = \frac{(IC)_i}{1-(ITL)_i} \quad \forall i$$

λ ← عدد ثابت ضریب لاگرانژ

$$L_i = \frac{1}{1-(ITL)_i}$$ ← ضریب جریمه (Penalty factor)

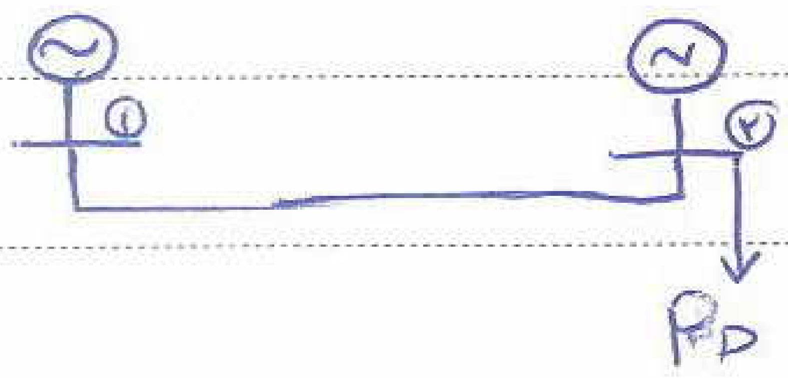
$$\Rightarrow \lambda = L_i (IC)_i \;, \quad \forall i$$

$$\Rightarrow L_1(IC)_1 = L_2(IC)_2 = \dots = L_m(IC)_m = \lambda$$

Incremental Transmission Lost $(ITL)_i = \frac{\partial P_L}{\partial P_{G_i}}$ نمو تلفات نیروگاه i ام

ITL	IC	L	λ

مثال: دو نیروگاه از طریق یک خط انتقال مطابق شکل با یکدیگر وصل شده اند. بار مصرفی در باس شماره ۲ قرار دارد وقتی توان 200^{MW} از نیروگاه ۱ به ۲ انتقال می یابد 16^{MW} تلفات شبکه داریم. اگر $\lambda = 12.5 \frac{\$}{MWh}$ و $(IC)_i$ را نیز با صورت زیر داشته باشیم، P_{G_1} و P_{G_2} را برای توزیع اقتصادی بدست آورید.



در اینجا مصرف داده نشده است بلکه λ را داده است

$$(IC)_1 = \frac{dC_1}{dP_1} = 0.01 P_1 + 8.5 \ \frac{\$}{MWh}$$

$$(IC)_2 = \frac{dC_2}{dP_2} = 0.015 P_2 + 9.5 \ \frac{\$}{MWh}$$

$$L_1 (IC)_1 = L_2 (IC)_2 = \lambda \Rightarrow \begin{cases} L_1 (IC)_1 = 12.5 \\ L_2 (IC)_2 = 12.5 \end{cases}$$

$$\left.\begin{aligned} L_1 &= \frac{1}{1-(ITL)_1}, \quad (ITL)_1 = \frac{dP_L}{dP_1} \\ L_2 &= \frac{1}{1-(ITL)_2}, \quad (ITL)_2 = \frac{dP_L}{dP_2} \end{aligned}\right\} , \quad P_L = f(P_1, P_2)$$

$$P_L = B_{11} P_1^2 + B_{22} P_2^2 + 2 B_{12} P_1 P_2$$

ضرایب B_{11}، B_{22}، B_{12} ثابت هستند

$$P = \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ \vdots \\ P_m \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & \cdots & B_{1m} \\ B_{21} & B_{22} & \cdots & B_{2m} \\ \vdots & & & \\ B_{m1} & B_{m2} & \cdots & B_{mm} \end{bmatrix} \quad P_L = P^T B P$$

چون بار روی باس ۲ است پس با تغییر توان نیروگاه ۲، تلفات عوض نمی شود ولی با تغییر P_1، تلفات عوض می شود و بنابراین در تابع P_L باید $B_{12} = B_{22} = 0$ برقرار باشد، تنها ضریب B_{11} را داریم

$$\Rightarrow P_L = f(P_1) = B_{11} P_1^2 \Rightarrow B_{11} = \frac{P_L}{P_1^2}\Bigg|_{\text{توان عبوری } 200^{MW}} = \frac{16}{200^2} = 0.0004 \ MW^{-1}$$

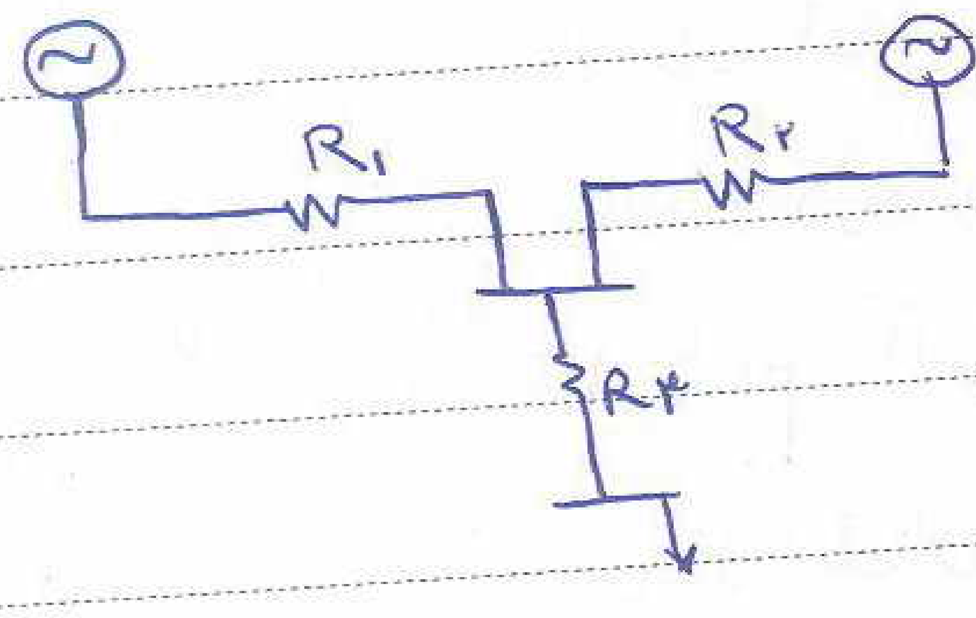
$$(ITL)_1 = \frac{dP_L}{dP_1} = 0.0008 P_1 \qquad L_1 = \frac{1}{1-0.0008 P_1}$$

$$(ITL)_2 = \frac{dP_L}{dP_2} = 0 \qquad L_2 = 1$$

$$L_1 (IC)_1 = \frac{1}{1-0.0008 P_1} (0.01 P_1 + 8.5) = 12.5 \Rightarrow \begin{cases} P_1 = 200 \\ P_2 = 200 \end{cases} \Rightarrow P_D = 200 + 200 - 16 = 384^{MW}$$

$$L_2 (IC)_2 = \qquad = 12.5$$

اگر نقطه غیر بهینه داده شود و گفته شود تغییر هزینه چقدر است باید از $(IC)_i$ از نقطه بهینه تا داده شده انتگرال گرفته و این ΔC_i ها را جبری با هم جمع کنیم.

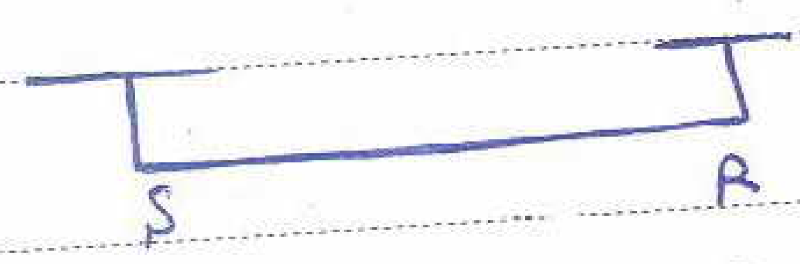


$$P_L = 3R_1|I_1|^2 + 3R_2|I_2|^2 + 3R_3|I_1+I_2|^2$$

$$P_1 = \sqrt{3}\, V_1 I_1 \cos\varphi_1 \Rightarrow I_1 = \frac{P_1}{\sqrt{3}\, V_1 \cos\varphi_1}$$

$$I_2 = \frac{P_2}{\sqrt{3}\, V_2 \cos\varphi_2}$$

$$\Rightarrow P_L = \underbrace{3R_1 \frac{P_1^2}{3 V_1^2 \cos^2\varphi_1}}_{B_{11}} + \cdots$$



$$\left.\begin{aligned} P &= \frac{V_S V_R \sin\delta}{Z_c \sin\beta l} \\ SIL &= \frac{V_n^2}{Z_c} \end{aligned}\right\} \Rightarrow P = \frac{V_S^{pu} V_L^{pu} V_n^2}{Z_c \sin\beta l}\sin\delta = \frac{V_S^{pu} V_L^{pu}}{\sin\beta l}\,\frac{V_n^2}{Z_c}\sin\delta = \frac{V_S^{pu} V_L^{pu}}{\sin\beta l}(SIL)\sin\delta$$

$$\xRightarrow{\text{توان } (SIL)} \sin\delta = \sin\beta l$$