

نیرو و حرکت - ۱

پودمان ۱-۵ قانون‌های اول و دوم نیوتون

* ۱ یک جسم $\frac{3}{0} \text{ kg}$ کیلوگرمی فقط تحت اثر دو نیروی افقی قرار می‌گیرد. یکی از نیروها $9/0 \text{ N}$ در جهت خاور و نیروی دیگر $8/0 \text{ N}$ است که تحت زاویه‌ی 67° درجه‌ی شمال محور F_2 باختری اثر می‌دهند. بزرگی شتاب جسم چقدر است؟

حل: در این مسئله فقط با نیروی افقی مواجه هستیم (گرایش هیچ نقشی بازی نمی‌کند). خاور را در جهت $+x$ و شمال را در جهت $+y$ انتخاب می‌کنیم. در نتیجه با استفاده از نمادگذاری بزرگی -

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} = \frac{(9/0 \angle 0^\circ) + (8/0 \angle 118^\circ)}{3/0} = (2/9 \angle 53^\circ)$$

بنابراین، بزرگی شتاب $2/9 \text{ m/s}^2$ است.

* ۲ دو نیروی افقی در صفحه‌ی xy ، به یک تخته ساطور $2/0 \text{ kg}$ کیلوگرمی واقع بر روی پیشخوان بی‌اصطکاک آشپزخانه وارد می‌شوند. یکی از نیروها $\vec{F}_1 = (3/0 \text{ N})\hat{i} + (4/0 \text{ N})\hat{j}$ است. شتاب وارد شده به تخته ساطور را با نمادگذاری بردارهای یک‌جهان پیدا کنید که نیروی دیگر زیر باشد

$$\begin{aligned} \vec{F}_1 + \vec{F}_2 &= (3/0 \text{ N})\hat{i} + (4/0 \text{ N})\hat{j} \\ \vec{F}_2 &= (-3/0 \text{ N})\hat{i} + (-4/0 \text{ N})\hat{j} \quad (\text{الف}) \\ \vec{F}_2 &= (-3/0 \text{ N})\hat{i} + (4/0 \text{ N})\hat{j} \quad (\text{ب}) \\ \vec{F}_2 &= (3/0 \text{ N})\hat{i} + (-4/0 \text{ N})\hat{j} \quad (\text{پ}) \end{aligned}$$

حل: از قانون دوم نیوتون (معادله‌ی ۵-۱ یا معادله‌ی ۵-۲) استفاده می‌کنیم. نیروی برآیند وارد بر ساطور، $\vec{F}_{\text{net}} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$ است، که جمع برداری را با استفاده از نمادگذاری بردار یک‌جهان می‌دهیم. شتاب ساطور از رابطه‌ی $\vec{a} = (\vec{F}_1 + \vec{F}_2) / m$ به دست می‌آید.

(الف) در حالت اول داریم

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = [(3/0 \text{ N})\hat{i} + (4/0 \text{ N})\hat{j}] + [(-3/0 \text{ N})\hat{i} + (-4/0 \text{ N})\hat{j}] = 0$$

در نتیجه شتاب $\vec{a} = 0$ است.

(ب) در حالت دوم، شتاب $\vec{a}$ برابر است با

$$\vec{a} = \frac{[(3/0 \text{ N})\hat{i} + (4/0 \text{ N})\hat{j}] + [(4/0 \text{ N})\hat{i} + (3/0 \text{ N})\hat{j}]}{2/0 \text{ kg}} = 2/0 \text{ m/s}^2 \hat{j}$$

(پ) در حالت نهایی، شتاب $\vec{a}$ برابر است با

$$\vec{a} = \frac{[(3/0 \text{ N})\hat{i} + (4/0 \text{ N})\hat{j}] + [(4/0 \text{ N})\hat{i} + (3/0 \text{ N})\hat{j}]}{2/0 \text{ kg}} = 2/0 \text{ m/s}^2 \hat{i}$$

* ۳ اگر جرم 1 kg استاندارد تحت زاویه‌ی 20° درجه نسبت به

محور x مثبت با شتاب $2/00 \text{ m/s}^2$ حرکت کند، (الف)

مؤلفه‌ی x و (ب) مؤلفه‌ی y ، نیروی برآیند وارد شده به آن، و

(پ) نیروی برآیند به صورت نمادگذاری بردارهای یک‌جهان چیست؟

حل: از قانون دوم نیوتون (به ویژه معادله‌ی ۵-۲) استفاده می‌کنیم.

(الف) مؤلفه‌ی x نیرو را پیدا می‌کنیم:

$$F_x = m a_x = m a \cos 20^\circ$$

$$= (1/00 \text{ kg})(2/00 \text{ m/s}^2) \cos 20^\circ = 1/88 \text{ N}$$

(ب) مؤلفه‌ی y نیرو برابر است با

$$F_y = m a_y = m a \sin 20^\circ$$

$$= (1/0 \text{ kg})(2/00 \text{ m/s}^2) \sin 20^\circ = 0/684 \text{ N}$$

(پ) بردار نیرو بر حسب نمادگذاری بردارهای یک‌جهان عبارت است از

$$\vec{F} = F_x \hat{i} + F_y \hat{j} = (1/88 \text{ N})\hat{i} + (0/684 \text{ N})\hat{j}$$

** ۴ هرگاه به ذره‌ای دو نیرو وارد شود، ذره با سرعت ثابت

$$\vec{v} = (3 \text{ m/s})\hat{i} - (4 \text{ m/s})\hat{j}$$

$$\vec{F}_1 = (2 \text{ N})\hat{i} + (-6 \text{ N})\hat{j}$$

باشد، نیروی دیگر چیست؟

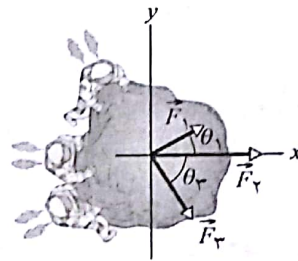
حل: چون $\vec{v}$ ثابت است، لذا $\vec{a} = 0$ و داریم

$$\vec{F}_{\text{net}} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = m\vec{a} = 0$$

بنابراین، نیروی دیگر باید برابر باشد با

$$\vec{F}_1 = -\vec{F}_2 = (-2 \text{ N})\hat{i} + (6 \text{ N})\hat{j}$$

۵ *** سه فضا‌نورد با موتورهای موشکی به پشت بسته‌ی خود، به‌پیش رانده می‌شوند. این فضا‌نوردان با نیروهای $F_1 = 32 \text{ N}$ ، $F_2 = 55 \text{ N}$ و $F_3 = 41 \text{ N}$ و $\theta_1 = 30^\circ$ و $\theta_3 = 60^\circ$ ، مطابق شکل ۵-۲۹، سیارکی به جرم 120 kg را به سمت یک پایگاه پردازش در فضا هدایت می‌کنند. شتاب این سیارک (الف) به صورت نمادگذاری بردارهای یک‌ه و (ب) بزرگی و (پ) جهت نسبت به محور x مثبت چیست؟



شکل ۵-۲۹ مسئله ۵.

حل: نیروی برایند وارد شده به سیارک $\vec{F}_{\text{net}} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3$ است که در آن جمع برداری با نمادگذاری بردارهای یک‌ه صورت می‌گیرد. شتاب وارد شده به سیارک برابر است با

$$\vec{a} = (\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3) / m$$

(الف) نیروی وارد شده توسط سه فضا‌نورد را به صورت زیر می‌نویسیم

$$\vec{F}_1 = (32 \text{ N})(\cos 30^\circ \hat{i} + \sin 30^\circ \hat{j}) = (27.7 \text{ N})\hat{i} + (16 \text{ N})\hat{j}$$

$$\vec{F}_2 = (55 \text{ N})(\cos 0^\circ \hat{i} + \sin 0^\circ \hat{j}) = (55 \text{ N})\hat{i}$$

$$\vec{F}_3 = (41 \text{ N})(\cos(-60^\circ) \hat{i} + \sin(-60^\circ) \hat{j})$$

$$= (20.5 \text{ N})\hat{i} - (35.5 \text{ N})\hat{j}$$

پس، شتاب برایند داده شده به سیارکی با جرم $m = 120 \text{ kg}$ برابر است با

$$\vec{a} = \frac{(27.7\hat{i} + 16\hat{j}) \text{ N} + (55\hat{i}) \text{ N} + (20.5\hat{i} - 35.5\hat{j}) \text{ N}}{120 \text{ kg}}$$

$$= (0.86 \text{ m/s}^2)\hat{i} - (0.16 \text{ m/s}^2)\hat{j}$$

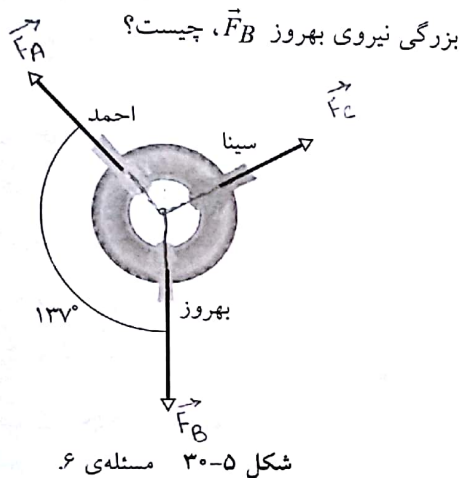
(ب) بزرگی بردار شتاب برابر است با

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{(0.86 \text{ m/s}^2)^2 + (-0.16 \text{ m/s}^2)^2} = 0.88 \text{ m/s}^2$$

(پ) بردار $\vec{a}$ با محور x زاویه‌ی θ تشکیل می‌دهد:

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{a_y}{a_x}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{-0.16 \text{ m/s}^2}{0.86 \text{ m/s}^2}\right) = -11^\circ$$

۶ *** در یک مسابقه‌ی طناب کشی، احمد، بهروز و سینا، یک لاستیک خودرو را به طور افقی تحت زاویه‌های نشان داده شده در نمای از بالا در شکل ۵-۳۰، می‌کشند. با وجود وارد شدن این سه نیروی لاستیک ساکن می‌ماند. احمد با نیروی $\vec{F}_A$ به بزرگی 250 N و سینا با نیروی $\vec{F}_C$ به بزرگی 170 N لاستیک را می‌کشند. توجه کنید که جهت $\vec{F}_C$ مشخص نشده است.



شکل ۵-۳۰ مسئله ۶.

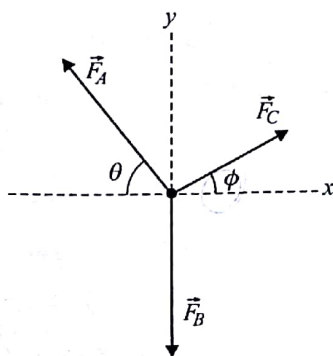
حل: چون لاستیک ساکن می‌ماند، بر طبق قانون نیوتون، نیروی برایند وارد شده به آن باید صفر باشد:

$$\vec{F}_{\text{net}} = \vec{F}_A + \vec{F}_B + \vec{F}_C = m\vec{a} = 0$$

با توجه به نمودار جسم - آزاد نشان داده شده در زیر، داریم

$$0 = \sum F_{\text{net},x} = F_C \cos \phi - F_A \cos \theta$$

$$0 = \sum F_{\text{net},y} = F_A \sin \theta + F_C \sin \phi - F_B$$



(پ) زاویه‌ای که $\vec{F}_y$ با محور x مثبت تشکیل می‌دهد از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید

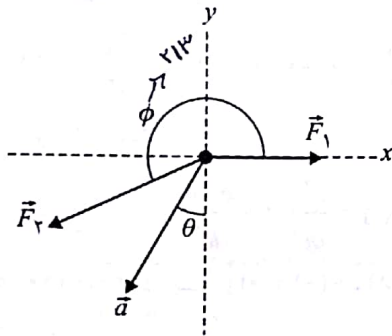
$$\tan \phi = \left(\frac{F_{yx}}{F_{xy}} \right) = \frac{-20/8 \text{ N}}{-32/0 \text{ N}} = 0/656$$

بنابراین، زاویه‌ی $33/0^\circ$ یا $213^\circ = 180^\circ + 33/0^\circ$ است. چون هر دو مؤلفه‌ی x و y منفی هستند، نتیجه‌ی درست $\phi = 213^\circ$ نسبت به محور x است. پاسخ دیگر $-147^\circ = 360^\circ - 213^\circ$ است.

این نتیجه در شکل زیر رسم شده است. محاسبه نشان می‌دهد که

$$\begin{aligned} \vec{F}_{\text{net}} &= \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = (20/0 \text{ N})\hat{i} + [(-32/0 \text{ N})\hat{i} - (20/8 \text{ N})\hat{j}] \\ &= (-12/0 \text{ N})\hat{i} - (20/8 \text{ N})\hat{j} \end{aligned}$$

این نیرو در همان جهت شتاب $\vec{a}$ قرار دارد.



۸ *** یک جسم 2 kg کیلوگرمی تحت تأثیر سه نیرو دارای شتاب

$$\vec{a} = (-8/00 \text{ m/s}^2)\hat{i} + (6/00 \text{ m/s}^2)\hat{j}$$

این نیروها به صورت $\vec{F}_1 = (30/0 \text{ N})\hat{i} + (16/0 \text{ N})\hat{j}$ و

$$\vec{F}_2 = (-12/0 \text{ N})\hat{i} + (8/00 \text{ N})\hat{j}$$

می‌دانیم که $m\vec{a} = (-16 \text{ N})\hat{i} + (12 \text{ N})\hat{j}$ با توجه به

نیروهایی که در صورت مسئله داده شده است، با استفاده از قانون

دوم نیوتون می‌توانیم نیروی سوم را به دست آوریم:

$$\begin{aligned} \vec{F}_3 &= m\vec{a} - \vec{F}_1 - \vec{F}_2 \\ &= -34 \text{ N}\hat{i} - 12 \text{ N}\hat{j} \end{aligned}$$

۹ *** یک جسم $2/340 \text{ kg}$ کیلوگرمی در صفحه‌ی xy طبق معادله‌های

$$x(t) = -15/00 + 2/00t - 4/00t^2$$

و

$$y(t) = 25/00 + 7/00t - 9/00t^2$$

حرکت می‌کند. در این معادله x و y بر حسب متر و t

بر حسب ثانیه است. در زمان $t = 0/700 \text{ s}$ ، (الف) بزرگی و

برای به دست آوردن F_B ، ابتدا ϕ را حساب می‌کنیم. به ازای

$$\begin{aligned} \cos \phi &= \frac{F_A \cos \theta}{F_C} = \frac{(23/0 \text{ N}) \cos 47/0^\circ}{17/0 \text{ N}} = 0/923 \\ \Rightarrow \phi &= 22/7^\circ \end{aligned}$$

با جانشانی این مقدار در معادله‌ی نیروی دوم، داریم

$$\begin{aligned} F_B &= F_A \sin \theta + F_C \sin \phi \\ &= (23/0 \text{ N}) \sin 47/0^\circ + (17/0 \text{ N}) \sin 22/7^\circ = 234 \text{ N} \end{aligned}$$

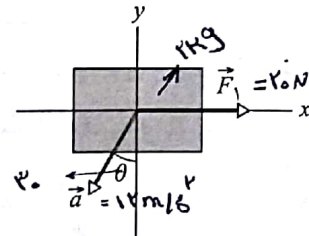
۷ *** در شکل ۵-۳۱، دو نیرو به یک جعبه‌ی $2/0 \text{ kg}$ کیلوگرمی

وارد می‌شوند، اما، در شکل فقط یکی از نیروها داده شده است.

به‌ازای $\theta = 30/0^\circ$ ، $a = 12/0 \text{ m/s}^2$ ، $F_1 = 20/0 \text{ N}$ ، نیروی

دوم را به صورت، (الف) نمادگذاری بردارهای یکه، و (ب)

بزرگی و (پ) زاویه نسبت به محور x مثبت، معین کنید.



شکل ۵-۳۱ مسئله‌ی ۷.

حل: در این مسئله دو نیرو به جعبه اثر می‌کنند و یک شتاب به آن

می‌دهند. با استفاده از قانون دوم نیوتون می‌توانیم نیروی دوم نامعلوم

را به دست آوریم. نیروها را $\vec{F}_1$ و $\vec{F}_2$ می‌نامیم. بر طبق قانون دوم

نیوتون، $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = m\vec{a}$ ، در نتیجه نیروی دوم برابر است با

$$\vec{F}_2 = m\vec{a} - \vec{F}_1$$

انتظار داریم $\vec{F}_2$ نیز در ربع سوم باشد.

(الف) بر حسب نمادگذاری بردارهای یکه، $\vec{F}_1 = (20/0 \text{ N})\hat{i}$ و

$$\begin{aligned} \vec{a} &= (-12/0 \sin 30/0^\circ \text{ m/s}^2)\hat{i} - (12/0 \cos 30/0^\circ \text{ m/s}^2)\hat{j} \\ &= (-6/00 \text{ m/s}^2)\hat{i} - (10/4 \text{ m/s}^2)\hat{j} \end{aligned}$$

بنابراین، نیروی دوم برابر است با

$$\vec{F}_2 = m\vec{a} - \vec{F}_1$$

$$\begin{aligned} &= (2/00 \text{ kg})(-6/00 \text{ m/s}^2)\hat{i} - (2/00 \text{ kg})(-10/4 \text{ m/s}^2)\hat{j} - \\ &\quad - (20/0 \text{ N})\hat{i} = (-32/0 \text{ N})\hat{i} - (20/8 \text{ N})\hat{j} \end{aligned}$$

(ب) بزرگی $\vec{F}_2$ برابر است با

$$|\vec{F}_2| = \sqrt{F_{2x}^2 + F_{2y}^2} = \sqrt{(-32/0 \text{ N})^2 + (-20/8 \text{ N})^2} = 38/2 \text{ N}$$

(ب) زاویه‌ی نیروی برآیند وارد به جسم (نسبت به جهت مثبت

محور x)، و (پ) زاویه‌ی مسیر حرکت جسم، را پیدا کنید.

حل: برای حل این مسئله توجه می‌کنیم که شتاب از مشتق دوم تابع مکان بر حسب زمان به دست می‌آید؛ شتاب یک بردار است و از مؤلفه‌هایش تعیین می‌شود. نیروی برآیند از طریق قانون دوم نیوتون به شتاب مربوط می‌شود. بنابراین، از تابع

$$x(t) = -15/0 + 2/00t + 4/00t^2$$

دو بار نسبت به زمان t دیفرانسیل می‌گیریم:

$$\frac{dx}{dt} = 2/00 - 12/0t^2, \quad \frac{d^2x}{dt^2} = -24/0t$$

به طور مشابه، از تابع $y(t) = 25/0 + 7/00t - 9/00t^2$ نیز دو بار نسبت به زمان t دیفرانسیل می‌گیریم:

$$\frac{dy}{dt} = 7/00 - 18/0t^2, \quad \frac{d^2y}{dt^2} = -18/0$$

(الف) شتاب جسم برابر است با

$\vec{a} = a_x \hat{i} + a_y \hat{j} = \frac{d^2x}{dt^2} \hat{i} + \frac{d^2y}{dt^2} \hat{j} = (-24/0t) \hat{i} + (-18/0) \hat{j}$
در لحظه‌ی $t = 0/700s$ داریم $\vec{a} = (-16/8) \hat{i} + (-18/0) \hat{j}$ و بزرگی آن برابر است با

$$a = |\vec{a}| = \sqrt{(-16/8)^2 + (-18/0)^2} = 24/6 \text{ m/s}^2$$

بنابراین، بزرگی نیرو برابر است با

$$F = ma = (0/34 \text{ kg})(24/6 \text{ m/s}^2) = 8/37 \text{ N}$$

(ب) زاویه‌ای که $\vec{F}$ یا زاویه‌ای که $\vec{a} = \vec{F}/m$ با محور x می‌سازد برابر است با

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{a_y}{a_x}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{-18/0 \text{ m/s}^2}{-16/8 \text{ m/s}^2}\right) = 47/0^\circ \text{ یا } 133^\circ$$

ما زاویه‌ی 133° را انتخاب می‌کنیم زیرا $\vec{F}$ در ربع سوم دستگاه محورها مختصات قرار دارد.

(پ) جهت حرکت جسم، جهت مماس بر مسیر است که همان جهت بردار سرعت است:

$$\vec{v}(t) = v_x \hat{i} + v_y \hat{j} = \frac{dx}{dt} \hat{i} + \frac{dy}{dt} \hat{j}$$

$$= (2/00 - 12/0t^2) \hat{i} + (7/00 - 18/0t) \hat{j}$$

در لحظه‌ی $t = 0/700s$ داریم

$$\vec{v}(t = 0/700s) = (-3/88 \text{ m/s}) \hat{i} + (-5/60 \text{ m/s}) \hat{j}$$

بنابراین، زاویه‌ی $\vec{v}$ با محور x برابر است با

$$\theta_v = \tan^{-1}\left(\frac{v_y}{v_x}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{-5/60 \text{ m/s}}{-3/88 \text{ m/s}}\right) = 5/3^\circ \text{ یا } 125^\circ$$

ما زاویه‌ی 125° را انتخاب می‌کنیم زیرا $\vec{v}$ در ربع سوم قرار دارد.

۱۰ * یک جسم $0/150$ کیلوگرمی طبق معادله‌ی

$$x(t) = -13/00 + 2/00t + 4/00t^2 - 3/00t^3$$

در طول محور x حرکت می‌کند. در این معادله x بر حسب متر و t بر حسب

ثانیه است. نیروی برآیند وارد به این جسم در زمان $t = 3/4s$

به صورت نمادگذاری بردارهای یکه، چیست؟

حل: برای حل کردن مسئله به این نکته توجه می‌کنیم که شتاب از

مشتق دوم تابع مکان به دست می‌آید، و نیروی برآیند از طریق قانون

دوم نیوتون به شتاب مربوط می‌شود. بنابراین از تابع

$$x(t) = -13/00 + 2/00t + 4/00t^2 - 3/00t^3$$

دو بار نسبت به زمان t مشتق می‌گیریم

$$\frac{dx}{dt} = 2/00 + 8/00t - 9/00t^2, \quad \frac{d^2x}{dt^2} = 8/00 - 18/0t$$

نیروی برآیند وارد بر ذره در لحظه‌ی $t = 3/4s$ برابر است با

$$F = m \frac{d^2x}{dt^2} \hat{i} = (0/150)[8/00 - 18/0(3/4)] \hat{i} \\ = (-7/98 \text{ N}) \hat{i}$$

۱۱ * جسمی به جرم $2/0 \text{ kg}$ با یک نیروی تغییرپذیر در

راستای محور x به پیش رانده می‌شود. مکان این جسم از معادله‌ی

$$x = 3/0 \text{ m} + (4/0 \text{ m/s})t + ct^2 - (2/0 \text{ m/s}^3)t^3$$

به دست می‌آید، که در آن x بر حسب متر و t بر حسب ثانیه است. ضریب

c یک مقدار ثابت است. در زمان $t = 3/0s$ ، بزرگی نیروی

وارد شده به جسم، 36 N در جهت منفی محور x است. مقدار

c چقدر است؟

حل: سرعت مشتق تابع x (نسبت به زمان) و شتاب مشتق سرعت

است. در نتیجه، $a = 2c - 3(2/0)(2/0)t$ ، که با استفاده از قانون

دوم نیوتون داریم: $F = (2/0 \text{ kg})a = 4/0c - 24t$

در لحظه‌ی $t = 3/0s$ می‌دانیم که $F = -36 \text{ N}$ است. بنابراین، از

$$-36 = 4/0c - 24(3/0) \quad c = +9/0 \text{ m/s}^2$$

حل: (الف) چون $T_3 = 9/8 \text{ N}$ ، نتیجه می‌گیریم که جرم قرص D مساوی با $1/0 \text{ kg}$ است. قرص‌های D و C با هم کشش $T_2 = 49 \text{ N}$ را ایجاد می‌کنند که در نتیجه معلوم می‌شود جرم قرص C مساوی با $4/0 \text{ kg}$ است. وزن این دو قرص و قرص B مشخص می‌کنند که $T_1 = 58/8 \text{ N}$ است و در نتیجه $m_B = 1/0 \text{ kg}$ است. وزن تمام قرص‌ها با هم 98 N داده شده است. بنابراین، جرم قرص A مساوی با $4/0 \text{ kg}$ است.

(ب) همان‌طور که در قسمت (الف) مشخص شد، $m_B = 1/0 \text{ kg}$ است.

(پ) همان‌طور که در قسمت (الف) مشخص شد، $m_C = 4/0 \text{ kg}$ است.

(ت) همان‌طور که در قسمت (الف) مشخص شد، $m_D = 1/0 \text{ kg}$ است.

۱۴ * جسمی به وزن $3/0 \text{ N}$ در روی یک سطح افقی به‌حال سکون قرار دارد. یک نخ قائم متصل به جسم نیرویی به بزرگی $1/0 \text{ N}$ به سمت بالا به جسم وارد می‌کند. (الف) بزرگی و (ب) جهت نیرویی که از سوی جسم به سطح افقی وارد می‌شود، چیست؟

حل: سه نیروی قائم به جسم وارد می‌شوند: زمین جسم را با نیروی گرانشی $3/0 \text{ N}$ به پایین می‌کشد، فنر جسم را با نیروی کشسانی $1/0 \text{ N}$ به بالا می‌کشد؛ و سطح جسم را با نیروی قائم F_N به بالا هل می‌دهد. چون کل دستگاه بی‌شتاب است، داریم

$$0 = F_N + 1/0 \text{ N} - 3/0 \text{ N}$$

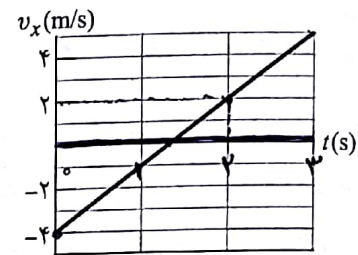
در نتیجه $F_N = 2/0 \text{ N}$ به دست می‌آید.

(الف) بر طبق قانون دوم نیوتون، نیرویی که جسم به سطح وارد می‌کند، مساوی و مخالف با نیرویی است که سطح به جسم وارد می‌کند: $2/0 \text{ N}$

(ب) جهت به طرف پایین است.

۱۵ * (الف) یک بسته کالباس به جرم $11/0 \text{ kg}$ به وسیله ریسمانی به یک نیروسنج وصل شده و نیروسنج نیز با ریسمان دیگری از سقف آویخته شده است (شکل ۳۴-۵). نیروسنج که برحسب یکاهای وزن درجه‌بندی شده است، چه عددی را نشان می‌دهد؟ (ب) در شکل ۳۴-۵ ب، بسته کالباس از طریق

۱۲ *** دو نیروی افقی $\vec{F}_1$ و $\vec{F}_2$ به یک قرص $4/0$ کیلوگرمی وارد می‌شوند و آن را روی یک سطح یخی بی‌اصطکاک واقع در دستگاه مختصات xy می‌لغزانند. نیروی $\vec{F}_1$ در جهت مثبت محور x و دارای بزرگی $7/0 \text{ N}$ است. نیروی $\vec{F}_2$ دارای بزرگی $9/0 \text{ N}$ است. شکل ۳۲-۵ مؤلفه‌ی x سرعت قرص v_x را به صورت تابعی از زمان در حین لغزیدن قرص نشان می‌دهد. زاویه‌ی میان راستاهای ثابت نیروهای $\vec{F}_1$ و $\vec{F}_2$ چیست؟



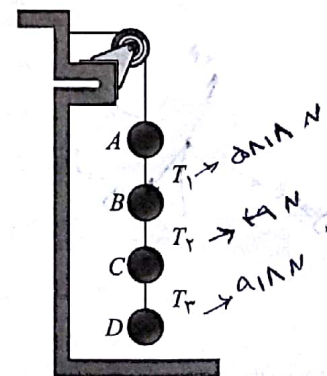
شکل ۳۲-۵ مسئله‌ی ۱۲.

$$\vec{a} = \frac{v - v_0}{t - t_0} = 3 \text{ m/s}^2$$

حل: شیب نمودار نشان می‌دهد که $a_x = 3/0 \text{ m/s}^2$ است. با استفاده از قانون دوم نیوتون برای محور x (زاویه‌ی بین F_1 و F_2 است)، داریم: $F_1 + F_2 \cos \theta = ma_x \Rightarrow \theta = 56^\circ$

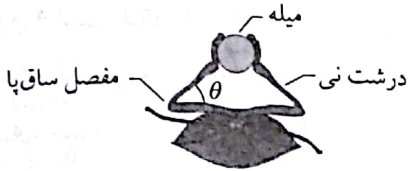
پودمان ۲-۵ معرفی برخی نیروهای خاص

۱۳ * شکل ۳۳-۵ آرایشی را نشان می‌دهد که در آن چهار قرص به وسیله ریسمان آویخته شده‌اند. بلندترین ریسمان، یعنی ریسمان بالایی از روی یک قرقره‌ی بی‌اصطکاک گذشته است و با نیرویی به بزرگی 98 N دیوار متصل به ریسمان را می‌کشد. نیروهای کشش درسه ریسمان کوتاه‌تر $T_1 = 58/8 \text{ N}$ ، $T_2 = 49/0 \text{ N}$ و $T_3 = 9/8 \text{ N}$ هستند. جرم (الف) قرص A ، (ب) قرص B ، (پ) قرص C ، و (ت) قرص D ، چیست؟



شکل ۳۳-۵ مسئله‌ی ۱۳.

نیروی کشش در هر درشت نی (بخش جلوی ساق پا) به وزن حشره چقدر است؟ (ب) اگر حشره ساق‌های پای خود را باز کند، آیا نیروی کشش در هر درشت نی افزایش می‌یابد، کاهش می‌یابد، یا ثابت می‌ماند؟



شکل ۳۵-۵ مسئله ۱۶.

حل: (الف) حشره شش پا دارد و مؤلفه‌ی قائم نیروی کشش در هر پا $T \sin \theta$ است که در آن $\theta = 40^\circ$ است. برای برقراری تعادل در راستای قائم (شتاب صفر در راستای y)، از قانون نیوتون داریم

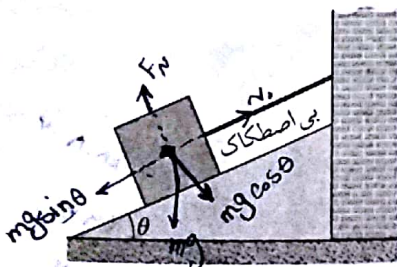
$$6T \sin \theta = mg \Rightarrow T = \frac{mg}{6 \sin \theta}$$

این نیروی کشش برحسب وزن mg حشره به دست آمده است، لذا $T / mg \approx 0.26$.

(ب) زاویه‌ی θ نسبت به افق اندازه‌گیری شده است، بنابراین وقتی حشره پاهایش را بلند می‌کند، θ افزایش می‌یابد (به 90° نزدیک‌تر می‌شود)، در نتیجه $\sin \theta$ نیز افزایش پیدا می‌کند (به ۱ نزدیک‌تر می‌شود) و نهایتاً T کاهش می‌یابد (زیرا $\sin \theta$ در مخرج قرار دارد).

پودمان ۳-۵ کاربرد قانون‌های نیوتون

* ۱۷ در شکل ۳۶-۵، جرم جسم $8/5 \text{ kg}$ و زاویه‌ی θ برابر با 30° درجه است. (الف) نیروی کشش ریسمان و (ب) نیروی عمودی وارد شده به جسم، چقدر است؟ (پ) اگر ریسمان قطع شود بزرگی شتاب حاصل برای جسم را پیدا کنید.

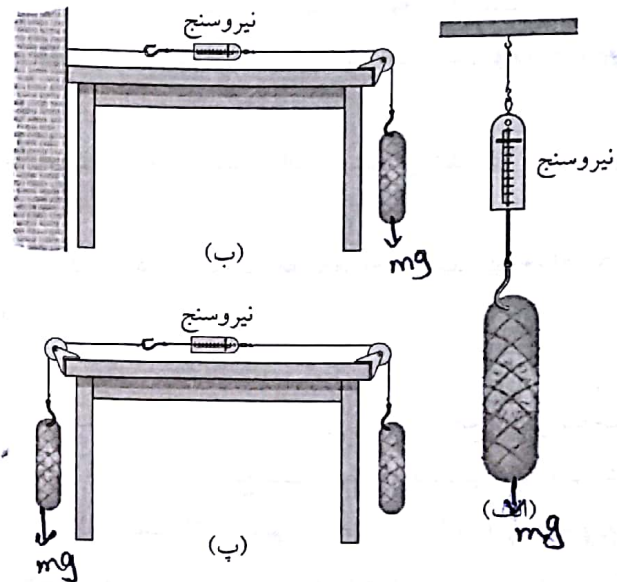


شکل ۳۶-۵ مسئله ۱۷.

حل: نمودار جسم - آزاد مسئله در زیر نشان داده شده است. چون شتاب جسم صفر است، معادلات قانون دوم نیوتون در دو راستا

۵۰۰

ریسمانی که از روی قرقره‌ای عبور کرده به نیروسنج وصل شده است. سر دیگر نیروسنج نیز با ریسمان دیگری به دیوار متصل است. در این حالت نیروسنج چه عددی را نشان می‌دهد؟ (پ) در شکل ۳۴-۵ پ، نیروسنج به جای دیوار، در طرف چپ به یک بسته‌ی کالباس $11/0$ کیلوگرمی دیگر وصل شده است و دستگاه در حال سکون قرار دارد. نیروسنج چه عددی را نشان می‌دهد؟



شکل ۳۴-۵ مسئله ۱۵.

حل: در هر سه حالت شتابی به نیروسنج وارد نمی‌شود، یعنی بزرگی نیروهایی که دو ریسمان به آن وارد می‌کنند، برابر است. نیروسنج بزرگی یکی از نیروها را نشان می‌دهد. در هر حالت، نیروی کشش ریسمان متصل به کالباس باید با بزرگی وزن کالباس مساوی باشد زیرا کالباس بدون شتاب است. بنابراین، نیروسنج مقدار mg را نشان می‌دهد که m جرم کالباس است. مقدار نیرو برابر است با

$$(11/0 \text{ kg})(9.8 \text{ m/s}^2) = 108 \text{ N}$$

** ۱۶ برخی حشره‌ها با آویزان شدن از یک میله‌ی باریک می‌توانند (مانند یک شاخه‌ی کوچک درخت) در زیر آن راه بروند. فرض کنید جرم چنین حشره‌ای m است و از یک میله‌ی افقی، مطابق شکل ۳۵-۵، تحت زاویه‌ی $\theta = 40^\circ$ آویزان است. هر شش پای این حشره تحت نیروی کشش یکسان قرار دارند و ران حشره که به بدن نزدیک است، افقی است. (الف) نسبت

برابر وزن بدنش بود، تحت زاویه‌ی رو به بالای $\theta = 30^\circ$ نسبت به افق می‌کشید. جرم او 80 kg بود و واگن‌ها را به اندازه‌ی $1/5 \text{ m}$ حرکت داد. با چشم‌پوشی از هر گونه نیروی بازدارنده‌ی ناشی از دوران چرخ‌ها، تندی واگن‌ها را در پایان کشیدن آن‌ها پیدا کنید.

حل: نمودار جسم - آزاد واگن‌ها در زیر نشان داده شده است.

نیروی که جان ماسیس به واگن‌ها وارد می‌کند برابر است با

$$F = 2/5 mg = 2/5 (80 \text{ kg})(9.8 \text{ m/s}^2) = 1960 \text{ N}$$

چون حرکت در راستای محور افقی x صورت می‌گیرد، با استفاده

از قانون دوم نیوتون داریم: $F_x = F \cos \theta = Ma_x$ که در آن M

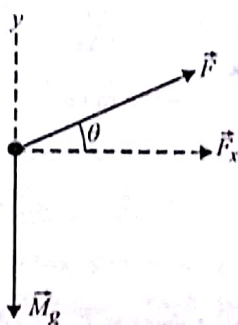
جرم کل واگن‌ها است. بنابراین، شتاب واگن‌ها برابر است با

$$a_x = \frac{F \cos \theta}{M} = \frac{(1960 \text{ N}) \cos 30^\circ}{(7.0 \times 10^5 \text{ N} / 9.8 \text{ m/s}^2)} = 0.022 \text{ m/s}^2$$

با استفاده از معادله‌ی ۲-۱۶، تندی واگن‌ها در پایان کشیدن آن‌ها برابر است با

$$v_x = \sqrt{2 a_x \Delta x} = \sqrt{2 (0.022 \text{ m/s}^2)(1/5 \text{ m})} = 0.22 \text{ m/s}$$

$$v_x = \sqrt{2 a_x \Delta x}$$



* ۱۹ یک سورتهمی موشکی 500 kg می‌تواند با یک

نیروی ثابت در مدت $1/8 \text{ s}$ از حال سکون تا تندی 1600 km/h

شتاب بگیرد. بزرگی نیروی برایند لازم چقدر است؟

حل: قانون دوم نیوتون برحسب بزرگی کمیت‌ها به صورت

$F = ma$ نوشته می‌شود که در آن F معرف $|\vec{F}_{\text{net}}|$ ، a معرف

$|\vec{a}|$ و m جرم (همیشه مثبت) است. بزرگی شتاب را با استفاده از

سینماتیک شتاب ثابت (معادلات جدول ۲-۱) می‌توان حساب کرد.

معادله‌ی $v = v_0 + at$ را برای حالتی حل می‌کنیم که سورتهمه از

حال سکون به راه می‌افتد، در نتیجه $a = v/t$ به دست می‌آید.

سرعت سورتهمه برابر است با:

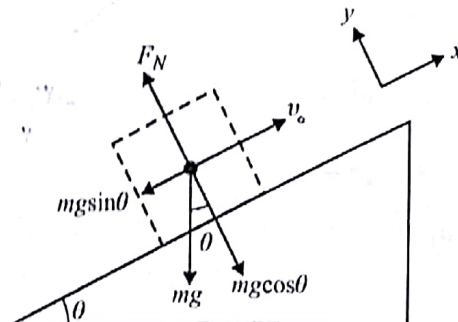
$$v = (1600 \text{ km/h})(1000 \text{ m/km})(3600 \text{ s/h}) = 444 \text{ m/s}$$

به صورت زیر نوشته می‌شوند:

$$T - mg \sin \theta = 0$$

$$F_N - mg \cos \theta = 0$$

در این جا T نیروی کشش ریسمان، و F_N نیروی عمود وارد بر جسم است.



(الف) نیروی کشش ریسمان از معادله‌ی اول به دست می‌آید:

$$T = mg \sin \theta = (80 \text{ kg})(9.8 \text{ m/s}^2) \sin 30^\circ = 420 \text{ N}$$

(ب) نیروی عمودی F_N از معادله‌ی دوم به دست می‌آید

$$F_N = mg \cos \theta = (80 \text{ kg})(9.8 \text{ m/s}^2) \cos 30^\circ = 720 \text{ N}$$

(پ) اگر ریسمان قطع شود، دیگر نیرویی به جسم وارد نمی‌کند و

جسم شتاب می‌گیرد. معادله‌ی قانون دوم نیوتون برای مؤلفه‌ی x

به صورت $-mg \sin \theta = ma$ ساده می‌شود و شتاب جسم برابر است با

$$a = -g \sin \theta = -(9.8 \text{ m/s}^2) \sin 30^\circ = -4.9 \text{ m/s}^2$$

علامت منفی نشان می‌دهد که جهت شتاب به طرف پایین سطح

شیب‌دار است. بزرگی شتاب 4.9 m/s^2 است.

توجه: نیروی عمودی F_N که به جسم وارد می‌شود باید با

$mg \cos \theta$ مساوی باشد تا جسم در تمام لحظه‌ها در تماس با سطح

شیب‌دار بماند. وقتی ریسمان قطع می‌شود، جسم دارای شتاب

$a = -g \sin \theta$ است که به ازای $\theta \rightarrow 90^\circ$ این شتاب به $-g$ میل

می‌کند.

* ۱۸ در آوریل ۱۹۷۴ جان ماسیس بلژیکی ترتیبی داد تا دو واگن

قطار مسافری را حرکت دهد. او در حالی که انتهای یک طناب

متصل به واگن‌ها را به کمک دستمالی به دندان گرفته و خود را

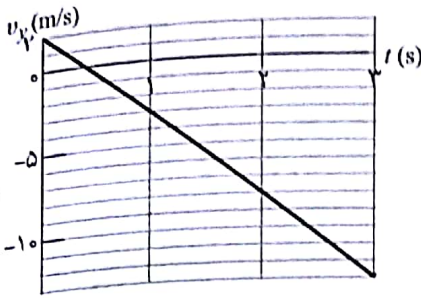
با فشار دادن به بست‌های عرضی ریل‌ها به عقب خم کرده بود،

این کار را انجام داد. وزن واگن‌ها روی هم 700 kN (در حدود

80 تن) بود. فرض کنید او واگن‌ها را با نیروی ثابتی که $F = 2/5 mg$

در نتیجه بزرگی نیروی برابری لازم به دست می آید

$$F = ma = m \frac{v}{t} = (500 \text{ kg}) \frac{444 \text{ m/s}}{1.8 \text{ s}} = 1.2 \times 10^5 \text{ N}$$



شکل ۵-۳۷ مسئله ۲۱. $\frac{-13-2}{3} = -5 \text{ m/s}^2$

حل: (الف) شیب نمودار، مؤلفه‌ی شتاب متناظر را به دست می‌دهد. در نتیجه $a_x = 3/00 \text{ m/s}^2$ و $a_y = -5/00 \text{ m/s}^2$ به دست می‌آیند. بزرگی بردار شتاب برابر است با

$$a = \sqrt{(3/00 \text{ m/s}^2)^2 + (-5/00 \text{ m/s}^2)^2} = 5/83 \text{ m/s}^2$$

نیرو از حاصل ضرب این شتاب در جرم بسته ($m = 2/00 \text{ kg}$) به دست می‌آید، که $F = ma = 11/7 \text{ N}$ است.

(ب) جهت نیرو همان جهت شتاب است:

$$\tan \theta = \frac{a_y}{a_x}$$

$$\theta = \tan^{-1} [(-5/00 \text{ m/s}^2) / (3/00 \text{ m/s}^2)] = -59/0^\circ$$

* ۲۲ در یک پارک تفریحی شخصی در اتاقکی نشسته که قرار

است با شتاب $1/24 g$ ، که در آن $g = 9/80 \text{ m/s}^2$ ، در جهت منفی محور y به سمت پایین کشیده شود. یک سکه‌ی $0/567 \text{ m}$ گرمی روی زانوی این شخص قرار دارد. شتاب این سکه در لحظه‌ی شروع حرکت، برحسب نمادگذاری بردارهای یک، (الف) نسبت به زمین و (ب) نسبت به شخص، چیست؟ (پ) چه مدت طول می‌کشد تا این سکه به سقف اتاقک در ارتفاع $2/20 \text{ m}$ بالاتر از زانوی شخص، برسد؟ برحسب نمادگذاری بردارهای یک، (ت) نیروی واقعی وارد شده به سکه و (ث) نیروی ظاهری وارد شده به سکه، برحسب شتاب سکه که شخص اندازه می‌گیرد، چیست؟

حل: (الف) سکه سقوط آزاد انجام می‌دهد. در نتیجه، شتاب آن نسبت به زمین برابر است با

$$\vec{a}_{\text{سکه}} = \vec{g} = (-9/8 \text{ m/s}^2) \hat{j}$$

(ب) چون شخص به شتاب $\vec{a} = 1/24 \vec{g} = (-12/15 \text{ m/s}^2) \hat{j}$ به طرف پایین کشیده می‌شود، شتاب سکه نسبت به شخص برابر است با

* ۲۰ خودرویی که با تندی 53 km/h در حال حرکت است، به پایه‌ی یک پل برخورد می‌کند. مسافر درون خودرو پس از پیمودن مسافت 65 cm به سمت جلو (نسبت به جاده) توسط یک کیسه‌ی هوا متوقف می‌شود. جرم مسافر 41 kg است. بزرگی نیروی وارد به بالاتنی مسافر (با فرض ثابت بودن) چقدر است؟

حل: نیروی متوقف کننده‌ی F و مسیر حرکت مسافر افقی‌اند. محور $+x$ را در جهت حرکت مسافر در نظر می‌گیریم، در نتیجه شتاب مسافر «کند کننده» منفی و نیروی متوقف کننده در جهت $-x$ است: $\vec{F} = -F \hat{i}$. با استفاده از

$$v_0 = (53 \text{ km/h})(1000 \text{ m/km})(3600 \text{ s/h}) = 14/7 \text{ m/s}$$

و $v = 0$ ، شتاب از معادله‌ی ۲-۱۶ به دست می‌آید:

$$v^2 = v_0^2 + 2a\Delta x \Rightarrow a = -\frac{v_0^2}{2\Delta x} = -\frac{(14/7 \text{ m/s})^2}{2(0/65 \text{ m})}$$

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x$$

$$= -166 \text{ m/s}^2$$

با این فرض که هیچ نیروی افقی دیگری به جز نیروی متوقف کننده

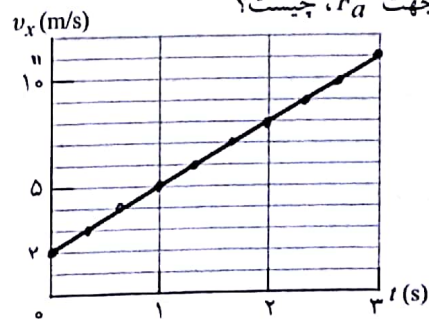
وجود ندارد، از معادله‌ی ۵-۱ داریم

$$|\vec{F}_{\text{net}}| = m|a|$$

$$F = ma \Rightarrow -F = (41 \text{ kg})(-166 \text{ m/s}^2)$$

که از آنجا $F = 6/8 \times 10^3 \text{ N}$ به دست می‌آید.

* ۲۱ نیروی افقی ثابت $\vec{F}_a$ بسته‌ای $2/00$ کیلوگرمی را بر روی یک سطح بی‌اصطکاک، که دستگاه مختصات xy بر آن رسم شده است، هل می‌دهد. شکل ۵-۳۷ نمودار مؤلفه‌های سرعت x و y این بسته را برحسب زمان نشان می‌دهد. (الف) بزرگی و (ب) جهت $\vec{F}_a$ چیست؟



$$\frac{11-2}{3} = 3 \text{ m/s}^2$$

$$\vec{F}_{\text{net}} = \vec{T} + \vec{W} = (285 \text{ N})\hat{i} + (705 \text{ N})\hat{j} - (820 \text{ N})\hat{j} \\ = (285 \text{ N})\hat{i} - (115 \text{ N})\hat{j}$$

(پ) بزرگی نیروی برآیند برابر است با

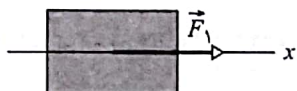
$$|\vec{F}_{\text{net}}| = \sqrt{(285)^2 + (115)^2} = 307 \text{ N}$$

(ت) زاویه‌ی نیروی برآیند نسبت به محور x مثبت، $-28/5^\circ$ یا $28/5^\circ$ زیر افق است.

(ث) چون $\vec{a} = \vec{F}_{\text{net}} / m$ که در آن $m = W / g = 83/7 \text{ kg}$ بزرگی شتاب تارزان $a = 3/67 \text{ m/s}^2$ است.

(ج) معادله‌ی ۵-۱ ایجاب می‌کند که $\vec{a} \parallel \vec{F}_{\text{net}}$ باشد، لذا زاویه نیز $-28/5^\circ$ یا $28/5^\circ$ زیر افق است.

* ۲۴ در شکل ۵-۳۸، نشان داده شده از بالا، دو نیروی افقی به جعبه‌ای $2/0$ کیلوگرمی وارد می‌شوند، اما فقط یکی از نیروها (با بزرگی $F_1 = 30 \text{ N}$) نشان داده شده است. جعبه در راستای محور x حرکت می‌کند. به ازای هر یک از مقادیر شتاب a_x جعبه که در زیر می‌آیند، نیروی دوم را به صورت نمادگذاری بردارهای یک‌پیدا کنید: (الف) 10 m/s^2 ، (ب) 20 m/s^2 ، (پ) صفر، (ت) -10 m/s^2 و (ث) -20 m/s^2 .



شکل ۵-۳۸ مسئله‌ی ۲۴.

حل: طرف راست را در جهت محور x انتخاب می‌کنیم. در نتیجه

$\vec{F}_1 = (30 \text{ N})\hat{i}$ در هر حالت، از قانون دوم نیوتون به صورت $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = m\vec{a}$ استفاده می‌کنیم که در آن $m = 2/0 \text{ kg}$ است.

(الف) اگر $\vec{a} = (+10 \text{ m/s}^2)\hat{i}$ باشد، در آن صورت از معادله‌ی بالا $\vec{F}_2 = (-10 \text{ N})\hat{i}$ به دست می‌آید.

(ب) اگر $\vec{a} = (+20 \text{ m/s}^2)\hat{i}$ باشد، در آن صورت از معادله‌ی بالا $\vec{F}_2 = (10 \text{ N})\hat{i}$ به دست می‌آید.

(پ) اگر $\vec{a} = 0$ باشد، در آن صورت از معادله‌ی بالا $\vec{F}_2 = (-30 \text{ N})\hat{i}$ به دست می‌آید.

(ت) اگر $\vec{a} = (-10 \text{ m/s}^2)\hat{i}$ باشد، در آن صورت $\vec{F}_2 = (-50 \text{ N})\hat{i}$ به دست می‌آید.

$$\vec{g} = (-9/8 \text{ m/s}^2)\hat{j}$$

$$\vec{a}_{\text{واقعی}} = \vec{a}_{\text{سکه}} - \vec{a}_{\text{شخص}} = (-9/8 \text{ m/s}^2)\hat{j} - (-12/15 \text{ m/s}^2)\hat{j} \\ = (+2/35 \text{ m/s}^2)\hat{j}$$

(ب) مدت زمانی که طول می‌کشد تا سکه به سقف اتاقک برسد برابر است با

$$t = \sqrt{\frac{2h}{a_{\text{واقعی}}}} = \sqrt{\frac{2(2/20 \text{ m})}{2/35 \text{ m/s}^2}} = 1/37 \text{ s}$$

(ت) چون گرانش تنها نیروی وارد بر سکه است، نیروی واقعی وارد بر سکه برابر است با

$$\vec{F}_{\text{سکه}} = m\vec{a}_{\text{سکه}} = m\vec{g} = (0/567 \times 10^{-3} \text{ kg})(-9/8 \text{ m/s}^2)\hat{j} \\ = (-5/56 \times 10^{-3} \text{ N})\hat{j}$$

(ث) در چارچوب شخص، سکه با شتاب ثابت به طرف بالا حرکت می‌کند. بنابراین، نیروی ظاهری وارد بر سکه برابر است با

$$\vec{F}_{\text{ظاهری}} = m\vec{a}_{\text{واقعی}} = (0/567 \times 10^{-3} \text{ kg})(+2/35 \text{ m/s}^2)\hat{j} \\ = (+1/33 \times 10^{-3} \text{ N})\hat{j}$$

* ۲۳ تارزان که 820 N وزن دارد، در لبه‌ی پرتگاهی انتهایی یک شاخه‌ی $20/0$ متری آویخته شده از یک درخت تاک بلند را تحت زاویه‌ی $22/0$ درجه نسبت به راستای قائم می‌گیرد و تاب می‌خورد. فرض کنید محور x از لبه‌ی پرتگاه به طور افقی به برون سو امتداد دارد و محور y هم از لبه‌ی پرتگاه رو به بالا در نظر گرفته شده است. بی‌درنگ پس از جدا شدن تارزان از لبه‌ی پرتگاه نیروی کشش تاک 760 N است. در این لحظه (الف) نیروی وارد به تارزان از سوی شاخه‌ی تاک به صورت نمادگذاری بردارهای یک‌پیدا و نیروی برآیند وارد به آن (ب) به صورت نمادگذاری بردارهای یک‌پیدا و به صورت (پ) بزرگی و (ت) زاویه نسبت به محور x مثبت چیست؟ (ج) زاویه‌ی شتاب تارزان، چیست؟

حل: زاویه‌ی تاک نسبت به راستای قائم $22/0$ و نسبت به راستای افقی $68/0$ است.

(الف) به ازای $T = 760 \text{ N}$ ، مؤلفه‌های آن عبارت‌اند از

$$\vec{T} = T \cos 68/0^\circ \hat{i} + T \sin 68/0^\circ \hat{j} = (285 \text{ N})\hat{i} + (705 \text{ N})\hat{j}$$

(ب) بعد از قطع شدن تماس تارزان با لبه‌ی پرتگاه، تنها نیروی وارد بر او گرانش زمین (وزن او) است. پس می‌توان نوشت

$$v^2 = v_0^2 + 2a\Delta x$$

$$a = -\frac{v_0^2}{2\Delta x} = -\frac{(2/8)^2}{2(0/11)} = -36 \text{ m/s}^2$$

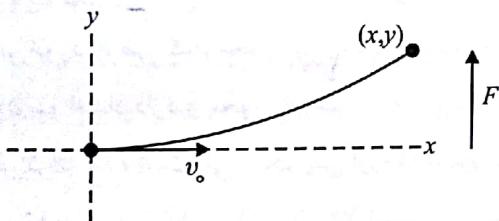
با این فرض که هیچ نیروی افقی دیگری به جز کشش نخ وجود ندارد، از معادله‌ی ۱-۵ داریم

$$\vec{T} = m\vec{a} \Rightarrow -T = (8/7 \text{ kg})(-36 \text{ m/s}^2)$$

در نتیجه مقدار $T = 3/13 \times 10^2 \text{ N}$ به دست می‌آید.

* ۲۷ الکترونی با تندی $1/2 \times 10^7 \text{ m/s}$ به طور افقی به ناحیه‌ای وارد می‌شود که در آنجا یک نیروی قائم و ثابت $4/5 \times 10^{-16} \text{ N}$ به الکترون اثر می‌کند. جرم الکترون $9/11 \times 10^{-31} \text{ kg}$ است. فاصله‌ای را که الکترون در راستای قائم در مدت پیمودن مسافت افقی، 30 mm منحرف می‌شود، حساب کنید.

حل: شکل زیر نحوه‌ی حرکت الکترون را نشان می‌دهد. شتاب الکترون قائم است و تنها نیروی وارد به آن، نیروی الکتریکی است. نیروی گرانش ناچیز است. محور x را در جهت سرعت آغازی v_0 و محور y را در جهت نیروی الکتریکی و مبداء مختصات را در مکان آغازی الکترون در نظر می‌گیریم.



چون نیرو و شتاب ثابت‌اند، از معادلات جدول ۱-۲ استفاده می‌کنیم:

$$x = v_0 t$$

$$y = \frac{1}{2} a t^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{F}{m} \right) t^2$$

مدت زمانی که طول می‌کشد تا الکترون مسافت افقی 30 mm را طی کند، $t = x / v_0$ است و میزان انحراف الکترون در جهت نیرو برابر است با

$$y = \frac{1}{2} \frac{F}{m} \left(\frac{x}{v_0} \right)^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{4/5 \times 10^{-16} \text{ N}}{9/11 \times 10^{-31} \text{ kg}} \right) \left(\frac{30 \times 10^{-3} \text{ m}}{1/2 \times 10^7 \text{ m/s}} \right)^2 = 1/5 \times 10^{-3} \text{ m}$$

توجه: چون نیروی اعمال شده ثابت است، شتاب در جهت y نیز ثابت است و مسیر یک سهمی به صورت $y \propto x^2$ است.

(ث) اگر $\vec{a} = (-20 \text{ m/s}^2)\hat{i}$ باشد، در آن صورت $\vec{F}_y = (-70 \text{ N})\hat{i}$ به دست می‌آید.

* ۲۵ فشار تابشی خورشید. «قایق خورشیدی» فضایی با یک بادبان بزرگ است که با نور خورشید رانده می‌شود. اگر چه میزان این راندن فضایی در مقیاس عادی بسیار ضعیف است، اما می‌تواند آن را بدون صرف هزینه و طی یک سفر آرام از خورشید دور کند. فرض کنید فضایی دارای جرم 900 kg و نیروی تابشی داده شده به آن 20 N است. (الف) بزرگی شتاب حاصل چقدر است؟ اگر فضایی از حال سکون به راه بیفتد، (ب) در مدت یک روز چه مسافتی را می‌پیماید، و (پ) در این حالت با چه تندی‌ای حرکت می‌کند؟

حل: (الف) شتاب برابر است با

$$a = \frac{F}{m} = \frac{20 \text{ N}}{900 \text{ kg}} = 0/022 \text{ m/s}^2$$

(ب) مسافت پیموده شده در مدت یک شبانه‌روز (86400 s)، برابر است با

$$s = \frac{1}{2} a t^2 = \frac{1}{2} (0/022 \text{ m/s}^2)(86400 \text{ s})^2 = 8/3 \times 10^7 \text{ m}$$

(پ) تندی فضایی از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید

$$v = at = (0/022 \text{ m/s}^2)(86400 \text{ s}) = 1/9 \times 10^3 \text{ m/s}$$

* ۲۶ نیروی کششی را که یک ماهیگیری در هنگام کشیدن سریع تحمل می‌کند، معمولاً «قدرت نخ» می‌نامند. کمترین قدرت نخ چقدر باید باشد تا بتواند یک ماهی به وزن 85 N را که با تندی $2/8 \text{ m/s}$ حرکت می‌کند، در طی مسافت 11 cm متوقف کند؟ شتاب کندکننده را ثابت در نظر بگیرید.

حل: در این مسئله چند فرض را برای استفاده‌ی مؤثر از اطلاعات

داده شده، در نظر می‌گیریم. فرض می‌کنیم نخ ماهیگیری و مسیر حرکت ماهی افقی است. بنابراین، وزن ماهی (از طریق معادله‌ی ۱۲-۵) فقط به صورت جرم آن ($m = W/g = 8/7 \text{ kg}$) در محاسبه وارد می‌شود. محور $(+x)$ در جهت سرعت ماهی (در حال دور شدن از ماهیگیر) است، لذا شتاب آن «شتاب کند کننده‌ی» منفی است و جهت نیروی کشش در جهت $-x$ است: $\vec{T} = -T$. از معادله‌ی ۱۶-۲ به ازای $v = 0$ استفاده می‌کنیم:

* ۲۹ یک مأمور آتش‌نشانی که 712 N وزن دارد، با شتاب 3.00 m/s^2 از یک تیر قائم به پایین می‌لغزد. (الف) بزرگی و (ب) جهت (به سمت بالا یا پایین) نیروی قائمی که از سوی تیر به مأمور وارد می‌شود و (پ) بزرگی و (ت) جهت نیروی قائمی که مأمور به تیر وارد می‌کند، چیست؟

حل: سمت بالا را در جهت $+x$ انتخاب می‌کنیم، در نتیجه $\vec{a} = (-3.00\text{ m/s}^2)\hat{j}$ (که بدون بردار یکه، آن را با a نشان می‌دهیم زیرا این مسئله یک بعدی است و برای آن از معادلات جدول ۱-۲ استفاده می‌کنیم). جرم مأمور آتش‌نشان از معادله‌ی ۵-۱۲ به صورت $m = W/g = 72.7\text{ kg}$ به دست می‌آید.

(الف) نیرویی را که تیر قائم به مأمور آتش‌نشانی وارد می‌کند با $\vec{F}_{fp} = F_{fp}\hat{j}$ نشان می‌دهیم و از معادله‌ی ۵-۱۲ استفاده می‌کنیم. چون $\vec{F}_{net} = m\vec{a}$ ، در نتیجه داریم

$$F_{fp} - F_g = ma \Rightarrow F_{fp} - 712\text{ N} = (72.7\text{ kg})(-3.00\text{ m/s}^2)$$

که از آن‌جا $F_{fp} = 494\text{ N}$ به دست می‌آید.

(ب) مثبت بودن نتیجه به این معنی است که جهت $\vec{F}_{fp}$ به طرف بالا است.

(پ) قانون سوم نیوتون نشان می‌دهد که $\vec{F}_{fp} = -\vec{F}_{pf}$ ، در نتیجه $|\vec{F}_{pf}| = 494\text{ N}$.

(ت) جهت $\vec{F}_{pf}$ به طرف پایین است.

* ۳۰ بادهای بسیار تند پیرامون یک دیوباد می‌توانند پرتابه‌هایی را به درختان، دیوارهای ساختمان‌ها، و حتی تابلوهای فلزی راهنمایی و رانندگی بکوبند. در یک شبیه‌سازی آزمایشگاهی، یک چوب خلال دندان استاندارد با یک تفنگ بادی به شاخه‌ای از درخت بلوط شلیک شد. خلال دندان 0.13 m گرم جرم داشت و تندی آن پیش از وارد شدن به شاخه‌ی درخت 22.0 m/s و عمق نفوذ آن در شاخه 15 mm بود. اگر تندی آن با آهنگ یکنواخت کاهش یافته باشد، بزرگی نیرویی که شاخه به خلال دندان وارد کرده، چقدر بوده است؟

حل: نیروی متوقف کننده $\vec{F}$ و مسیر خلال دندان افقی است. محور $+x$ در جهت حرکت خلال دندان است، لذا شتاب خلال دندان «کند کننده» منفی و نیروی متوقف کننده در جهت $-x$ است:

* ۲۸ اگر خودرویی به وزن $1.30 \times 10^4\text{ N}$ و در حال حرکت با تندی 40 km/h را ترمز کنند، پس از پیمودن 15 m متوقف می‌شود. فرض کنید نیرویی که خودرو را متوقف می‌کند ثابت است. مطلوب است تعیین (الف) بزرگی این نیرو، و (ب) زمان لازم برای متوقف شدن خودرو. اگر تندی آغازی خودرو دو برابر شود و خودرو تحت اثر همان نیروی ترمز قرار گیرد، (پ) مسافت پیموده شده تا زمان توقف، و (ت) زمان لازم برای متوقف شدن خودرو، چند برابر می‌شود؟ (این موضوع می‌تواند درسی باشد برای آگاهی از خطر رانندگی با تندی‌های بالا).

حل: نیروی متوقف کننده $\vec{F}$ و مسیر خودرو افقی هستند. در نتیجه وزن خودرو فقط (از طریق معادله‌ی ۵-۱۲) به صورت جرم آن $(m = W/g = 1327\text{ kg})$ در محاسبه وارد می‌شود. محور $+x$ در جهت سرعت خودرو است، لذا شتاب خودرو «کند کننده» منفی است و نیروی متوقف کننده در جهت $-x$ وارد می‌شود: $\vec{F} = -F\hat{i}$.

(الف) از معادله‌ی ۲-۱۶ به‌ازای $v_0 = 40(1000/3600) = 11.1\text{ m/s}$ و $v = 0$ داریم:

$$v^2 = v_0^2 + 2a\Delta x$$

$$a = -\frac{v_0^2}{2\Delta x} = -\frac{(11.1)^2}{2(15)} = -4.1\text{ m/s}^2$$

با این فرض که هیچ نیروی افقی دیگری به جز نیروی متوقف کننده وجود ندارد، از معادله‌ی ۵-۱۲ داریم

$$\vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow -F = (1327\text{ kg})(-4.1\text{ m/s}^2)$$

در نتیجه $F = 5.5 \times 10^3\text{ N}$ به دست می‌آید.

(ب) از معادله‌ی ۲-۱۱ داریم: $t = -v_0/a = 2.7\text{ s}$.

(پ) اگر نیروی F همان مقدار قبلی باشد، معلوم می‌شود که a ثابت است (چون $v = 0$). پس معادله‌ی ۲-۱۶ تناسب مستقیم بین Δx و v_0^2 را نشان می‌دهد. بنابراین، اگر v_0 دو برابر شود، Δx چهار برابر می‌شود. یعنی مسافت لازم (جدید) برای متوقف شدن خودرو، چهار برابر مسافت قبلی است.

(ت) معادله‌ی ۲-۱۱ تناسب مستقیم بین t و v_0 را نشان می‌دهد. بنابراین دو برابر شدن یکی باعث دو برابر شدن دیگری شود. یعنی مدت زمان لازم برای متوقف شدن خودرو، دو برابر مدت زمانی است که در قسمت (ب) به دست آمد.

(ب) مدت زمانی که طول می کشد تا جسم به آن نقطه برسد، برابر است با

$$t = \frac{v_0}{a} = -\frac{v_0}{-g \sin \theta} = -\frac{3.50 \text{ m/s}}{-(9.8 \text{ m/s}^2) \sin 32.0^\circ} = 0.674 \text{ s}$$

(پ) تندی برگشت به پایین سطح شیبدار با تندی آغازی رفت برابر است زیرا هیچ نیروی اتلافی در این مسئله وجود ندارد. برای اثبات این امر، می توان $x = 0$ را در معادله $x = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$ قرار داد و زمان کل t (رفت و برگشت) را پیدا کرد:

$$t = -\frac{2v_0}{a} = -\frac{2v_0}{-g \sin \theta} = -\frac{2(3.50 \text{ m/s})}{-(9.8 \text{ m/s}^2) \sin 32.0^\circ} = 1.35 \text{ s}$$

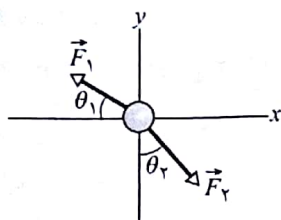
بنابراین سرعت برگشت جسم به پایین سطح شیبدار برابر است با

$$v = v_0 + at = v_0 - gt \sin \theta$$

$$= 3.50 \text{ m/s} - (9.8 \text{ m/s}^2)(1.35 \text{ s}) \sin 32^\circ = -3.50 \text{ m/s}$$

علامت منفی نشان می دهد که جهت سرعت به طرف پایین سطح شیبدار است.

*** ۳۲ شکل ۵-۳۹ یک نیمه ی لیمو به جرم 0.0250 kg و دو نیرو از سه نیروی افقی را، با دید از بالا، نشان می دهد. این نیروها در روی یک میز بی اصطکاک به لیمو وارد می شوند. نیروی $\vec{F}_1$ با بزرگی 6.00 N تحت زاویه ی $\theta_1 = 30.0^\circ$ و نیروی $\vec{F}_2$ با بزرگی 7.00 N تحت زاویه ی $\theta_2 = 30.0^\circ$ وارد می شود. نیروی سوم را به صورت نمادگذاری بردارهای یکه در حالت های زیر پیدا کنید. نیمه ی لیمو (الف) ساکن است، (ب) دارای سرعت ثابت $\vec{v} = (13.0\hat{i} - 14.0\hat{j}) \text{ m/s}$ است، و (پ) دارای سرعت متغیر $\vec{v} = (13.0t\hat{i} - 14.0t\hat{j}) \text{ m/s}$ است. که در آن t زمان است؟



شکل ۵-۳۹ مسئله ۳۲.

حل: (الف) با استفاده از نمادگذاری بزرگی - زاویه، شرط

$$\vec{F}_{\text{net}} = 0$$

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = (6.00 \angle 150^\circ) + (7.00 \angle -60^\circ) + \vec{F}_3 = 0$$

$\vec{F} = -F\hat{i}$ به ازای $v_0 = 220 \text{ m/s}$ و $v = 0$ ، شتاب را از معادله ی ۲-۱۶ به دست می آوریم:

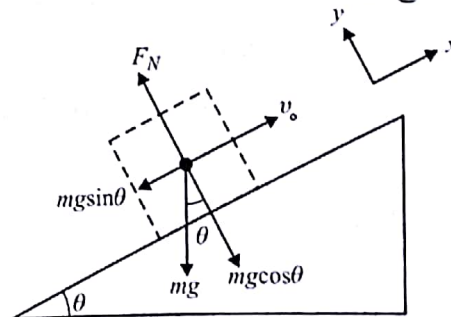
$$v^2 = v_0^2 + 2a\Delta x \Rightarrow a = -\frac{v_0^2}{2\Delta x} = -\frac{(220 \text{ m/s})^2}{2(0.015 \text{ m})} = -1.60 \times 10^6 \text{ m/s}^2$$

بنابراین، بزرگی نیروی وارد شده از شاخه به خلال دندان برابر است با

$$F = m|a| = (1.3 \times 10^{-4} \text{ kg})(1.60 \times 10^6) = 2.1 \times 10^2 \text{ N}$$

*** ۳۱ جسمی با تندی آغازی $v_0 = 3.50 \text{ m/s}$ بر روی یک سطح شیبدار بی اصطکاک به سمت بالا پرتاب می شود. زاویه ی شیب سطح برابر است با $\theta = 32.0^\circ$. (الف) جسم تا چه مسافتی بالا می رود؟ (ب) چه مدت طول می کشد تا جسم این مسافت را بپیماید؟ (پ) تندی جسم هنگام بازگشت به پایین سطح شیبدار چقدر است؟

حل: نمودار جسم - آزاد را در زیر نشان داده ایم. نیروی عمودی است که سطح شیبدار به جسم وارد می کند و mg نیروی گرانش وارد بر جسم است. جهت $+x$ را به طرف بالای سطح شیبدار، و جهت $+y$ را در جهت نیروی عمودی که سطح به جسم وارد می کند، در نظر می گیریم. پس، مؤلفه ی x قانون دوم نیوتون به صورت $mg \sin \theta = -ma$ است؛ بنابراین، شتاب جسم $a = -g \sin \theta$ است. اگر مبداء مختصات را در پایین سطح شیبدار انتخاب کنیم، معادلات سینماتیک (جدول ۲-۱) برای حرکت در راستای محور x به صورت $v^2 = v_0^2 + 2ax$ و $v = v_0 + at$ به کار می روند. جسم در بالاترین نقطه که $v = 0$ است، موقتاً متوقف می شود؛ این اتفاق بر طبق معادله ی دوم نیوتون در لحظه ی $t = -v_0/a$ رخ می دهد.



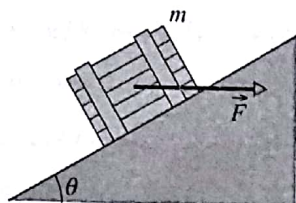
(الف) نقطه ای که جسم متوقف می شود، عبارت است از

$$x = -\frac{1}{2} \frac{v_0^2}{a} = -\frac{1}{2} \left(\frac{(3.50 \text{ m/s})^2}{-(9.8 \text{ m/s}^2) \sin 32.0^\circ} \right) = 1.18 \text{ m}$$

در نتیجه $\vec{F}_P = (170\text{ N})\hat{i} + (370\text{ N})\hat{j}$ به دست می‌آید.
(ب) ثابت بودن سرعت ایجاب می‌کند که شتاب صفر باشد، در نتیجه پاسخ نیروی سوم همان پاسخ به دست آمده در قسمت (الف) است.

(ب) در این حالت شتاب $\vec{a} = (1370\text{ m/s}^2)\hat{i} - (1470\text{ m/s}^2)\hat{j}$ است. با استفاده از $\vec{F}_{\text{net}} = m\vec{a}$ (که در آن $m = 0.25\text{ kg}$ است)، داریم

$$\vec{F}_P = (2702\text{ N})\hat{i} + (271\text{ N})\hat{j}$$



شکل ۵-۴۰ مسئله ۳۴.

حل: این نیروی افقی را به مؤلفه‌های مناسب تجزیه می‌کنیم.

(الف) از قانون دوم نیوتون برای محور x داریم

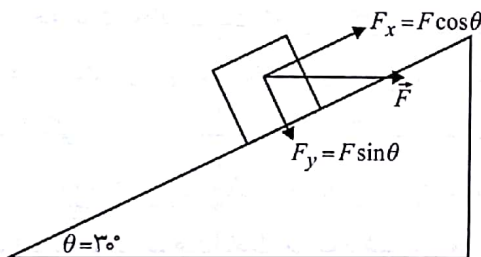
$$F \cos \theta - mg \sin \theta = ma$$

به ازای $a = 0$ ، مقدار $F = 570\text{ N}$ به دست می‌آید.

(ب) با استفاده از قانون دوم نیوتون برای محور y (که شتابی در آن‌جا وجود ندارد)، داریم

$$F_N - F \sin \theta - mg \cos \theta = 0$$

در نتیجه $F_N = 274 \times 10^3\text{ N}$ به دست می‌آید.



**** ۳۵** سرعت جسمی 3700 کیلوگرمی با رابطه‌ی

$$\vec{v} = (8700t\hat{i} + 3700t^2\hat{j})\text{ m/s}$$

برحسب ثانیه است. در لحظه‌ای که بزرگی نیروی وارد به

جسم 3570 N است، جهت (نسبت به محور x مثبت) (الف)

نیروی برآیند و (ب) جهت حرکت جسم، چیست؟

حل: بردار شتاب به صورت تابعی از زمان برابر است با

$$\begin{aligned}\vec{a} &= \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d}{dt}(8700t\hat{i} + 3700t^2\hat{j})\text{ m/s} \\ &= (8700\hat{i} + 7400t\hat{j})\text{ m/s}^2\end{aligned}$$

(الف) بزرگی نیروی وارد بر جسم برابر است با

$$\begin{aligned}F &= ma = m|\vec{a}| = (3700)\sqrt{(8700)^2 + (7400t)^2} \\ &= (3700)\sqrt{64490 + 3610t^2}\text{ N}\end{aligned}$$

**** ۳۳** آسانسوری با بار خود در مجموع 1600 kg جرم دارد. در

حالی که آسانسور با تندی رو به پایین 12 m/s حرکت می‌کند

تحت اثر یک شتاب ثابت قرار می‌گیرد و پس از پیمودن مسافت

42 m متوقف می‌شود. در این حالت نیروی کشش کابل

نگهدارنده‌ی آسانسور را پیدا کنید.

حل: نمودار جسم - آزاد در شکل زیر نشان داده شده است. T

کشش کابل و mg نیروی گرانش است. اگر جهت رو به بالا مثبت

باشد، قانون دوم نیوتون به صورت $T - mg = ma$ نوشته می‌شود،

که در آن a شتاب است.

بنابراین، کشش کابل $T = m(g + a)$ است. از سینماتیک

شتاب ثابت استفاده می‌کنیم (جدول ۲-۱) تا شتاب را پیدا کنیم (در

اینجا $v = 0$ سرعت نهایی، $v_0 = -12\text{ m/s}$ سرعت اولیه، و

$y = -42\text{ m}$ مختصه‌ی آسانسور در نقطه‌ی توقف است). بنابراین

از معادله‌ی $v^2 = v_0^2 + 2ay$ داریم:

$$a = -v_0^2 / 2y = -(-12)^2 / 2(-42) = 171\text{ m/s}^2$$

اکنون کشش کابل را حساب می‌کنیم:

$$\begin{aligned}T &= m(g + a) = (1600\text{ kg})(9.8\text{ m/s}^2 + 171\text{ m/s}^2) \\ &= 178 \times 10^4\text{ N}\end{aligned}$$



**** ۳۴** در شکل ۵-۴۰، صندوقی به جرم $m = 100\text{ kg}$ با تندی

ثابت بر روی یک شیب‌راهه‌ی بی‌اصطکاک (با زاویه‌ی شیب

پس، $F = 350 \text{ N}$ متناظر با زمان $t = 1/415 \text{ s}$ است و بردار شتاب در این لحظه به صورت زیر است

$$\vec{a} = [8/00 \hat{i} + 6/00 (1/415) \hat{j}] \text{ m/s}^2$$

$$= (8/00 \text{ m/s}^2) \hat{i} + (8/49 \text{ m/s}^2) \hat{j}$$

زاویه‌ای که شتاب $\vec{a}$ با محور x می‌سازد، برابر است با

$$\theta_a = \tan^{-1} \left(\frac{a_y}{a_x} \right) = \tan^{-1} \left(\frac{8/49 \text{ m/s}^2}{8/00 \text{ m/s}^2} \right) = 46/7^\circ$$

(ب) بردار سرعت در لحظه‌ی $t = 1/415 \text{ s}$ به صورت زیر است

$$\vec{v} = [8/00 (1/415) \hat{i} + 3/00 (1/415) \hat{j}] \text{ m/s}$$

$$= (11/3 \text{ m/s}) \hat{i} + (6/01 \text{ m/s}) \hat{j}$$

در نتیجه، زاویه‌ی $\vec{v}$ با محور x برابر است با

$$\theta_v = \tan^{-1} \left(\frac{v_y}{v_x} \right) = \tan^{-1} \left(\frac{6/01 \text{ m/s}}{11/3 \text{ m/s}} \right) = 28/0^\circ$$

*** ۳۶ اسکی‌بازی به جرم 50 kg با گرفتن یک طناب یدک‌کش که به موازات سطح پیست اسکی بی‌اصطکاک حرکت می‌کند، به بالا کشیده می‌شود. زاویه‌ی سطح نسبت به راستای افقی $8/0^\circ$ درجه است. مطلوب است تعیین بزرگی نیروی (طناب) F که طناب در حالت‌های زیر به اسکی‌باز وارد می‌کند: (الف) بزرگی سرعت اسکی‌باز v در مقدار $2/0 \text{ m/s}$ ثابت است، و (ب) سرعت $v = 2/0 \text{ m/s}$ با آهنگ $0/10 \text{ m/s}^2$ افزایش می‌یابد.

حل: (الف) ثابت بودن سرعت باعث می‌شود شتاب صفر باشد، در نتیجه نیروی «رو به بالا» باید از نظر بزرگی با نیروی «رو به پایین» برابر باشد: $T = mg \sin \theta$. بنابراین کشش طناب به‌ازای $m = 50 \text{ kg}$ و $\theta = 8/0^\circ$ ، برابر با $68/2 \text{ N}$ است. (ب) اگر شتاب رو به بالا $0/10 \text{ m/s}^2$ باشد، از قانون دوم نیوتون برای محور x ، داریم

$$T - mg \sin \theta = ma$$

$$T - (50)(9/8) \sin 8/0^\circ = (50)(0/10)$$

که از آنجا $T = 63 \text{ N}$ به دست می‌آید.

*** ۳۷ دختری به جرم 40 kg و سورت‌های به جرم $8/4 \text{ kg}$ روی سطح یخ بسته و بی‌اصطکاک دریاچه‌ای در فاصله‌ی 15 m از یکدیگر قرار دارند، اما با طنابی با جرم قابل

چشم‌پوشی به هم وصل شده‌اند. دختر یک نیروی افقی $5/2$ نیوتونی به طناب وارد می‌کند. بزرگی شتاب (الف) سورت‌های (ب) دختر، چیست؟ (پ) در چه فاصله‌ای نسبت به مکان آغازی دختر، آن دو به هم می‌رسند؟

حل: (الف) چون اصطکاک ناچیز است، نیروی دختر تنها نیروی افقی است که به سورت‌های وارد می‌شود. مجموع نیروهای قائم (نیروی گرانش و نیروی عمودی یخ) صفر است. شتاب سورت‌های برابر است با

$$a_s = \frac{F}{m_s} = \frac{5/2 \text{ N}}{8/4 \text{ kg}} = 0/62 \text{ m/s}^2$$

(ب) بر طبق قانون سوم نیوتون، نیرویی که سورت‌های به دختر وارد می‌کند، نیز $5/2 \text{ N}$ است. در نتیجه شتاب دختر برابر است با

$$a_g = \frac{F}{m_g} = \frac{5/2 \text{ N}}{40 \text{ kg}} = 0/13 \text{ m/s}^2$$

(پ) شتاب‌های سورت‌های و دختر در جهت‌های مخالف هستند. با این فرض که دختر از مبدا شروع به حرکت می‌کند و در جهت x به پیش می‌رود، مختصه‌ی او از $x_g = \frac{1}{2} a_g t^2$ به دست می‌آید. سورت‌های از $x_s = 15 \text{ m}$ شروع به حرکت می‌کند و در جهت $-x$ به پیش می‌رود. مختصه‌ی سورت‌های از رابطه‌ی $x_s = x_0 - \frac{1}{2} a_s t^2$ به دست می‌آید. وقتی دختر و سورت‌های به هم می‌رسند، داریم

$$x_g = x_s$$

$$\frac{1}{2} a_g t^2 = x_0 - \frac{1}{2} a_s t^2$$

در نتیجه زمان به هم رسیدن برابر است با

$$t = \sqrt{\frac{2x_0}{a_g + a_s}}$$

در این مدت، دختر مسافت زیر را پیموده است

$$x_g = \frac{1}{2} a_g t^2 = \frac{x_0 a_g}{a_g + a_s} = \frac{(15 \text{ m})(0/13 \text{ m/s}^2)}{0/13 \text{ m/s}^2 + 0/62 \text{ m/s}^2} = 2/6 \text{ m}$$

*** ۳۸ اسکی‌بازی به جرم 40 kg از سطح شیب‌دار بی‌اصطکاک پیست اسکی، که با راستای افقی زاویه‌ی 10° درجه می‌سازد، یک راست به سمت پایین حرکت می‌کند. فرض کنید اسکی‌باز در طول شیب در جهت منفی محور x حرکت می‌کند. در این

مطلوب است تعیین (الف) بزرگی نیروی باد و (ب) نیروی کشش نخ.

حل: در این جا پاسخ قسمت های (الف) و (ب) را با هم به دست می آوریم. نمودار جسم - آزاد مسئله در زیر رسم شده است. در این نمودار، نیروی کشش نخ، mg نیروی گرانش، و $\vec{F}$ نیروی باد است. جهت محورهای مختصات نیز مشخص شده است. چون کره بی حرکت است، نیروی برآیند وارد بر آن صفر است، معادلات مؤلفه های x و y عبارت اند از

$$T \sin \theta - F = 0$$

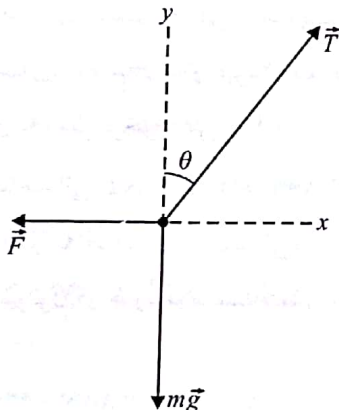
$$T \cos \theta - mg = 0$$

در این جا $\theta = 37^\circ$ است. از حل معادله ی دوم، نیروی کشش نخ به دست می آید:

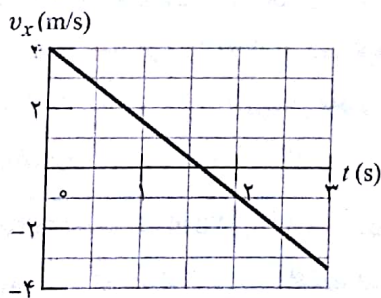
$$T = mg / \cos \theta = (3.0 \times 10^{-4} \text{ kg})(9.8 \text{ m/s}^2) / \cos 37^\circ = 3.7 \times 10^{-3} \text{ N}$$

از حل معادله ی اول، نیروی باد به دست می آید:

$$F = T \sin \theta = (3.7 \times 10^{-3} \text{ N}) \sin 37^\circ = 2.2 \times 10^{-3} \text{ N}$$



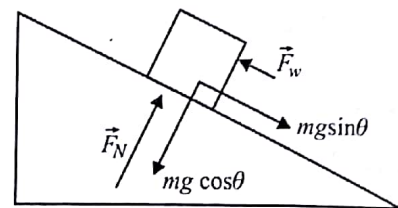
*** ۴۰ یک جعبه ی خرما به جرم 5.00 kg را بر روی شیب راهه ای بی اصطکاک با زاویه ی شیب θ نسبت به افق، به سمت بالا می لغزانیم. شکل ۴۱-۵ نمودار تغییرات v_x ، مؤلفه ی سرعت



شکل ۴۱-۵ مسئله ی ۴۰.

حالت، یک نیروی باد با مؤلفه ی F_x به اسکی باز وارد می شود. مقدار F_x در حالت های زیر چیست؟ بزرگی سرعت اسکی باز (الف) ثابت است، (ب) با آهنگ 1.0 m/s^2 افزایش می یابد، و (پ) با آهنگ 2.0 m/s^2 افزایش می یابد.

حل: اسکی باز را با m نشان می دهیم و در شکل زیر به صورت یک جسم رسم می کنیم. نیروی باد را با $\vec{F}_w$ نشان داده ایم که می تواند به «طرف بالا» یا «به طرف پایین» سطح شیب دار باشد. (در این شکل نیروی باد «به طرف بالا» رسم شده است). زاویه ی سطح شیب دار $\theta = 10^\circ$ است. جهت $+x$ به طرف پایین سطح انتخاب شده است.



(الف) ثابت بودن سرعت نشان می دهد که شتاب صفر است. در نتیجه با استفاده از قانون دوم نیوتون در راستای محور x داریم

$$mg \sin \theta - F_w = 0$$

که از آنجا $F_w = 68 \text{ N}$ («به طرف بالای سطح شیب دار») به دست می آید.

(ب) با توجه به جهت های انتخاب شده، $a = |\vec{a}| = 1.0 \text{ m/s}^2$ است. از قانون دوم نیوتون داریم

$$mg \sin \theta - F_w = ma$$

که از آنجا $F_w = 28 \text{ N}$ («به طرف بالای سطح شیب دار») به دست می آید.

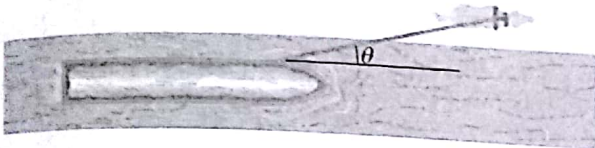
(پ) با توجه به نیروهای رسم شده در نمودار، می توان نوشت

$$mg \sin \theta - F_w = ma$$

به ازای $|\vec{a}| = 2.0 \text{ m/s}^2$ داریم $F_w = -12 \text{ N}$. معلوم می شود که باد در خلاف جهت نشان داده شده در شکل می وزد، به عبارت دیگر $F_w = 12 \text{ N}$ به طرف پایین سطح شیب دار است.

*** ۳۹ کره ای به جرم $3.0 \times 10^{-4} \text{ kg}$ به نخ آویخته شده است. باد ملایمی در حال وزیدن به طور افقی کره را به گونه ای هل می دهد که نخ با محور قائم زاویه ی ثابت 37° درجه می سازد.

*** ۴۲ در زمان‌های گذشته اسب‌ها کرجی‌ها را، مطابق شکل ۴۲-۵، در آبراه‌ها می‌کشیدند. فرض کنید اسبی طنابی را با نیروی 7900 N و تحت زاویه‌ی $\theta = 18^\circ$ نسبت به راستای حرکت کرجی می‌کشد و کرجی در جهت مثبت محور x حرکت می‌کند. جرم کرجی 9500 kg و شتاب آن 0.12 m/s^2 است. (الف) بزرگی و (ب) جهت نیروی وارد به کرجی از سوی آب نسبت به محور x مثبت چیست؟



شکل ۴۲-۵ مسئله ۴۲.

حل: جهت حرکت (جهت شتاب کرجی)، $\hat{i}$ است و جهت $\hat{j}$ را طوری انتخاب می‌کنیم که نیروی کشش $\vec{F}_h$ اسب در ربع اول دستگاه محورهای مختصات باشد. مؤلفه‌های نیروی نامعلوم آب را F_x و F_y می‌نامیم.

(الف) با استفاده از قانون دوم نیوتون برای کرجی در راستاهای x و y داریم

$$(7900\text{ N}) \cos 18^\circ + F_x = ma$$

$$(7900\text{ N}) \sin 18^\circ + F_y = 0$$

با قرار دادن $a = 0.12\text{ m/s}^2$ و $m = 9500\text{ kg}$ ، داریم $F_x = -6.4 \times 10^3\text{ N}$ و $F_y = -2.4 \times 10^3\text{ N}$. بنابراین، بزرگی نیروی آب برابر است با

$$F_{\text{آب}} = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = 6.8 \times 10^3\text{ N}$$

(ب) زاویه‌ی نیروی آب نسبت به $\hat{i}$ ، برابر است با

$$\tan^{-1}\left(\frac{F_y}{F_x}\right) = -20.6^\circ \text{ یا } 199.4^\circ$$

علامت مؤلفه‌ها نشان می‌دهد که زاویه‌ی 199.4° درست است، در نتیجه $\vec{F}_{\text{آب}}$ تحت زاویه‌ی 199.4° در جهت پادساعتگرد نسبت به راستای حرکت (محور $+x$) اثر می‌کند.

*** ۴۳ در شکل ۴۳-۵، زنجیری که پنج حلقه دارد و جرم هر حلقه 0.100 kg است، با شتاب ثابت $a = 2.50\text{ m/s}^2$ به سمت بالا کشیده می‌شود. مطلوب است تعیین بزرگی، (الف)

جعبه در راستای محور x واقع بر شیب‌راهه را بر حسب زمان t نشان می‌دهد. بزرگی نیروی عمودی وارد به جعبه از سوی شیب‌راهه چقدر است؟

حل: شتاب یک جسم (که به جز نیروی گرانش هیچ نیروی دیگری به آن وارد نمی‌شود) در روی یک سطح شیب‌دار هموار با زاویه‌ی θ ، $a = -g \sin \theta$ است. شیب نمودار داده شده در صورت مسئله $a = -2.5\text{ m/s}^2$ است. بنابراین، $\theta = 14.8^\circ$ به دست می‌آید. از نیروهای عمود بر سطح شیب‌دار (که مجموع آن‌ها باید صفر باشد) زیرا در این راستا هیچ مؤلفه‌ی شتابی وجود ندارد، $F_N = mg \cos \theta$ به دست می‌آید که در آن $m = 5.00\text{ kg}$ است. بنابراین، نیروی عمودی وارد به جعبه از سوی شیب‌راهه، 47.4 N است.

*** ۴۱ طنابی داریم که اگر نیروی کشش آن از 387 N تجاوز کند پاره می‌شود. این طناب را برای پایین فرستادن یک بسته‌ی مواد ساختمانی کهنه به وزن 449 N از ارتفاع 6.1 m مورد استفاده قرار می‌دهیم. (الف) بزرگی شتاب بسته چقدر باشد تا طناب در آستانه‌ی پاره شدن قرار گیرد؟ (ب) با این شتاب بسته با چه تندی‌ای به زمین برخورد می‌کند؟

حل: جرم مواد ساختمانی $m = (449\text{ N}) / (9.80\text{ m/s}^2) = 45.8\text{ kg}$ است و جهت $+y$ را به طرف بالا در نظر می‌گیریم. (الف) قانون دوم نیوتون در مورد مواد ساختمانی به صورت زیر نوشته می‌شود

$$T - mg = ma \Rightarrow a = \frac{387\text{ N} - 449\text{ N}}{45.8\text{ kg}}$$

که از آنجا شتاب $a = -1.4\text{ m/s}^2$ (یا $|\vec{a}| = 1.4\text{ m/s}^2$) به دست می‌آید. علامت منفی نشان می‌دهد که جهت بردار شتاب به طرف پایین است. هر شتاب رو به پایین با بزرگی بیش از این مقدار نیز قابل قبول است (زیرا باعث می‌شود مقدار نیروی کشش کمتر شود). (ب) از معادله‌ی ۱۶-۲ (که در آن به جای Δx مقدار $\Delta y = -6.1\text{ m}$ را قرار می‌دهیم) استفاده می‌کنیم. فرض می‌کنیم $v_0 = 0$ است:

$$|\vec{v}| = \sqrt{2a\Delta y} = \sqrt{2(-1.4\text{ m/s}^2)(-6.1\text{ m})} = 4.1\text{ m/s}$$

برای شتاب‌های رو به پایین بزرگ‌تر از 1.4 m/s^2 ، تندی‌های برخورد از 4.1 m/s بیشتر خواهد بود.

حلقه‌ی ۱، به طرف پایین، و نیروی $\vec{F}_{3 \rightarrow 2}$ حلقه‌ی ۳، به طرف بالا، هستند. بر طبق قانون سوم نیوتون، بزرگی $\vec{F}_{1 \rightarrow 2}$ با بزرگی $\vec{F}_{2 \rightarrow 1}$ برابر است. از قانون دوم نیوتون برای حلقه‌ی دوم داریم

$$F_{2 \rightarrow 3} - F_{1 \rightarrow 2} - m_2 g = m_2 a$$

در نتیجه داریم

$$F_{2 \rightarrow 3} = m_2(a + g) + F_{1 \rightarrow 2}$$

$$= (0.100 \text{ N})(2.50 \text{ m/s}^2 + 9.80 \text{ m/s}^2) + 1.23 \text{ N} = 2.46 \text{ N}$$

(ب) قانون دوم نیوتون، برای حلقه‌ی ۳ به صورت

$$F_{4 \rightarrow 3} - F_{2 \rightarrow 3} - m_3 g = m_3 a$$

$$F_{4 \rightarrow 3} = m_3(a + g) + F_{2 \rightarrow 3}$$

$$= (0.100 \text{ N})(2.50 \text{ m/s}^2 + 9.80 \text{ m/s}^2) + 2.46 \text{ N} = 3.69 \text{ N}$$

در این جا قانون سوم نیوتون ایجاب می‌کند که $F_{2 \rightarrow 3} = F_{3 \rightarrow 2}$

باشد (زیرا این‌ها بزرگی‌های بردارهای نیرو هستند).

(ت) قانون دوم نیوتون را برای حلقه‌ی ۴ می‌نویسیم

$$F_{5 \rightarrow 4} - F_{3 \rightarrow 4} - m_4 g = m_4 a$$

که از آن‌جا داریم:

$$F_{5 \rightarrow 4} = m_4(a + g) + F_{3 \rightarrow 4}$$

$$= (0.100 \text{ N})(2.50 \text{ m/s}^2 + 9.80 \text{ m/s}^2) + 3.69 \text{ N} = 4.92 \text{ N}$$

در این جا قانون سوم نیوتون ایجاب می‌کند که $F_{3 \rightarrow 4} = F_{4 \rightarrow 3}$ باشد.

(ث) قانون دوم نیوتون برای حلقه‌ی بالایی به صورت

$$F - F_{4 \rightarrow 5} - m_5 g = m_5 a$$

داشت

$$F = m_5(a + g) + F_{4 \rightarrow 5}$$

$$= (0.100 \text{ N})(2.50 \text{ m/s}^2 + 9.80 \text{ m/s}^2) + 4.92 \text{ N} = 6.15 \text{ N}$$

در این جا باز هم بر طبق قانون سوم نیوتون $F_{4 \rightarrow 5} = F_{5 \rightarrow 4}$ است.

(ج) جرم حلقه‌ها یکسان است ($m_1 = m_2 = m_3 = m_4 = m_5 = m$)

و شتاب آن‌ها نیز برابر است، لذا نیروی برآیند یکسانی به هر یک از آن‌ها وارد می‌شود:

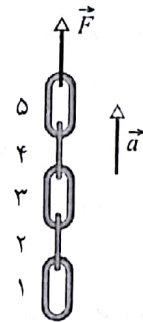
$$F_{\text{net}} = ma = (0.100 \text{ kg})(2.50 \text{ m/s}^2) = 0.250 \text{ N}$$

*** ۴۴ در درون آسانسوری که با شتاب کند کننده‌ی 2.5 m/s^2

به سمت پایین حرکت می‌کند، لامپی به وسیله‌ی سیمی از سقف

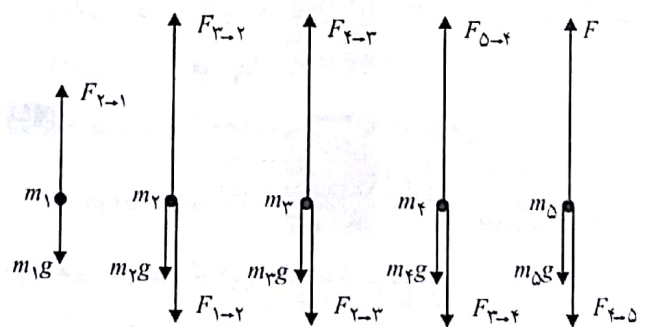
آویزان است. (الف) اگر نیروی کشش سیم 1.9 N باشد، جرم F

نیروی که حلقه‌ی ۲ به حلقه‌ی ۱ وارد می‌کند، (ب) نیرویی که حلقه‌ی ۳ به حلقه‌ی ۲ وارد می‌کند، (پ) نیرویی که حلقه‌ی ۴ به حلقه‌ی ۳ وارد می‌کند، و (ت) نیرویی که حلقه‌ی ۵ به حلقه‌ی ۴ وارد می‌کند. سپس، مطلوب است محاسبه‌ی بزرگی، (ث) نیروی $\vec{F}$ که شخص بالا برنده‌ی زنجیر به حلقه‌ی بالایی وارد می‌کند، و (ج) نیروی برآیندی که به هر حلقه‌ی زنجیر شتاب می‌دهد.



شکل ۵-۴۳ مسئله‌ی ۴۳.

حل: حلقه‌ها را از پایین به بالا شماره‌گذاری می‌کنیم. نیروهایی که به حلقه‌ی اول وارد می‌شوند، نیروی گرانش $m_1 g$ ، به طرف پایین، و نیروی $\vec{F}_{2 \rightarrow 1}$ حلقه‌ی ۲، به طرف بالا، هستند که در نمودار جسم - آزاد (بدون مقیاس) نشان داده شده‌اند. جهت مثبت را به طرف بالا در نظر گرفته‌ایم. قانون دوم نیوتون برای حلقه‌ی اول به صورت $F_{2 \rightarrow 1} - m_1 g = m_1 a$ نوشته می‌شود. معادلات مربوط به حلقه‌های دیگر نیز به همین ترتیب نوشته می‌شوند.



(الف) چون $a = 2.50 \text{ m/s}^2$ ، در نتیجه نیرویی که حلقه‌ی ۲ به حلقه‌ی ۱ وارد می‌کند از معادله‌ی $F_{2 \rightarrow 1} - m_1 g = m_1 a$ به دست می‌آید:

$$F_{2 \rightarrow 1} = m_1(a + g) = (0.100 \text{ kg})(2.50 \text{ m/s}^2 + 9.80 \text{ m/s}^2) = 1.23 \text{ N}$$

(ب) با توجه به نمودار جسم - آزاد، نیروهایی که به حلقه‌ی دوم

وارد می‌شوند، نیروی گرانش $m_2 g$ ، به طرف پایین، نیروی $\vec{F}_{1 \rightarrow 2}$

سکه‌ای را رها می‌کند. شتاب آن نسبت به اتاقک $8/00 \text{ m/s}^2$ به سمت پایین است. نیروی کشش کابل چقدر است؟
حل: فرض می‌کنیم a_{ce} «شتاب سکه نسبت به آسانسور» و a_{eg} «شتاب آسانسور نسبت به زمین» باشد، در نتیجه داریم

$$a_{ce} + a_{eg} = a_{cg} \Rightarrow -8/00 \text{ m/s}^2 + a_{eg} = -9/80 \text{ m/s}^2$$

از این جا مقدار $a = -1/80 \text{ m/s}^2$ به دست می‌آید. جهت رو به بالا را در جهت «+» مثبت در نظر می‌گیریم. بنابراین از قانون دوم نیوتون (در چارچوب مرجع «زمین») داریم $T - mg = ma_{eg}$ یا

$$T = mg + ma_{eg} = m(g + a_{eg})$$

$$= (2000 \text{ kg})(8/00 \text{ m/s}^2) = 16/00 \text{ kN}$$

۴۷ * خانوادگی زاکنی به خاطر نمایش پرتاب شدنشان از دهانه‌ی توپ با استفاده از نوارهای کشسان یا هوای فشرده، معروف‌اند. در یکی از این نمایش‌ها، امانوئل زاکنی از یک توپ شلیک شد و پس از عبور از فراز سه چرخ و فلک شهر بازی، در فاصله‌ی 69 m دورتر بر روی یک تور باز شده‌ی هم ارتفاع با نقطه‌ی پرتاب، فرود آمد. او در درون لوله‌ی توپ فاصله‌ی $5/2 \text{ m}$ را پیمود و تحت زاویه‌ی 53° درجه شلیک شد. اگر جرم او 85 kg و شتاب حرکتش درون لوله ثابت بوده باشد، بزرگی نیروی پیش‌ران او چقدر بوده است؟ (راهنمایی: این پرتاب را در راستای یک شیب‌راهه‌ی 53° درجه در نظر بگیرید و از نیروی پسا هوا چشم‌پوشی کنید).

حل: تندی پرتاب از معادله‌ی ۴-۲۶ به دست می‌آید:

$$v_0 = \sqrt{\frac{gR}{\sin 2\theta}} = \sqrt{\frac{(9/80 \text{ m/s}^2)(69 \text{ m})}{\sin 2(53^\circ)}} = 26/52 \text{ m/s}$$

مؤلفه‌های افقی و قائم این تندی عبارت‌اند از

$$v_x = v_0 \cos \theta = (26/52 \text{ m/s}) \cos 53^\circ = 15/96 \text{ m/s}$$

$$v_y = v_0 \sin \theta = (26/52 \text{ m/s}) \sin 53^\circ = 21/18 \text{ m/s}$$

چون شتاب ثابت است، می‌توانیم از معادله‌ی ۲-۱۶ برای تحلیل حرکت استفاده کنیم. مؤلفه‌ی شتاب در راستای افقی برابر است با

$$a_x = \frac{v_x^2}{2x} = \frac{(15/96 \text{ m/s})^2}{2(5/2 \text{ m}) \cos 53^\circ} = 40/7 \text{ m/s}^2$$

و مؤلفه‌ی نیرو در همان راستا برابر است با

$$F_x = ma_x = (85 \text{ kg})(40/7 \text{ m/s}^2) = 3460 \text{ N}$$

لامپ چقدر است؟ (ب) وقتی آسانسور با شتاب تند کننده‌ی $2/4 \text{ m/s}^2$ به سمت بالا حرکت می‌کند، نیروی کشش سیم چقدر است؟

حل: (الف) واژه‌ی «شتاب کند کننده» به این معنی است که بردار شتاب در خلاف جهت بردار سرعت (که مسئله گفته است به طرف پایین است) است. بنابراین (با فرض «+» به طرف بالا) شتاب برابر با $a = +2/4 \text{ m/s}^2$ است. از قانون دوم نیوتون داریم

$$\sqrt{T - mg} = ma \Rightarrow m = \frac{T^2}{g + a}$$

از این رابطه جرم برابر با $m = 7/3 \text{ kg}$ به دست می‌آید.

(ب) محاسبه‌ی بالا را (برای پیدا کردن نیروی کشش) به ازای $a = +2/4 \text{ m/s}^2$ تکرار می‌کنیم و البته باز هم $T = 93 \text{ N}$ به دست می‌آید. چون جهت سرعت در محاسبه وارد نشده است، این امر مورد انتظار است.

$$17/8 \times 1000 = 27800 \text{ N}$$

۴۵ * اتاقک آسانسوری که $27/8 \text{ kN}$ وزن دارد، به سمت بالا حرکت می‌کند. نیروی کشش کابل را در شرایطی حساب کنید که تندی اتاقک (الف) با آهنگ $1/22 \text{ m/s}^2$ در حال افزایش و

(ب) با آهنگ $1/22 \text{ m/s}^2$ در حال کاهش، باشد.

حل: (الف) جرم آسانسور $m = \frac{27800 \text{ N}}{9/8} = 2837 \text{ kg}$ و

شتاب (با فرض «+» به طرف بالا) برابر با $a = +1/22 \text{ m/s}^2$ است. (از قانون دوم نیوتون داریم

$$T - mg = ma \Rightarrow T = m(g + a)$$

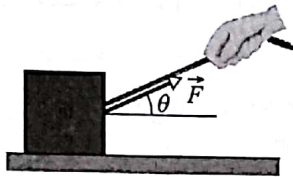
در نتیجه کشش کابل برابر است با

$$T = 3/13 \times 10^4 \text{ N}$$

(ب) واژه‌ی «شتاب کند کننده» به این معنی است که بردار شتاب در جهت مخالف بردار سرعت (مسئله گفته است به طرف بالا است) است. پس (اگر «+» به طرف بالا باشد) شتاب در این حالت $a = -1/22 \text{ m/s}^2$ است و کشش از رابطه‌ی $T = m(g + a)$ به دست می‌آید که در این حالت $T = 2/23 \times 10^4 \text{ N}$ است.

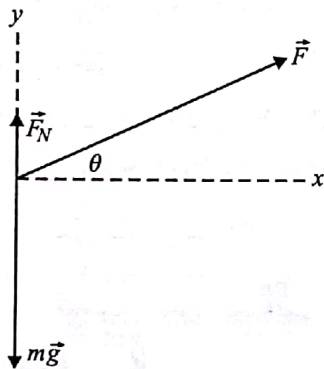
۴۶ * اتاقک آسانسوری با یک کابل به سمت بالا کشیده می‌شود. جرم اتاقک و تنها مسافر آن 2000 kg است. وقتی این مسافر

*** ۴۹ در شکل ۵-۴۵، جسمی به جرم $m = ۵/۰۰ \text{ kg}$ به وسیله ریسمانی که نیروی $F = ۱۲/۰ \text{ N}$ را تحت زاویه $\theta = ۲۵/۰^\circ$ وارد می‌کند، روی یک سطح افقی بی‌اصطکاک کشیده می‌شود. (الف) بزرگی شتاب جسم چقدر است؟ (ب) بزرگی نیروی $\vec{F}$ را به تدریج افزایش می‌دهیم. مقدار این نیرو درست پیش از بلند شدن (کامل) جسم از روی سطح چقدر است؟ (پ) بزرگی شتاب جسم درست پیش از بلند شدن (کامل) آن از روی سطح، چقدر است؟



شکل ۵-۴۵ مسئله‌های ۴۹ و ۵۰

حل: نمودار جسم - آزاد در زیر رسم شده است. $\vec{N}$ نیروی عمودی است که از سطح وارد می‌شود و $m\vec{g}$ نیروی گرانشی است.



(الف) مؤلفه x قانون دوم نیوتون $F \cos \theta = ma$ است که در آن

m جرم جسم و a مؤلفه x شتاب آن است. در نتیجه داریم

$$a = \frac{F \cos \theta}{m} = \frac{(۱۲/۰ \text{ N}) \cos ۲۵^\circ}{۵/۰۰ \text{ kg}} = ۲/۱۸ \text{ m/s}^2$$

این شتاب باعث می‌شود جسم در تماس با سطح بماند. با این فرض، مقدار N را به دست می‌آوریم (و اگر N مثبت باشد، فرض ما درست است و اگر N منفی باشد، جسم سطح را ترک می‌کند).

مؤلفه y قانون دوم نیوتون به صورت $F_N + F \sin \theta - mg = 0$ نوشته می‌شود. در نتیجه خواهیم داشت

$$F_N = mg - F \sin \theta$$

$$= (۵/۰)(۹/۸) - (۱۲/۰) \sin ۲۵^\circ = ۴۳/۹ \text{ N}$$

به همین ترتیب برای راستای قائم داریم

$$a_y = \frac{v_y^2}{2y} = \frac{(۲۱/۱۸ \text{ m/s})^2}{2(۵/۲ \text{ m}) \sin ۵۳^\circ} = ۵۴/۰ \text{ m/s}^2$$

و مؤلفه نیرو از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید

$$F_y = ma_y + mg$$

$$= (۸۵ \text{ kg})(۵۴/۰ \text{ m/s}^2 + ۹/۸۰ \text{ m/s}^2) = ۵۴۲۴ \text{ N}$$

بنابراین، بزرگی نیرو برابر است با

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = \sqrt{(۳۴۶۰ \text{ N})^2 + (۵۴۲۴ \text{ N})^2} = ۶۴۳۴ \text{ N} \approx ۶/۴ \times ۱۰^۳ \text{ N}$$

*** ۴۸ در شکل ۵-۴۴، دو اتاقک آسانسور A و B با یک کابل

کوتاه به هم وصل شده‌اند و به وسیله یک کابل متصل به

بالای اتاقک A می‌توانند به بالا و پایین کشیده شوند. جرم

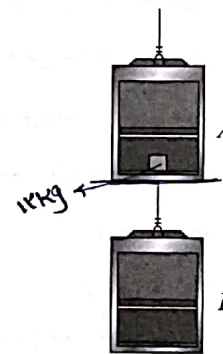
اتاقک A برابر با ۱۷۰۰ kg و جرم اتاقک B برابر با ۱۳۰۰ kg

است. در کف اتاقک A یک جعبه‌ی $۱۲/۰$ کیلوگرمی قرار

دارد. نیروی کشش در کابل وصل کننده‌ی اتاقک‌ها

است. $۱/۹۱ \times ۱۰^۴ \text{ N}$ بزرگی نیروی عمودی وارد به جعبه از

سوی کف اتاقک A چقدر است؟



شکل ۵-۴۴ مسئله‌ی ۴۸

حل: با استفاده از قانون دوم نیوتون برای اتاقک B (به جرم m)

داریم

$$a = \frac{T}{m} - g = ۵ \text{ m/s}^2$$

اکنون از همان قانون برای پیدا کردن نیروی عمودی وارد بر جعبه

(به جرم m_b) استفاده می‌کنیم:

$$F_N = m_b(g + a) = ۱۷۸ \text{ N}$$

(ب) با استفاده از معادله ۲-۱۵ (انتخاب طرف راست در جهت محور $+x$) داریم:

$$\Delta x = 0 + \frac{1}{2}at^2 = 0.19 \text{ m}$$

۵۱ شکل ۵-۴۷ دو جسم را نشان می‌دهد که به وسیله یک طناب (با جرم ناچیز) در حال گذشتن از روی یک قرقره بی‌اصطکاک (با جرم ناچیز) به هم وصل شده‌اند. این آرایش را ماشین آتوود می‌نامند. جرم یک جسم $m_1 = 1.30 \text{ kg}$ و جرم جسم دیگر $m_2 = 2.80 \text{ kg}$ است. (الف) بزرگی شتاب اجسام و (ب) نیروی کشش طناب، چقدر است؟



شکل ۵-۴۷ مسئله‌های ۵۱ و ۶۵

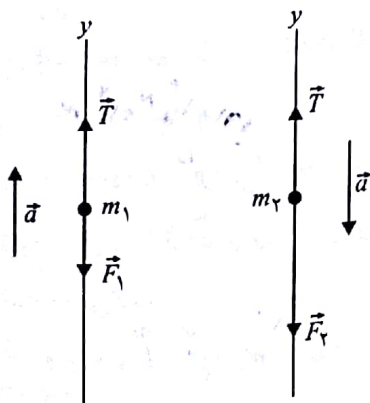
حل: نمودار جسم - آزاد جرم‌های m_1 و m_2 در زیر نشان داده شده‌اند. تنها نیروهایی که به جسم‌ها وارد می‌شوند، نیروی کشش رو به بالای T و نیروهای گرانشی رو به پایین $F_1 = m_1g$ و $F_2 = m_2g$ هستند. با استفاده از قانون دوم نیوتون داریم

$$T - m_1g = m_1a$$

$$m_2g - T = m_2a$$

بعد از حل کردن این معادله‌ها داریم

$$a = \left(\frac{m_2 - m_1}{m_2 + m_1} \right) g$$



بنابراین، جسم بر روی سطح می‌ماند و شتاب آن $a = 2.18 \text{ m/s}^2$ است.

(ب) اگر F کمترین نیرویی باشد که به ازای آن جسم از سطح جدا می‌شود، در نتیجه $F/N = 0$ خواهد بود و مؤلفه‌ی y شتاب صفر می‌شود. در این صورت مؤلفه‌ی y قانون دوم به صورت $F \sin \theta - mg = 0$ نوشته می‌شود و از آنجا خواهیم داشت

$$F = \frac{mg}{\sin \theta} = \frac{(5.00)(9.8)}{\sin 25^\circ} = 116 \text{ N}$$

(پ) شتاب هنوز در جهت x است و از معادله‌ی به دست آمده در قسمت (الف) حساب می‌شود:

$$a = \frac{F \cos \theta}{m} = \frac{116 \cos 25^\circ}{5.00} = 21.0 \text{ m/s}^2$$

۵۰ شکل ۵-۴۶، سه جعبه با طناب‌هایی به هم وصل شده‌اند و یکی از طناب‌ها از روی یک قرقره بی‌اصطکاک ناچیز در محور و جرم ناچیز عبور کرده است. جرم‌های این سه جعبه $m_A = 3.0 \text{ kg}$ ، $m_B = 4.0 \text{ kg}$ و $m_C = 1.0 \text{ kg}$ هستند. هرگاه این مجموعه را از حال سکون رها کنیم، (الف) نیروی کشش در طناب وصل‌کننده‌ی B و C چقدر است و (ب) جعبه‌ی A در 0.250 s نخست چه مسافتی را (با این فرض که به قرقره نمی‌رسد) می‌پیماید؟



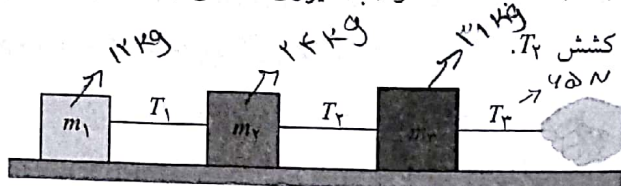
شکل ۵-۴۶ مسئله ۵۰

حل: (الف) نیروی برابری وارد بر دستگاه (به جرم کل $M = 8.0 \text{ kg}$) نیروی گرانشی وارد بر جرم آویخته شده‌ی کل ($m_{BC} = 5.0 \text{ kg}$) است. پس، بزرگی شتاب $a = (m_{BC}g)/M = 6.12 \text{ m/s}^2$ است. اکنون از قانون دوم نیوتون برای خود جسم C استفاده می‌کنیم (جهت رو به پایین را جهت محور $+y$ انتخاب می‌کنیم) و داریم

$$m_Cg - T_{BC} = m_Ca$$

که از آنجا $T_{BC} = 37 \text{ N}$ به دست می‌آید.

۲۴/۰ kg و $m_3 = 31/0 \text{ kg}$ ، مطلوب است محاسبه،
(الف) شتاب دستگاه و (ب) نیروی کشش T_1 و (پ) نیروی



شکل ۴۸-۵ مسئله ۵۳.

$$m_{\text{ج}} = 12 + 24 + 31 = 67 \text{ kg}$$

حل: از قانون دوم نیوتون ابتدا برای هر سه جسم به عنوان یک

دستگاه و سپس برای هر یک از جسم‌ها استفاده می‌کنیم. در شکل

$$T_3 = m_3 a$$

۴۸-۵ جهت $+x$ به طرف راست است.

$$45 = 67 a \rightarrow a = 0/97 \text{ m/s}^2$$

(الف) برای $m_{\text{sys}} = m_1 + m_2 + m_3 = 67/0 \text{ kg}$ معادله ۲-۵ را

برای حرکت در راستای محور x به کار می‌بریم. در این حالت

$$\text{فقط یک نیروی } T_3 = T_3 \hat{i} \text{ اثر می‌کند:}$$

$$T_3 = m_{\text{sys}} a \Rightarrow 65/0 \text{ N} = (67/0 \text{ kg}) a$$

در نتیجه $a = 0/970 \text{ m/s}^2$ برای دستگاه (و برای هر یک از

جسم‌ها) به دست می‌آید.

(ب) با استفاده از معادله ۲-۵ برای جسم ۱، داریم

$$T_1 = m_1 a = (12/0 \text{ kg})(0/970 \text{ m/s}^2) = 11/6 \text{ N}$$

(پ) برای پیدا کردن T_2 ، نیروهای وارد بر جسم ۳ را تحلیل

می‌کنیم یا جسم‌های ۱ و ۲ را به صورت یک دستگاه در نظر می‌گیریم

و نیروهای وارد بر آن را حساب می‌کنیم. در حالت دوم، داریم

$$T_2 = (m_1 + m_2) a = (12/0 + 24/0)(0/970) = 34/9 \text{ N}$$

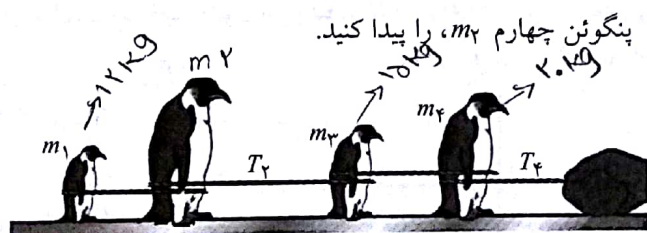
**** ۵۴** شکل ۴۹-۵ چهار پنگوئن را نشان می‌دهد که به وسیله‌ی

نگهبان باغ وحش بر روی سطح یخ بسته‌ی بسیار لغزنده

(بی اصطکاک) کشیده می‌شوند. جرم‌های سه پنگوئن و نیروهای

کشش دو طناب عبارت‌اند از: $m_1 = 12 \text{ kg}$ ، $m_3 = 15 \text{ kg}$ ،

$m_4 = 20 \text{ kg}$ ، $T_2 = 111 \text{ N}$ و $T_4 = 222 \text{ N}$. جرم نامعلوم



شکل ۴۹-۵ مسئله ۵۴.

$$T = \left(\frac{2m_1 m_2}{m_1 + m_2} \right) g$$

(الف) به ازای $m_1 = 1/3 \text{ kg}$ و $m_2 = 2/8 \text{ kg}$ ، شتاب برابر است با

$$a = \left(\frac{2/80 \text{ kg} - 1/30 \text{ kg}}{2/80 \text{ kg} + 1/30 \text{ kg}} \right) (9/8 \text{ m/s}^2)$$

$$= 3/59 \text{ m/s}^2 \approx 3/6 \text{ m/s}^2$$

(ب) به طور مشابه، نیروی کشش طناب برابر است با

$$T = \frac{2(1/30 \text{ kg})(2/80 \text{ kg})}{1/30 \text{ kg} + 2/80 \text{ kg}} (9/8 \text{ m/s}^2) = 17/4 \text{ N} \approx 17 \text{ N}$$

**** ۵۲** شخصی به جرم 85 kg به وسیله‌ی طنابی که از روی

قرقره‌ی بی‌اصطکاک عبور کرده و به یک کیسه‌ی شن ۶۵

کیلوگرمی متصل است، از ارتفاع ۱۰/۰ متری پایین می‌آید. اگر

شخص از حال سکون شروع به حرکت کرده باشد، با چه

تندی‌ای به زمین برخورد می‌کند؟

حل: شخص - طناب - کیسه‌ی شن را به صورت یک دستگاه در

نظر می‌گیریم و یک جهت مثبت ثابت را برای حرکت انتخاب

می‌کنیم (البته روش‌های دیگری نیز وجود دارد، از جمله می‌توان

قانون نیوتون را به طور جداگانه برای هر یک از جرم‌ها به کار برد).

ما جهت رو به پایین برای حرکت شخص را مثبت و جهت رو به

بالا برای حرکت کیسه‌ی شن را مثبت انتخاب می‌کنیم و شتاب a

را برای آن‌ها به دست می‌آوریم. نیروی برابند وارد شده به دستگاه

با تفاضل وزن شخص و کیسه‌ی شن برابر است. جرم دستگاه

$$m_{\text{sys}} = 85 \text{ kg} + 65 \text{ kg} = 150 \text{ kg}$$

است. بنابراین از معادله ۱-۵

داریم

$$(85 \text{ kg})(9/8 \text{ m/s}^2) - (65 \text{ kg})(9/8 \text{ m/s}^2) = m_{\text{sys}} a$$

در نتیجه $a = 1/3 \text{ m/s}^2$ به دست می‌آید. چون دستگاه از حال

سکون شروع به حرکت می‌کند، تندی شخص در هنگام برخورد به

زمین (پس از پیمودن ارتفاع $\Delta y = 10 \text{ m}$) از معادله ۲-۱۶

به دست می‌آید:

$$v = \sqrt{2a\Delta y} = \sqrt{2(1/3 \text{ m/s}^2)(10 \text{ m})} = 5/1 \text{ m/s}$$

**** ۵۳** سه جسم که، مطابق شکل ۴۸-۵، به هم وصل شده‌اند

روی یک میز افقی بی‌اصطکاک با نیروی $T_2 = 65/0 \text{ N}$ به

سمت راست کشیده می‌شوند. به ازای $m_1 = 12/0 \text{ kg}$ ،

حل: ابتدا تمام پنگون‌ها (۱ تا ۴، از چپ به راست شماره‌گذاری می‌کنیم) را به صورت یک دستگاه در نظر می‌گیریم و قانون دوم نیوتون را برای آن به کار می‌بریم:

$$T_4 = (m_1 + m_2 + m_3 + m_4)a$$

$$222 \text{ N} = (12 \text{ kg} + m_2 + 15 \text{ kg} + 20 \text{ kg})a$$

سپس پنگون‌های ۳ و ۴ را به صورت یک دستگاه در نظر می‌گیریم و می‌نویسیم:

$$T_4 - T_2 = (m_3 + m_4)a$$

$$111 \text{ N} = (15 \text{ kg} + 20 \text{ kg})a \Rightarrow a = 3/2 \text{ m/s}^2$$

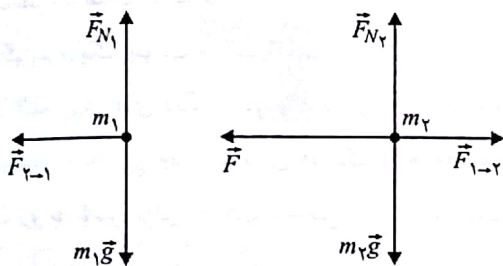
بعد از حل کردن این دو معادله، $m_2 = 23 \text{ kg}$ به دست می‌آید.

قانون دوم نیوتون برای جسم ۱ به صورت $F - F_{2 \rightarrow 1} = m_1 a$ نوشته می‌شود، که در آن a شتاب است. قانون دوم نیوتون برای جسم ۲ به صورت $F_{1 \rightarrow 2} = m_2 a$ است. چون جسم‌ها با هم حرکت می‌کنند، شتاب یکسانی دارند و به این علت از یک نماد برای شتاب در هر دو معادله استفاده شده است. $F = m_2 a$ (الف) از معادله‌ی دوم رابطه‌ی $a = F_{1 \rightarrow 2} / m_2$ به دست می‌آید که آن را در معادله‌ی اول قرار می‌دهیم و داریم $F - F_{2 \rightarrow 1} = m_1 F_{1 \rightarrow 2} / m_2$ چون $F_{2 \rightarrow 1} = F_{1 \rightarrow 2}$ (بر طبق قانون سوم نیوتون نیروها دارای بزرگی مساوی هستند)، داریم

$$F_{2 \rightarrow 1} = F_{1 \rightarrow 2} = \frac{m_2}{m_1 + m_2} F$$

$$= \frac{1/2 \text{ kg}}{2/3 \text{ kg} + 1/2 \text{ kg}} (3/2 \text{ N}) = 1/11 \text{ N}$$

(ب) اگر $\vec{F}$ به جای جسم ۱، به جسم ۲ (و در جهت مخالف) اعمال شود، نمودارهای جسم - آزاد به صورت زیر در می‌آیند:



نیروی مربوط به تماس بین جسم‌ها برابر است با

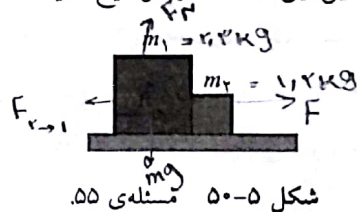
$$F'_{2 \rightarrow 1} = F'_{1 \rightarrow 2} = \frac{m_2}{m_1 + m_2} F$$

$$= \frac{2/3 \text{ kg}}{2/3 \text{ kg} + 1/2 \text{ kg}} (3/2 \text{ N}) = 2/11 \text{ N}$$

(پ) می‌دانیم که شتاب جسم‌ها در هر دو حالت برابر است. در قسمت (الف)، نیروی $F_{1 \rightarrow 2}$ تنها نیروی افقی است که به جسم ۲ (با جرم m_2) وارد می‌شود و در قسمت (ب) $\vec{F}'_{1 \rightarrow 2}$ تنها نیروی افقی است که به یک جسم $m_1 > m_2$ وارد می‌شود. چون در قسمت (الف) $F_{1 \rightarrow 2} = m_2 a$ و در قسمت (ب) $F'_{1 \rightarrow 2} = m_1 a$ ، لذا برای آن که شتاب‌ها برابر باشند، باید $F'_{1 \rightarrow 2} > F_{1 \rightarrow 2}$ باشد، یعنی نیروی بین جسم‌ها در قسمت (ب) باید بیشتر باشد.

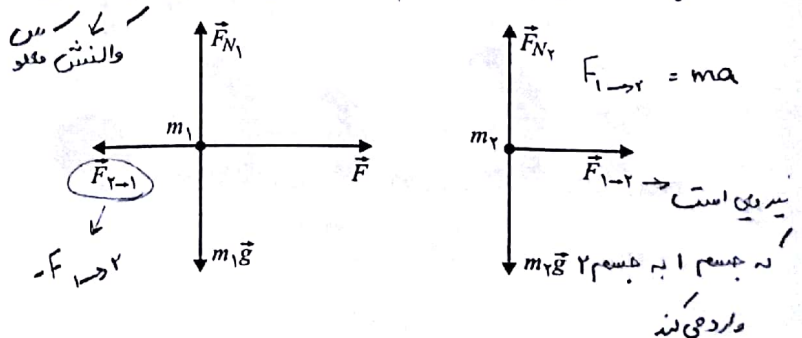
توجه: این مسئله نشان می‌دهد که وقتی جسم‌ها تحت اثر یک نیروی خارجی شتاب پیدا می‌کنند، نیروی بین آن جسم‌ها به شرطی بزرگ‌تر است که جسم کوچک‌تر جسم بزرگ‌تر را هل دهد. در حالت ویژه‌ی $m_1 = m_2 = m$ ، داریم $F'_{1 \rightarrow 2} = F_{1 \rightarrow 2} = F/2$

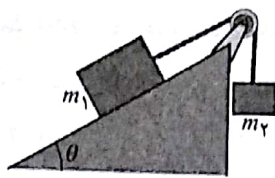
*** ۵۵** دو جسم روی میز بی‌اصطکاک با هم تماس دارند. یک نیروی افقی، مطابق شکل ۵-۵۰، به جسم بزرگ‌تر وارد می‌شود. (الف) به ازای $m_1 = 2/3 \text{ kg}$ ، $m_2 = 1/2 \text{ kg}$ و $F = 3/2 \text{ N}$ بزرگی نیروی تماسی میان دو جسم را پیدا کنید. (ب) نشان دهید که اگر همان نیرو با بزرگی F به جسم کوچک‌تر و در جهت مخالف وارد شود، بزرگی نیروی میان دو جسم $2/11 \text{ N}$ می‌شود، که با مقدار به دست آمده در قسمت (الف) مساوی نیست. (پ) دلیل این اختلاف را توضیح دهید.



شکل ۵-۵۰ مسئله ۵۵.

حل: نمودارهای جسم - آزاد مربوط به قسمت (الف) در زیر رسم شده‌اند. $\vec{F}$ نیروی اعمال شده و $\vec{F}_{1 \rightarrow 2}$ نیرویی است که جسم ۱ به جسم ۲ وارد می‌کند. می‌دانیم که $\vec{F}$ مستقیماً به جسم ۱ اعمال شده است و جسم ۲ نیروی $\vec{F}_{1 \rightarrow 2} = -\vec{F}_{2 \rightarrow 1}$ را به جسم ۱ وارد کرده است (بر طبق قانون سوم نیوتون). نیروی کشش و واکنش





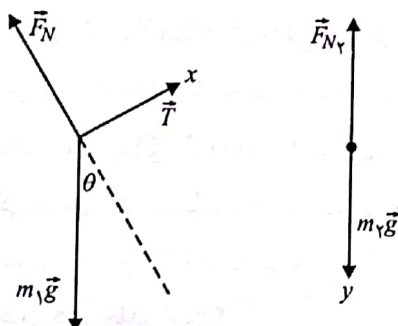
شکل ۵۲-۵ مسئله ۵۷

حل: نمودار جسم - آزاد هر جسم در زیر نشان داده شده است. T کشش ریسمان و $\theta = 30^\circ$ زاویه‌ی سطح شیب‌دار است. برای جسم ۱، جهت $+x$ را به طرف بالای سطح شیب‌دار و جهت $+y$ را در جهت نیروی عمودی $\vec{F}_N$ که سطح به جسم وارد می‌کند، در نظر می‌گیریم. برای جسم ۲، جهت $+y$ را به طرف پایین انتخاب می‌کنیم. به این ترتیب، شتاب‌های دو جسم را بدون ابهام می‌توان با نماد یکسان a نشان داد. با استفاده از قانون دوم نیوتون برای محورهای x و y جسم ۱ و محور y جسم ۲، به ترتیب داریم:

$$T - m_1 g \sin \theta = m_1 a$$

$$F_N - m_1 g \cos \theta = 0$$

$$m_2 g - T = m_2 a$$



با استفاده از معادلات اول و سوم به طور هم‌زمان می‌توان T و a را به دست آورد. معادله‌ی دوم در این مسئله مورد نیاز نیست، زیرا نیروی عمودی خواسته نشده است و برای محاسبات دیگر (مانند فرمول اصطکاک) نیز لازم نیست.

(الف) معادله‌ی اول و سوم بالا را با هم جمع می‌کنیم:

$$m_2 g - m_1 g \sin \theta = m_1 a + m_2 a$$

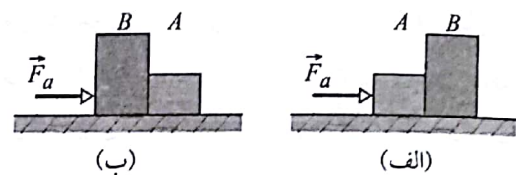
در نتیجه داریم

$$a = \frac{(m_2 - m_1 \sin \theta)g}{m_1 + m_2}$$

$$= \frac{[2/30 \text{ kg} - (3/70 \text{ kg}) \sin 30^\circ](9/80 \text{ m/s}^2)}{3/70 \text{ kg} + 2/30 \text{ kg}}$$

$$= 0/735 \text{ m/s}^2$$

۵۶ در شکل ۵۱-۵ الف، نیروی افقی ثابت $\vec{F}_a$ به جسم A وارد می‌شود، که آن هم جسم B را با نیروی $20/0 \text{ N}$ در راستای افقی به سمت راست هل می‌دهد. در شکل ۵۱-۵ ب، همان نیروی $\vec{F}_a$ به جسم B وارد می‌شود. در این حالت جسم A ، جسم B را با نیروی افقی $10/0 \text{ N}$ به سمت چپ هل می‌دهد. مجموع جرم هر دو جسم $12/0 \text{ kg}$ است. بزرگی (الف) شتاب اجسام در شکل ۵۱-۵ الف و (ب) نیروی $\vec{F}_a$ چقدر است؟



شکل ۵۱-۵ مسئله ۵۶

حل: در هر دو حالت نیروی یکسانی اثر می‌کند و جرم کل یکسان است، در نتیجه شتاب‌ها نیز در هر دو شکل باید برابر باشند. (الف) در شکل اول، نیروی (افقی) که به جسم B وارد می‌شود و شتاب به آن می‌دهد، 20 N است و می‌توانیم بنویسیم

$$20/0 \text{ N} = (12/0 \text{ kg} - m_A) a$$

در شکل اول، نیروی (افقی) که به جسم A وارد می‌شود و شتاب به آن می‌دهد، 10 N است و می‌توانیم بنویسیم:

$$10/0 \text{ N} = m_A a$$

از حل این دو معادله، $m_A = 4/0 \text{ kg}$ و $a = 2/5 \text{ m/s}^2$ به دست می‌آیند.

(ب) در شکل اول، نیروهای وارد شده به جسم B را می‌توان به صورت زیر نوشت

$$F_a - 20/0 \text{ N} = m_A a$$

که از آن‌جا $F_a = 30/0 \text{ N}$ به دست می‌آید.

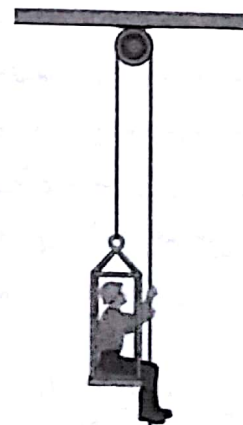
۵۷ جرمی به جرم $m_1 = 3/70 \text{ kg}$ روی یک سطح شیب‌دار بی‌اصطکاک با زاویه‌ی شیب $\theta = 30/0^\circ$ قرار دارد. این جسم از طریق ریسمان عبور کرده از روی یک قرقره‌ی بی‌جرم و بی‌اصطکاک به جسم دیگری به جرم $m_2 = 2/30 \text{ kg}$ وصل شده است (شکل ۵۲-۵). (الف) بزرگی شتاب هر جسم، (ب) جهت شتاب جسم آویخته، و (پ) نیروی کشش ریسمان چیست؟

(ب) نتیجه‌ی به دست آمده برای a مثبت است و نشان می‌دهد که شتاب جسم ۱ به طرف بالای سطح شیب‌دار و شتاب جسم ۲ به طور قائم به طرف بالا است.

(پ) کشش ریسمان برابر است با

$$T = m_1 a + m_1 g \sin \theta = (3/70 \text{ kg})(0/735 \text{ m/s}^2) + (3/70 \text{ kg})(9/80 \text{ m/s}^2) \sin 30/0^\circ = 20/8 \text{ N}$$

۵۸ * شکل ۵۳-۵ شخصی را نشان می‌دهد که روی یک صندلی نشسته است. صندلی به طناب بی‌جرمی که از روی قرقره‌ای بی‌جرم و بی‌اصطکاک عبور کرده وصل شده است. سر دیگر طناب را شخص در دست خود نگه داشته است. جرم شخص و صندلی در مجموع $103/0 \text{ kg}$ است. شخص طناب را با چه نیرویی باید بکشد تا (الف) با سرعت ثابت و (ب) با شتاب رو به بالای $1/30 \text{ m/s}^2$ به سمت بالا حرکت کند؟ (راهنمایی: در اینجا نمودار جسم - آزاد، به واقع، می‌تواند به شما کمک کند). اکنون، فرض کنید طناب سمت راست آن قدر دراز است که به زمین می‌رسد و یک فرد همکار آن را می‌کشد. فرد همکار طناب را با چه نیرویی باید بکشد تا شخص، (پ) با سرعت ثابت و (ت) با شتاب رو به بالای $1/30 \text{ m/s}^2$ به سمت بالا حرکت کند؟ بزرگی نیرویی که دستگاه قرقره، (ث) در قسمت الف، (ج) در قسمت ب، (ج) در قسمت پ و (ح) در قسمت ت، به سقف وارد می‌کند، چقدر است؟



شکل ۵۳-۵ مسئله ۵۸

حل: جهت حرکت شخص - صندلی را به طرف بالا مثبت می‌گیریم.

(الف) وقتی شخص طناب را می‌گیرد و آن را با نیرویی مساوی با کشش طناب می‌کشد، نیروی رو به بالای کل وارد بر شخص - صندلی به خاطر وجود دو نقطه‌ی تماس با طناب، $2T$ است. بنابراین، از قانون دوم نیوتون داریم

$$2T - mg = ma$$

که اگر $a = 0$ باشد، $T = 505 \text{ N}$ خواهد بود.

(ب) وقتی $a = +1/30 \text{ m/s}^2$ است، معادله‌ی قسمت (الف) نشان می‌دهد که کشش طناب $T = 572 \text{ N}$ است.

(پ) وقتی شخص طناب را نگرفته است (و همکار او در روی زمین، طناب را با نیروی کشش T می‌کشد)، فقط یک نقطه‌ی تماس بین طناب و شخص - صندلی وجود دارد و قانون دوم نیوتون به صورت زیر نوشته می‌شود

$$T - mg = ma$$

بنابراین، اگر $a = 0$ باشد، $T = 1010 \text{ N}$ خواهد بود.

(ت) وقتی $a = +1/30 \text{ m/s}^2$ است، کشش طناب از معادله‌ی قسمت (پ) به صورت $T = 1/14 \times 10^3 \text{ N}$ به دست می‌آید.

(ث) طناب (در حالتی که به پایین کشیده می‌شود) با لبه‌های چپ و راست قرقره تماس پیدا می‌کند و نیروی رو به پایین کل $2T$ را به سقف وارد می‌کند. بنابراین، با توجه به قسمت (الف) داریم $2T = 1010 \text{ N}$.

(ج) در قسمت (ب) بزرگی نیروی رو به پایین وارد بر سقف، $2T = 1/14 \times 10^3 \text{ N}$ است.

(ج) در قسمت (پ) بزرگی نیروی رو به پایین وارد بر سقف، $2T = 2/02 \times 10^3 \text{ N}$ است.

(ح) در قسمت (ت) بزرگی نیروی رو به پایین وارد بر سقف، $2T = 2/28 \times 10^3 \text{ N}$ است.

۵۹ * میمونی به جرم 10 kg از طناب بی‌جرمی که از روی شاخه‌ی بی‌اصطکاک درختی عبور کرده است، بالا می‌رود (شکل ۵۴-۵). سر دیگر طناب به جعبه‌ای محتوی موز به جرم 15 kg که روی زمین قرار دارد، وصل شده است. (الف) بزرگی کمترین شتاب میمون چقدر باید باشد تا جعبه از زمین بلند شود؟ اگر پس از بلند شدن جعبه، میمون از بالا رفتن دست

(الف) با قرار دادن $m_p g$ به جای F در معادله‌ی مربوط به میمون، a_m به صورت زیر به دست می‌آید:

$$a_m = \frac{F - m_m g}{m_m} = \frac{(m_p - m_m)g}{m_m} = \frac{(15 \text{ kg} - 10 \text{ kg})(9.8 \text{ m/s}^2)}{10 \text{ kg}} = 4.9 \text{ m/s}^2$$

(ب) همان‌طور که گفته شد، قانون دوم نیوتون برای جعبه به صورت $F - m_p g = m_p a'_p$ و برای میمون به صورت $F - m_m g = m_m a'_m$ نوشته می‌شود. اگر جهت شتاب جعبه به طرف پایین باشد، جهت شتاب میمون به طرف بالا خواهد بود، در نتیجه داریم $a'_m = -a'_p$. از معادله‌ی اول، F را به دست می‌آوریم:

$$F = m_p (g + a'_p) = m_p (g - a'_m)$$

و با قرار دادن این مقدار در معادله‌ی دوم، a'_m به دست می‌آید:

$$a'_m = \frac{(m_p - m_m)g}{m_p + m_m} = \frac{(15 \text{ kg} - 10 \text{ kg})(9.8 \text{ m/s}^2)}{15 \text{ kg} + 10 \text{ kg}} = 2.0 \text{ m/s}^2$$

(پ) این نتیجه مثبت است و نشان می‌دهد که جهت شتاب میمون به طرف بالا است.

(ت) از حل معادله‌ی قانون دوم برای جعبه، نیروی کشش طناب به دست می‌آید:

$$F = m_p (g - a'_m) = (15 \text{ kg})(9.8 \text{ m/s}^2 - 2.0 \text{ m/s}^2) = 120 \text{ N}$$

*** ۶۰ شکل ۵-۴۵ جسمی ۵۰۰ کیلوگرمی را نشان می‌دهد که با یک طناب و بانروی ثابت 2000 N در روی کف بی‌اصطکاک اتاقی کشیده می‌شود، اما زاویه‌ی $\theta(t)$ برحسب زمان تغییر می‌کند. به ازای $\theta = 25^\circ$ ، شتاب جسم در حالت‌های زیر با چه آهنگی تغییر می‌کند (الف) $\theta(t) = (2.00 \times 10^{-2} \text{ deg/s})t$ و (ب) $\theta(t) = -(2.00 \times 10^{-2} \text{ deg/s})t$. (راهنمایی: زاویه‌ها باید برحسب رادیان باشند).

حل مؤلفه‌ی افقی شتاب از نیروی افقی برآیند به دست می‌آید.

(الف) اگر آهنگ تغییر زاویه به صورت

$$\frac{d\theta}{dt} = (2.00 \times 10^{-2})^\circ/\text{s} = (2.00 \times 10^{-2})^\circ/\text{s} \cdot \left(\frac{\pi \text{ rad}}{180^\circ}\right) = 3.49 \times 10^{-4} \text{ rad/s}$$

برگشت و طناب را هم چنان نگه دارد، (ب) بزرگی و (پ) جهت شتاب میمون و (ت) نیروی کشش طناب، چیست؟



شکل ۵-۴۵ مسئله ۵۹

حل برای میمون و جعبه، جهت $+$ را به طرف بالا در نظر می‌گیریم. بزرگی نیرویی که میمون به طناب وارد می‌کند و آن را به طرف پایین می‌کشد، F است. بر طبق قانون سوم نیوتون، طناب میمون را با نیروی مساوی به طرف بالا می‌کشد، در نتیجه قانون دوم نیوتون برای نیروهای وارد بر میمون به صورت زیر نوشته می‌شود

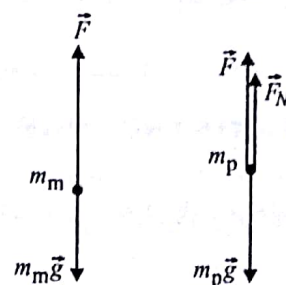
$$F - m_m g = m_m a_m$$

در این جا m_m جرم میمون و a_m شتاب آن است. چون طناب بی‌جرم است، $F = T$ نیروی کشش طناب است.

طناب جعبه را با نیروی F به طرف بالا می‌کشد، در نتیجه قانون دوم نیوتون برای جعبه به صورت زیر نوشته می‌شود

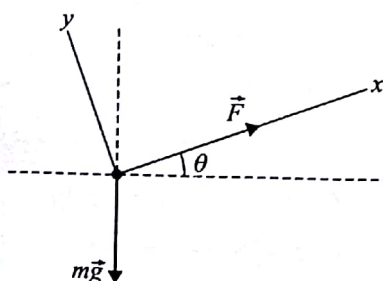
$$F + F_N - m_p g = m_p a_p$$

در این جا m_p جرم جعبه، a_p شتاب آن، و F_N نیروی عمودی است که زمین به جعبه وارد می‌کند. نمودارهای جسم - آزاد میمون و جعبه (بدون مقیاس) در زیر رسم شده‌اند. حال اگر نیروی کمینه‌ی مورد نیاز برای بلند کردن جعبه باشد، در آن صورت $F_N = 0$ و $a_p = 0$ خواهد بود. بر طبق قانون دوم نیوتون برای جعبه، $F = m_p g$ است.



*** ۶۲ در پرتاب وزنه بسیاری از ورزشکاران ترجیح می‌دهند وزنه را با زاویه‌ای کوچک‌تر (در حدود ۴۲ درجه) از زاویه‌ای که به طور نظری منجر به بیشترین برد برای وزنه‌ای با همان تندی و همان ارتفاع می‌شود، پرتاب کنند. یک دلیل این کار تندی‌ای است که پرتابگر می‌تواند در مرحله‌ی شتاب‌دهی در پرتاب به وزنه بدهد. فرض کنید وزنه‌ای به جرم $۷/۲۶۰ \text{ kg}$ با تندی آغازی $۲/۵۰۰ \text{ m/s}$ (ناشی از حرکت آغازین پرتابگر) پرتاب می‌شود، در طول یک مسیر راست به طول $۱/۶۵۰ \text{ m}$ نیرویی ثابت به بزرگی $۳۸۰/۰ \text{ N}$ شتاب می‌گیرد. اگر زاویه‌ی بین مسیر وزنه و راستای افقی (الف) $۳۰/۰۰$ درجه و (ب) $۴۲/۰۰$ درجه باشد، تندی وزنه در پایان مرحله‌ی شتاب گرفتن چقدر است؟ (راهنمایی: حرکت را طوری در نظر بگیرید که گویی در راستای یک شیب‌راهه‌ی با زاویه‌ی معین صورت می‌گیرد). (پ) اگر پرتابگر زاویه‌ی پرتاب را از $۳۰/۰۰$ درجه به $۴۲/۰۰$ درجه افزایش دهد تندی پرتاب وزنه چند درصد کاهش خواهد داشت؟

حل: برای حل کردن این مسئله توجه می‌کنیم که شتاب در راستای یک سطح شیب‌دار فقط به مؤلفه‌های نیرو در راستای آن مسیر بستگی دارد، و به مؤلفه‌های عمود بر مسیر بستگی ندارد.



(الف) نمودار جسم - آزاد نشان می‌دهد که نیروی برابند وارد بر وزنه در راستای محور x برابر است با

$$F_{\text{net},x} = F - mg \sin \theta$$

$$= ۳۸۰/۰ \text{ N} - (۷/۲۶۰ \text{ kg})(۹/۸۰ \text{ m/s}^2) \sin ۳۰^\circ = ۳۴۴/۴ \text{ N}$$

در نتیجه شتاب وزنه برابر است با

$$a_x = F_{\text{net},x} / m = (۳۴۴/۴ \text{ N}) / (۷/۲۶۰ \text{ kg}) = ۴۷/۴۴ \text{ m/s}^2$$

برای به دست آوردن تندی وزنه در پایان مرحله‌ی شتاب گرفتن،

باشد، با استفاده از $F_x = F \cos \theta$ می‌توانیم آهنگ تغییر شتاب را به صورت زیر به دست آوریم

$$\begin{aligned} \frac{da_x}{dt} &= \frac{d}{dt} \left(\frac{F \cos \theta}{m} \right) = - \frac{F \sin \theta}{m} \frac{d\theta}{dt} \\ &= - \frac{(۲۰/۰ \text{ N}) \sin ۲۵/۰^\circ}{۵/۰۰ \text{ kg}} (۳/۴۹ \times ۱۰^{-۴} \text{ rad/s}) \\ &= -۶ \times ۱۰^{-۴} \text{ m/s}^3 \end{aligned}$$

(ب) اگر آهنگ تغییر زاویه به صورت

$$\begin{aligned} \frac{d\theta}{dt} &= -(۲/۰۰ \times ۱۰^{-۲})^\circ/\text{s} = -(۲/۰۰ \times ۱۰^{-۲})^\circ/\text{s} \cdot \left(\frac{\pi \text{ rad}}{۱۸۰^\circ} \right) \\ &= -۳/۴۹ \times ۱۰^{-۴} \text{ rad/s} \end{aligned}$$

باشد، آهنگ تغییر شتاب باید برابر باشد با

$$\begin{aligned} \frac{da_x}{dt} &= \frac{d}{dt} \left(\frac{F \cos \theta}{m} \right) = - \frac{F \sin \theta}{m} \frac{d\theta}{dt} \\ &= \frac{(۲۰/۰ \text{ N}) \sin ۲۵/۰^\circ}{۵/۰۰ \text{ kg}} (-۳/۴۹ \times ۱۰^{-۴} \text{ rad/s}) \\ &= +۴/۴۲ \times ۱۰^{-۴} \text{ m/s}^3 \end{aligned}$$

*** ۶۱ یک بالون هوای داغ به جرم M در راستای قائم با شتاب رو به پایین a فرود می‌آید. چه جرمی (از وزنه‌های تعادل) باید از بالون بیرون ریخته شود تا بالون شتابی به بزرگی a به سمت بالا پیدا کند؟ فرض کنید نیروی رو به بالای وارد شده از سوی هوا (نیروی برآر) به خاطر کاهش یافتن جرم بالون تغییر نمی‌کند.

حل: نیروهای اعمال شده به بالون، نیروی گرانشی mg (به طرف پایین) و نیروی هوا F_a (به طرف بالا) هستند. جهت y را به طرف بالا در نظر می‌گیریم و فرض می‌کنیم a بزرگی شتاب است. وقتی جرم M است (قبل از بیرون ریختن وزنه‌های تعادل) شتاب رو به پایین است و بر طبق قانون دوم نیوتون

$$F_a - Mg = -Ma$$

است. بعد از بیرون ریختن وزنه‌های تعادل، جرم $M - m$ (که m جرم وزنه‌های تعادل است) و شتاب رو به پایین است. از قانون دوم نیوتون داریم

$$F_a - (M - m)g = (M - m)a$$

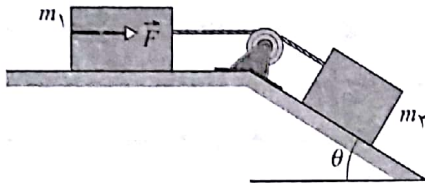
مقدار $F_a = M(g - a)$ را از معادله‌ی اول در معادله‌ی اخیر قرار می‌دهیم:

$$M(g - a) - (M - m)g = (M - m)a \Rightarrow m = \frac{2Ma}{g + a}$$

می‌آوریم. چون $v_0 = 3/0 \text{ m/s}$ ، در نتیجه $v = 8/0 \text{ m/s}$.

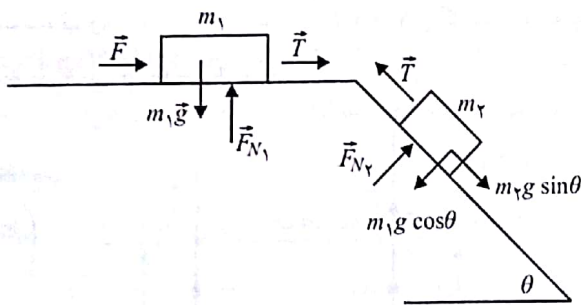
(ب) پاسخ مثبت در قسمت (الف) نشان می‌دهد که جهت $\vec{v}$ در جهت محور $+x$ است.

*** ۶۴ شکل ۵۶-۵ جعبه‌ای به جرم $m_2 = 1/0 \text{ kg}$ را نشان می‌دهد که روی یک سطح شیب‌دار بی‌اصطکاک با زاویه‌ی شیب $\theta = 30^\circ$ قرار گرفته است. این جعبه به وسیله‌ی طنابی با جرم ناچیز که از روی قرقره‌ی بی‌جرم و بی‌اصطکاک گذشت به جعبه‌ای به جرم $m_1 = 3/0 \text{ kg}$ واقع بر روی یک سطح افقی بی‌اصطکاک وصل شده است. (الف) اگر بزرگی نیروی افقی $\vec{F}$ برابر با $2/3 \text{ N}$ باشد، نیروی کشش ریسمان میان دو جعبه چقدر است؟ (ب) بیشترین مقدار بزرگی $\vec{F}$ چقدر باید باشد تا ریسمان میان جعبه‌ها شل نشود؟



شکل ۵۶-۵ مسئله‌ی ۶۴.

حل: جهت $+x$ برای $m_2 = 1/0 \text{ kg}$ «به طرف پایین سطح شیب‌دار» و جهت $+x$ برای $m_1 = 3/0 \text{ kg}$ به طرف راست است. بنابراین، شتاب هر دوی آن‌ها هم علامت است.



(الف) از قانون دوم نیوتون برای محور x هر دو جعبه استفاده می‌کنیم:

$$m_2 g \sin \theta - T = m_2 a$$

$$F + T = m_1 a$$

این دو معادله را با هم جمع می‌کنیم تا شتاب آن‌ها به دست آید:

$$a = \frac{m_2 g \sin \theta + F}{m_1 + m_2}$$

می‌توانیم از معادله‌ی ۲-۱۶ برای حرکت با شتاب ثابت استفاده کنیم:

$$v = \sqrt{v_0^2 + 2a_x \Delta x} = \sqrt{(2/50 \text{ m/s})^2 + 2(47/44 \text{ m/s}^2)(1/650 \text{ m})} = 12/76 \text{ m/s}$$

(ب) اگر $\theta = 42^\circ$ باشد، داریم

$$a_x = \frac{F_{\text{net},x}}{m} = \frac{F - mg \sin \theta}{m} = \frac{380/0 \text{ N} - (7/260 \text{ kg})(9/80 \text{ m/s}^2) \sin 42/0^\circ}{7/260 \text{ kg}} = 45/78 \text{ m/s}^2$$

و تندی پایانی (پرتاب) برابر است با

$$v = \sqrt{v_0^2 + 2a_x \Delta x} = \sqrt{(2/50 \text{ m/s})^2 + 2(45/78 \text{ m/s}^2)(1/650 \text{ m})} = 12/54 \text{ m/s}$$

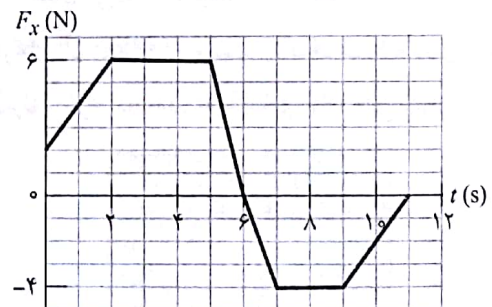
(ب) وقتی زاویه از $30/0^\circ$ تا $42/0^\circ$ تغییر می‌کند، کاهش

تندی پرتاب وزنه برابر است با

$$\frac{12/76 \text{ m/s} - 12/54 \text{ m/s}}{12/76 \text{ m/s}} = 0/169 = 1/69 \%$$

*** ۶۳ شکل ۵۵-۵ نمودار مؤلفه‌ی نیروی F_x وارد شده به

یک قطعه یخ به جرم $3/00 \text{ kg}$ را به صورت تابعی از زمان t نشان می‌دهد. قطعه یخ می‌تواند فقط در طول محور x حرکت کند. در زمان $t = 0$ ، قطعه یخ در جهت مثبت محور x با تندی $3/0 \text{ m/s}$ حرکت می‌کند. (الف) تندی و (ب) جهت حرکت قطعه یخ در زمان $t = 11 \text{ s}$ چیست؟



شکل ۵۵-۵ مسئله‌ی ۶۳.

حل: (الف) شتاب (مساوی با F/m در این مسئله) از مشتق سرعت به دست می‌آید. بنابراین، سرعت از انتگرال F/m به دست می‌آید و ما با پیدا کردن «مساحت» زیر نمودار (۱۵ واحد) و تقسیم کردن آن به جرم (۳)، مقدار $5 = 15/3 = v - v_0$ را به دست

از حل این دو معادله داریم

$$a = \left(\frac{m_2 - m_1}{m_2 + m_1} \right) g$$

(الف) در لحظه‌ی $t = 0$ ، $m_1 = 1/30 \text{ kg}$ است. به ازای

$dm_1/dt = -0/200 \text{ kg/s}$ ، آهنگ تغییر شتاب به صورت زیر

است

$$\frac{da}{dt} = \frac{da}{dm_1} \frac{dm_1}{dt} = - \frac{2m_2 g}{(m_2 + m_1)^2} \frac{dm_1}{dt}$$

$$= - \frac{2(2/80 \text{ kg})(9/80 \text{ m/s}^2)}{(2/80 \text{ kg} + 1/30 \text{ kg})^2} (-0/200 \text{ kg/s}) = 0/653 \text{ m/s}^3$$

(ب) در لحظه‌ی $t = 3/00 \text{ s}$ ، داریم

$$m_1 = m_{10} + (dm_1/dt)t$$

$$= 1/30 \text{ kg} + (-0/200 \text{ kg/s})(3/00 \text{ s}) = 0/700 \text{ kg}$$

و آهنگ تغییر شتاب برابر است با

$$\frac{da}{dt} = \frac{da}{dm_1} \frac{dm_1}{dt} = - \frac{2m_2 g}{(m_2 + m_1)^2} \frac{dm_1}{dt}$$

$$= - \frac{2(2/80 \text{ kg})(9/80 \text{ m/s}^2)}{(2/80 \text{ kg} + 0/700 \text{ kg})^2} (-0/200 \text{ kg/s}) = 0/896 \text{ m/s}^3$$

(پ) شتاب موقعی به مقدار بیشینه‌ی خود می‌رسد که داشته باشیم:

$$0 = m_1 = m_{10} + (dm_1/dt)t = 1/30 \text{ kg} + (-0/200 \text{ kg/s})t$$

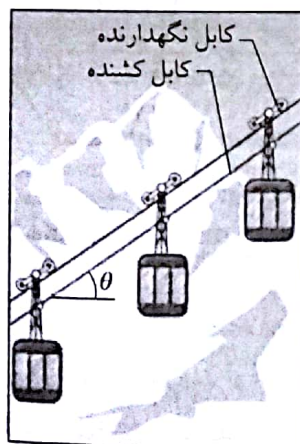
یا $t = 6/50 \text{ s}$

*** ۶۶ شکل ۵۷-۵ بخشی از یک دستگاه تله کابین در کوه‌های

آلب را نشان می‌دهد. بیشینه‌ی جرم مجاز برای هر اتاقک با

مسافرهای آن 2800 kg است. اتاقک‌ها که روی یک کابل

نگهدارنده سوار شده‌اند، به وسیله‌ی یک کابل دیگر متصل به



شکل ۵۷-۵ مسئله‌ی ۶۶

به ازای $F = 2/3 \text{ N}$ و $\theta = 30^\circ$ ، داریم $a = 1/8 \text{ m/s}^2$. با جاگذاری این شتاب در یکی از معادله‌ها، $T = 3/1 \text{ N}$ به دست می‌آید.

(ب) حالت «بحرانی» را در جایی در نظر می‌گیریم که F به مقدار $\max$ می‌رسد و نیروی کشش ریمان حذف می‌شود. معادله‌ی اول

در قسمت (الف) نشان می‌دهد که در این حالت $a = g \sin 30^\circ$

می‌شود، یعنی $a = 4/9 \text{ m/s}^2$ است. اگر این مقدار شتاب (همراه

با $T = 0$) را در معادله‌ی دوم قرار دهیم، در حالت بحرانی داریم

$$F = (2/5 \text{ kg})(4/9 \text{ m/s}^2) = 14/9 \text{ N}$$

*** ۶۵ شکل ۴۷-۵ ماشین آتوود را نشان می‌دهد، که در آن دو

جعبه به وسیله‌ی طنابی (با جرم ناچیز) که از روی یک قرقره‌ی

بصطکاک (و نیز با جرم ناچیز) گذشته است، به هم وصل

شده‌اند. در زمان $t = 0$ ، جعبه‌ی ۱ دارای جرم $1/30 \text{ kg}$ و

جعبه‌ی ۲ دارای جرم $2/80 \text{ kg}$ است، اما جرم جعبه‌ی ۱ (از

طریق نشت از یک سوراخ) با آهنگ ثابت $0/200 \text{ kg/s}$ در

حال کاهش یافتن است. بزرگی شتاب جعبه‌ها با چه آهنگی در

(الف) زمان $t = 0$ و (ب) زمان $t = 3/00 \text{ s}$ تغییر می‌کند؟ (پ)

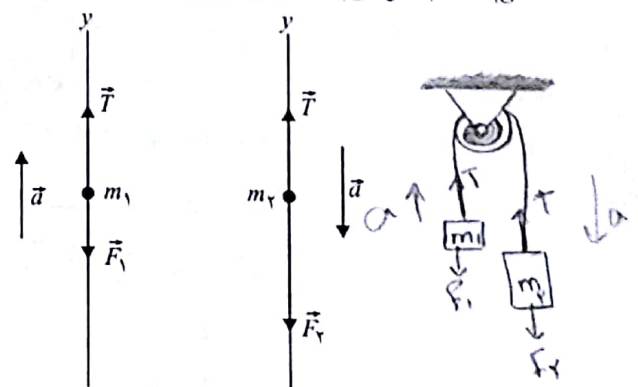
این شتاب در چه زمانی به مقدار بیشینه‌ی خود می‌رسد؟

حل: نمودار جسم - آزاد برای جرم‌های m_1 و m_2 را در

شکل‌های زیر نشان داده‌ایم. تنها نیروهایی که به جعبه‌ها وارد

می‌شوند، نیروی کشش رو به بالای T و نیروی گرانش رو به پایین

$\vec{F}_1 = m_1 \vec{g}$ و $\vec{F}_2 = m_2 \vec{g}$ هستند.



با استفاده از قانون دوم نیوتون داریم:

$$T - m_1 g = m_1 a$$

$$m_2 g - T = m_2 a$$

مثبت و حرکت به طرف بالا برای جسم A مثبت در نظر گرفته می‌شود: $m_C g - m_A g = Ma$ (که در آن M جرم دستگاه و مساوی با $24/0 \text{ kg}$ است). شتاب حاصل برابر است با

$$a = g(m_C - m_A) / M = 1/63 \text{ m/s}^2$$

سپس نیروهای وارد بر جسم C را تحلیل می‌کنیم: $m_C g - T = m_C a$. در نتیجه نیروی کشش ریسمان برابر است با

$$T = m_C g(2m_A + m_B) / M = 81/7 \text{ N}$$

*** ۶۸ یک پرتابگر وزنه، وزنه‌ای به جرم $m = 7/260 \text{ kg}$ را تحت زاویه‌ی $34/10^\circ$ درجه نسبت راستای افقی با تندی آغازی $2/500 \text{ m/s}$ (ناشی از حرکت آغازین پرتابگر) پرتاب می‌کند و در طول یک مسیر راست خط $1/650 \text{ m}$ به وزنه شتاب می‌دهد. این وزنه در ارتفاع $2/110 \text{ m}$ و تحت زاویه‌ی $34/10^\circ$ درجه از دست پرتابگر جدا می‌شود، و در فاصله‌ی افقی $15/90 \text{ m}$ به زمین برخورد می‌کند. بزرگی نیروی متوسط پرتابگر در مرحله‌ی شتاب‌دهی به وزنه چقدر است؟ (راهنمایی: حرکت در مرحله‌ی شتاب‌دهی را طوری در نظر بگیرید که گویی وزنه در راستای یک شیب‌راهی با زاویه‌ی معین پرتاب شده است).

حل: ابتدا برای به دست آوردن تندی پرتاب وزنه از معادله‌ی ۴-۲۶ استفاده می‌کنیم:

$$y - y_0 = (\tan \theta)x - \frac{gx^2}{2(v' \cos \theta)^2}$$

به ازای $(x, y) = (15/90 \text{ m}, 0)$ ، $y_0 = 2/11 \text{ m}$ ، $\theta = 34/10^\circ$ و تندی پرتاب مساوی با $v' = 11/85 \text{ m/s}$ به دست می‌آید. در حین این پرتاب، شتاب وزنه برابر است با

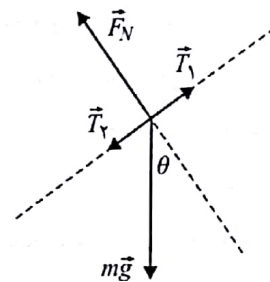
$$a = \frac{v'^2 - v_0^2}{2L} = \frac{(11/85 \text{ m/s})^2 - (2/50 \text{ m/s})^2}{2(1/65 \text{ m})} = 40/65 \text{ m/s}^2$$

چون شتاب در راستای مسیر شیب‌دار فقط به مؤلفه‌های نیرو در راستای مسیر بستگی دارد و به مؤلفه‌های عمود بر مسیر بستگی ندارد، لذا نیروی متوسط وارد بر وزنه در مرحله‌ی شتاب‌دهی، برابر است با

$$\begin{aligned} F &= m(a + g \sin \theta) \\ &= (7/260 \text{ kg})[40/65 \text{ m/s}^2 + (9/80 \text{ m/s}^2) \sin 34/10^\circ] \\ &= 335 \text{ N} \end{aligned}$$

برج‌های نگهدارنده کشیده می‌شوند. فرض کنید کابل‌ها به طور کامل به حالت کشیده هستند و زاویه‌ی شیب آن‌ها نسبت به افق $\theta = 35^\circ$ است. اگر اتاقک‌ها با شتاب $0/81 \text{ m/s}^2$ بالا بروند و جرم آن‌ها به مقدار بیشینه‌ی مجاز باشد، اختلاف نیروی کشش میان بخش‌های مجاور کابل کشنده چقدر است؟

حل: نمودار جسم - آزاد به صورت زیر است



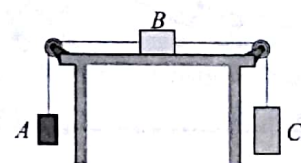
قانون دوم نیوتون برای جرم m در راستای x به صورت زیر نوشته می‌شود

$$T_1 - T_2 - mg \sin \theta = ma$$

بنابراین اختلاف نیروی کشش میان بخش‌های مجاور کابل کشنده برابر است با

$$\begin{aligned} T_1 - T_2 &= m(g \sin \theta + a) \\ &= (2800 \text{ kg})[(9/8 \text{ m/s}^2) \sin 35^\circ + 0/81 \text{ m/s}^2] = 1/8 \times 10^4 \text{ N} \end{aligned}$$

*** ۶۷ شکل ۵-۵۸ سه جسم را نشان می‌دهد که به وسیله‌ی ریسمان‌هایی که از روی قرقره‌های بی‌اصطکاک گذشته‌اند، به هم وصل شده‌اند. جسم B بر روی یک میز بی‌اصطکاک قرار دارد و جرم‌ها عبارت‌اند از $m_B = 8/00 \text{ kg}$ ، $m_A = 6/00 \text{ kg}$ و $m_C = 10/00 \text{ kg}$. هرگاه اجسام را رها کنیم نیروی کشش ریسمان واقع در سمت راست چقدر است؟

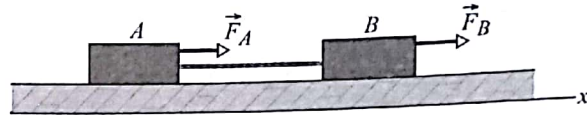


شکل ۵-۵۸ مسئله‌ی ۶۷.

حل: ابتدا کل دستگاه را با این فرض تحلیل می‌کنیم که حرکت مثبت در جهت «ساعتگرد» صورت می‌گیرد (یعنی حرکت به طرف پایین برای جسم C مثبت، حرکت به طرف راست برای جسم B

مسئله‌های بیشتر

۶۹ در شکل ۵-۵۹، جسم A به جرم $۴/۰ \text{ kg}$ و جسم B به جرم $۶/۰ \text{ kg}$ با ریسمانی به جرم ناچیز به هم وصل شده‌اند. نیروی $\vec{F}_A = (۱۲ \text{ N})\hat{i}$ به جسم A و نیروی $\vec{F}_B = (۲۴ \text{ N})\hat{i}$ به جسم B وارد می‌شود. نیروی کشش ریسمان چقدر است؟



شکل ۵-۵۹ مسئله ۶۹.

حل: اگر شتاب جسم A از شتاب جسم B بیشتر یا با شتاب آن برابر باشد، نیروی کشش ریسمان صفر خواهد بود. در این صورت که ریسمان نقشی بازی نمی‌کند و گویی وجود ندارد، شتاب جسم‌ها برابر است با

$$a_A = F_A / m_A = ۳/۰ \text{ m/s}^2$$

$$a_B = F_B / m_B = ۴/۰ \text{ m/s}^2$$

اما این حالت همیشه به وجود نمی‌آید. در حالتی که ریسمان وجود دارد، نیروی برابری وارد بر دستگاه برابر است با $Ma = F_A + F_B = ۳۶ \text{ N}$ چون $M = ۱۰ \text{ kg}$ (جرم کل دستگاه)، در نتیجه $a = ۳/۶ \text{ m/s}^2$ به دست می‌آید. دو نیروی وارد بر جسم A عبارت‌اند از F_A و T (در همان جهت)، لذا داریم

$$m_A a = F_A + T \Rightarrow T = ۲/۴ \text{ N}$$

۷۰ شخصی به جرم ۸۰ kg از پنجره‌ای که $۰/۵۰ \text{ m}$ بالاتر از کف حیاط قرار دارد، فرود می‌آید. او در هنگام فرود آمدن فراموش می‌کند زانوهایش را خم کند و در طی فاصله‌ی قائم ۲ cm متوقف می‌شود. (الف) شتاب متوسط شخص از لحظه‌ی رسیدن پاهایش به کف حیاط تا لحظه‌ی متوقف شدن او، چقدر است؟ (ب) بزرگی نیروی متوسطی که کف حیاط به شخص وارد می‌کند تا متوقف شود، چقدر است؟

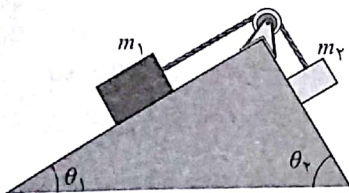
حل: (الف) برای فرود $۰/۵۰ \text{ m}$ به صورت «سقوط آزاد»، تندی شخص از معادله‌ی ۲-۱۶ به دست می‌آید که $۳/۱۳ \text{ m/s}$ است. این تندی را به عنوان «تندی آغازی» برای حرکت پایانی ($۰/۰۲ \text{ m}$) در نظر می‌گیریم که حرکت با آهنگ « a » کند می‌شود و ما بزرگی

این شتاب متوسط را از لحظه‌ای که پاهایش برای اولین بار به کف حیاط می‌رسد تا لحظه‌ای که بدنش متوقف شود، پیدا می‌کنیم. در نتیجه $a = ۲۴۵ \text{ m/s}^2$ به دست می‌آید.

(ب) از قانون دوم نیوتون استفاده می‌کنیم:

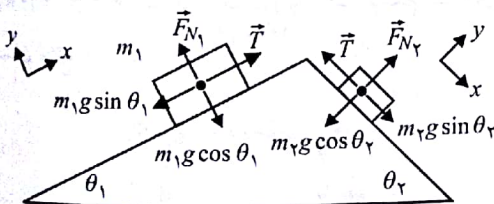
$$F_{\text{توقف}} - mg = ma \Rightarrow F_{\text{توقف}} = ۲۰/۴ \text{ kN}$$

۷۱ شکل ۵-۶۰ جعبه‌ای به جرم $m_1 = ۳/۰ \text{ kg}$ را نشان می‌دهد که بر روی یک سطح شیب‌دار بی‌اصطکاک با زاویه‌ی شیب $\theta_1 = ۳۰^\circ$ قرار دارد. این جعبه از طریق یک طناب با جرم ناچیز به جعبه‌ی دیگری به جرم $m_2 = ۲/۰ \text{ kg}$ وصل شده است. این جرم روی یک سطح شیب‌دار بی‌اصطکاک با زاویه‌ی شیب $\theta_2 = ۶۰^\circ$ واقع است. فرقه بی‌اصطکاک و دارای جرم ناچیز است. نیروی کشش طناب چیست؟



شکل ۵-۶۰ مسئله ۷۱.

حل: محور $+x$ را برای جرم $m_1 = ۳/۰ \text{ kg}$ به طرف بالای سطح شیب‌دار و برای جرم $m_2 = ۲/۰ \text{ kg}$ به طرف پایین سطح شیب‌دار در نظر می‌گیریم (شتاب هر دو جسم هم‌علامت‌اند). مؤلفه‌ی x هر دو جرم در راستای محور x به ترتیب $m_1 g \sin \theta_1$ و $m_2 g \sin \theta_2$ هستند. نمودار جسم - آزاد در زیر نشان داده شده است.



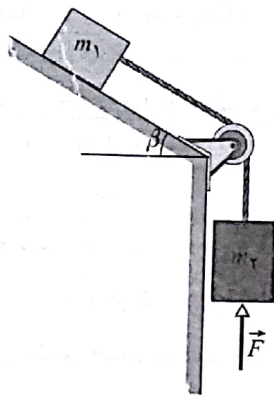
با استفاده از قانون دوم نیوتون داریم:

$$T - m_1 g \sin \theta_1 = m_1 a$$

$$m_2 g \sin \theta_2 - T = m_2 a$$

این دو معادله را با هم جمع می‌کنیم تا شتاب به دست آید:

$$a = \left(\frac{m_2 \sin \theta_2 - m_1 \sin \theta_1}{m_2 + m_1} \right) g$$



شکل ۵-۶۱ مسئله ۷۳.

به ازای $\theta_1 = 30^\circ$ و $\theta_2 = 60^\circ$ داریم $a = 0.45 \text{ m/s}^2$. این مقدار را در یکی از معادله‌ها قرار می‌دهیم تا نیروی کشش و طناب به دست آید:

$$T = \frac{m_1 m_2 g}{m_2 + m_1} (\sin \theta_2 + \sin \theta_1) = 16 \text{ N}$$

توجه: در این مسئله $m_2 \sin \theta_2 > m_1 \sin \theta_1$ است لذا $a > 0$ و نشان می‌دهد که m_2 به پایین می‌لغزد و m_1 به بالا می‌لغزد. اگر $m_2 \sin \theta_2 < m_1 \sin \theta_1$ باشد، وضعیت معکوس می‌شود. اگر $m_2 \sin \theta_2 = m_1 \sin \theta_1$ باشد، $a = 0$ می‌شود و هر دو جرم در حال تعادل می‌مانند و حرکت نمی‌کنند. در ضمن به تقارن بین دو جرم در رابطه‌ی T توجه کنید.

۷۲ سه نیرو به جسمی که با سرعت بدون تغییر $\vec{v} = (2 \text{ m/s})\hat{i} - (7 \text{ m/s})\hat{j}$ حرکت می‌کند، وارد می‌شوند. دو تا از این نیروها $\vec{F}_1 = (2 \text{ N})\hat{i} + (3 \text{ N})\hat{j} + (-2 \text{ N})\hat{k}$ و $\vec{F}_2 = (-5 \text{ N})\hat{i} + (8 \text{ N})\hat{j} + (-2 \text{ N})\hat{k}$ هستند. نیروی سوم چیست؟

حل: چون سرعت جسم تغییر نمی‌کند، شتاب ندارد و نیروی برآیند وارد شده به آن باید صفر باشد. در نتیجه داریم

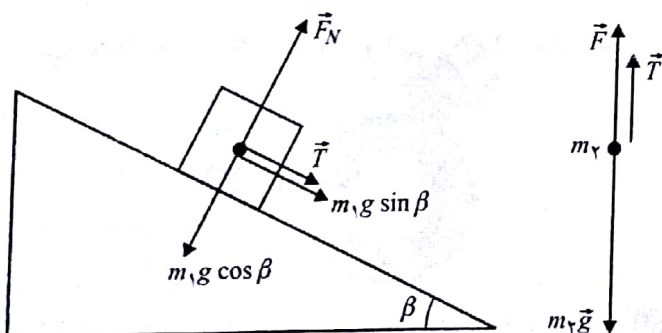
$$\vec{F}_{\text{net}} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = 0$$

از این جا نیروی سوم $\vec{F}_3$ به دست می‌آید:

$$\begin{aligned} \vec{F}_3 &= -\vec{F}_1 - \vec{F}_2 = (2\hat{i} + 3\hat{j} - 2\hat{k})\text{N} - (-5\hat{i} + 8\hat{j} - 2\hat{k})\text{N} \\ &= (3\hat{i} - 11\hat{j} + 4\hat{k})\text{N} \end{aligned}$$

در این محاسبه از مقدار ویژه‌ی سرعت استفاده نمی‌شود.

۷۳ در شکل ۵-۶۱، یک قوطی کنسرو به جرم $m_1 = 1.0 \text{ kg}$ روی سطح شیب‌دار بی‌اصطکاکی قرار دارد و از طریق یک طناب به یک قوطی کنسرو گوشت زده به جرم $m_2 = 2.0 \text{ kg}$ وصل شده است. قوطی بی‌جرم و بی‌اصطکاک است. یک نیروی رو به بالا به بزرگی $F = 6.0 \text{ N}$ به قوطی به جرم m_2 ، که دارای شتاب رو به پایین 5.5 m/s^2 است، وارد می‌شود. (الف) نیروی کشش طناب وصل کننده‌ی دو جرم و (ب) زاویه‌ی β چقدر است؟



حل: دو جرم با طناب به هم وصل شده‌اند. نیرویی به جرم دوم وارد می‌شود و دستگاه با هم شتاب پیدا می‌کند. برای حل کردن این مسئله از قانون دوم نیوتون استفاده می‌کنیم.

نمودارهای جسم - آزاد دو جرم (بدون مقیاس) در زیر رسم شده‌اند. نمودار اول نیروهای وارد بر جرم $m_1 = 1.0 \text{ kg}$ را نشان می‌دهد. جهت x «به طرف پایین سطح شیب‌دار» (موازی با $\vec{T}$) انتخاب شده است. با در نظر گرفتن شتاب $a = 5.5 \text{ m/s}^2$ در جهت x مثبت برای جرم m_1 ، قانون دوم نیوتون در راستای محور x به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$T + m_1 g \sin \beta = m_1 a$$

از طرف دیگر برای $m_2 = 2.0 \text{ kg}$ داریم

$$m_2 g - F - T = m_2 a$$

در این جا جهت نیروی کشش طناب به طرف بالا است (طناب می‌تواند بکشد، هل نمی‌دهد). از ترکیب دو معادله‌ی بالا می‌توان T و β را به دست آورد.

(ب) ابتدا این قسمت را حل می‌کنیم. از ترکیب دو معادله‌ی بالا داریم

حل ۴: هدف این است که بزرگی $\vec{F}_{net}$ کمترین باشد، و چون بزرگی‌های $\vec{F}_1$ و $\vec{F}_2$ (به طور کلی) کمتر از $|\vec{F}_1|$ یا مساوی با آن هستند، باید آن‌ها را در جهت مخالف $\vec{F}_1$ (که جهت $+x$ است) در نظر بگیریم.

(الف) هر دو نیروی $\vec{F}_1$ و $\vec{F}_2$ را در جهت $-x$ انتخاب می‌کنیم. در نتیجه بزرگی نیروی برآیند $50 - 30 - 20 = 0$ می‌شود، یعنی شتاب وارد بر لاستیک صفر است.

(ب) باز هم $\vec{F}_1$ و $\vec{F}_2$ را در جهت $-x$ منفی انتخاب می‌کنیم. بزرگی شتاب در راستای محور $+x$ برابر است با

$$a = \frac{F_1 - F_2 - F_3}{m} = \frac{50 - 30 - 10}{12} = 0.83 \text{ m/s}^2$$

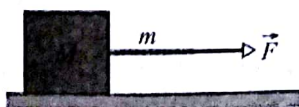
(پ) در این حالت، نیروهای $\vec{F}_1$ و $\vec{F}_2$ به قدر کافی قوی هستند و می‌توانند مؤلفه‌های y (یکی مثبت و یکی منفی) داشته باشند که یکدیگر را خنثی می‌کنند و مؤلفه‌های x آن‌ها (در جهت $-x$) نیروی $\vec{F}_1$ را خنثی می‌کنند. چون $|\vec{F}_1| = |\vec{F}_2|$ ، معلوم می‌شود که زاویه‌ی یکی از آن‌ها نسبت به بالای محور $-x$ باید با زاویه‌ی دیگری نسبت به پایین محور $-x$ مساوی باشد (این زاویه را θ می‌نامیم). پس لازم است شرط زیر برقرار باشد:

$$-50 \text{ N} = F_{2x} + F_{3x} = -(30 \text{ N}) \cos \theta - (30 \text{ N}) \cos \theta$$

نهایتاً داریم

$$\theta = \cos^{-1} \left(\frac{50 \text{ N}}{60 \text{ N}} \right) = 34^\circ$$

۷۶ جسمی به جرم M به وسیله‌ی طنابی به جرم m ، مطابق شکل ۶۳-۵، روی یک سطح افقی بی‌اصطکاک کشیده می‌شود. نیروی افقی $\vec{F}$ به یک سر طناب وارد می‌شود. (الف) نشان دهید که طناب باید شکم دادگی پیدا کند، حتی اگر مقدار آن ناچیز باشد. با فرض آنکه شکم‌دادگی قابل چشم‌پوشی باشد، مطلوب است تعیین (ب) شتاب طناب و جسم، (پ) نیروی وارد به جسم از سوی طناب و (ت) نیروی کشش طناب در وسط آن.



شکل ۵-۶۳ مسئله ۷۶

$$\sin \beta = \frac{(m_1 + m_2)a + F - m_2 g}{m_1 g} = \frac{(1.0 \text{ kg} + 2.0 \text{ kg})(0.5 \text{ m/s}^2) + 6.0 \text{ N} - (2.0 \text{ kg})(9.8 \text{ m/s}^2)}{(1.0 \text{ kg})(9.8 \text{ m/s}^2)} = 0.296$$

در نتیجه $\beta = 17^\circ$ به دست می‌آید.

(الف) مقدار β به دست آمده در قسمت (ب) را در معادله‌ی اول قرار می‌دهیم تا نیروی کشش طناب به دست آید

$$T = m_1 (a + g \sin \beta)$$

$$= (1.0 \text{ kg})[0.5 \text{ m/s}^2 + (9.8 \text{ m/s}^2) \sin 17^\circ] = 2.60 \text{ N}$$

۷۴ جسمی فقط تحت اثر دو نیروی با بزرگی‌های 20 N و 35 N قرار می‌گیرد و زاویه‌ی میان راستاهای نیروها 70° درجه است.

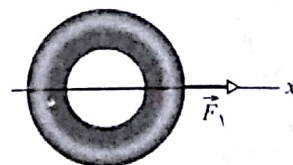
بزرگی شتاب برآیند 20 m/s^2 است. جرم جسم چقدر است؟

حل: در این مسئله ما فقط با نیروهای افقی سروکار داریم (گرایش اثر مستقیم ندارد). یکی از نیروها را در راستای محور $+x$ و دیگری را تحت زاویه‌ی 70° (در جهت پادساعتگرد نسبت به محور x) در نظر می‌گیریم. این مسئله را با استفاده از نمادگذاری بزرگی - زاویه حل می‌کنیم:

$$\vec{F}_{net} = (20 \angle 0^\circ) + (35 \angle 70^\circ) = (46 \angle 46^\circ) \Rightarrow |\vec{F}_{net}| = 46 \text{ N}$$

بنابراین جرم جسم $m = (46 \text{ N}) / (20 \text{ m/s}^2) = 2.3 \text{ kg}$ است.

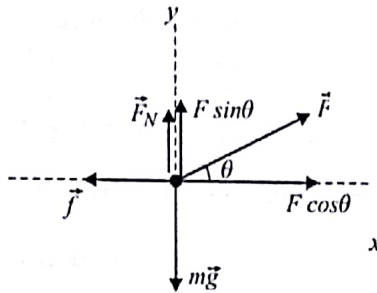
۷۵ شکل ۵-۶۲ تصویر یک لاستیک 12 کیلوگرمی را، با دید از بالا، نشان می‌دهد که با سه طناب افقی کشیده شده است. در شکل یکی از نیروها ($F_1 = 50 \text{ N}$) نشان داده شده است. نیروهای دو طناب دیگر در جهتی اثر می‌کنند که بزرگی شتاب برآیند لاستیک کمترین مقدار a را داشته باشد. مطلوب است بزرگی کمترین شتاب a در شرایط، (الف) $F_1 = 30 \text{ N}$ ، $F_2 = 20 \text{ N}$ ؛ (ب) $F_1 = 30 \text{ N}$ ، $F_2 = 10 \text{ N}$ ؛ و (پ) $F_1 = 30 \text{ N}$ ، $F_2 = 30 \text{ N}$.



شکل ۵-۶۲ مسئله ۷۵

اطلاعات لازم را به دست آورد. می دانیم که $a_y = 0$ است، در نتیجه بدون ابهام می توان به جای a_x از a استفاده کرد. در نمودار جسم - آزاد، جهت $+x$ را به طرف راست و جهت $+y$ را به طرف بالا انتخاب می کنیم.

مؤلفه x کشش طناب (که به صندوق وارد می شود)، $T_x = +450 \cos 38^\circ = 355 \text{ N}$ است و بزرگی نیروی مقاوم (در جهت $-x$) برابر با $f = 125 \text{ N}$ است.



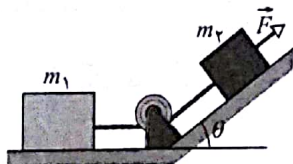
(الف) از قانون دوم نیوتون داریم

$$T_x - f = ma \Rightarrow a = \frac{355 - 125}{310} = 0.74 \text{ m/s}^2$$

(ب) در این حالت، با استفاده از معادله $12-5$ می توانیم جرم را پیدا کنیم: $m' = W/g = 31.6 \text{ kg}$. در نتیجه از قانون دوم نیوتون داریم:

$$T_x - f = m'a \Rightarrow a = \frac{355 - 125}{31.6} = 7.3 \text{ m/s}^2$$

۷۸ در شکل ۵-۶۴، نیروی $\vec{F}$ به بزرگی 12 N به جعبه ای به جرم $m_2 = 1.0 \text{ kg}$ وارد می شود. این نیرو به سمت بالای یک سطح شیب دار با زاویه ی شیب $\theta = 37^\circ$ اثر می کند. این جعبه با یک طناب به جعبه ی دیگری به جرم $m_1 = 3.0 \text{ kg}$ واقع بر کف اتاق وصل شده است. کف اتاق، سطح شیب دار و قرقره بی اصطکاک هستند و جرم های قرقره و طناب ناچیزند. نیروی کشش طناب چقدر است؟



شکل ۵-۶۴ مسئله ۷۸.

حل: برای جرم $m_2 = 1.0 \text{ kg}$ جهت $+x$ را به طرف بالای سطح

حل: (الف) هر قسمت کوچکی از طناب جرم دارد و توسط نیروی گرانشی زمین به طرف پایین کشیده می شود. این قسمت طناب به حال تعادل در می آید زیرا قسمت های مجاور آن نیروی رو به بالای کافی به آن وارد می کنند. چون کشش طناب یک نیروی وارد در راستای طناب است، حداقل یکی از قسمت های مجاور باید نسبت به قسمت مورد نظر ما به طرف بالا کشیده شود. بنابراین، نیروی کشش طناب یک مؤلفه به طرف بالا دارد و به این معنی است که طناب شکم دادگی پیدا می کند.

(ب) تنها نیرویی که با یک مؤلفه ی افقی اثر می کند، نیروی اعمال شده ی $\vec{F}$ است. اگر جسم و طناب را به صورت یک شیئی واحد در نظر بگیریم، قانون دوم نیوتون را برای آن به صورت $F = (M + m)a$ می نویسیم، که در آن a شتاب است و جهت مثبت به طرف راست انتخاب شده است. شتاب از رابطه ی $a = F / (M + m)$ به دست می آید.

(پ) نیروی F_T طناب تنها نیرو با مؤلفه ی افقی است که به جسم وارد می شود. بنابراین قانون دوم نیوتون برای جسم، با استفاده از مقدار a که در بالا به دست آوردیم، به صورت زیر نوشته می شود:

$$F_T = Ma = \frac{MF}{M + m}$$

(ت) اگر جسم و نصف طناب را به صورت یک شیء واحد با جرم $M + \frac{1}{2}m$ در نظر بگیریم، نیروی افقی وارد بر آن کشش T در وسط طناب است که با استفاده از قانون دوم نیوتون به دست می آید:

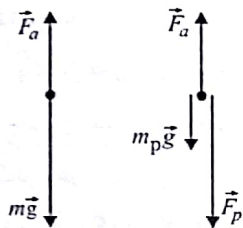
$$T_m = (M + \frac{1}{2}m)a = \frac{(M + \frac{1}{2}m)F}{(M + m)} = \frac{(2M + m)F}{2(M + m)}$$

۷۷ کارگری صندوقی را با طنابی که به آن بسته شده است در روی کف یک کارخانه می کشد. کارگر با وارد کردن نیروی $F = 450 \text{ N}$ به طناب، آن را تحت زاویه ی $\theta = 38^\circ$ نسبت به راستای افقی می کشد و کف کارخانه نیز یک نیروی افقی به بزرگی $f = 125 \text{ N}$ در خلاف جهت حرکت به صندوق وارد می کند. مطلوب است محاسبه ی بزرگی شتاب صندوق در حالتی که (الف) جرم آن 31.0 kg و (ب) وزن آن 310 N ، باشد.

حل: اگر چه رابطه ی $\vec{F}_{\text{net}} = m\vec{a}$ مربوط به هر دو محور x و y است، ولی فقط با استفاده از آن در راستای محور x می توان

است. (الف) نیروی رو به بالایی که از سوی هوا به چتر نجات باز شده وارد می‌شود، چیست؟ (ب) نیروی رو به پایینی که شخص به چتر وارد می‌کند، چیست؟

حل: جهت رو به پایین را در جهت $+y$ در نظر می‌گیریم. (الف) نمودار اول (چپ) نمودار جسم - آزاد برای شخص و چتر نجات است که به صورت یک جسم تنها با جرم $۸۵ \text{ kg} = ۵۰ \text{ kg} + ۳۵ \text{ kg}$ در نظر گرفته شده است.



$\vec{F}_a$ نیرویی است که هوا به چتر وارد می‌کند و $m\vec{g}$ نیروی گرانش است. با استفاده از قانون دوم نیوتون، $mg - F_a = ma$ و a شتاب است. F_a را از رابطه‌ی بالا به دست می‌آوریم

$$F_a = m(g - a) = (۸۵ \text{ kg})(۹.۸ \text{ m/s}^2 - ۲.۵ \text{ m/s}^2) = ۶۲۰ \text{ N}$$

(ب) نمودار دوم (راست) نمودار جسم - آزاد چتر تنها است. $\vec{F}_a$ نیروی هوا، $m_p \vec{g}$ نیروی گرانش، و $\vec{F}_p$ نیروی شخص است. قانون دوم نیوتون به صورت زیر نوشته می‌شود

$$m_p g + F_p - F_a = m_p a$$

از این رابطه F_p به دست می‌آید:

$$F_p = m_p(a - g) + F_a = (۵۰ \text{ kg})(۲.۵ \text{ m/s}^2 - ۹.۸ \text{ m/s}^2) + ۶۲۰ \text{ N} = ۵۸۰ \text{ N}$$

۸۱ یک فضاپیما از سطح کره‌ی ماه، که در آنجا $g = ۱.۶ \text{ m/s}^2$ به طور قائم بلند می‌شود. اگر شتاب رو به بالای این فضاپیما در لحظه‌ی بلند شدن ۱۰ m/s^2 باشد، بزرگی نیرویی که فضاپیما به خلبان وارد می‌کند، چقدر است؟ وزن خلبان در روی زمین ۷۳۵ N است.

حل: جرم خلبان $m = ۷۳۵ / ۹.۸ = ۷۵ \text{ kg}$ است. نیروی رو به بالای اعمال شده از طرف فضاپیما (از طرف صندلی) به خلبان را $\vec{F}$ می‌نامیم و جهت رو به بالا را در جهت $+y$ انتخاب می‌کنیم و

شیب‌دار و برای جرم $m_1 = ۳۰ \text{ kg}$ جهت $+x$ را به طرف راست انتخاب می‌کنیم (بنابراین بزرگی و جهت هر دو شتاب یکسان است). نیروی رو به بالایی که به جرم m_2 وارد می‌شود، F و نیروهای رو به پایینی که به آن وارد می‌شوند، T و $m_2 g \sin \theta$ هستند و $\theta = ۳۷^\circ$ است. تنها نیروی افقی وارد بر m_1 ، نیروی کشش طناب به طرف راست است. با استفاده از قانون دوم نیوتون برای هر جعبه، داریم

$$F - T - m_2 g \sin \theta = m_2 a$$

$$T = m_1 a$$

این معادله‌ها را با هم جمع می‌کنیم:

$$F - m_2 g \sin \theta = (m_1 + m_2) a$$

در نتیجه شتاب جعبه‌ها برابر است با

$$a = \frac{۱۲ \text{ N} - (۱۰ \text{ kg})(۹.۸ \text{ m/s}^2) \sin ۳۷^\circ}{۱۰ \text{ kg} + ۳۰ \text{ kg}} = ۱.۵۳ \text{ m/s}^2$$

و نیروی کشش طناب برابر است با

$$T = m_1 a = (۳۰ \text{ kg})(۱.۵۳ \text{ m/s}^2) = ۴۶ \text{ N}$$

۷۹ در جایی از زمین که در آن $g = ۹.۸ \text{ m/s}^2$ ، وزن یک جسم ۲۲ N است. در جایی که در آن $g = ۴.۹ \text{ m/s}^2$ ، (الف) وزن و (ب) جرم جسم چیست؟ جسم اگر به جایی از فضا که در آن $g = ۰$ ، برود، (پ) وزن و (ت) جرم آن چیست؟

حل: از معادله‌ی ۵-۱۲ استفاده می‌کنیم.

(الف) جرم جسم برابر است با

$$m = W / g = (۲۲ \text{ N}) / (۹.۸ \text{ m/s}^2) = ۲.۲ \text{ kg}$$

در جایی که $g = ۴.۹ \text{ m/s}^2$ است، جرم هنوز ۲.۲ kg است اما نیروی گرانشی یا وزن به صورت زیر است

$$F_g = mg = (۲.۲ \text{ kg})(۴.۹ \text{ m/s}^2) = ۱۱ \text{ N}$$

(ب) همان طور که گفته شد، $m = ۲.۲ \text{ kg}$ است.

(پ) در جایی که $g = ۰$ است، نیروی گرانشی صفر است.

(ت) جرم هنوز ۲.۲ kg است.

۸۰ شخصی به جرم ۸۰ kg به وسیله‌ی چتر نجات با شتاب رو به پایین ۲.۵ m/s^2 در حال پایین آمدن است. جرم چتر ۵۰ kg

برایندی باشد که به جرم m_1 شتاب $a_1 = 12 \text{ m/s}^2$ و به جرم m_2 شتاب $a_2 = 3/3 \text{ m/s}^2$ را می‌دهد. بنابراین، مقادیر $m_1 = F/a_1$ و $m_2 = F/a_2$ را به طور مناسب در محاسبات زیر به کار می‌بریم. (الف) اکنون می‌خواهیم شتابی را که نیروی برایند F به جرم $m_2 - m_1$ وارد می‌کند، پیدا کنیم. داریم

$$a = \frac{F}{m_2 - m_1} = \frac{F}{(F/a_2) - (F/a_1)} = \frac{a_1 a_2}{a_1 - a_2}$$

که از آن جا $a = 4/6 \text{ m/s}^2$ به دست می‌آید.

(ب) به همین ترتیب، شتاب شیبی به جرم $m_2 + m_1$ برابر است با

$$a = \frac{F}{m_2 + m_1} = \frac{F}{(F/a_2) + (F/a_1)} = \frac{a_1 a_2}{a_1 + a_2}$$

که در نتیجه $a = 2/6 \text{ m/s}^2$ به دست می‌آید.

۸۴ یخچال کوچکی با نیروی ثابت $\vec{F}$ روی سطح لیز (بی اصطکاک) اتاق در حالتی که $\vec{F}$ افقی است (حالت ۱) یا در حالتی که $\vec{F}$ با سطح زاویه‌ی مثبت θ را می‌سازد (حالت ۲) کشیده می‌شود. (الف) اگر در هر دو حالت مدت زمان کشیدن یخچال یکسان و برابر با t باشد، نسبت تندی یخچال در حالت ۲ به تندی آن در حالت ۱ چیست؟ (ب) اگر در هر دو حالت یخچال به اندازه‌ی مسافت d کشیده شود، نسبت تندی‌ها چیست؟

حل: جهت حرکت را در جهت $+x$ در نظر می‌گیریم و فرض می‌کنیم یخچال از حال سکون به راه می‌افتد (و سرعت $\vec{v}$ می‌رسد). تنها نیرویی که در راستای محور x به یخچال وارد می‌شود، مؤلفه‌ی x نیروی اعمال شده‌ی $\vec{F}$ است.

(الف) چون $v_0 = 0$ ، از ترکیب معادلات ۱۱-۲ و ۵-۲ برای دو حالت $i = 1$ و $i = 2$ داریم:

$$F_x = m \left(\frac{v}{t} \right) \Rightarrow v_i = \left(\frac{F \cos \theta_i}{m} \right) t$$

(که برای دو حالت $\theta_1 = 0$ و $\theta_2 = \theta$ است) در نتیجه، نسبت v_2 به v_1 مساوی با $\cos \theta$ است.

(ب) چون $v_0 = 0$ ، از ترکیب معادلات ۱۶-۲ و ۵-۲ برای حالت‌های $i = 1$ و $i = 2$ (با زاویه‌های $\theta_1 = 0$ و $\theta_2 = \theta$) داریم

$$F_x = m \left(\frac{v^2}{2\Delta x} \right) \Rightarrow v_i = \sqrt{2 \left(\frac{F \cos \theta_i}{m} \right) \Delta x}$$

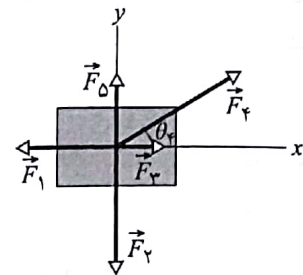
در این صورت، نسبت v_2 به v_1 برابر است با $\sqrt{\cos \theta}$.

قانون دوم نیوتون را به صورت زیر می‌نویسیم

$$F - mg \sin \alpha = ma$$

$$\Rightarrow F = (75 \text{ kg})(1/6 \text{ m/s}^2 + 1/0 \text{ m/s}^2) = 195 \text{ N}$$

۸۲ شکل ۵-۶۵ جعبه‌ای به جرم $m = 4 \text{ kg}$ را، با دید از بالا، نشان می‌دهد که پنج نیرو آن را به اطراف می‌کشند. بزرگی این نیروها عبارت‌اند از $F_1 = 11 \text{ N}$ ، $F_2 = 17 \text{ N}$ ، $F_3 = 3/0 \text{ N}$ ، $F_4 = 14 \text{ N}$ و $F_5 = 5/0 \text{ N}$ ، و $\theta_4 = 30^\circ$. شتاب جعبه را (الف) به صورت نمادگذاری بردارهای یک‌ه و به صورت (ب) بزرگی و (پ) زاویه نسبت به محور x مثبت، به دست آورید.



شکل ۵-۶۵ مسئله ۸۲

حل: نیروی برایند وارد شده به جعبه برابر است با

$$\vec{F}_{\text{net}} = (3/0 + 14 \cos 30^\circ - 11) \hat{i} + (14 \sin 30^\circ + 5/0 - 17) \hat{j}$$

که از آن جا $\vec{F}_{\text{net}} = (4/1 \text{ N}) \hat{i} - (5/0 \text{ N}) \hat{j}$ به دست می‌آید.

(الف) از قانون دوم نیوتون در مورد جعبه‌ی $m = 4/0 \text{ kg}$ داریم

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}_{\text{net}}}{m} = (1/0 \text{ m/s}^2) \hat{i} - (1/3 \text{ m/s}^2) \hat{j}$$

(ب) بزرگی شتاب $\vec{a}$ برابر است با

$$a = \sqrt{(1/0 \text{ m/s}^2)^2 + (-1/3 \text{ m/s}^2)^2} = 1/6 \text{ m/s}^2$$

(پ) زاویه‌ی شتاب نسبت به محور x ،

$$\theta = \tan^{-1} [(-1/3 \text{ m/s}^2) / (1/0 \text{ m/s}^2)] = -50^\circ$$

جهت ساعتگرد نسبت به محور $+x$ اندازه‌گیری شده است.

۸۳ نیروی خاصی به شیبی به جرم m_1 شتاب $12/0 \text{ m/s}^2$ و به شیبی به جرم m_2 شتاب $3/30 \text{ m/s}^2$ را می‌دهد. این نیرو چه شتابی را به شیبی به جرم (الف) $m_2 - m_1$ و (ب) $m_2 + m_1$ می‌دهد؟

حل: نیروی خاص را با F نشان می‌دهیم و فرض می‌کنیم نیروی

۸۵ یک بازیگر ۵۲ کیلوگرمی سیرک باید از طنابی به پایین بلغزد که اگر نیروی کشش آن از ۴۲۵ N تجاوز کند پاره می‌شود. (الف) اگر این بازیگر به صورت ساکن از طناب آویزان شود چه اتفاقی می‌افتد؟ (ب) شتاب بازیگر چقدر باید باشد تا از پاره شدن طناب جلوگیری شود؟

حل: (الف) چون وزن بازیگر $(52 \text{ kg})(9.8 \text{ m/s}^2) = 510 \text{ N}$ است، طناب پاره می‌شود.

(ب) با قرار دادن $T = 425 \text{ N}$ در قانون دوم نیوتون (جهت بالا در جهت y) داریم

$$T - mg = ma \Rightarrow a = \frac{T}{m} - g$$

که در نتیجه $|a| = 1.6 \text{ m/s}^2$ به دست می‌آید.

۸۶ وزن یک شخص ۷۵ کیلوگرمی را، (الف) در روی زمین، (ب) در روی سیاره‌ی مریخ، که در آن $g = 3.7 \text{ m/s}^2$ ، و (پ) در فضای میان ستاره‌ها، که در آن $g = 0$ ، حساب کنید. (ت) جرم شخص در هر یک از این مکان‌ها چقدر است؟

حل: از رابطه‌ی $W_p = mg_p$ استفاده می‌کنیم که در آن W_p وزن جسمی به جرم m در روی سطح سیاره‌ی p ، و g_p شتاب گرانش در روی سطح سیاره است.

(الف) وزن شخص در روی زمین برابر است با

$$W_e = mg_e = (75 \text{ kg})(9.8 \text{ m/s}^2) = 7.4 \times 10^2 \text{ N}$$

(ب) وزن شخص در روی مریخ برابر است با

$$W_m = mg_m = (75 \text{ kg})(3.7 \text{ m/s}^2) = 2.8 \times 10^2 \text{ N}$$

(پ) وزن شخص در فضای میان ستاره‌ها صفر است، زیرا در آنجا اثرات گرانش ناچیز است.

(ت) جرم شخص در همه‌ی مکان‌ها ثابت می‌ماند، $m = 75 \text{ kg}$.

۸۷ شینی از یک ترازوی فنری متصل به سقف اتاقک یک آسانسور آویخته شده است. وقتی اتاقک متوقف است این ترازو عدد ۶۵ N را نشان می‌دهد. ترازو در حالت‌های زیر چه عددی را نشان خواهد داد: اتاقک (الف) با تندی ثابت 7.6 m/s و (ب) با تندی 7.6 m/s که با آهنگ 2.4 m/s^2 کاهش می‌یابد، به سمت بالا حرکت می‌کند؟

حل: وقتی آسانسور ساکن است، ترازوی فنری جرم شینی را $m = (65 \text{ N}) / (9.8 \text{ m/s}^2) = 6.6 \text{ kg}$ نشان می‌دهد. جهت رو به بالا را جهت y در نظر می‌گیریم و دو نیروی وارد شده به شینه عبارت‌اند از: mg به طرف پایین و T (در ریسمان بسته شده به ترازو) T عددی است که بر طبق قانون سوم نیوتون توسط ترازو خوانده می‌شود) به طرف بالا.

(الف) «با تندی ثابت به طرف بالا» به این معنی است که سرعت ثابت است، یعنی شتابی وجود ندارد. بنابراین، وضعیت مانند حالت سکون است: $T = 65 \text{ N}$.

(ب) واژه‌ی «شتاب کند کننده» موقعی به کار می‌رود که جهت بردار شتاب در خلاف جهت بردار سرعت باشد. گفته شده که جهت سرعت به طرف بالا است، در نتیجه جهت بردار شتاب به طرف پایین $(a = -2.4 \text{ m/s}^2)$ است. از قانون دوم نیوتون داریم

$$T - mg = ma \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T = (6.6 \text{ kg})(9.8 \text{ m/s}^2 - 2.4 \text{ m/s}^2) = 49 \text{ N}$$

۸۸ فرض کنید فضایی‌ای در حال فرود آمدن بر سطح کالیستو، یکی از قمرهای سیاره‌ی مشتری، است. اگر موتور فضایی نیروی (رانش) رو به بالای 3260 N را وارد کند، فضایی‌ما با تندی ثابت فرود می‌آید؛ اگر موتور نیروی 2200 N را وارد کند، فضایی‌ما با شتاب رو به پایین 0.39 m/s^2 حرکت می‌کند. (الف) وزن فضایی‌ما در حال فرود در نزدیکی سطح کالیستو چقدر است؟ (ب) جرم فضایی‌ما چقدر است؟ (پ) بزرگی شتاب سقوط آزاد در نزدیکی سطح کالیستو چیست؟

حل: از نماد g برای شتاب گرانش در نزدیکی سطح کالیستو، از m برای جرم فضایی‌ما در حال فرود آمدن، از a به عنوان شتاب فضایی‌ما در حال فرود، و از F به عنوان نیروی رانش موشک استفاده می‌کنیم. جهت رو به پایین را در جهت مثبت حرکت در نظر می‌گیریم. در نتیجه قانون دوم نیوتون به صورت $mg - F = ma$ نوشته می‌شود. اگر نیروی رانش $F_1 = 3260 \text{ N}$ باشد، شتاب صفر است، لذا $mg - F_1 = 0$. اگر نیروی رانش $F_2 = 2200 \text{ N}$ باشد، شتاب $a_2 = 0.39 \text{ m/s}^2$ است، در نتیجه $mg - F_2 = ma_2$. (الف) وزن فضایی‌ما که از معادله‌ی اول به دست می‌آید

حل: واحد طول را ماه نوری، یعنی مسافت پیموده شده در یک ماه توسط نور، می‌نامیم.

(الف) بزرگی شتاب لازم برابر است با

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{(0.10)(3.0 \times 10^8 \text{ m/s})}{(3.0 \text{ days})(86400 \text{ s/day})} = 1.2 \times 10^2 \text{ m/s}^2$$

(ب) شتاب برحسب g برابر است با

$$a' = \left(\frac{a}{g}\right)g = \left(\frac{1.2 \times 10^2 \text{ m/s}^2}{9.8 \text{ m/s}^2}\right)g = 12g$$

(پ) نیروی لازم عبارت است از

$$F = ma = (1.2 \times 10^6 \text{ kg})(1.2 \times 10^2 \text{ m/s}^2) = 1.4 \times 10^8 \text{ N}$$

(ت) سفینه در مدت یک ماه مسافت ماه نوری $d = 0.1$ را می‌پیماید.

مدت زمانی که طول می‌کشد تا سفینه با تندی ثابت بتواند مسافت

0.5 ماه نوری را بپیماید، برابر است با

$$t = \frac{d}{v} = \frac{0.5 \text{ ماه نوری}}{0.1c} = 50 \text{ ماه} \approx 412 \text{ سال}$$

۹۱ موتور سیکلت سواری به جرم 60.0 kg با شتاب 3.0 m/s^2

از یک شیب‌راهی با زاویه‌ی شیب 10° درجه نسبت به افق بالا

می‌رود. (الف) بزرگی نیروی برآیند وارد به موتورسوار و (ب)

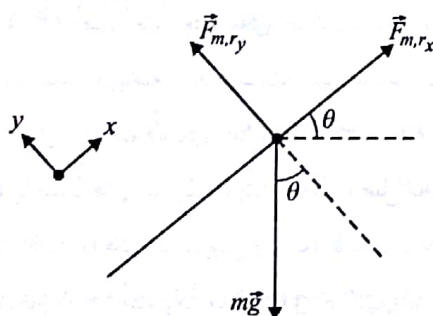
بزرگی نیرویی که موتور به موتورسوار وارد می‌کند، چقدر

است؟

حل: نمودار جسم - آزاد در زیر نشان داده شده است. توجه کنید

که F_{m,r_x} و F_{m,r_y} به ترتیب مؤلفه‌های x و y نیروی $\vec{F}_{m,r}$

هستند که توسط موتورسیکلت به موتورسوار وارد شده است.



(الف) چون نیروی برآیند مساوی با ma است، بزرگی نیروی برآیند

وارد شده به موتورسوار برابر است با

$$(60.0 \text{ kg})(3.0 \text{ m/s}^2) = 1.8 \times 10^2 \text{ N}$$

$$mg = F_1 = 3260 \text{ N} \text{ است.}$$

(ب) از معادله‌ی دوم جرم فضاپیما به دست می‌آید

$$m = \frac{mg - F_2}{a_2} = \frac{3260 \text{ N} - 2200 \text{ N}}{0.39 \text{ m/s}^2} = 2.7 \times 10^3 \text{ kg}$$

(پ) از تقسیم وزن بر جرم، شتاب گرانش به دست می‌آید

$$g = (3260 \text{ N}) / (2.7 \times 10^3 \text{ kg}) = 1.2 \text{ m/s}^2$$

۸۹ یک موتور جت 1400 کیلوگرمی فقط با سه پیچ به بدنه‌ی یک

هواپیمای مسافری بسته شده است (در عمل چنین است).

فرض کنید هر پیچ یک سوم وزن موتور را تحمل می‌کند. (الف)

در حالتی که هواپیما روی باند پرواز منتظر است تا بلند شود،

نیروی وارد به هر پیچ را حساب کنید. (ب) در حین پرواز

هواپیما با هوای آشفته مواجه می‌شود و ناگهان تحت اثر یک

شتاب قائم و رو به بالای 2.6 m/s^2 قرار می‌گیرد. در این

حالت نیروی وارد شده به هر پیچ را به دست آورید.

حل: (الف) وقتی $\vec{F}_{\text{net}} = 3F - mg = 0$ ، داریم

$$F = \frac{1}{3}mg = \frac{1}{3}(1400 \text{ kg})(9.8 \text{ m/s}^2) = 4.6 \times 10^3 \text{ N}$$

این نیرویی است که هر پیچ به موتور وارد می‌کند.

(ب) در این حالت نیروی وارد شده به هر پیچ از رابطه‌ی

$$3F - mg = ma \text{ به دست می‌آید:}$$

$$F = \frac{1}{3}mg(g + a) = \frac{1}{3}(1400 \text{ kg})(9.8 \text{ m/s}^2 + 2.6 \text{ m/s}^2) = 5.8 \times 10^3 \text{ N}$$

۹۰ یک سفینه‌ی فضایی به جرم $1.2 \times 10^6 \text{ kg}$ در آغاز نسبت به

یک سیستم ستاره‌ای ساکن است. (الف) چه شتاب ثابتی لازم

است تا سفینه در مدت 3.0 روز به تندی $0.10c$ (که c تندی

نور و برابر با $3.0 \times 10^8 \text{ m/s}$ است) نسبت به سیستم ستاره‌ای

برسد؟ (ب) این شتاب چند برابر g است؟ (پ) نیروی مورد

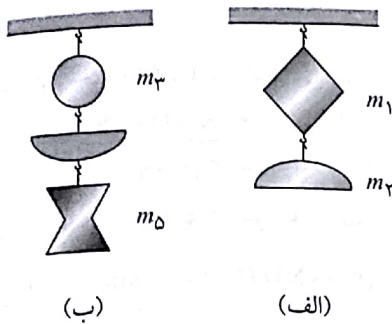
نیاز این شتاب چقدر است؟ (ت) اگر پس از رسیدن سفینه به

تندی $0.10c$ موتورها خاموش شوند (که از آن پس تندی ثابت

می‌ماند)، چه مدت طول می‌کشد تا سفینه (از آغاز تا پایان

حرکت) سفری را به مسافت 0.5 ماه نوری (مسافتی که نور در

مدت 0.5 ماه می‌پیماید) انجام دهد؟



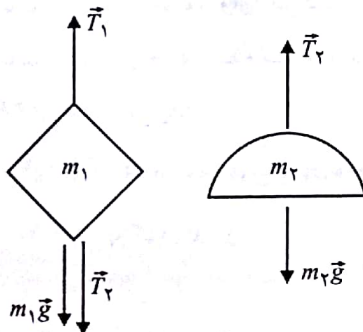
شکل ۶۶-۵ مسئله ۹۳.

حل: نمودارهای جسم - آزاد برای m_1 و m_2 (شکل الف) در زیر نشان داده شده‌اند. طناب پایینی فقط جرم $m_2 = 4/5 \text{ kg}$ را نگه می‌دارد، لذا نیروی کشش آن $T_2 = m_2 g$ است. از طرف دیگر، طناب بالایی جرم کل $m_1 + m_2 = (3/5 \text{ kg} + 4/5 \text{ kg}) = 8/5 \text{ kg}$ را نگه می‌دارد. با استفاده از قانون دوم نیوتون داریم

$$T_1 - T_2 - m_1 g = 0$$

در نتیجه نیروی کشش طناب برابر است با

$$T_1 = m_1 g + T_2 = (m_1 + m_2) g$$



(الف) از معادلات بالا، نیروی کشش طناب پایینی به دست می‌آید:

$$T_2 = m_2 g = (4/5 \text{ kg})(9/8 \text{ m/s}^2) = 44 \text{ N}$$

(ب) به طور مشابه، نیروی کشش طناب بالایی برابر است با

$$T_1 = (m_1 + m_2) g = (8/5 \text{ kg})(9/8 \text{ m/s}^2) = 78 \text{ N}$$

(پ) نمودارهای جسم - آزاد جرم‌های m_3 ، m_4 و m_5 (شکل ب) در زیر نشان داده شده‌اند. این نمودار نشان می‌دهد که پایین‌ترین طناب جرم $m_5 = 5/5 \text{ kg}$ را نگه می‌دارد و نیروی کشش آن برابر است با

$$T_5 = m_5 g = (5/5 \text{ kg})(9/8 \text{ m/s}^2) = 54 \text{ N}$$

(ب) قانون دوم نیوتون را برای محور x می‌نویسیم: $F_{m,r_x} - mg \sin \theta = ma$ ، که در آن $m = 60/0 \text{ kg}$ ، $F_{m,r_x} = 282 \text{ N}$ در نتیجه $\theta = 10^\circ$ و $a = 3/0 \text{ m/s}^2$ به دست می‌آید. از قانون دوم نیوتون برای محور y (که شتاب وجود ندارد)، داریم

$$F_{m,r_y} - mg \cos \theta = 0$$

در نتیجه $F_{m,r_y} = 579 \text{ N}$ به دست می‌آید. با استفاده از قضیه‌ی فیثاغورس داریم

$$\sqrt{F_{m,r_x}^2 + F_{m,r_y}^2} = 644 \text{ N}$$

اکنون، بزرگی نیروی وارد شده به موتورسوار توسط موتورسیکلت با بزرگی نیرویی که موتورسوار به موتورسیکلت وارد می‌کند برابر است، در نتیجه پاسخ $6/4 \times 10^2 \text{ N}$ است.

۹۲ شتاب آغازی رو به بالای موشکی به جرم $1/3 \times 10^4 \text{ kg}$ را که نیروی (رانش) آغازی رو به بالای موتور آن $2/6 \times 10^5 \text{ N}$ است، حساب کنید. از نیروی گرانشی وارد به موشک چشم‌پوشی نکنید.

حل: نیروی رانش را T می‌نامیم و جهت رو به بالا را در جهت y انتخاب می‌کنیم. از قانون دوم نیوتون داریم

$$T - Mg = Ma \Rightarrow a = \frac{2/6 \times 10^5 \text{ N}}{1/3 \times 10^4 \text{ kg}} - 9/8 \text{ m/s}^2 = 10 \text{ m/s}^2$$

۹۳ شکل ۶۶-۵ الف، یک مجموعه‌ی حرکت‌پذیر را نشان می‌دهد که از یک سقف آویخته شده است؛ این مجموعه شامل دو قطعه‌ی فلزی (به جرم‌های $m_1 = 3/5 \text{ kg}$ و $m_2 = 4/5 \text{ kg}$) است که با طناب‌هایی با جرم ناچیز، به هم وصل شده‌اند. نیروی کشش در (الف) طناب پایینی و (ب) طناب بالایی، چقدر است؟ شکل ۶۶-۵ ب، یک مجموعه‌ی حرکت‌پذیر شامل سه قطعه‌ی فلزی را نشان می‌دهد. دو تا از این جرم‌ها $m_3 = 4/8 \text{ kg}$ و $m_5 = 5/5 \text{ kg}$ هستند. نیروی کشش در طناب بالایی 199 N است. نیروی کشش در (ب) طناب پایینی و (ت) طناب میانی، چقدر است؟

$$v_x = (5.0 \text{ m/s})(3.0 \text{ s}) = 15 \text{ m}$$

(با استفاده از معادله‌ی ۲-۱۵ به ازای $v_{0y} = 0$)

$$r_y = v_{0y}t + \frac{1}{2}a_y t^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{F_y}{m}\right)t^2$$

$$= \frac{1}{2}\left(\frac{17 \text{ N}}{12 \text{ kg}}\right)(3.0 \text{ s})^2 = 6.4 \text{ m}$$

بنابراین در لحظه‌ی $t = 3.0 \text{ s}$ بردار مکان به صورت زیر است

$$\vec{r} = (15 \text{ m})\hat{i} + (6.4 \text{ m/s})\hat{j}$$

۹۵ در شکل ۵-۱۲، فرض کنید جرم اجسام 2.0 kg و 4.0 kg

باشد. (الف) اگر بخواهیم بزرگی شتاب تا حد امکان زیاد باشد،

جرم جسم آویخته شده چقدر باید باشد؟ در این صورت، (ب)

بزرگی شتاب و (پ) نیروی کشش ریمان، چقدر است؟

حل: (الف) می‌توان فهمید که جسم آویخته شده باید سنگین‌تر

باشد، زیرا شتاب بیشتری دارد. نیرویی که دستگاه را به حرکت در

می‌آورد، وزن جسم آویخته شده است (نیروی گرانش که به جسم

روی می‌ز وارد می‌شود، اثری روی حرکت آن ندارد، البته تا زمانی که

از اصطکاک چشم‌پوشی می‌کنیم). بنابراین، $m = 4.0 \text{ kg}$ است.

شتاب دستگاه و نیروی کشش ریمان را می‌توان از معادلات زیر

به دست آورد:

$$mg - T = ma, \quad T = Ma$$

(ب) شتاب برابر است با

$$a = \left(\frac{m}{m+M}\right)g = 6.5 \text{ m/s}^2$$

(پ) نیروی کشش ریمان برابر است با

$$T = Ma = \left(\frac{Mm}{m+M}\right)g = 13 \text{ N}$$

۹۶ هسته‌ای که نوترون سرگردانی را گیر می‌اندازد، باید نوترون را

با نیروی قوی در طی فاصله‌ای معادل قطر هسته متوقف کند.

این نیرو، که محتویات هسته را به هم «می‌چسباند» در خارج

هسته تقریباً صفر است. فرض کنید یک نوترون سرگردان با

تندی آغازی $1.4 \times 10^7 \text{ m/s}$ درون هسته‌ای به قطر

$d = 1.0 \times 10^{-14} \text{ m}$ گیر می‌افتد. با این فرض که نیروی قوی

وارد به نوترون ثابت باشد، بزرگی این نیرو را پیدا کنید. جرم

نوترون $1.67 \times 10^{-27} \text{ kg}$ است.

(ت) طناب بالایی دارای نیروی کشش $T_3 = 199 \text{ N}$ است که جرم

کل $(199 \text{ N}) / (9.80 \text{ m/s}^2) = 20.3 \text{ kg}$ را نگه می‌دارد، که

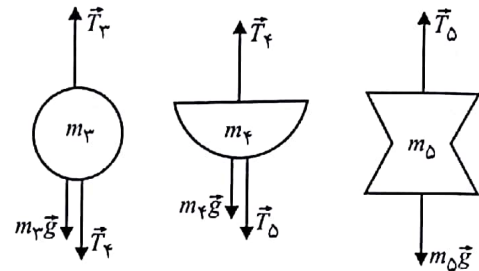
10.3 kg از این جرم قبلاً به حساب آمده است. در نتیجه جرم

مجهول در وسط باید $m_4 = 20.3 \text{ kg} - 10.3 \text{ kg} = 10.0 \text{ kg}$

باشد، و نیروی کشش طناب بالایی آن باید به قدری باشد که بتواند

جرم $m_4 + m_5 = (10.0 \text{ kg} + 5.50 \text{ kg}) = 15.5 \text{ kg}$ را تحمل

کند. بنابراین، $T_4 = (15.5 \text{ kg})(9.8 \text{ m/s}^2) = 152 \text{ N}$ است.



۹۴ حیوان گورکنی به جرم 12 kg با سرعت آغازی 5.0 m/s در

جهت مثبت محور x روی سطح یخ بسته و بی‌اصطکاک یک

استخر بزرگ می‌دود. مکان آغازی حیوان در روی یخ را مبدا

مختصات در نظر می‌گیریم. حیوان وقتی که تحت اثر نیروی

نیوتونی باد در جهت مثبت محور y قرار می‌گیرد، روی یخ سر

می‌خورد. پس از 3.0 ثانیه سر خوردن، (الف) سرعت و (ب)

بردار مکان حیوان به صورت نمادگذاری بردارهای یک‌ه چیست؟

حل: جهت محوره‌ای مختصات در صورت مسئله مشخص شده

است.

(الف) سرعت گورکن را به صورت $\vec{v} = v_x \hat{i} + v_y \hat{j}$ می‌نویسیم.

چون نیروی برابندی در راستای x وارد نمی‌شود، لذا مؤلفه‌ی x

سرعت گورکن ثابت است: $v_x = 5.0 \text{ m/s}$ در راستای y و در

لحظه‌ی $t = 3.0 \text{ s}$ داریم (با استفاده از معادله‌ی ۲-۱۱ به ازای

$$v_{0y} = 0)$$

$$v_y = v_{0y} + a_y t = v_{0y} + \left(\frac{F_y}{m}\right)t$$

$$= \left(\frac{17 \text{ N}}{12 \text{ kg}}\right)(3.0 \text{ s}) = 4.3 \text{ m/s}$$

در نتیجه $\vec{v} = (5.0 \text{ m/s})\hat{i} + (4.3 \text{ m/s})\hat{j}$ به دست می‌آید.

(ب) بردار مکان گورکن را به صورت $\vec{r} = r_x \hat{i} + r_y \hat{j}$ می‌نویسیم.

پس از مدت زمان $t = 3.0 \text{ s}$ داریم

$$a = \frac{(v^2 - v_0^2)}{2d} = \frac{-(1/4 \times 10^7 \text{ m/s})^2}{2(1/0 \times 10^{-14} \text{ m})}$$

$$= -9/8 \times 10^{27} \text{ m/s}^2$$

بزرگی نیروی وارد شده به نوترون نیز برابر است با

$$F = ma = (1/67 \times 10^{-27} \text{ kg})(9/8 \times 10^{27} \text{ m/s}^2) = 16 \text{ N}$$

حل: بر طبق قانون دوم نیوتون، بزرگی نیرو $F = ma$ است که در آن a بزرگی شتاب نوترون است. از معادلات سینماتیک (جدول ۱-۲) برای پیدا کردن شتاب متوقف کننده‌ی نوترون در طی مسافت d استفاده می‌کنیم. با فرض ثابت بودن شتاب، $v^2 = v_0^2 + 2ad$ و مقدار شتاب a برابر است با