

جزوات دانشگاه صنعتی اصفهان



@JOZVE_IUT



@JOZVE_IUT

به نام خدا



دانشگاه صنعتی اصفهان

دانشکده مهندسی عمران

@Jozve_iut

جزوه‌ی درس استاتیک

مدرس: سعید صرامی

۱ معرفه جهای بود تظر:

۲ معرفی و معاجم اوسی

۳ برداشت و قوانین جبر برداشت

۴ تحلیل و استاسیز ذرات

۵ احیام صلب (نیروها و در بر آنها، گستاور، کوبل، تقاباک برآیند نیروها)

۶ ترسیم (دیاگرام آزاد (F.B.D) و بررسی تحلیل احیام صلب

۷ خرایطا (اعضا دوزنی)، انواع خرایطا، درجه تائیدن خرایطا، پارهی خرایطا، روش کلی

۸ قارچها و مشترکها (اعضا دوزنی)،

۹ خواص سطوح، مرزی، مرکز طول، سطح و محیم.

۱۰ تیرها: مقادیر علی العزمی، مساحت، دیاگرام حاصل نیزی، رئن و پلر غرض

@Jozve_iut

۱۱ مبان ایزیس سطوح و حیضن خورها

۱۲ مراجع

* Vector Mechanics for Engineers, Statics; sixth ed.

Ferdinand P. Beer, E. Russell Johnston, JR.

* Engineering Mechanics, Volume 1, statics; fifth ed.

J. L. Meriam, L. G. KRAIGE

۱۷

۱۸

۱۹

۲۰

۱- معرفی و مفاهیم اولیه:

۲ علوم کتابخانیت: علمی سر بانزروها و اثرات آنها بر اجسام سردکار را درد. اصول علم کتابخانیت

۳ نظم‌گذین اثراخواص تجسس مسائل عینی می‌باشد.

۴ علم کتابخانیت از قدری ترین علوم فنی‌کنی می‌باشد. (با پیوسته فنی‌کنی سردکار را)

۵ ارسالیسیل ← اصول حکم بر احتمالها؛ اصول شناوری

۶ نمونت سے قوانین نمونت

۷ حجم و عجم کتابخانیت در رسمیت علوم فنی‌کنی فرازدار، عجم راضی در بیان اصول حکم بر

۸ کتابخانیت و نیز برآوردهای این اصول در حل مسائل علی قصّ نظم و سازمانی را در

۹

۱۰ با توجه به نوع مسائل سر بانزروها آنها سردکار را درم؛ عجم کتابخانیت سه شاخه دارد:
@Jozve_iut

۱۱ ۱- کتابخانیت احتمام غیر مغلوب نایبر (احتمام صلب)

۱۲ ۲- کتابخانیت احتمام غیر مغلوب نیبر (گازها)

۱۳ ۳- کتابخانیت سیالات

۱۴ کتابخانیت احتمام صلب، خود بـ (دو) شاخه تقسیم می‌شود:

۱۵ اف) استاتیک ← بررسی تعادل احتمام تحت اثر نیروها (احتمالات)

۱۶ ب) دینامیک ← بررسی حرکت احتمام

۱۷

۱۸

۱۹

۲۰

۱. اصول و تعاریف پایه در مطالعه استاتیک احمد:
۲. قضا: تاچیهای است که جسم اشغال می‌کند. هر ذره از این جسم، دارای موقعیت درین قسمی باشد. برای این دلیل این موقعیت دو گروه مقادیر است که تعریف می‌کنند. قضا که بعد از قضا دو بعدی، فضای بین این دو بعد فضای انتقالی است.
۳. نیرو: اثراتی که جسم بر جسم دیگر، تولید می‌دارد.

point of application \rightarrow نقطه اثر

magnitude \rightarrow اندازه

direction \rightarrow جهت

شخصهای نیرو

۴. با توجه به شخصهای فوق، نیرویت کیست برداری است که در رابطه بررسی خواهد شد:
۵. ذره: قصه بسیار کوچکی از یک جسم که می‌توان آن را با یک قصه نشاند.
۶. دار: بعبارت دیگر، جسم که ابعاد آن به سمت صفر میل کند؛ ذره نام دارد.
۷. جسم صلب (Rigid): ترکیب از قدر زیادی ذره بگونه‌ای که تحت اثر نیروها (اعمالی)، همچوئی جایه جایی نسبیین ذرات آن انجام نشود.
۸. انواع کیست‌ها:

۹. - چیزی که عذری (استکار)؛ فقط با مقادیر (اندازه) یک کیست سرمه کار داشتم. مثل زبان، چشم، مخطابی، واژگویی.
۱۰. - کیست‌های نیرویی؛ عده و سر اندازه، جهت جم دارند و از قانون جمع تجزی (الجمع) بیرونی می‌باشند. مثل جایه جایی، سرعت و شتاب.

۱- صیغه بندی بردارها:

- بردار آزاد (Free vector): خاصیت این بردارها آن است که نفع از آنها محدود نیست.

خط (راستای) سخنرباری ممکن نیست. مثل بردارهای:

کیک و سفر تقدیم و یا بردار جایی از آن.

- بردار حرکتی (Sliding vector): برداری است که عمل اگر سخنرباری را می‌نماییم

است و نقطه در راستای خود می‌تواند به بجا باشد و در

نه ب موازات خود. مثل نیروها وارد بر حسب صلب.

- بردار ثابت (Fixed/Bound vector): برداری است که نهاده در کیک راستای

خاص، بلکه تنها در کیک نفع از آن راستای قابل

فعالیت باشد مثل نیروهای وارد بر زلات و یا

بروزی وارد بر یک پارک

در راستایی، اگر بردارها، برداری لغرنده هستند.

۱۳

جبر بردارها:

حالتون را که گفته شد، بردار علاوه بر آنکه دارای تقلید و جست است باشد از قانون

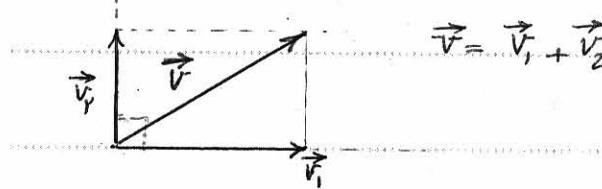
ترکیب متوازن الاضلاع نیز بروی کن.

۱۷

• مولفهای بردار: دو یا چند بردار که ممکن ساخته اند بردار اصل را

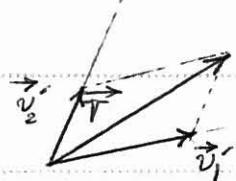
تجزیه کنند، مولفهای بردار نامیده می‌شوند.

۱۹



۲۰

$$\vec{V} = \vec{V}_1 + \vec{V}_2$$



۱) \vec{V}_1 و \vec{V}_2 مولفه های غیر متعادل بردار \vec{V} هستند.

۲) بردار \vec{V} : برداری که اندازه آن و اهداف و آن را بازگشتن می دهد.

$$\vec{V} = V \vec{n}$$

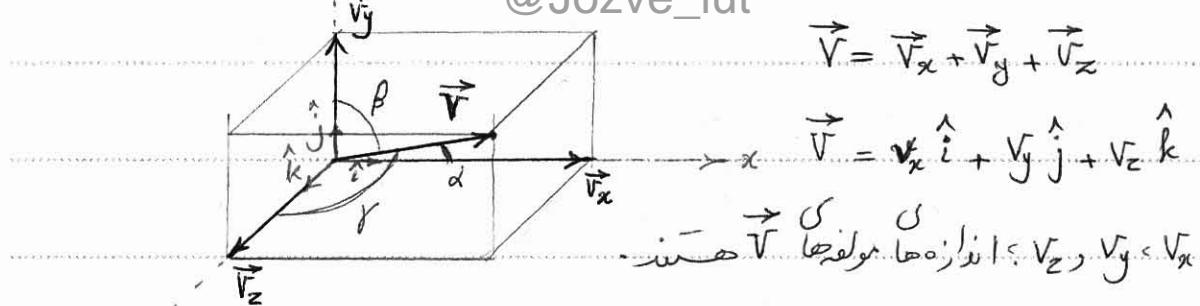
$$\vec{n} = \frac{\vec{V}}{V}$$

۳) در مسئله بعدی، جوانب بردار \vec{V} و \vec{k} را به ترتیب بردازیده ایم

۴) جوهرها x و y در تراکمی، حاصل جمع برداری مولفه های بردار \vec{V} بهمورت

۵) زیر خواهد بود.

@Jozve_iut



$$\vec{V} = \vec{V}_x + \vec{V}_y + \vec{V}_z$$

$$\vec{V} = V_x \hat{i} + V_y \hat{j} + V_z \hat{k}$$

۶) \vec{V} را بازگشته مولفه های V_x, V_y, V_z داریم.

$$V_x = V \cos \alpha = Vl$$

$$V^2 = V_x^2 + V_y^2 + V_z^2$$

$$V_y = V \cos \beta =Vm$$

$$V_z = V \cos \gamma = Vn$$

۷) \vec{V} را کسری های $\cos \alpha, \cos \beta, \cos \gamma$ و به ترتیب

۸) $\cos \alpha = l; \cos \beta = m; \cos \gamma = n$ می دیم.

$$l^2 + m^2 + n^2 = 1$$

$$l = \frac{V_x}{V}; m = \frac{V_y}{V}; n = \frac{V_z}{V}$$

۱. قواعد بجز بردارها

۲

۳. متصفح کی عد درایر بردار

۴

۵. جستجوی جمع بردارها

۶

۷. قاعده متوازی الاضلاع

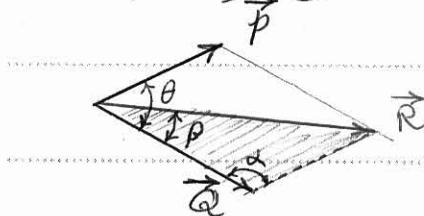
۸

۹. جزوی از بردار کی عرض

۱۰

۱۱. قدری از متوازی الاضلاع کی کسر می باشد (جمع این دو بردار است)

۱۲



$$\vec{R} = \vec{P} + \vec{Q}$$

$$R^2 = P^2 + Q^2 + 2PQ \cos \theta$$

$$\theta = ?$$

@Jozye_iut

$$\frac{R}{\sin \alpha} = \frac{P}{\sin \beta} ; \alpha = 180 - \theta$$

$$\frac{R}{\sin(180-\theta)} = \frac{R}{\sin \theta} = \frac{P}{\sin \beta}$$

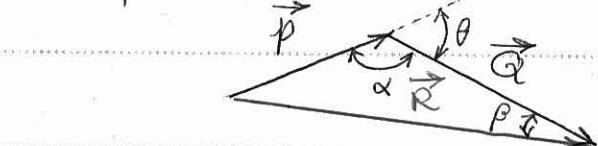
$$\Rightarrow \theta = \sin^{-1} \left(\frac{P}{R} \sin \theta \right)$$

۱۴. قاعده مثلث

۱۵

۱۵. در این حالت، نفع این ایس بردار داریم، میتوانیم برای این بردار اول است

۱۶. برای حساب می خواهیم از ابعاد نفع ابتدا بردار اول: اینها بردار داریم ممکن



۱۷. می شود.

۱۸

$$R^2 = P^2 + Q^2 - 2PQ \cos \alpha$$

۱۹

$$\cos \alpha = - \cos \theta ; \alpha = 180 - \theta$$

۲۰

$$\vec{P} = P_x \hat{i} + P_y \hat{j} + P_z \hat{k}, \vec{Q} = Q_x \hat{i} + Q_y \hat{j} + Q_z \hat{k} : بردار پوشش - \quad 1$$

$$\vec{P} + \vec{Q} = (P_x \hat{i} + P_y \hat{j} + P_z \hat{k}) + (Q_x \hat{i} + Q_y \hat{j} + Q_z \hat{k}) \quad 2$$

$$= (P_x + Q_x) \hat{i} + (P_y + Q_y) \hat{j} + (P_z + Q_z) \hat{k} \quad 3$$

$$= (Q_x + P_x) \hat{i} + (Q_y + P_y) \hat{j} + (Q_z + P_z) \hat{k} \quad 4$$

$$= \vec{Q} + \vec{P} \quad 5$$

$$\vec{P} + (\vec{Q} + \vec{R}) = (\vec{P} + \vec{Q}) + \vec{R} : میمت حرکت زنگی \quad 6$$

$$= \vec{P} + \vec{Q} + \vec{R} \quad 7$$

• ضرب بردارها \quad 8

- ضرب داخلی (نقطه ای) (.) - ضرب خارجی (.) \quad 9

ضرب داخلی: حاصل ضرب دو بردار با عدد است. \quad 10

$$\vec{P} \cdot \vec{Q} = P Q \cos \theta \quad \text{برای بین دو بردار} \quad 11$$

$$\vec{P} \cdot \vec{Q} = (P_x \hat{i} + P_y \hat{j} + P_z \hat{k}) \cdot (Q_x \hat{i} + Q_y \hat{j} + Q_z \hat{k}) = P_x Q_x + P_y Q_y + P_z Q_z \quad 12$$

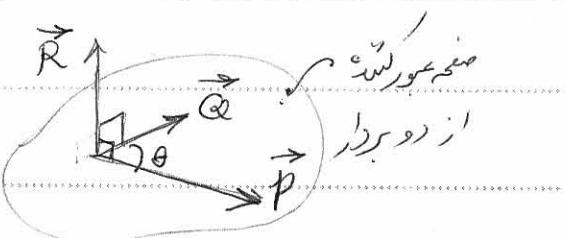
$$\hat{i} \cdot \hat{i} = \hat{j} \cdot \hat{j} = \hat{k} \cdot \hat{k} = 1 \quad ; \quad \hat{i} \cdot \hat{j} = \hat{j} \cdot \hat{i} = \hat{i} \cdot \hat{k} = \hat{k} \cdot \hat{i} = \hat{j} \cdot \hat{k} = \hat{k} \cdot \hat{j} = 0 \quad 13$$

$$\cos \theta = \frac{P_x Q_x + P_y Q_y + P_z Q_z}{P Q}; P = \sqrt{P_x^2 + P_y^2 + P_z^2}; Q = \sqrt{Q_x^2 + Q_y^2 + Q_z^2} \quad 14$$

ضرب خارجی: حاصل ضرب خارجی دو بردار است \quad 15

$$\vec{P} \times \vec{Q} = \vec{R}; R = P Q \sin \theta \quad \theta < 180^\circ \quad 16$$

$$\vec{Q} \times \vec{P} = -\vec{R} \quad 17$$



$$\vec{P} \times \vec{Q} = (P_x \hat{i} + P_y \hat{j} + P_z \hat{k}) \times (Q_x \hat{i} + Q_y \hat{j} + Q_z \hat{k})$$

$$= (P_y Q_z - P_z Q_y) \hat{i} + (P_z Q_x - P_x Q_z) \hat{j} + (P_x Q_y - P_y Q_x) \hat{k}$$

$$= \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ P_x & P_y & P_z \\ Q_x & Q_y & Q_z \end{vmatrix} \quad \begin{matrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \hat{j} & \hat{i} & \hat{k} \\ \hat{k} & \hat{i} & \hat{j} \end{matrix} = -1$$

مانند که نظر سر برداشته باشد از خواص بردارها بینشید

جهت سهولت کار، نیروها را با تجزیه به مولخایی بررسی نمی‌نماییم

$$\vec{F} = F_x \hat{i} + F_y \hat{j} + F_z \hat{k}$$

کاربرد فرایندی در محاسبه نیروها: تین سولفه بردار در اسکال می‌باشد

$$\vec{F} = F_n \hat{n} + F_t \hat{t} \quad F_n = F \cos \alpha \quad \text{پارههای کوتاه}$$

$$\vec{P} \cdot \vec{n} = P \cos \theta \quad \vec{P} \cdot \vec{Q} = P Q \cos \theta \quad \text{از طرفی} \quad @Jozve_iut$$

$$\vec{F}_n = \vec{F} \cdot \vec{n} \quad ; \quad \vec{F}_t = (\vec{F} \cdot \vec{n}) \vec{n} \quad \text{جنوبی}$$

$$\text{نتیجه: } F_n = \vec{F} \cdot \vec{n} \quad ; \quad \vec{F}_t = (\vec{F} \cdot \vec{n}) \vec{n}$$

مثال ۱: مطالعه میل: نیروی $F = 500N$ بعزمایم زیرا درجه اعمالی گردیده بوده که

اسکال بردار \vec{F} را در حرکت از نقطه A می‌گذراند از آن پس از آن بردار و رابطه

برداری آن را انسان خواهد بود:

الف) دسته خود را بآب کشیده و آن را در زمین قرار دهید:

الف) دسته خود را بآب کشیده و آن را در زمین قرار دهید:

الف) دسته خود را بآب کشیده و آن را در زمین قرار دهید:

الف) دسته خود را بآب کشیده و آن را در زمین قرار دهید:

الف) دسته خود را بآب کشیده و آن را در زمین قرار دهید:

$$\vec{F} = (F \cos \theta) \hat{i} - (F \sin \theta) \hat{j} \quad ; \quad \theta = 60^\circ$$

۱) اف)

$$\vec{F} = (500 \cos 60^\circ) \hat{i} - (500 \sin 60^\circ) \hat{j} = (250 \hat{i} - 433 \hat{j}) N$$

۲)

$$F_x = 250 N \quad ; \quad F_y = -433 N \quad \text{مولفهای اسکار}$$

۳)

$$\vec{F}_x = 250 \hat{i} N \quad ; \quad \vec{F}_y = -433 \hat{j} N \quad \text{مولفهای برداری}$$

۴)

$$F'_x = 500 N \quad ; \quad F'_y = 0 \quad \text{ب) با وضیعه مثل}$$

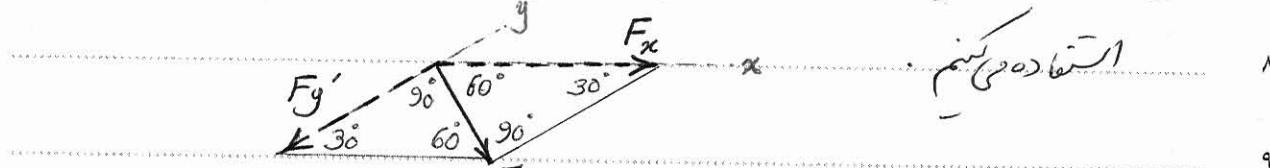
۵)

$$\vec{F} = (500 \hat{i}') N \quad \text{استخراجی کشم}$$

۶)

ج) با وضیعه اندیمه محور خود و یک جرم عمودی است از قانون مولازی ای

۷)



۸)

$$\frac{|F_x|}{\sin 90^\circ} = \frac{|F_y'|}{\sin 60^\circ} = \frac{500}{\sin 30^\circ} \Rightarrow |F_x| = 1000 N$$

۹)

$$@ Jozve \quad |F_y'| = 866 N$$

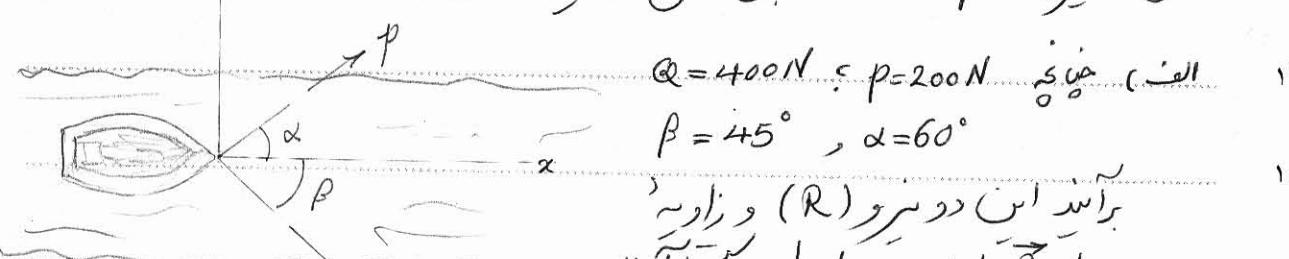
۱۰)

$$\vec{F} = 1000 \hat{i} - 866 \hat{j} \quad \text{ل)$$

۱۱)

د) نیروهای پ، ق، ر طبق شکل به تابعی اعمال می‌شوند.

۱۲)



۱۳)

$$\text{الف) خوب} \quad Q = 400 N \quad ; \quad P = 200 N$$

$$\beta = 45^\circ, \alpha = 60^\circ$$

۱۴)

برآمد این دوره (R) وزاری

برآرد R با محور X را به بست آورید

۱۵)

ب) خنجر بخواهم که این دوره باشد معادل $\sqrt{Q^2 + P^2}$

۱۶)

را به بست آورید (R) زاویه β را بگویی (تقریباً) کنید به Q حداقل بست از دوره آرد

۱۷)

باید (R) بخواهد $\sqrt{Q^2 + P^2}$ باشد ($\alpha = 60^\circ$)

۱۸)

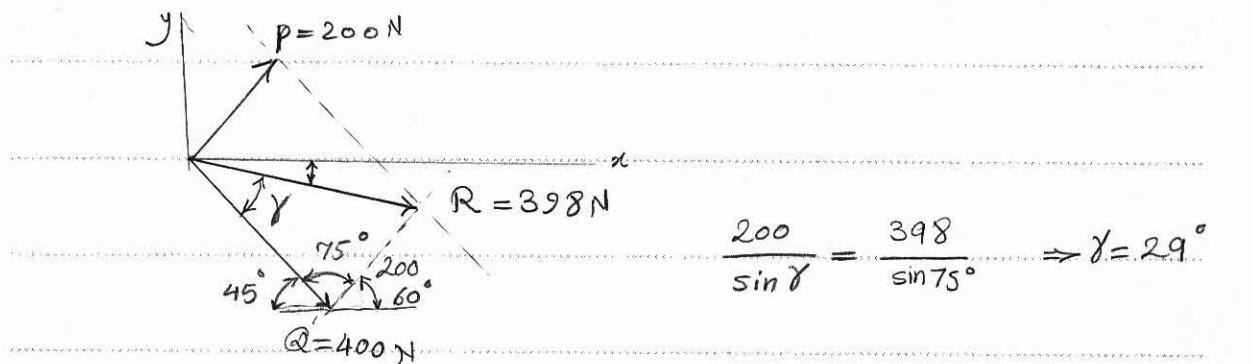
صفحه (۹)

۱۹)

۲۰)

$$R^2 = P^2 + Q^2 + 2PQ \cos \theta \quad ; \quad \theta = \alpha + \beta \quad (1)$$

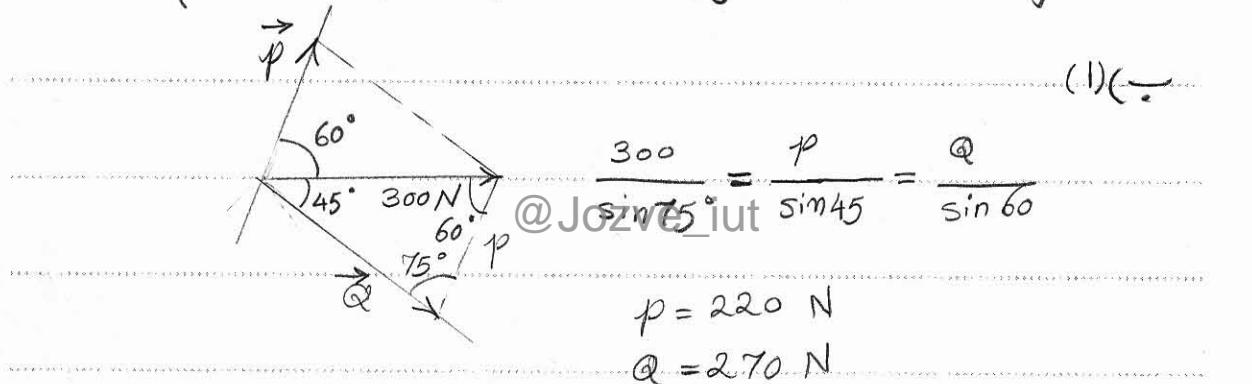
$$R^2 = (200)^2 + (400)^2 + (2 \times 200 \times 400 \times \cos 105^\circ) \Rightarrow R = 398 \text{ N} \quad (2)$$



$$\frac{200}{\sin \gamma} = \frac{398}{\sin 75^\circ} \Rightarrow \gamma = 29^\circ$$

$$\beta - \gamma = 16^\circ \quad \leftarrow \text{ادیت بر طبق آن با خود رخ} \quad (3)$$

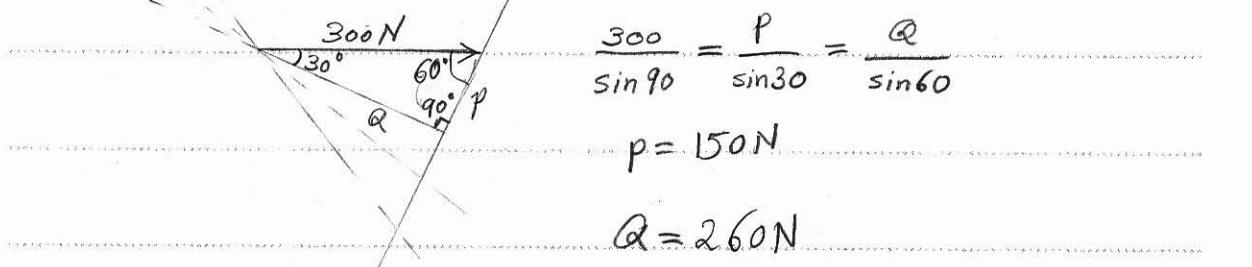
$$\vec{R} = (398 \cos 16^\circ) \hat{i} - (398 \sin 16^\circ) \hat{j} = 383 \hat{i} - 110 \hat{j} \quad (4)$$



$$P = 220 \text{ N}$$

$$Q = 270 \text{ N}$$

$$\beta = 30^\circ \quad (5)$$



$$\frac{300}{\sin 90} = \frac{P}{\sin 30} = \frac{Q}{\sin 60}$$

$$P = 150 \text{ N}$$

$$Q = 260 \text{ N}$$

۱) نیروی $\vec{F} = 100\text{N}$ بر سینه از مجموعه مختصات xyz اعمال شد.

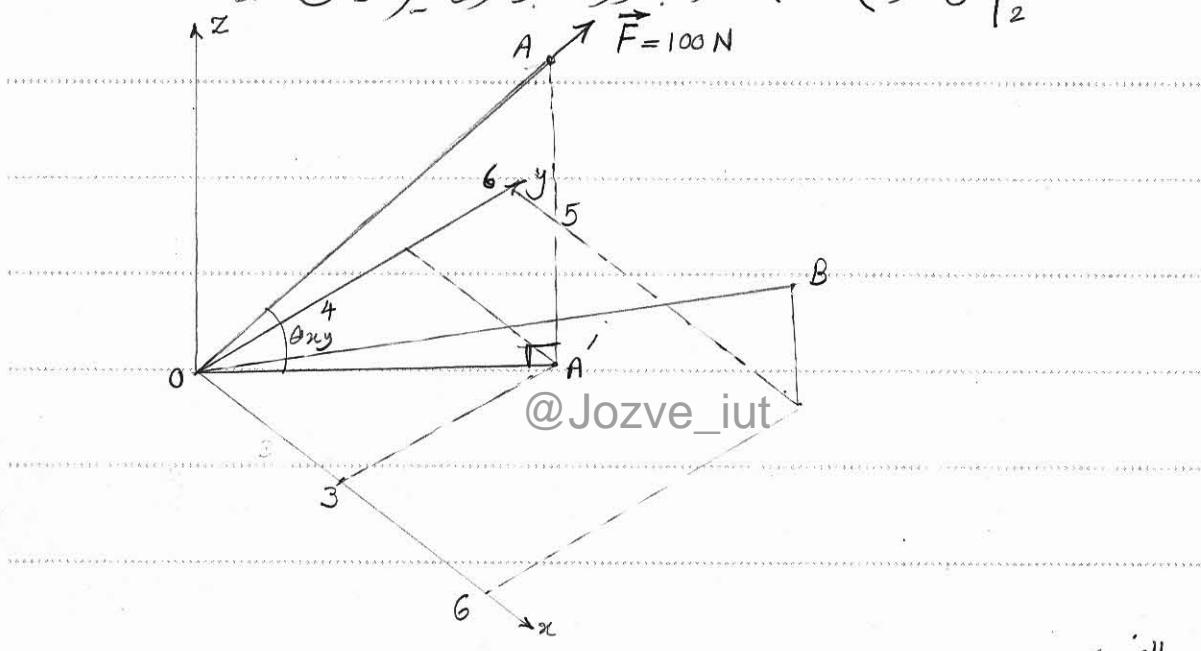
۲) است. خط اثر نیروی F از نقطه A عبور است، $A \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix}$

۳) (الف) مولفه های F_x , F_y و F_z را برای نیروی F بیان کنید.

۴) تصویر بردار \vec{F} در صفحه xoy رسم کنید.

۵) مولفه بردار F در مبدأ خط AB (آن استاد از تقدیر می کند) - $B \begin{pmatrix} 6 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix}$

۶) رابطه میان F_n - F را بصورت برداری نیز بیان کنید.



(الف)

$$OA = \sqrt{3^2 + 4^2 + 5^2} = 7.071$$

$$l = \cos \theta_x = \frac{3}{7.071} = 0.424; m = \cos \theta_y = \frac{4}{7.071} = 0.566; n = \cos \theta_z = \frac{5}{7.071} = 0.707$$

$$F_x = F \cos \theta_x = 100 \times 0.424 = 42.4 \text{ N}$$

$$F_y = F \cos \theta_y = 100 \times 0.566 = 56.6 \text{ N} \Rightarrow \vec{F} = 42.4 \hat{i} + 56.6 \hat{j} + 70.7 \hat{k}$$

$$F_z = F \cos \theta_z = 100 \times 0.707 = 70.7 \text{ N}$$

$$OA' = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5 \quad \text{(رسانی اول)}$$

$$\tan \theta_{xy} = \frac{5}{5} = 1 \Rightarrow \theta_{xy} = 45^\circ \Rightarrow F_{xy} = F \cos \theta_{xy} = 100 \times 0.707 = 70.7 \text{ N}$$

$$F_n = \vec{F} \cdot \vec{n}_{OA'}$$

$$\vec{n}_{OA'} = \frac{3\hat{i} + 4\hat{j}}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 0.6\hat{i} + 0.8\hat{j}$$

$$F_n = F_{xy} = \vec{F} \cdot \vec{n} = 42.4 \times 0.6 + 56.6 \times 0.8 = 70.7 \text{ N}$$

$$F_{QB} = \vec{F} \cdot \vec{n}_{QB}$$

$$\vec{n}_{QB} = \frac{6\hat{i} + 6\hat{j} + 2\hat{k}}{\sqrt{6^2 + 6^2 + 2^2}} = 0.688\hat{i} + 0.688\hat{j} + 0.229\hat{k}$$

$$F_{QB} = (42.4\hat{i} + 56.6\hat{j} + 70.7\hat{k}) \cdot (0.688\hat{i} + 0.688\hat{j} + 0.229\hat{k}) = 84.4 \text{ N}$$

$$\vec{F}_{QB} = F_{QB} \vec{n}_{QB} = 84.4 (0.688\hat{i} + 0.688\hat{j} + 0.229\hat{k}) = 58.07\hat{i} + 58.07\hat{j} + 19.39\hat{k}$$

@Jozve_iut

۱۳- تعادل و استاتیک ذرات

تعريف: هنچه برازند که نیروها وارد برگشته باشند، آن ذره در حال

$$\sum \vec{F} = 0 \quad \text{با} \quad \begin{cases} \sum F_x = 0 \\ \sum F_y = 0 \\ \sum F_z = 0 \end{cases} \quad \text{تعادل است.}$$

قوانين نیون / که اصول اولیه واسطه علم مکانیک حسته در او اخوند ۱۷ اینجند

* قانون اول نیون: هنچه برازند نیروها وارد برگشته باشند، آن ذره

سکنی می‌ماند و یا با سرعت ثابت بر جای خود از این می‌ردد.

بنابراین ذره در حال تعادل باشند ایساً است و یا در این متفقی با سرعت ثابت در

حال حرکت است.

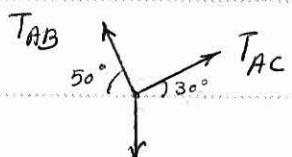
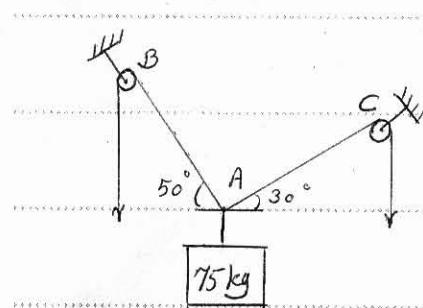
@Jozve_iut

دیگر ام جسم آزاد برای یک ذره، شدنه آن ذره و طبق نیروها اعمالی بر

آن می‌باشد.

مثال: یک سرمه، توطیسیم کامل و قرورت داده در حال

تعادل است. نیروی کامل AB و AC را بدست آورد.



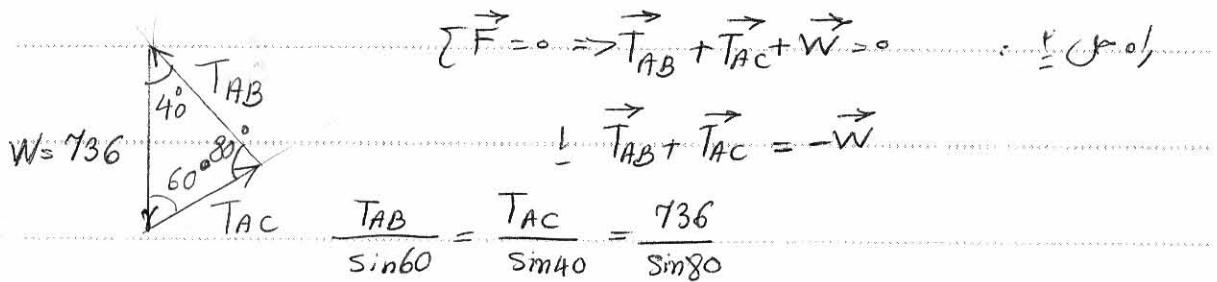
$$\sum F_x = 0 ; \sum F_y = 0 \quad \text{--- 1}$$

$$\textcircled{I} \quad \sum F_x = 0 \Rightarrow T_{AC} \cos 30^\circ = T_{AB} \cos 50^\circ \Rightarrow T_{AC} = 0.742 T_{AB} \quad \text{--- 2}$$

$$\textcircled{II} \quad \sum F_y = 0 \Rightarrow T_{AC} \sin 30^\circ + T_{AB} \sin 50^\circ = 736 \text{ N} \quad \text{--- 3}$$

$$\textcircled{I}, \textcircled{II} \Rightarrow T_{AB} (0.742 \sin 30^\circ + \sin 50^\circ) = 736 \Rightarrow T_{AB} = 647 \text{ N} \quad \text{--- 4}$$

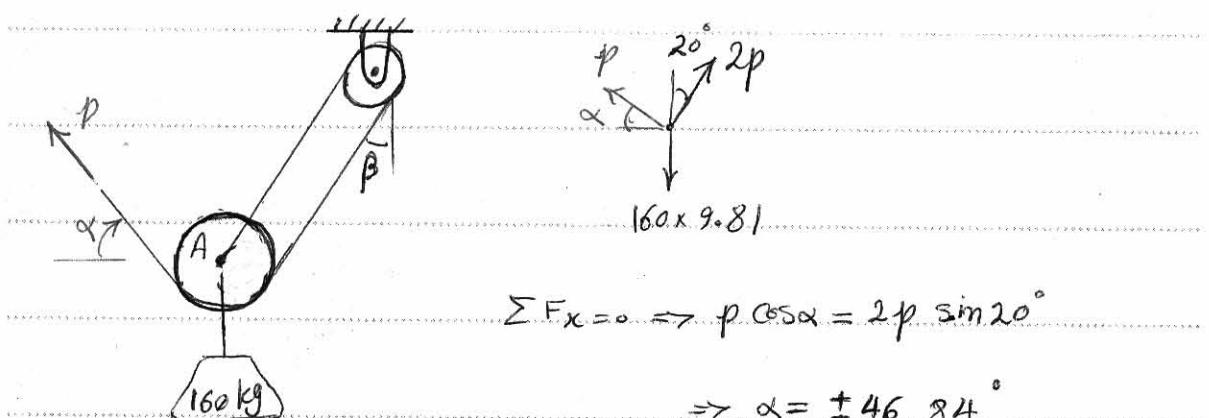
$$\textcircled{I} \Rightarrow T_{AC} = 480 \text{ N} \quad \text{--- 5}$$



لطفاً وزن 190 کیلو گرام از سمت خانہ دوچرہ مکشی کریں
@Jozve_iut

مکشی کریں پر وحشی نہیں؟ $\beta = 20^\circ$

مکشی کریں پر وحشی نہیں؟ اور یہ وزن دوچرہ مکشی کریں



$$\sum F_y = 0 \Rightarrow p \sin \alpha + 2p \cos 20^\circ = 160 \times 9.81 \quad \text{--- 17}$$

$$\Rightarrow p (2 \cos 20^\circ \pm \sin 46.84) = 1569.6 \text{ N} \quad \text{--- 18}$$

$$\Rightarrow p = 601.65 \text{ N} \rightarrow \alpha = 46.84^\circ$$

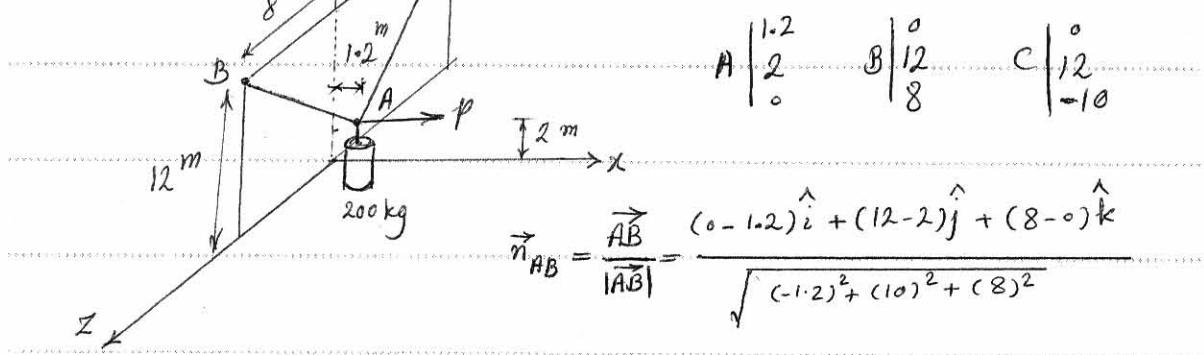
$$1364.94 \text{ N} \rightarrow \alpha = -46.84^\circ$$

مسئل: استوانه ای ۱۰۰ کیلوگرم توسط دو کابل AC، AB به گوشهای دیوار

قائم زمین را در مکان متعادل است. نیزی افقی p (عمود بر دیوار) استوانه

بر راهی است که دو کابل را در مکان گاههای A و C متصل کند. مقدار نیزی p و نیزی ایجاد

در حرکت از کابلهای را بزرگ آورد.



$$A \begin{array}{|c} 1.2 \\ \hline 2 \\ \hline 0 \end{array} \quad B \begin{array}{|c} 12 \\ \hline 8 \\ \hline 0 \end{array} \quad C \begin{array}{|c} 12 \\ \hline -10 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\vec{n}_{AB} = \frac{\vec{AB}}{|\vec{AB}|} = \frac{(0-1.2)\hat{i} + (12-2)\hat{j} + (8-0)\hat{k}}{\sqrt{(-1.2)^2 + (10)^2 + (8)^2}}$$

$$\vec{n}_{AB} = -0.0933\hat{i} + 0.7775\hat{j} + 0.6220\hat{k}$$

$$\vec{n}_{AC} = \frac{\vec{AC}}{|\vec{AC}|} = \frac{(0-1.2)\hat{i} + (12-2)\hat{j} + (-10-0)\hat{k}}{\sqrt{(-1.2)^2 + (10)^2 + (-10)^2}} = -0.0845\hat{i} + 0.7046\hat{j} - 0.7046\hat{k}$$

$$\vec{T}_{AB} = T_{AB} \vec{n}_{AB}; \quad \vec{T}_{AC} = T_{AC} \vec{n}_{AC}; \quad \vec{p} = p \hat{i}; \quad \vec{w} = mg \hat{j}$$

$$\sum \vec{F} = \vec{0} \Rightarrow \vec{T}_{AB} + \vec{T}_{AC} + \vec{p} + \vec{w} = \vec{0}$$

$$-0.0933 T_{AB} \hat{i} + 0.7775 T_{AB} \hat{j} + 0.622 T_{AB} \hat{k}$$

$$-0.0845 T_{AC} \hat{i} + 0.7046 T_{AC} \hat{j} - 0.7046 T_{AC} \hat{k}$$

$$+ p \hat{i}$$

$$-200 \times 9.81 \hat{j} = 0$$

$$(\sum F_x = 0) \Rightarrow -0.0933 T_{AB} - 0.0845 T_{AC} + p = 0 \quad \left. \right\} P = 235 \text{ N}$$

$$(\sum F_y = 0) \Rightarrow 0.7775 T_{AB} + 0.7046 T_{AC} - 196.2 = 0 \quad \left. \right\} T_{AB} = 1402 \text{ N}$$

$$(\sum F_z = 0) \Rightarrow 0.622 T_{AB} - 0.7046 T_{AC} = 0 \quad \left. \right\} T_{AC} = 1238 \text{ N}$$

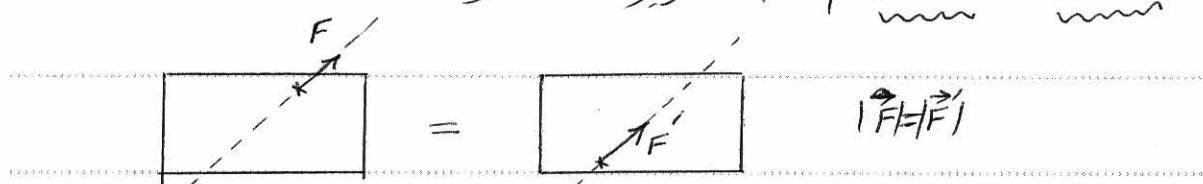
۱. ۱- احیای صلب (نیروها) و در آن حفاظت از مکانیزم کوپل (نیروها)
۲. در فصل پنجم با احیای سروکار را شتم که می توانیم آنها را باشد زره
۳. محل سازی کشم
۴. در آن را می بینیم با احیای مسئله از جمیعی از ذرات سروکار دارم به گونه ای
۵. که در هنگام حرکت از در تغیر موضع ایجاد آنها اجتناب نمایم
۶. صنعتی نیروها ک اعمال ایجاد است به ذرات متعاقب از این مضموم اعمال نمود
۷. اگر احیای نور در پرسی در کائنات ماده در دست نمایی احیای صلب قرار گیرد
۸. چنین مجبوب مخفی تحریف، چنی است که در آن همچنان تغییر نیروها ایجاد نمود
۹. با وجود تحریف فوق، در واقع همچنان سیم صلب وجود نموده است وی از
۱۰. آن حاکم تغییر نیروها ایجاد نموده بود که نیروهای بیانی معتبرند ولذا در
۱۱. عوامل تغییر نیروها ایجاد نموده بود که نیروهای بیانی معتبرند ولذا در
۱۲. فرض نمایم
۱۳. * ایجاد نیروها principle of transmissibility
۱۴. * مکانیزم نیروها در یک نقطه moment of a force about a point
۱۵. * مکانیزم نیروها در یک محور moment of a force about an axis
۱۶. * کوپل couple
۱۷. نیروها خارجی External forces
۱۸. نیروها داخلی Internal forces
- ۱۹.
- ۲۰.

* اصل انتقال نیزی:

فرض کنید که F بر نفع از این جسم صب اعمال شود. هنوز این نیزه را باشند نیزه مساوی و محبت F' که در نفع دیگری از این جسم اعمال شود.

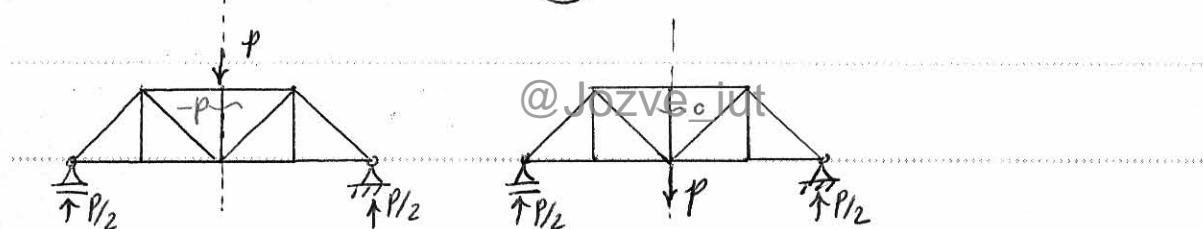
طبق این نتایم، به طرف این که خط تأثیر حرکت نیزه F و F' باند، میتوان

عادل و با حرکت جسم صلب تحریک خواهد کرد.



* در محاسبه نیزه داشته و آنچه معمول استفاده از این اهمیت است

برجیس برخواست اساس در میان کلمه ای که در



* کاربرد نیزه حول نکت نفع:

اگر این نیزه بر جسم به نفع این حالت دارد، هر نفع از این جسم صب نسبت به نفع فرضی ۰، داشت که بردار موقعیت است.

کاربرد نیزه ۰ (\vec{M}_0) به کل زیر صفحه میگردد:

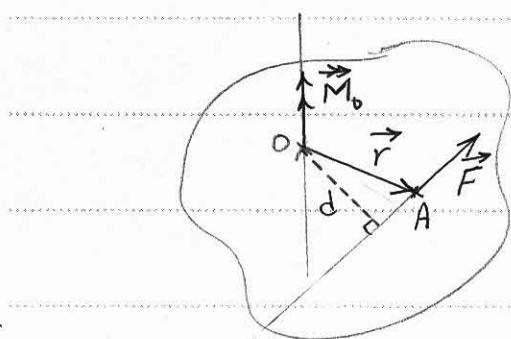
$$\vec{M}_0 = \vec{r} \times \vec{F} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ r_x & r_y & r_z \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix}$$

بردار موقعیت، بردار نیزه و بردار محبت

بردار موقعیت، اون نفع این کاربرد نیزه به استفاده نیزه \vec{F} و صفر نیست

$$|\vec{M}_0| = r \cdot F \sin\theta = F \cdot d$$

d : طبع نکت نفع و خط تأثیر



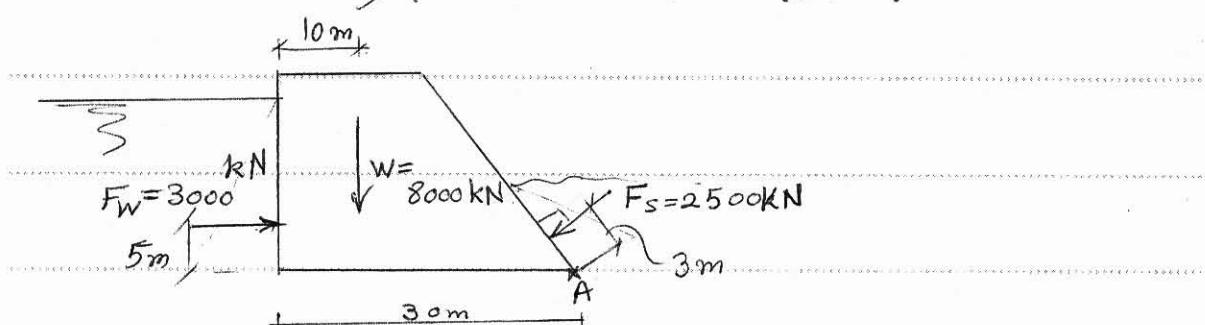
۱- اندازه \vec{M}_o نیز ممکن نیزه

۲- به این دست درونه حول کردن

۳- محور (\vec{M}_o) می باشد.

۴-

۵- مول: در گفتوں زیر این سه وزنی نیز دارند است. نیزه نیزه های وارد بر سر از بین به نیزه سه (نقطه A) حساب کنیم.



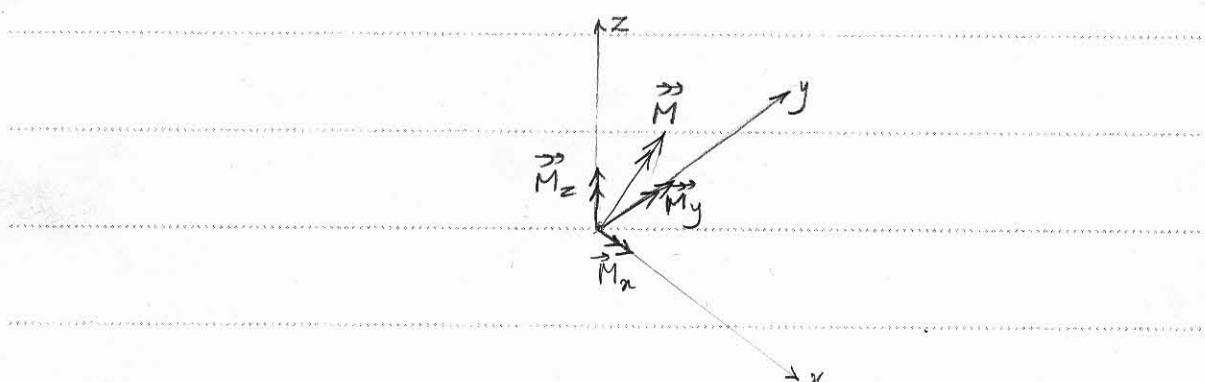
@Jozve_iut

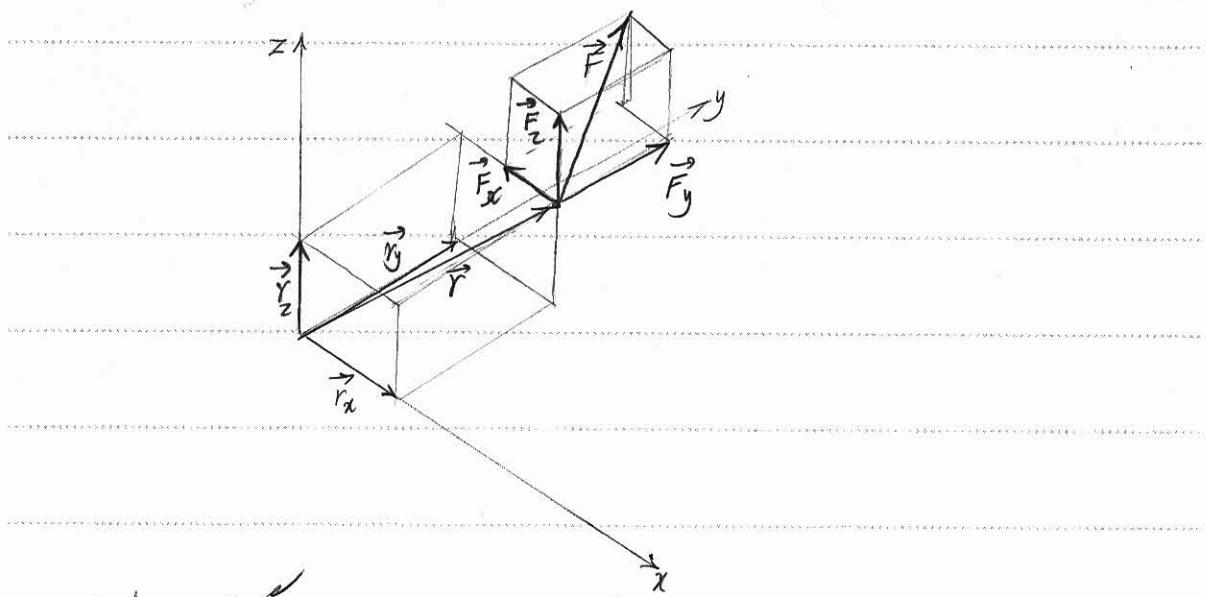
kN.m

$$\text{۶- } \sum M_A = ? \quad M_A = 3000 \times 5 - 8000 \times (30 - 10) - 2500 \times 3 = -152500$$

۷- مولهای برداری ساده و محض فرض آنها

$$\text{۸- } \vec{M}_o = \vec{r} \times \vec{F} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ r_x & r_y & r_z \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix} = (r_y F_z - r_z F_y) \hat{i} + (r_z F_x - r_x F_z) \hat{j} + (r_x F_y - r_y F_x) \hat{k}$$





$$\text{کسر در جول مورخ} \rightarrow r_y \times F_z - r_z F_y$$

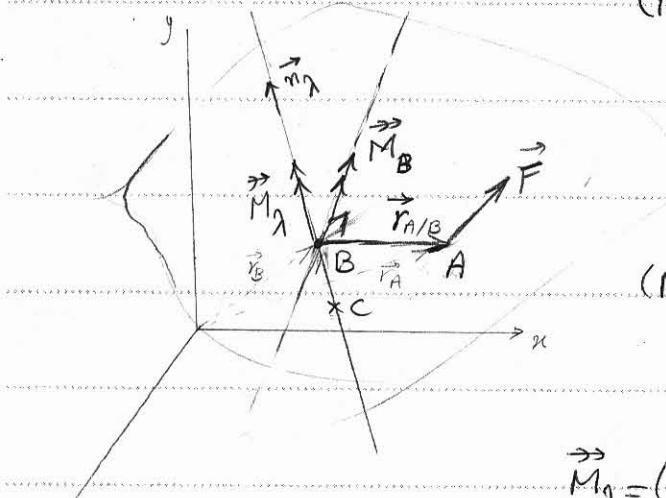
$$\text{کسر در جول مورخ} \rightarrow -r_z F_x - r_x F_z \quad \text{ستی}$$

$$\text{کسر در جول مورخ} \rightarrow r_x F_y + r_y \times F_x \quad \text{ستی}$$

@Jozve_iut

$$\text{لینی خطا} \quad (M_B)_\lambda = \vec{n}_\lambda \cdot \vec{M}_B = \vec{n}_\lambda \cdot (\vec{r}_{A/B} \times \vec{F})$$

$$\vec{M}_\lambda = (M_B)_\lambda \vec{n}_\lambda \quad \vec{r}_A - \vec{r}_B$$



$$(M_B)_\lambda = \begin{vmatrix} n_x & n_y & n_z \\ r_x & r_y & r_z \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix}$$

$$\vec{M}_\lambda = (M_B)_\lambda (n_x \hat{i} + n_y \hat{j} + n_z \hat{k})$$

لینی خطا بردار کسر مولفه ها بودند $n_x, n_y, n_z \in m_2$

$$(M_C)_\lambda = \vec{n}_\lambda \cdot (\vec{r}_{A/C} \times \vec{F}) = \vec{n}_\lambda \cdot [(\vec{r}_A - \vec{r}_C) \times \vec{F}]$$

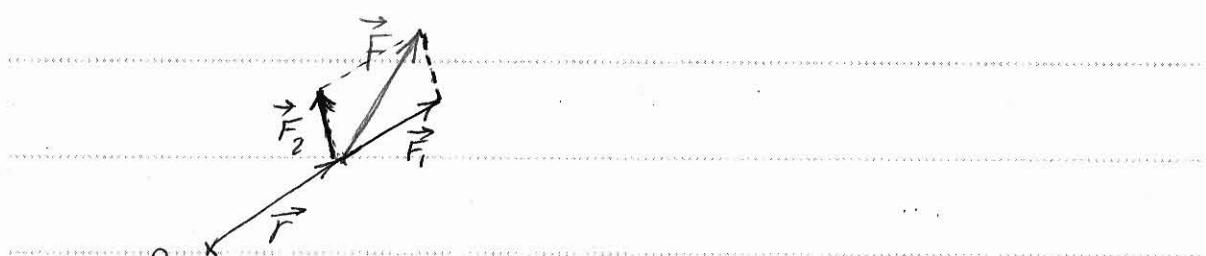
$$= \vec{n}_\lambda \cdot [(\vec{r}_A - \vec{r}_B) \times \vec{F}] + \vec{n}_\lambda \cdot [(\vec{r}_B - \vec{r}_C) \times \vec{F}] = \vec{n}_\lambda \cdot (\vec{r}_{A/B} \times \vec{F})$$

نهضه وارینون (Varignon's Theorem)

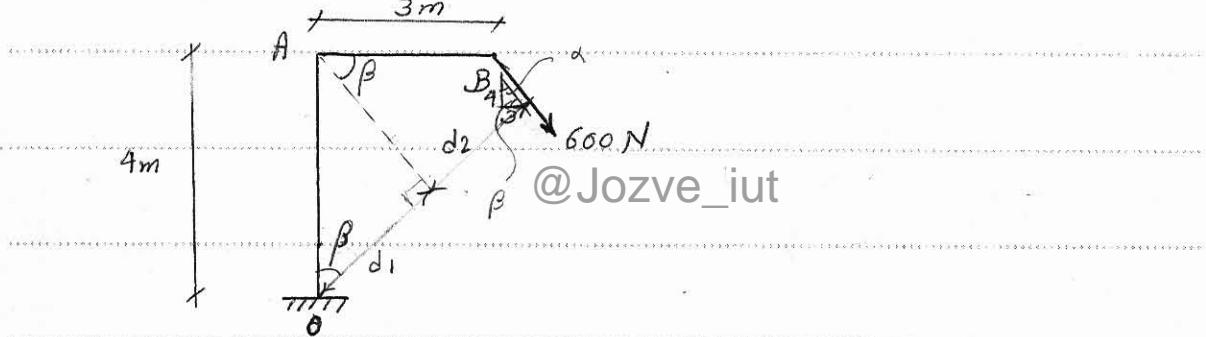
گوشه ورکن نزدیک مجموع قوای اساس با مجموع قوای حاصل نزدیک

\vec{F}

$$\vec{r} \times (\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots) = \vec{r} \times \vec{F}_1 + \vec{r} \times \vec{F}_2 + \dots$$

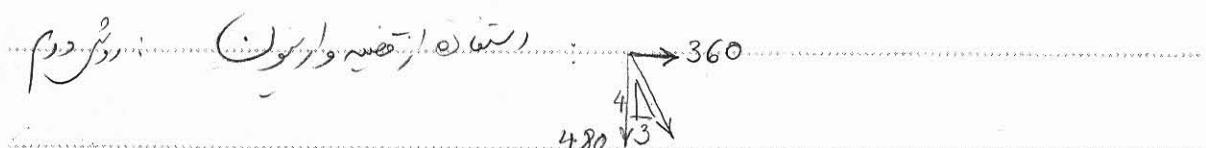


نمایش این نظریه در نظریه دینامیک اینکه لق نیزی را در حساب کنیم

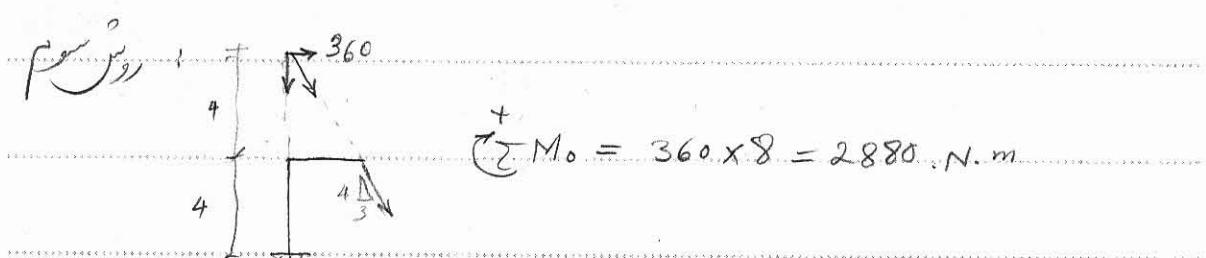


$$M_o = F \times d = 600 \times d_2 \quad (N.m)$$

$$= 600(d_1 + d_2) = 600(4 \cos \beta + 3 \sin \beta) = 2880 \quad N.m$$



$$M_o = 480 \times 3 + 360 \times 4 = 2880 \text{ N.m}$$



پرسش:

$$\vec{M}_o = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 3 & 4 & 0 \\ 360 & -480 & 0 \end{vmatrix} = -2880 \hat{k}$$

کوپل دو قدر متساوی و مخالف اجتہد \vec{F} و $-\vec{F}$ کردار ایس مقادیر
کیان و استایک موزی متن، لیکن کوپل تکمیلی نهند.
کوپل باعث ایجاد حرکت جویی می‌گرد و همچنین حرکت انتقالی ایجاد می‌کند. (درایم) صلب

گستاوریت کوپل:

$$\vec{M}_o = \vec{r}_A \times \vec{F} + \vec{r}_B \times -\vec{F}$$

$$= (\vec{r}_A - \vec{r}_B) \times \vec{F}$$

$$= \vec{r} \times \vec{F}$$

$$M = r F \sin \theta = Fd$$

از آن به که بردار \vec{r} مسیر از مبدأ می‌گذارد، نتیجه می‌شود

$\vec{M}_o = \vec{M}'_o$ می‌شود که بردار \vec{r} نیقاً دیگر نزدیق خود.

بنابراین گستاوریت کوپل یک بردار آزاد است در صورت که گستاوریت

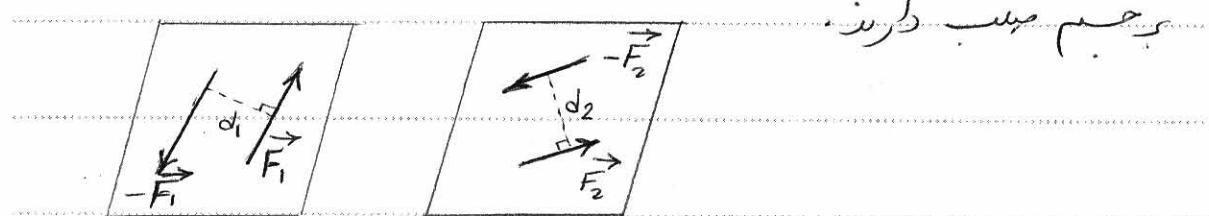
کیت بردار لغرنده می‌باشد.

اگر بردار لغرنده می‌باشد، می‌توان \vec{M}_o را با \vec{M}'_o می‌باشد.

۱۹

۲۰

من نوی دو کوبل داری کاملاً مساوی باشد این دو کوبل را معادل
کوپلیتر عی کوئی بازوج به تعریف فوق کوپلها باشند کاملاً مساوی، متنظر
از نفع از این مقدار و جنبه نیروها می‌باشد از این امر انتظار نمایی



$$M = F_1 d_1 = F_2 d_2 \quad \text{و خود درجات معمول برای این}$$

دو کوبل معادل نیست، هنوز نتوانم با استفاده از تواعدهای پراصل این اثبات

خواهیم داشت و قانون متوافق اعلان شد، از این پس دیگر برای

@Jozve_iut

$$F_1 = \vec{P} + \vec{Q} \quad 11$$

$$M = F_1 d_1 = \vec{BA} \times \vec{P} + \vec{BA} \times \vec{Q} \quad 12$$

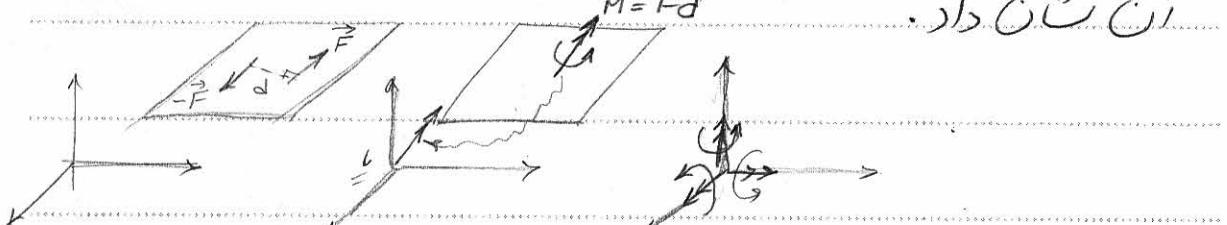
$$= 0 + \vec{Q} d_2 \quad 13$$

$$\therefore F_1 d_1 = F_2 d_2 \quad 14$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{1} \Rightarrow F_2 d_2 = \vec{Q} d_2 \Rightarrow F_2 = \vec{Q} \Rightarrow \begin{cases} \vec{Q} = -\vec{F}_2 \\ -\vec{Q} = \vec{F}_2 \end{cases} \quad 15$$

بازوج به آن لغایت ندارد، هیچ کوپلی نیز را با برداشت تأثیر نماید

$$M = Fd \quad \text{آن نیز ندارد.} \quad 16$$

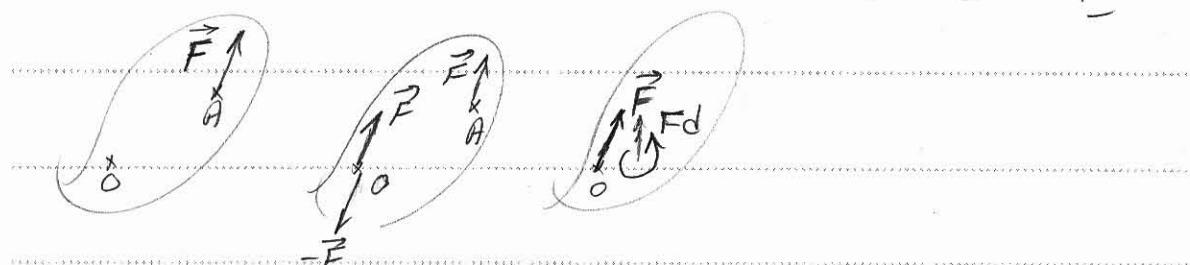


۱) کاربرد کوبل:

۲) حریزدی \vec{F} امکانی بر جم صلب را می‌توان به معنای داده و دستگیری نمود.

۳) دارای بُرخ طَّافَ که می‌کوبیم یا گستاور برای راستگاری \vec{F} حول نقطه O ب-

۴) سیم انزو و شود



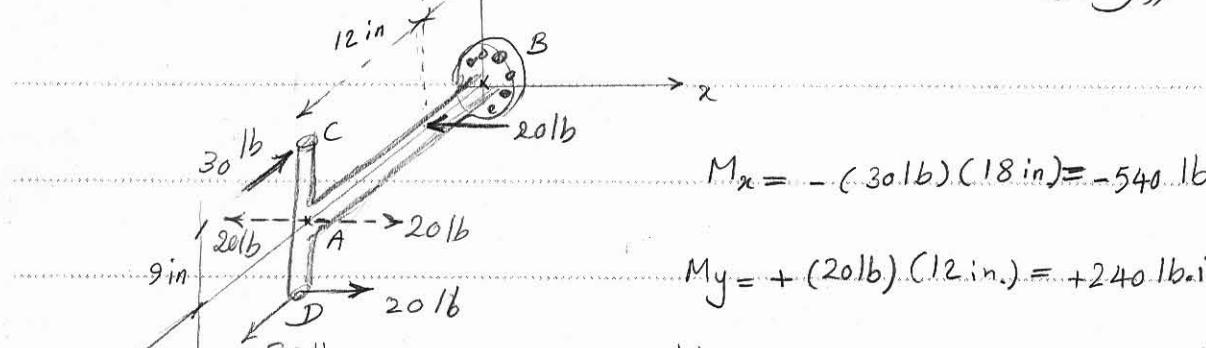
۵) عرض این کار را نزدیک توانی ساده سازی سیم اندازی داریم

$$\text{6) } \frac{M}{F} = d \quad d = \frac{M}{F}$$

@jozve_iut

۷) مسئله مولفه کوبل مسأله دو کوبل را بدل آورید

۸) در پیش اول:



$$10) M = -540 \hat{i} + 240 \hat{j} + 180 \hat{k} \text{ (lb.in.)}$$

$$11) \vec{M} = \vec{M}_D = (18) \hat{j} \times (-30 \hat{k}) + [(9 \hat{j} - 12 \hat{k})] \times -20 \hat{i} \text{ (متر دوستی)}$$

$$12) \vec{M} = -540 \hat{i} + 240 \hat{j} + 180 \hat{k} \text{ (lb.in.)}$$

برآیند نزدیک

۱

مغایل سازی مجموعه ای از نزدیک باید سیستم نزدیک کوچک

۲

در نفع از دخواصی میسر

۳

$$\vec{R} = \sum \vec{F} \quad ; \quad \vec{M}_o = \sum \vec{M} + \sum \vec{M}_o^R = \sum \vec{M} + \sum (\vec{r} \times \vec{F})$$

۴

۵

۶

۷

۸

۹

۱۰

۱۱

۱۲

۱۳

۱۴

۱۵

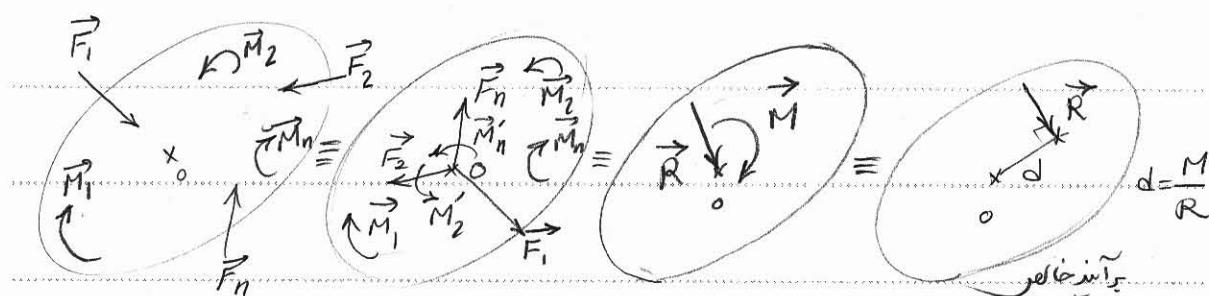
۱۶

۱۷

۱۸

۱۹

۲۰

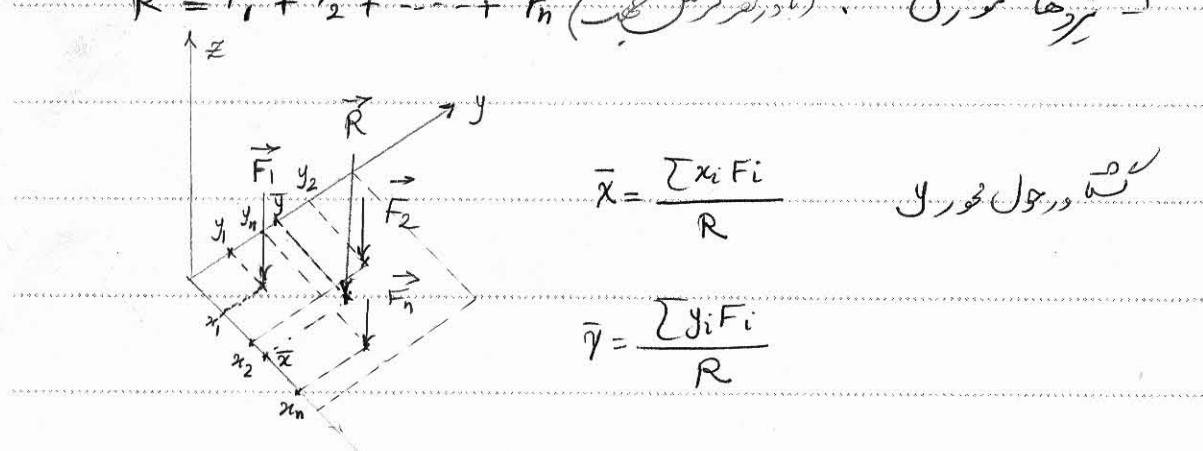


@Jozve_iut

جذب

$$\vec{R} = \sum \vec{F}$$

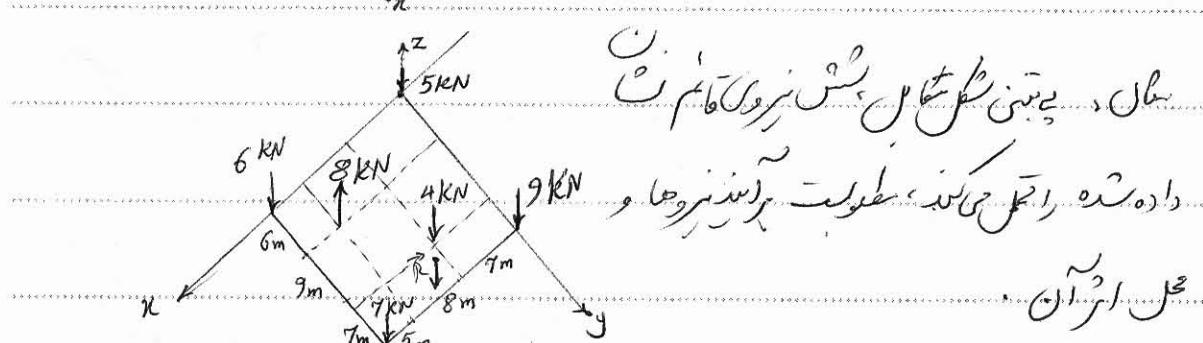
$$R = F_1 + F_2 + \dots + F_n \quad ; \quad \text{نیزه موزی}$$



$$\bar{x} = \frac{\sum x_i F_i}{R}$$

که در جمله خوری

$$\bar{y} = \frac{\sum y_i F_i}{R}$$



$$+ \downarrow R = 5 + 6 - 8 + 4 + 7 + 9 = 23 \text{ kN}$$

$$\bar{x} = \frac{6 \times 20 - 8 \times 15 + 4 \times 7 + 9 \times 0 + 7 \times 20}{23} = 7.3 \text{ m}$$

$$\bar{y} = \frac{9 \times 22 + 4 \times 15 - 8 \times 6 + 6 \times 0 + 7 \times 22}{23} = 15.8 \text{ m}$$

58 Chapter 2 Force Systems

Sample Problem 2/8

Determine the resultant of the four forces and one couple which act on the plate shown.

Solution. Point O is selected as a convenient reference point for the force-couple system that is to represent the given system.

$$[R_x = \sum F_x] \quad R_x = 40 + 30 \cos 30^\circ - 60 \cos 45^\circ = 66.9 \text{ N}$$

$$[R_y = \sum F_y] \quad R_y = 50 + 80 \sin 30^\circ + 60 \cos 45^\circ = 132.4 \text{ N}$$

$$[R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}] \quad R = \sqrt{(66.9)^2 + (132.4)^2} = 148.3 \text{ N} \quad \text{Ans.}$$

$$\left[\theta = \tan^{-1} \frac{R_y}{R_x} \right] \quad \theta = \tan^{-1} \frac{132.4}{66.9} = 63.2^\circ \quad \text{Ans.}$$

$$\textcircled{1} [M_O = \sum (Fd)] \quad M_O = 140 - 50(5) + 60 \cos 45^\circ(4) - 60 \sin 45^\circ(7) = -237 \text{ N}\cdot\text{m}$$

@Jozve_iut

The force-couple system consisting of \mathbf{R} and M_O is shown in Fig. a.

We now determine the final line of action of \mathbf{R} such that \mathbf{R} alone represents the original system.

$$[Rd = |M_O|] \quad 148.3d = 237 \quad d = 1.600 \text{ m} \quad \text{Ans.}$$

Hence, the resultant \mathbf{R} may be applied at any point on the line which makes a 63.2° angle with the x -axis and is tangent at point A to a circle of 1.6-m radius with center O , as shown in part b of the figure. We apply the equation $Rd = |M_O|$ in an absolute-value sense (ignoring any sign of M_O) and let the physics of the situation, as depicted in Fig. a, dictate the final placement of \mathbf{R} . Had M_O been counterclockwise, the correct line of action of \mathbf{R} would have been the tangent at point B.

The resultant \mathbf{R} may also be located by determining its intercept distance b to point C on the x -axis, Fig. c. With R_x and R_y acting through point C, only R_y exerts a moment about O so that

$$R_y b = |M_O| \quad \text{and} \quad b = \frac{237}{132.4} = 1.792 \text{ m}$$

Alternatively, the y -intercept could have been obtained by noting that the moment about O would be due to R_x only.

A more formal approach in determining the final line of action of \mathbf{R} is to use the vector expression

$$\mathbf{r} \times \mathbf{R} = \mathbf{M}_O$$

where $\mathbf{r} = xi + yj$ is a position vector running from point O to any point on the line of action of \mathbf{R} . Substituting the vector expressions for \mathbf{r} , \mathbf{R} , and \mathbf{M}_O and carrying out the cross product result in

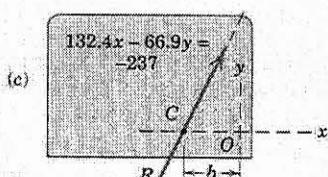
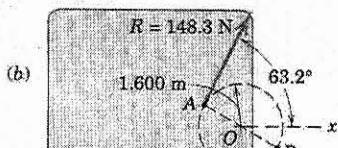
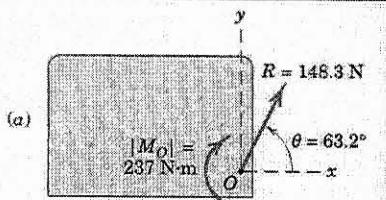
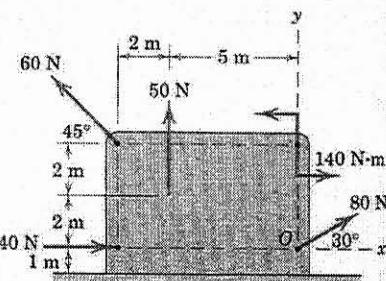
$$(xi + yj) \times (66.9i + 132.4j) = -237k$$

$$(132.4x - 66.9y)k = -237k$$

Thus, the desired line of action, Fig. c, is given by

$$132.4x - 66.9y = -237$$

- ② By setting $y = 0$, we obtain $x = -1.792 \text{ m}$, which agrees with our earlier calculation of the distance b .



Helpful Hints

- ① We note that the choice of point O as a moment center eliminates any moments due to the two forces which pass through O . Had the clockwise sign convention been adopted, M_O would have been $+237 \text{ N}\cdot\text{m}$, with the plus sign indicating a sense which agrees with the sign convention. Either sign convention, of course, leads to the conclusion of a clockwise moment M_O .

- ② Note that the vector approach yields sign information automatically, whereas the scalar approach is more physically oriented. You should master both methods.

* مطالعه احتمال

حرابط لازم، کافی رای مطالعه

$$\vec{R} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i = 0 ; \quad \vec{M} = \sum_{j=1}^n \vec{M}_j = 0$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum F_x = 0 ; \quad \sum F_y = 0 ; \quad \sum F_z = 0 \\ \sum M_x = 0 ; \quad \sum M_y = 0 ; \quad \sum M_z = 0 \end{array} \right.$$

۶

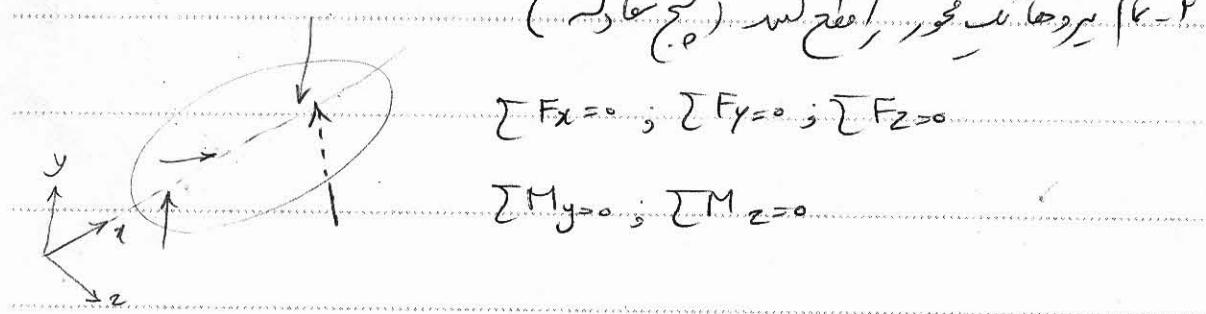
مطالعه درجت حرمان:

۱- نزد ها در رکار استابون (معنی عادله)



@Jozve_iut

۲- نزد ها در محور رفعه (معنی عادله)



$$\sum F_x = 0 ; \quad \sum F_y = 0 ; \quad \sum F_z = 0$$

$$\sum M_y = 0 ; \quad \sum M_z = 0$$

۱۱

۱۲

۱۳

۱۴

۱۵

۱۶

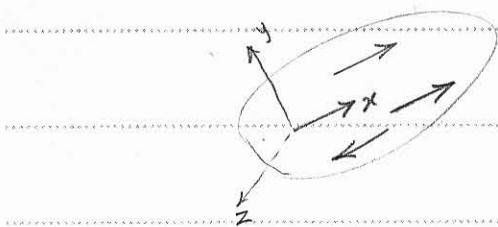
۱۷

۱۸

۱۹

۲۰

$$\sum F_x = 0 \quad \sum M_z = 0 \quad \text{و مداری (دو بعدی)}$$



$$\sum F_x = 0; \sum M_y = 0; \sum M_z = 0 \quad \text{و معادله (۳) مداری}$$

$$\sum F_x = 0; \sum F_y = 0; \sum M_z = 0 \quad \text{و مداری (۳) مداری}$$

دیگر این حجم آزاد

قبل از نوشت سعادلات تغایل اجتنبی بدهی، لازم است که طبق نزدیک

@Jozve iut

اعمالی بر حسب (من نزدیک ناس از بارندگی، بردی فن، عکس اعمدهای بارندگی)
را تشخیص داده و دیگر این حجم آزاد آن را رسم نکنیم.

عنصر هستم از لحاظ استاتیکی معنی باشد (نامحسنی مشارکی ندارد) باشد

نزدیک عکس اعمدهای بارندگی با نوشت سعادلات تغایل برآت مردگند.

- بروکهایی علم می دهن و زن و بارندگی

دیگر این حجم آزاد - نزدیک عکس اعمدهای بارندگی که کامی

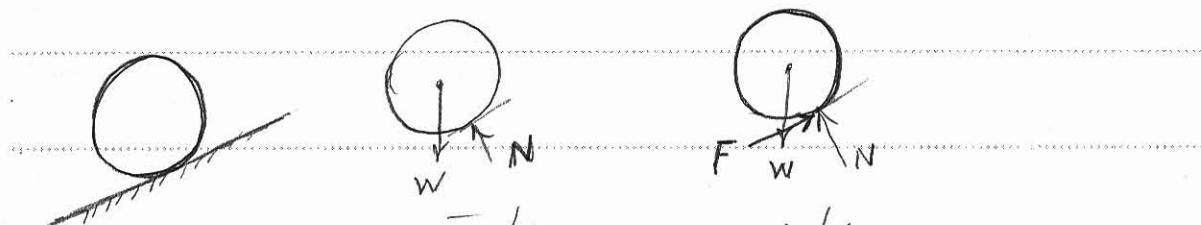
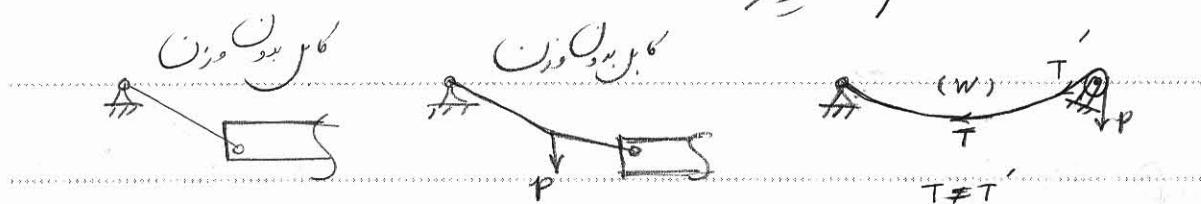
- ابعاد بیم

شناخت نزدیکی که کامی

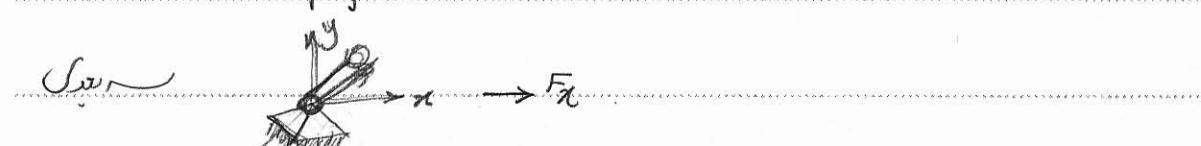
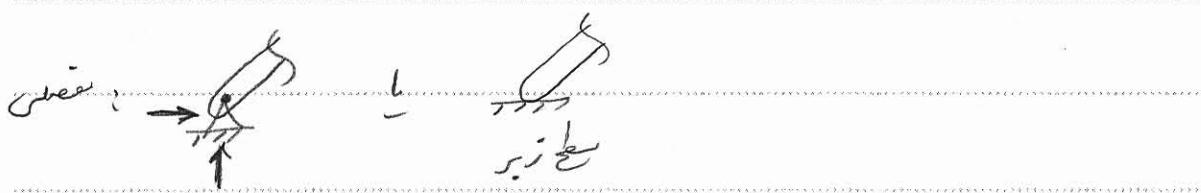
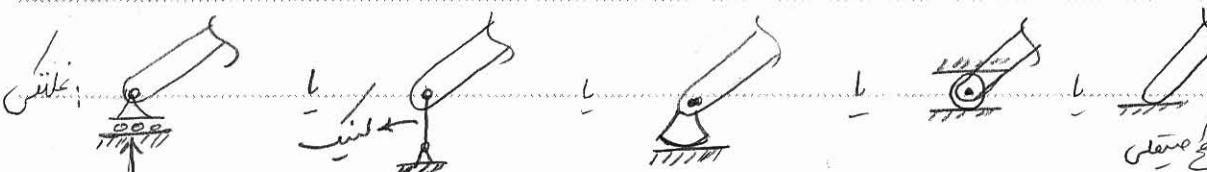
- کامی: همچنان از وزن کامی در مقابل نزدیک اعمالی بر آن هست

برآورده ای که آن نایاب است. (من اعدهای خوبی علی گفت)

و در اینجا که اگر فرن آن خط گرد، وزوی کشید آن میر است
- اینها هم بهم: ① سطح صاف و ② سطح نیز
 عسی \leftarrow میگذرد نیست }
 } ها: های که گذار



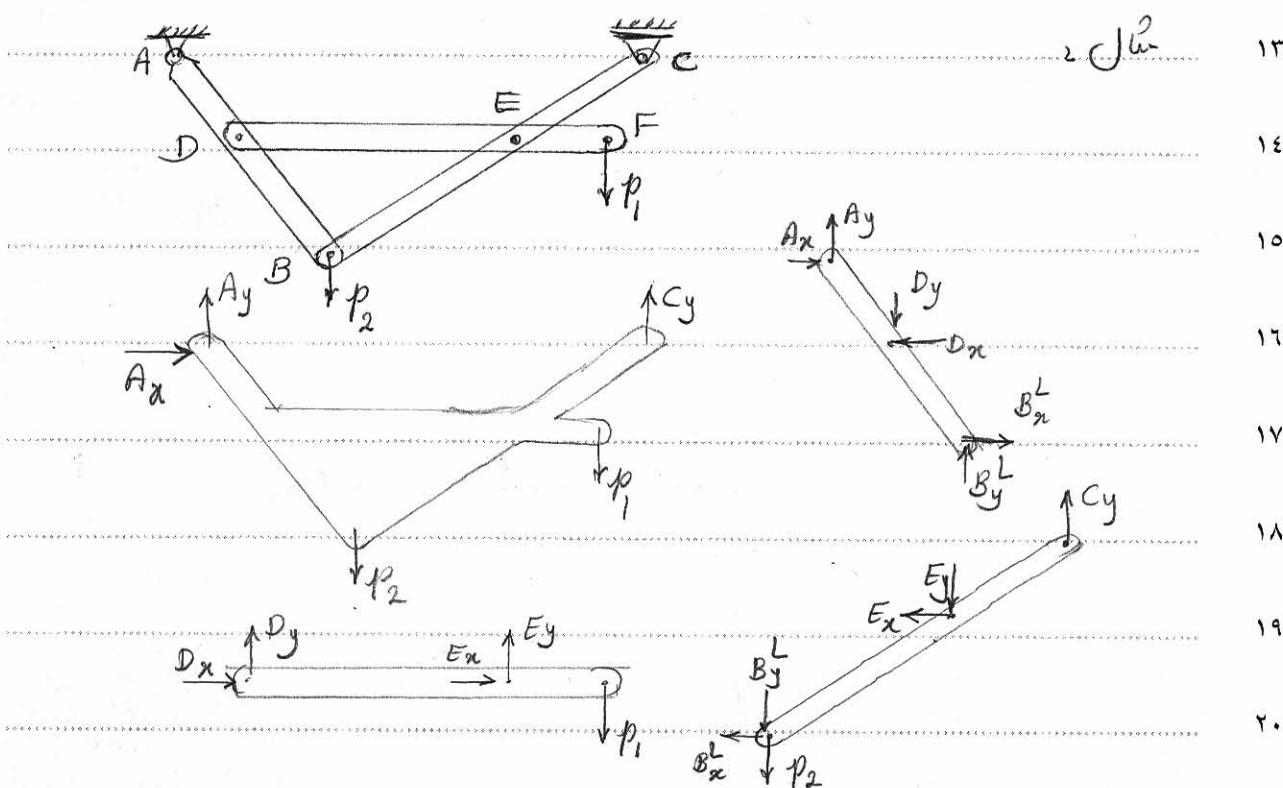
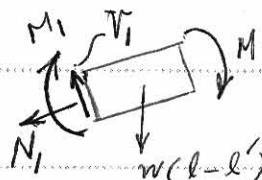
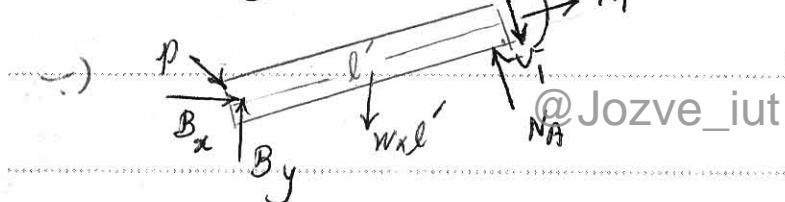
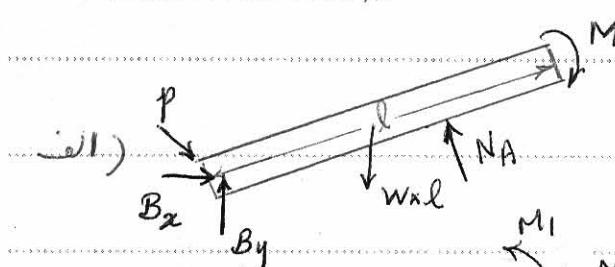
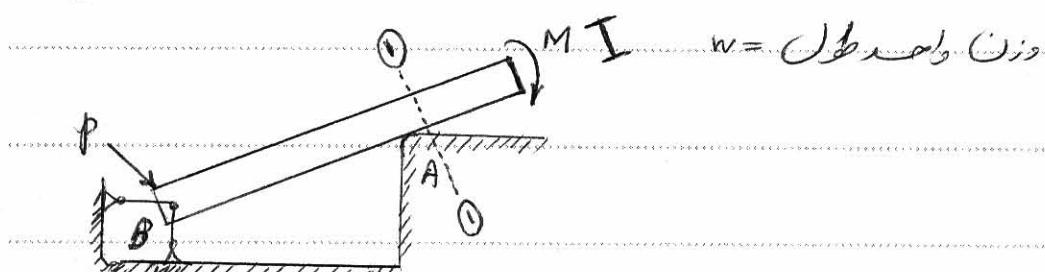
عسی \leftarrow میگذرد
@Jozve_iut

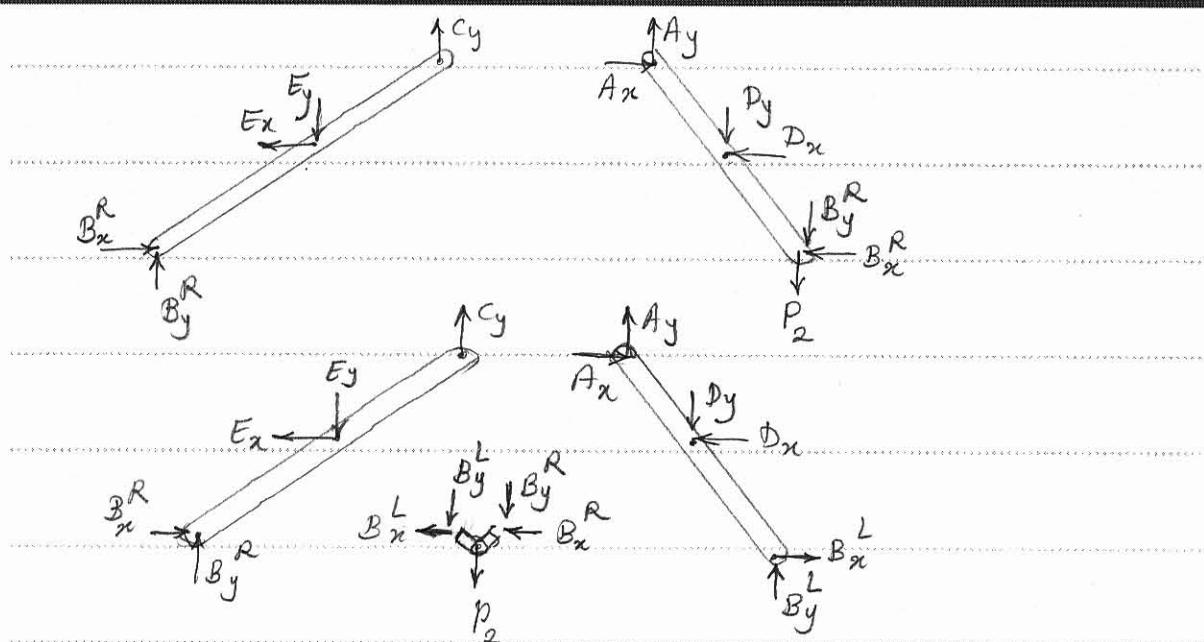


مثال ۱: میزان حجم محل تاسی معین با کمترین درجه حریق نفرز بود

مخصوصیت: الف) رسم دایرگاه آزاده جرم ب، بررسی دایرگاه

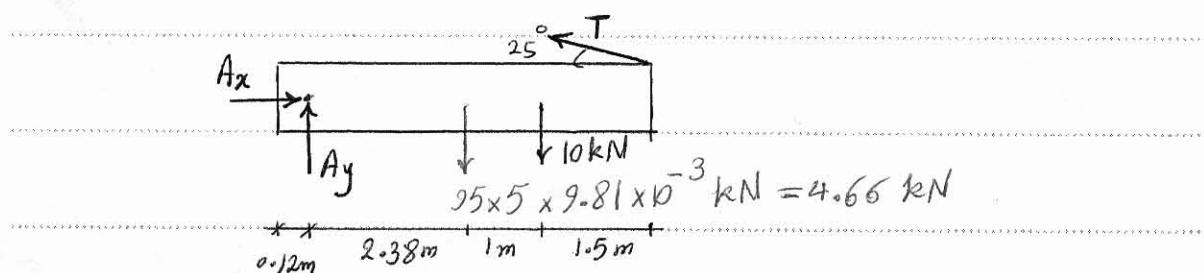
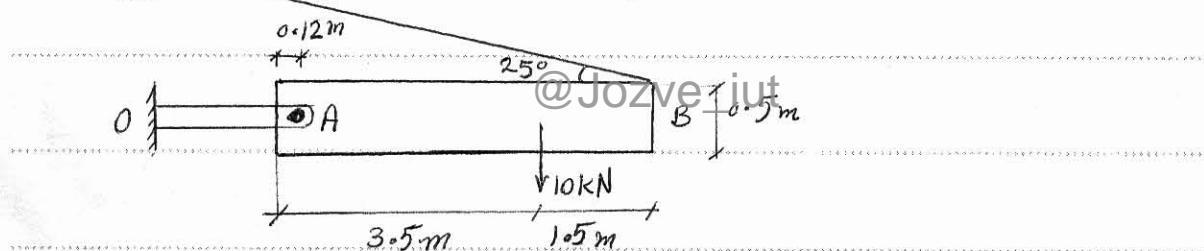
آزاد سمت راست مقطع ۱-۱ (ج) رسم دایرگاه آزاده مقطع ۱-۱





مُسَأَلَةٌ : مُطَوَّبٌ (أَيْضًا) نَزَدِيْكَ شَسْتَ تَرْكِيْبَ دَرَجَيْنِ وَجِئْنَ عَلَى الْعَرْفِ

نَزَدِيْكَ دَرَجَيْنِ وَجِئْنَ دَرَجَيْنِ وَجِئْنَ دَرَجَيْنِ



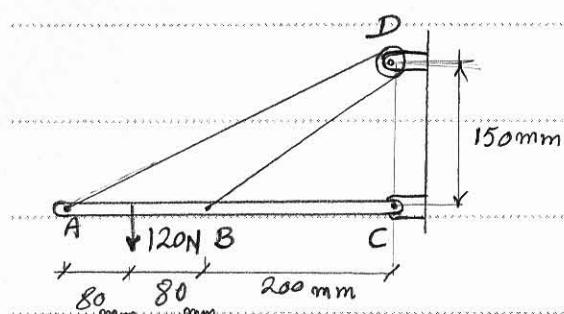
$$\text{حل}: \quad ① \quad \sum M_A = 0 \Rightarrow 4.66 \times 2.38 + 10 \times 3.38 = T \cos 25^\circ \times 0.25 + T \sin 25^\circ \times 4.88$$

$$\Rightarrow T = 19.61 \text{ kN}$$

$$② \quad \sum F_x = 0 \Rightarrow A_x = T \cos 25^\circ \Rightarrow A_x = 17.77 \text{ kN}$$

$$③ \quad \sum F_y = 0 \Rightarrow A_y = 10 + 4.66 - T \sin 25^\circ \Rightarrow A_y = 6.37 \text{ kN}$$

$$F_A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2} = 18.88 \text{ kN}; \theta = \tan^{-1} \frac{A_y}{A_x} = 19.7^\circ$$



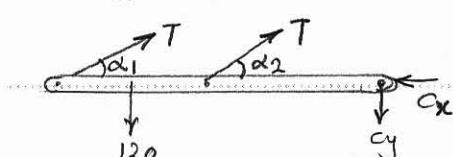
نیال ۱: با محاسبه کردن از وزن نیر

نیال ۲: عکس اینجا نوشته شده است

نیال ۳: برای درست آوردن

$$\alpha_1 = \tan^{-1} \frac{150}{360} = 22.62^\circ \quad \begin{cases} \sin \alpha_1 = 0.385 \\ \cos \alpha_1 = 0.923 \end{cases}$$

$$\alpha_2 = \tan^{-1} \frac{150}{200} = 36.87^\circ \quad \begin{cases} \sin \alpha_2 = 0.6 \\ \cos \alpha_2 = 0.8 \end{cases}$$



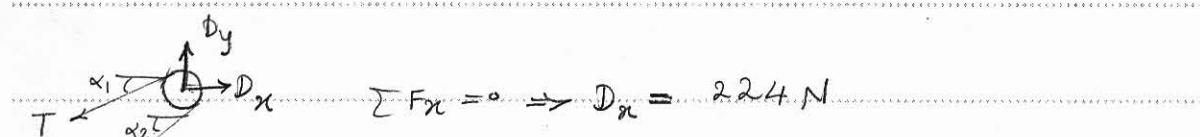
$$\sum M_C = 0 \Rightarrow 120 \times 280 = T \sin \alpha_1 \times 360 + T \sin \alpha_2 \times 200 = 258.6 T \quad \text{نیال ۴}$$

$$\Rightarrow T = 130.0 \text{ N} \quad \text{نیال ۵}$$

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow C_x = T (\cos \alpha_1 + \cos \alpha_2) = 224 \text{ N} \quad \text{نیال ۶}$$

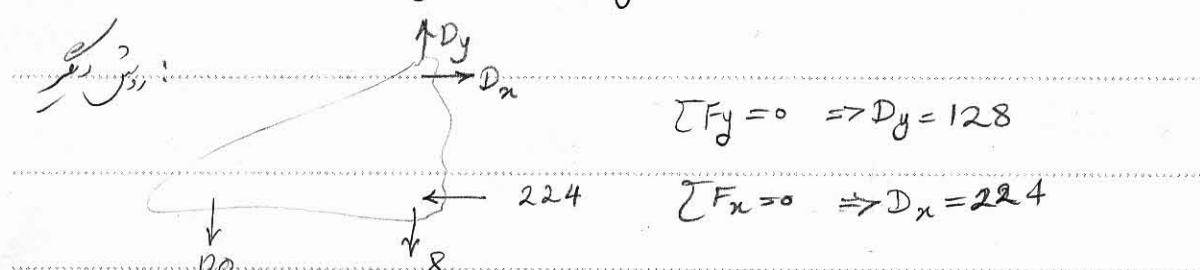
$$\sum F_y = 0 \Rightarrow C_y = T (\sin \alpha_1 + \sin \alpha_2) - 120 = 8 \text{ N} \quad \text{نیال ۷}$$

@Jozve_iut

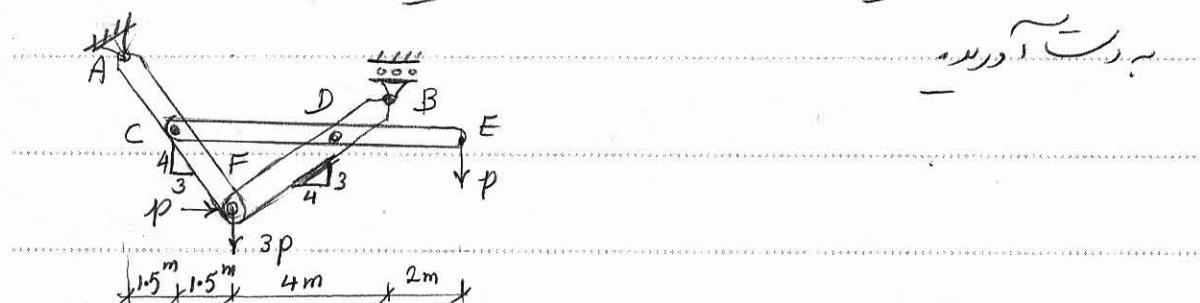


$$\sum F_x = 0 \Rightarrow D_x = 224 \text{ N} \quad \text{نیال ۸}$$

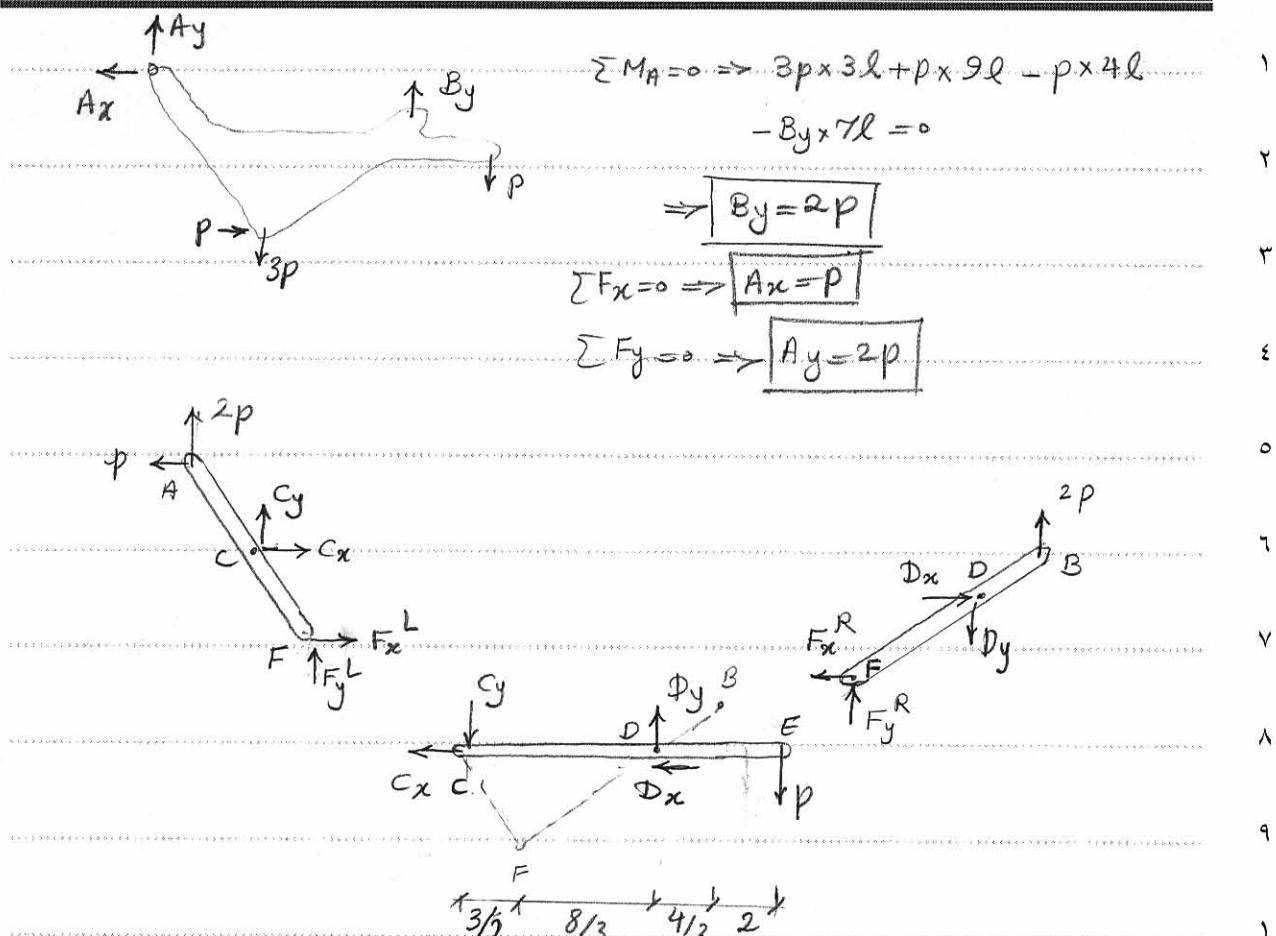
$$\sum F_y = 0 \Rightarrow D_y = T (\sin \alpha_1 + \sin \alpha_2) = 128 \text{ N} \quad \text{نیال ۹}$$



در صاریح زیر: عکس اینجا نوشته شده است کاچ و چنین نیروها (اعمال) بر اینهای را



برای درست آوردن



@Jozve_iut

$$CDE \text{ جهت } : \sum M_C = 0 \Rightarrow p \times 7.5 = D_y \times \left(\frac{2}{3} + \frac{3}{2} \right) \Rightarrow D_y = 1.8p \quad ① \quad 11$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow C_y + p = D_y \Rightarrow C_y = 0.8p \quad ② \quad 12$$

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow C_x + D_x = 0 \quad ? \quad ③ \quad 13$$

$$ACF \text{ جهت } : (\sum M_F = 0 \Rightarrow 2p \times 3 + C_x \times 2 + C_y \times 1.5 - p \times 4 = 0) \quad 14$$

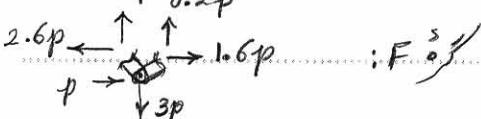
$$C_x = -1.6p \quad ④ \quad \xrightarrow{③} D_x = 1.6p \quad 15$$

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow C_x + F_x^L = p \Rightarrow F_x^L = 2.6p \quad ⑤ \quad 16$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow 2p + C_y + F_y^L = 0 \Rightarrow F_y^L = -2.8p \quad ⑥ \quad 17$$

$$BDF \text{ جهت } : \sum F_x = 0 \Rightarrow F_x^R = D_x = 1.6p \quad ⑦ \quad 18$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow F_y^R = D_y - 2p \Rightarrow F_y^R = -0.2p \quad ⑧ \quad 19$$

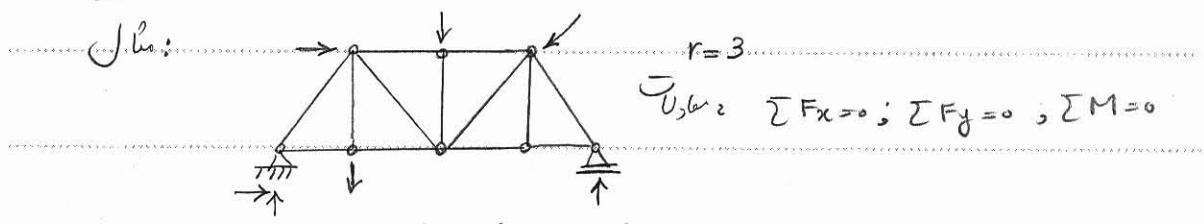


۱- بجزءی متحرک (میررو) نامعنی های خارجی و پایداری یک جسم صلب:

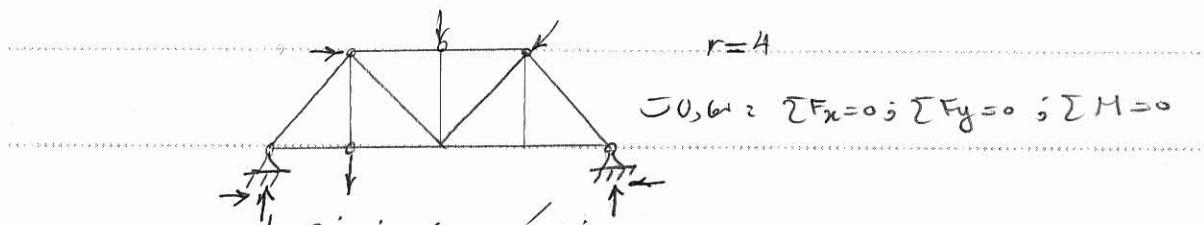
$$\text{عدد معادل} - \text{عدد محدود} = \text{درجه نامعنی} (n)$$

برای یک جسم صلب، مرفق تراز معنی یا نامعنی (اندیه، حین) مجموع عدد علل (علوی) کمتر از عدد معادلات تعادل برای یاری ایست

کمتر کامن با تعداد معادلات تعادل برای یاری ایست این سیم از لحاظ خارجی میعنی است

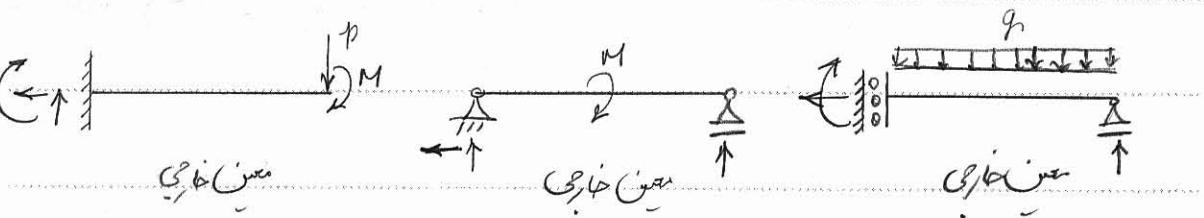


خواه معنی خارجی است



خواه یک درجه نامعنی خارجی دارد

@Jozve_iut



۱۵- همچنین جسم صلب طاری محقق قدرتی کامن مناسب باشد آن جسم پایدار است

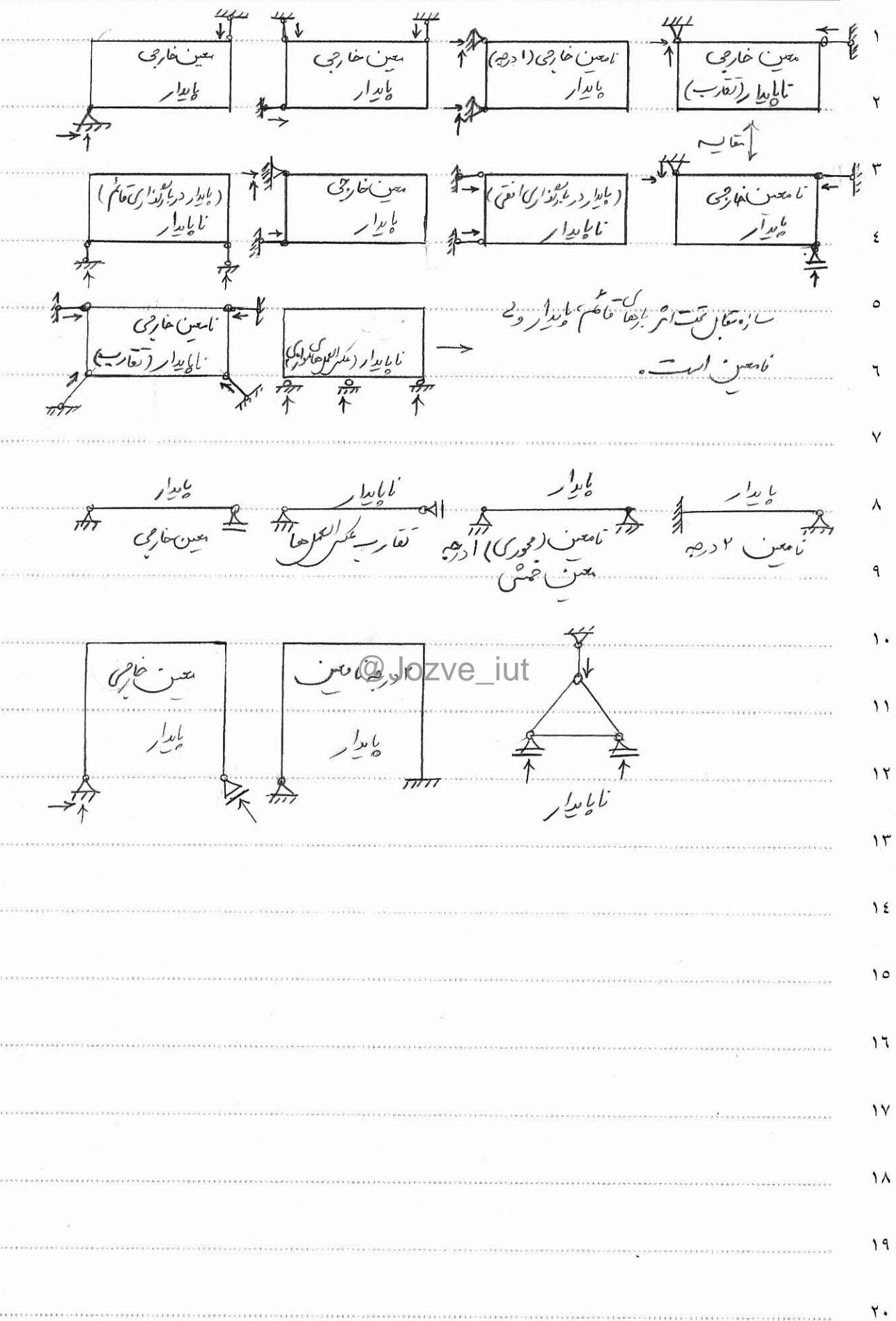
۱۶- علل (علوی) موزی

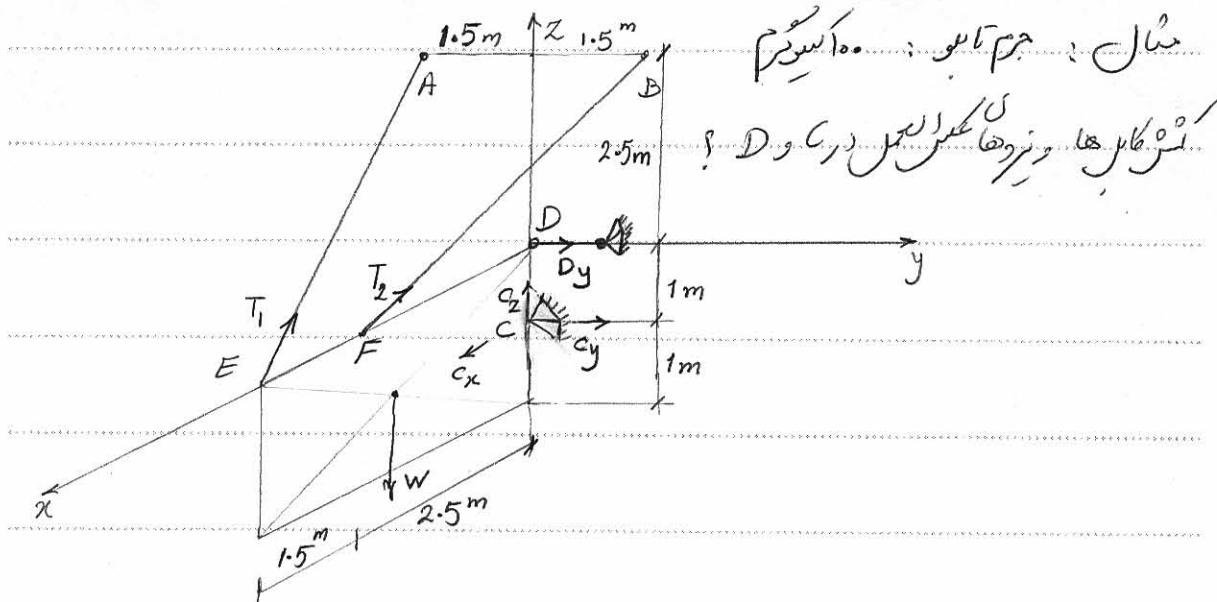
۱۷- قوادسیه کامن نامناسب

۱۸- علل (علوی) موزی از ۳ (درستهای صفاتی)

۱۹- میله در علوی زیر و خصیت سازه را از لحاظ پایداری و نامعنی خارجی مستفیض

کسر





$$\vec{T}_1 = T_1 \left(\frac{-4\hat{i} - 1.5\hat{j} + 2.5\hat{k}}{\sqrt{4^2 + 1.5^2 + 2.5^2}} \right) = T_1 (-0.8081\hat{i} - 0.3030\hat{j} + 0.5051\hat{k})$$

$$\vec{T}_2 = T_2 \left(\frac{-2.5\hat{i} + 1.5\hat{j} + 2.5\hat{k}}{\sqrt{2.5^2 + 1.5^2 + 2.5^2}} \right) = T_2 (-0.6509\hat{i} + 0.3906\hat{j} + 0.6509\hat{k})$$

$$\vec{c} = c_x\hat{i} + c_y\hat{j} + c_z\hat{k}$$

@Jozve_iut

$$\vec{D} = D_y\hat{j}$$

$$\vec{w} = -100 \times 9.81 \hat{k} = -981 \hat{k}$$

$$\sum \vec{F} = 0 \quad ; \quad \sum \vec{M}_o = 0$$

$$-0.8081T_1 - 0.6509T_2 + c_x = 0 \quad ; \quad c_y = 0$$

$$-0.3030T_1 + 0.3906T_2 + c_y + D_y = 0 \quad ; \quad -2.0204T_1 - 1.6273T_2 - c_x + 962 = 0$$

$$0.5051T_1 + 0.6509T_2 + c_z - 981 = 0 \quad ; \quad -1.212T_1 + 0.9765T_2 = 0$$

$$\sum \vec{M}_o = 0 \Rightarrow r_1 \times \vec{T}_1 + r_2 \times \vec{T}_2 + r_3 \times \vec{c} + r_4 \times \vec{D} + r_5 \times \vec{w} = 0$$

$$(4\hat{i}) \times (-0.8081\hat{i} - 0.3030\hat{j} + 0.5051\hat{k})T_1 + (2.5\hat{i}) \times (-0.6509\hat{i} + 0.3906\hat{j})T_2$$

$$-0.6509\hat{k})T_2 + (-\hat{k}) \times (c_x\hat{i} + c_y\hat{j} + c_z\hat{k}) + (2\hat{i}) \times (-981\hat{k}) = 0$$

$$-1.212T_1\hat{k} - 2.0204T_1\hat{j} + 0.9765T_2\hat{k} - 1.6273T_2\hat{j} - c_x\hat{i} + c_y\hat{i} + 1962\hat{j} = 0$$

$$\Rightarrow T_1 = 346.9 \text{ N} \quad ; \quad T_2 = 430.5 \text{ N} \quad ; \quad C_x = 560.6 \text{ N} \quad 1$$

$$C_y = 0 \quad ; \quad C_z = 525.6 \text{ N} \quad ; \quad D_y = -63.1 \text{ N} \quad 2$$

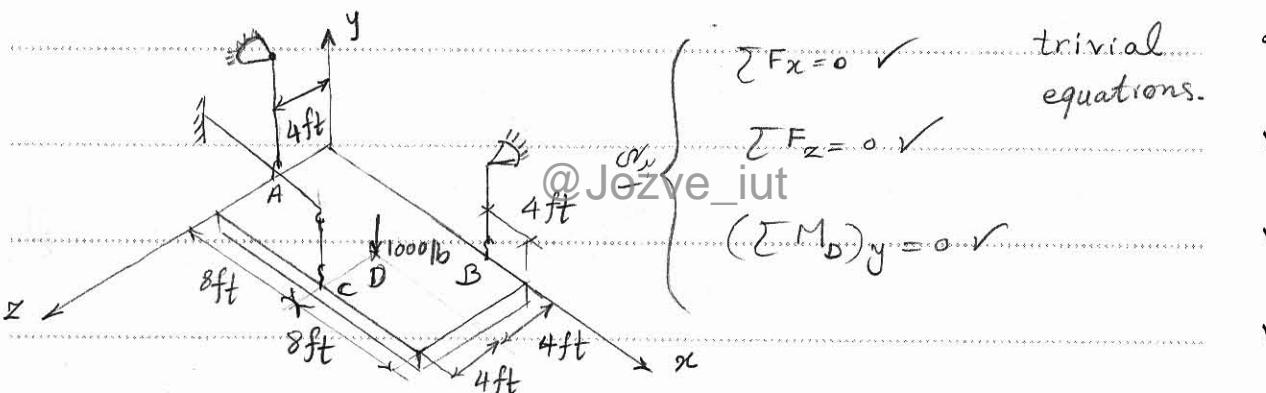
$$F_C = \sqrt{C_x^2 + C_y^2 + C_z^2} = 768.5 \text{ N} \quad 3$$

پنجم، صفحه سطح افق را در محدوده کوکه ۳ کار بخط افقی

نموده است. آنچه نزدیک ناشی از وزن و بازنگاری را محاسبه باشند

آنچه نزدیک نشود. آنچه معادل بزرگتر است؟

در صورت صحت بودن اینجا ممکن است نزدیک طرح را در نظر بگیرید.



$$\sum F_y = 0 \Rightarrow T_A + T_B + T_C = 1000 \text{ lb} \quad 13$$

$$(\sum M_D)_x = 0 \Rightarrow T_B \times 4 - T_C \times 4 = 0 \Rightarrow T_B = T_C \quad 14$$

$$(\sum M_D)_z = 0 \Rightarrow T_B \times 4 - T_A \times 8 = 0 \Rightarrow T_B = 2T_A \quad 15$$

$$\frac{T_B}{2} + T_B + T_B = 1000 \text{ lb} \Rightarrow T_B = 400 \text{ lb} \quad 16$$

$$T_C = 400 \text{ lb} \quad 17$$

$$T_A = 200 \text{ lb.} \quad 18$$

19

20

1 خراجهات - انواع خراجهات

2 درجهات الحرية خراجهات

3 پارهی خراجهات

4 پوشحایی تحلیل

5

6

7

8

9

10

11

12

13

14

15

16

17

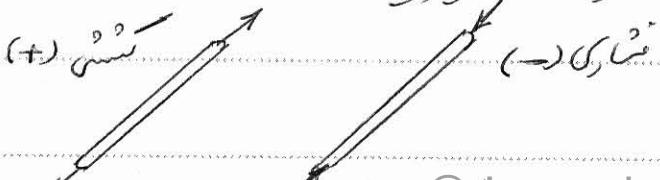
18

19

20

آن دسته از سازهای هندسی که اعضای آنها به محور مخصوص نموده
باشند خراجهات نامیده می‌شوند. اعضا خراجهات عبارت از: (کشش، فشار)

بنابرین حریضی از خراجهات عضو دو زویی است.



هدف از محاسبه خراجهات، بدست آوردن عرض فعلی کلیه طرحی و نیز دستی دفعه اعضا با

عداد اعضا $\rightarrow r$ ، تعداد اعضا $\rightarrow m \rightarrow m+r = n$ و مجموعات

بطریقی در هر ترمه از سازه صفوی است، معاویت تقابل داریم

$$\sum F_x = 0, \sum F_y = 0, \sum M = 0$$

به لین این که اینهاست خراجهات مفید هستند، بناهای سوم خود را خود برقرار کرد

بنابرین در هر ترمه دو معاویت وجود دارد.

تعداد افرادها $\rightarrow j = 2j =$ معاویت

بنابرین درجهات اعضا خراجهات بگل زیر معرفت شود:

$$n = m + r - 2j$$

درین در نقطع تا در هر چیز خراجهات مصنوعی هستم، ($n=0$)

۱- خواص ۲۰۰۰ ← خواهای انتقالی

۲- انداده

۳- انواع خواهای ۲ مرتب

۴- بحث (تفصیل)

۵

۶

۷

۸

۹

۱۰

۱۱

۱۲

۱۳

۱۴

۱۵

۱۶

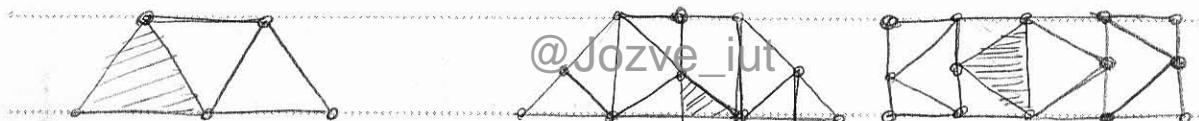
۱۷

۱۸

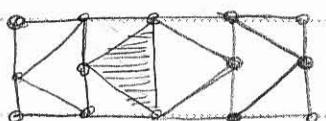
۱۹

۲۰

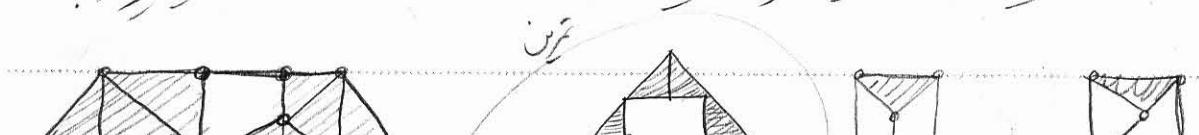
اوین ۳م در ایجاد خواهی هفتم کواد سمعن در اینجا کلیدی و کلیل نیست
ساده‌ترین توزیع خواهی هر با افزودن دو عضو و یک شرط اضافت
شوند. این اضافی جدید در گروه جدید به کلیدی هفتم شده و در اینجا کلیدی هجدهم
موجود می‌شوند چنان‌که اینها که بین خواهای ایجاد شده‌اند خواهای ساده‌تر دارند



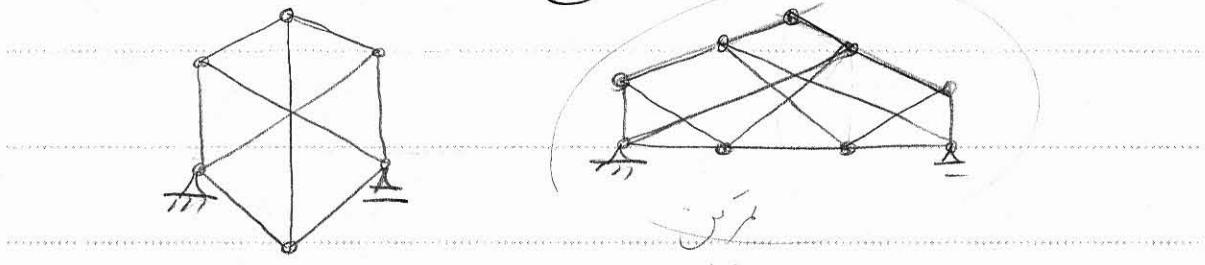
@Jozve_iut



خواهی هشتم، خواهی ایستاده، از احتال و ترکیب دو یا چند خواهی ساده
ایجاد کردد. خواهای ساده ایجاد کن با عضو غیر جزوی و غیر متعاقب، یا که
گروه و یک عضو، کلیدی گروه و یک خواهی احتال دهند و به کلیدی هجدهم اضافه کرد



- ۱ خرایا که دارای سینهایت خرایا ها (و مرکز ناگهان و جزء همچو)
- ۲ از دوگره خوچ نسته از خرایا پیش مامند

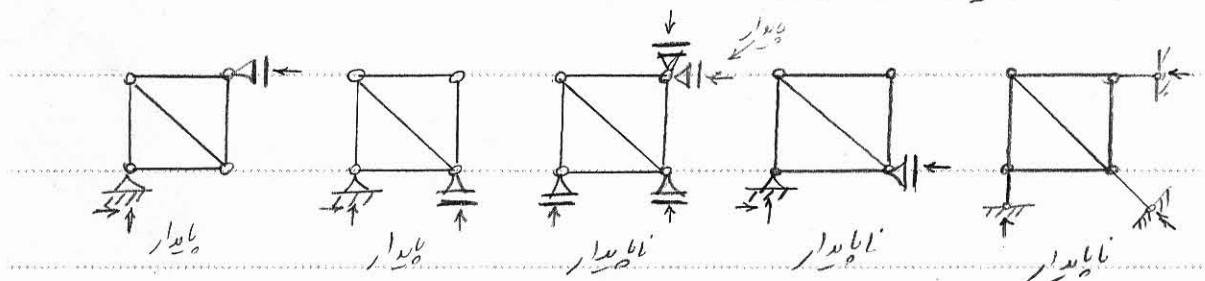


* پایه ای خرایا:

- ۳ آنچه ترکیب ناسب (معنی) (نیکی نسبت به حفظ انتقال خرایا)
- ۴ در برخی پایه ای خرایا: ساده (بسیار)
- ۵ آنچه ترکیب نسبت به طبقه.

- ۶ همان چه ترکیب مناسب از اینها خرایا، بخوبی ساده و یا مرکب اتفاقی
- ۷ @Jozve jut
- ۸ حضور (که در آن صورت مثل حرایه نیت هم مصب خواهد بود) وجود مغلق گلده نسبت

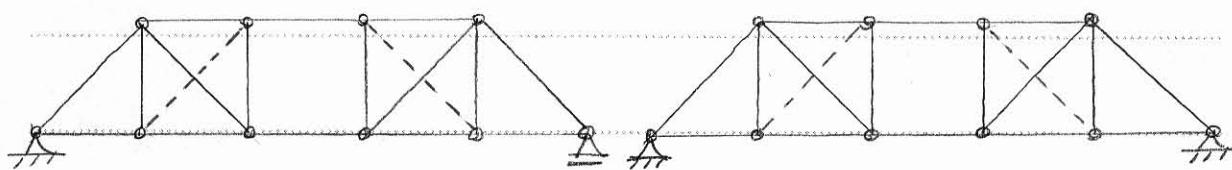
* بحث پایه ای خرایا می شود.



* همان چه ترکیب از مخفی خرایا داشته باشیم به کونه ای به صفت درونی نداشته

* باشد؟ - باید شرطی مغلقی ای برخی ننم

* مغلق مغلقی - ناید ای
برخی مغلقی - مغلق مغلقی
- مخفی خرایی مخفی خرایی ای مخفی ای ایجاد نس.



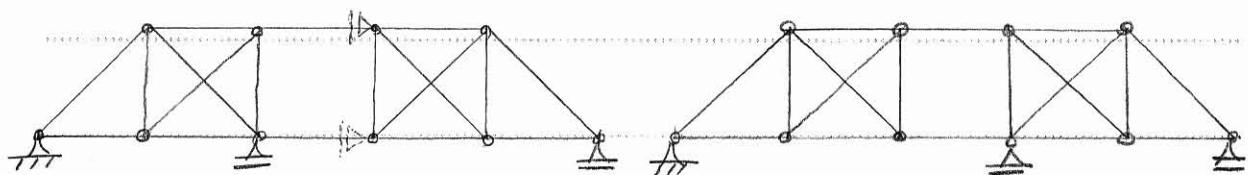
$$m=16; r=3; j=10; n=16+3-20=-1 \quad m=16; r=4; j=10; n=16+4-20=0$$

$$n < 0 \Rightarrow \text{لطفا} \quad m=18; r=4; j=10; n=18+4-20=2$$

$$m=18; r=3; j=10; n=18+3-20=2 \quad \text{در درجهات لطفا}$$

لطفا، حفظ و تمرین کنید

کمیت اندیب و سیلانیت اندیب

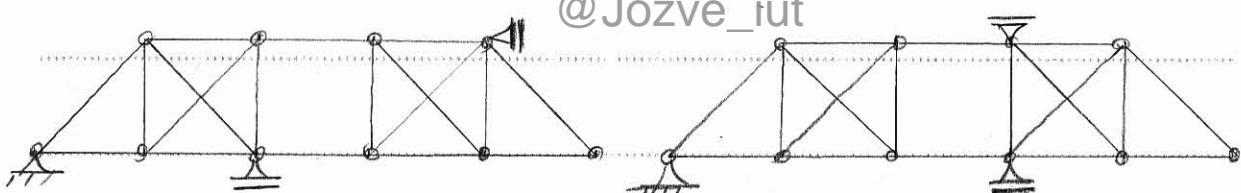


$$m=18; r=4; j=10 \Rightarrow n=2 \quad m=18; r=4; j=10 \Rightarrow n=2$$

لطفا، حفظ و تمرین کنید

@Jozve_iut

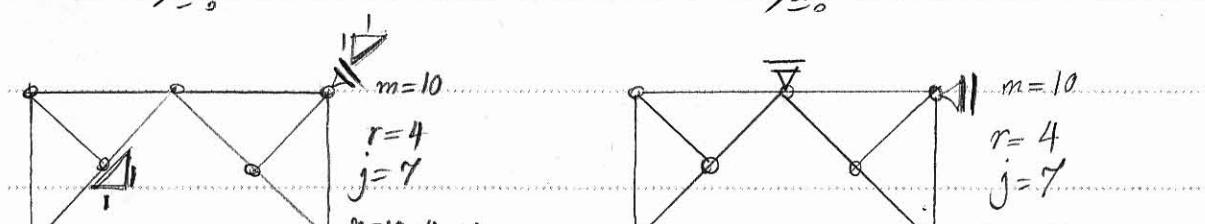
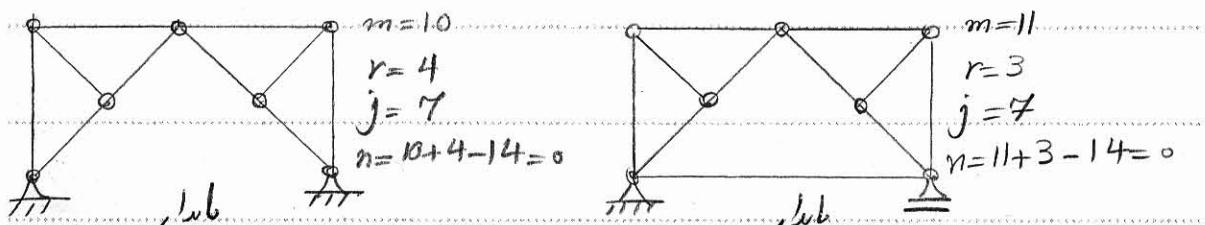
لطفا



$$m=18; r=4; j=10 \Rightarrow n=2 \quad m=18; r=4; j=10 \Rightarrow n=2$$

لطفا، حفظ و تمرین کنید

لطفا



* تحلیل خرایاها \leftarrow نیرو فقط برگرهای خرایا اعمال می‌شود.

- مدارداد: نیروها کسی اعضاً مثبت و نیروها مساوی متساوی

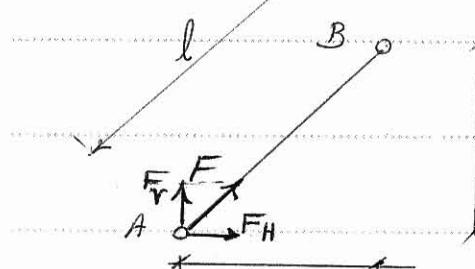
- اعده در محل استاده از مولفه‌های تک نیرو به جای خود آن نیرو، بحالت

زایدی در اینجا محاسبات انجام می‌کند:

$$\frac{F_V}{F_H} = \frac{y}{x}; \quad \frac{F}{F_H} = \frac{l}{x};$$

$$\frac{F}{F_V} = \frac{l}{y}$$

$$F = \sqrt{F_H^2 + F_V^2}$$



- روشنگرهای پری تحلیل خرایا:

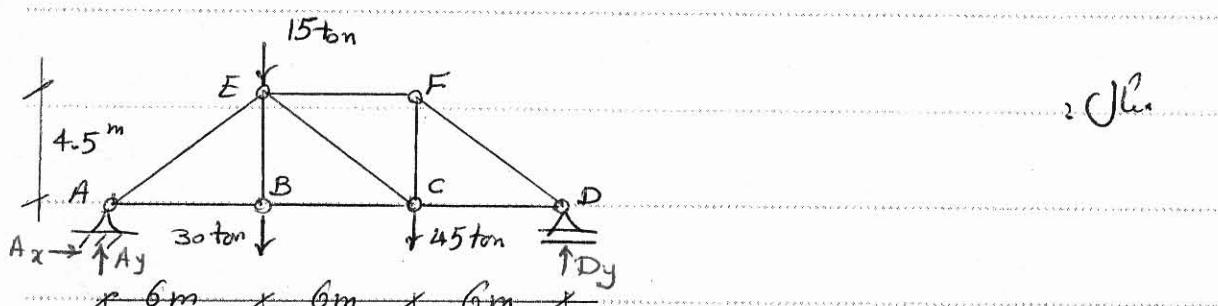
گرهای خرایا را به این نرم و نیروها مور برآن گره را اعمال می‌کنیم.

چون اینکار طبق نیروها از گره عبور کنند تندا در راسته تعادل برای

$\sum F_x = 0$ و $\sum F_y = 0$

@Jozve_iut

تعیین جهولات پیکار می‌فرمود.



۲ Jl²

۱۲

۱۳

۱۴

۱۵

۱۶

۱۷

۱۸

۱۹

۲۰

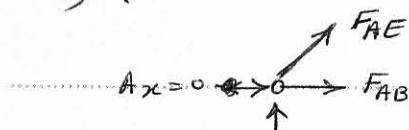
تعیین عبارت علی‌العزم می‌شود

$$\textcircled{1} \quad \sum F_x = 0 \Rightarrow A_x = 0$$

$$\textcircled{2} \quad \sum M_A = 0 \Rightarrow 30 \times 6 + 15 \times 6 + 45 \times 12 = 18 D_y \Rightarrow D_y = 45 \text{ ton}$$

$$\textcircled{3} \quad \sum F_y = 0 \Rightarrow A_y + D_y = 90 \text{ ton} \Rightarrow A_y = 45 \text{ ton}$$

A:



$$\sum F_x = 0 \Rightarrow F_{AE} \times 0.8 + F_{AB} = 0$$

$$\Rightarrow F_{AB} = -0.8 F_{AE}$$

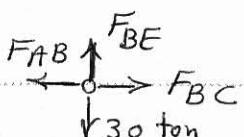
$$A_y = 45 \text{ ton}$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow 0.6 F_{AE} + 45 = 0$$

$$\Rightarrow F_{AE} = -75 \text{ ton}$$

$$\Rightarrow F_{AB} = 60 \text{ ton}$$

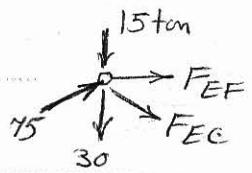
B:



$$\sum F_x = 0 \Rightarrow F_{BC} = F_{AB} = 60 \text{ ton}$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow F_{BE} = 30 \text{ ton}$$

E:



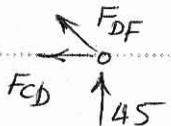
$$\sum F_y = 0 \Rightarrow F_{EG} \times 0.6 + 15 + 30 = 75 \times 0.6$$

$$\Rightarrow F_{EG} = 0$$

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow F_{EF} + 75 \times 0.8 = 0 \Rightarrow F_{EF} = -60$$

@Jozve_iut

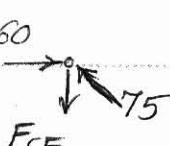
D:



$$\sum F_y = 0 \Rightarrow 0.6 F_{DF} + 45 = 0 \Rightarrow F_{DF} = -75$$

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow F_{CD} + 0.8 F_{DF} = 0 \Rightarrow F_{CD} = 60$$

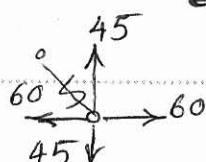
F:



$$\sum F_y = 0 \Rightarrow F_{CF} = 0.6 \times 75 \Rightarrow F_{CF} = 45$$

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow 60 = 0.8 \times 75 \checkmark$$

C:



$$\sum F_x = 0 \checkmark ; \sum F_y = 0 \checkmark$$

10

11

12

13

14

15

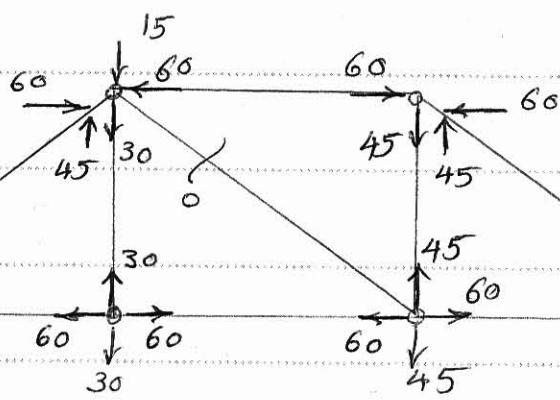
16

17

18

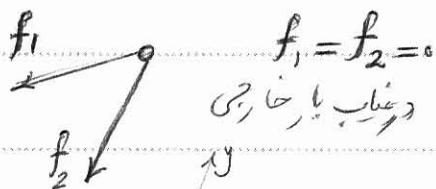
19

20



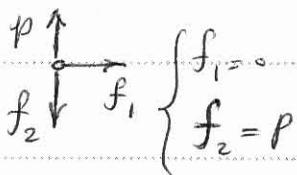
حالات حالت خالی خارجی (در غایب بار خارجی و دیگر قوی)

①



$$f_1 = f_2 = 0$$

دیگر قوی خارجی



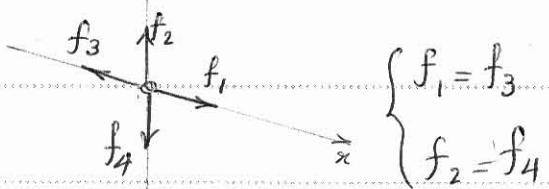
$$\begin{cases} f_1 = 0 \\ f_2 = p \end{cases}$$

②



$$\begin{cases} f_3 = 0 \\ f_1 = f_2 \end{cases}$$

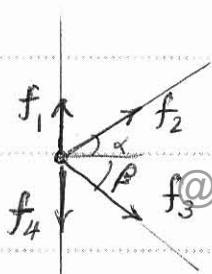
③



$$\begin{cases} f_1 = f_3 \\ f_2 = f_4 \end{cases}$$

④

دیگر قوی خارجی

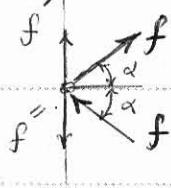


$$f_2 \cos \alpha + f_3 \cos \beta = 0$$

@ Jozve iut

$$f_3 = -f_2 \frac{\cos \alpha}{\cos \beta}$$

$$\sin \alpha = \beta \Rightarrow f_3 = -f_2$$



۱۰

۱۱

۱۲

۱۳

۱۴

۱۵

۱۶

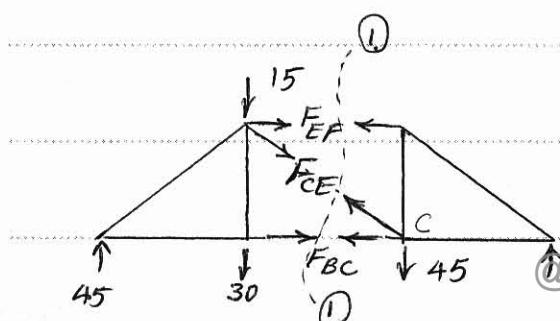
۱۷

۱۸

۱۹

۲۰

۱- روشن مطلع برای تجزیه خرطه
 ۲- تعادل دیاگرام آزاد، اساس تجزیه کام روشها می باشد در روشن مطلع برای
 ۳- برداشت آوردن معتبر نزدیک معتبر با معنی مناسب خرطه را به دو قسمت
 ۴- تقسیمی کام و دیاگرام آزاد هستند از رسمی کنم
 ۵- بدین اینکه نشان دهنده تجزیه های معتبر و نامعتبر آزاد نیست هر تجزیه دسته خرطه
 ۶- باشی صفر تردید می توان شکل را جول نظری محاسبه نمود در رابطه نوشتاره
 ۷- خصائص مجهول وجود داشته باشد در مثال می باشد



۸- تعادل هست ایست مطلع

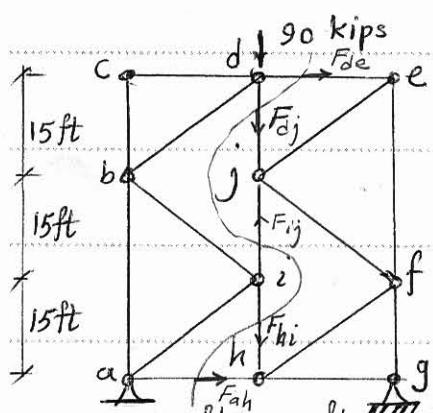
$$\sum F_y = 0 \Rightarrow F_{CE} = 0$$

۹- تعادل هست پیچ مطلع

$$\sum M_C = 0 \Rightarrow 45 \times 12 + F_{EF} \times 4.5 = 30 \times 6 + 15 \times 6 \Rightarrow F_{EF} = -60 \text{ ton}$$

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow F_{EF} + F_{BC} = 0 \Rightarrow F_{BC} = 60 \text{ ton}$$

۱۰- در تجزیه خرطه ساده و سریع می توان زیرسیز دو روشن فوق استفاده نمود



۱۱- مثال بسطویست (الف) در تجزیه خرطه

۱۲- ب) نوع خرطه (ج) تجزیه خرطه

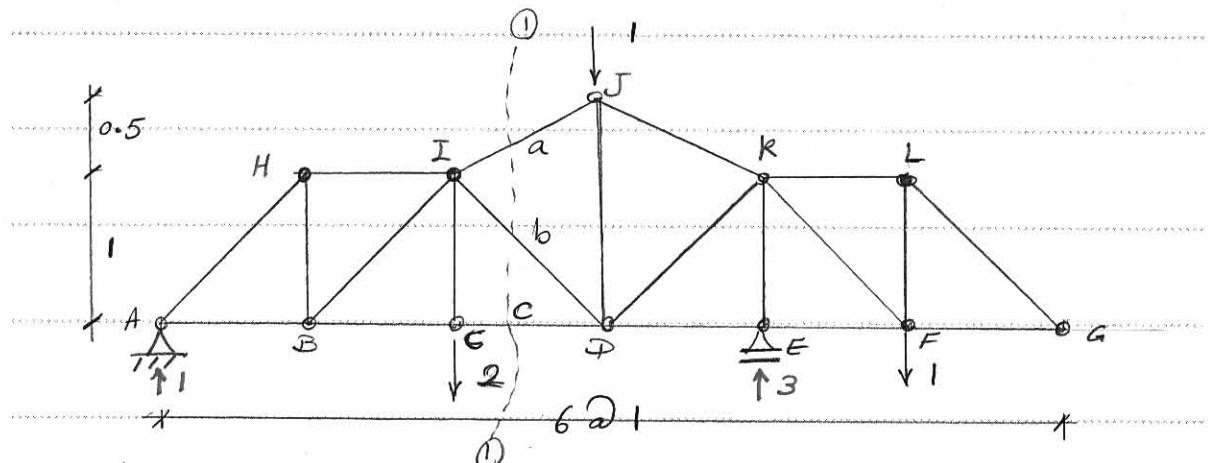
$$n = 17 + 3 - 2 \times 10 = 0 \quad (\text{الف})$$

۱۳- خرطه ملک

۱۴- از روی عایی سرخ چشم ای اعماق شتری بود

۱۵- ادامه حل در صفحه ۴۹

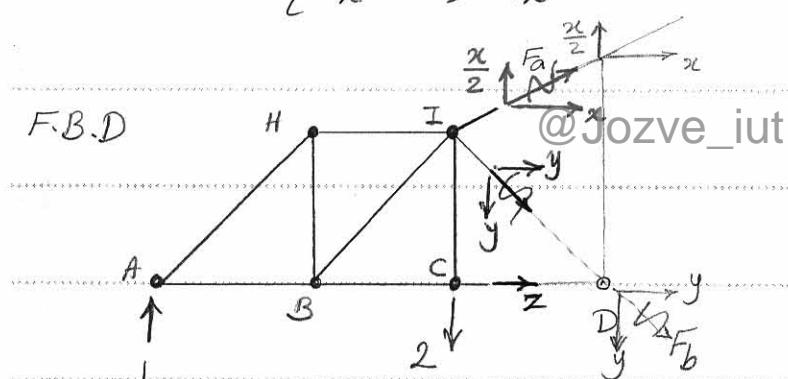
پيل + در خرفاي نيز نيز اعنه سعف سه را به دست آوريد



$$\text{حاصل عبارت عبارت} \rightarrow \sum M_A = 0 \Rightarrow E_y \times 4 = 2 \times 2 + 1 \times 3 + 1 \times 5 \Rightarrow E_y = 3 \quad (1)$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow A_y + E_y = 4 \Rightarrow A_y = 1 \quad (1)$$

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow A_x = 0$$



$$+ \sum M_D = 0 \Rightarrow 1 \times 3 + x \times 1.5 - 2 \times 1 = 0 \Rightarrow x = -\frac{2}{3} \Rightarrow \frac{x}{2} = -\frac{1}{3}$$

$$+ \Rightarrow F_a = -\sqrt{\left(\frac{2}{3}\right)^2 + \left(\frac{1}{3}\right)^2} = -\frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$+ \uparrow \sum F_y = 0 \Rightarrow 1 - 2 - y + \frac{x}{2} = 0 \Rightarrow y = -\frac{4}{3} \leftarrow \text{حاصل} \quad y : \text{رس اول} \quad 16$$

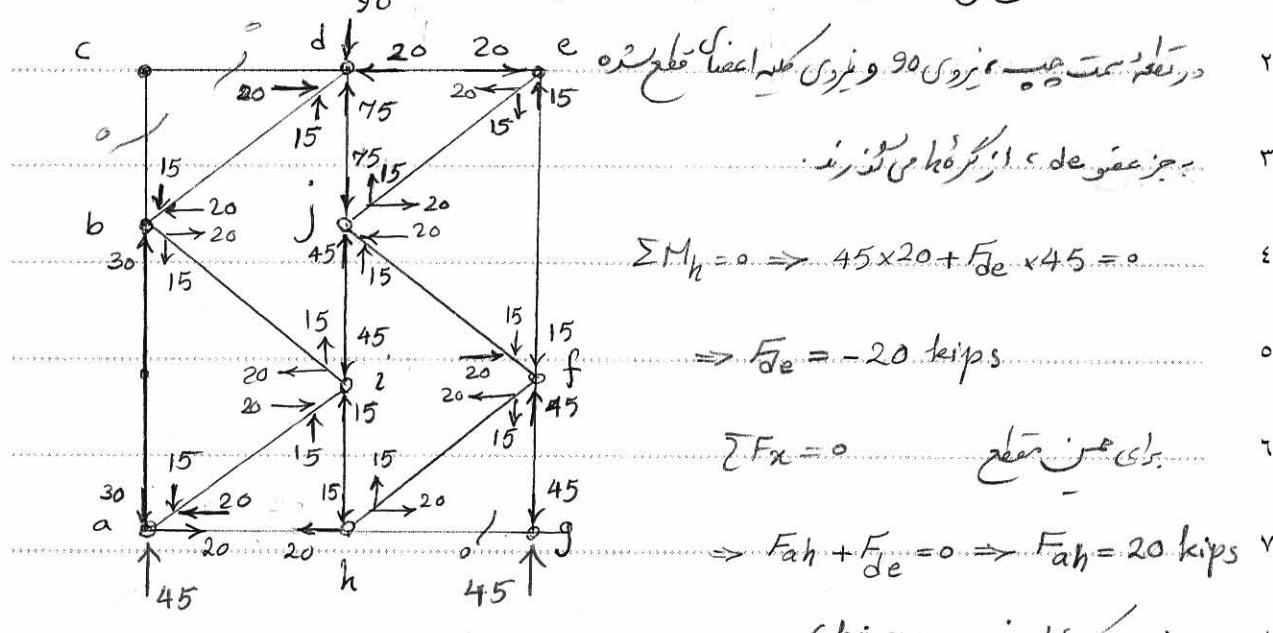
$$+ \sum M_A = 0 \Rightarrow 2 \times 2 + y \times 3 = 0 \Rightarrow y = -\frac{4}{3} \leftarrow \text{رس دوم}$$

$$\Rightarrow F_b = -\frac{4}{3} \sqrt{2} \quad 18$$

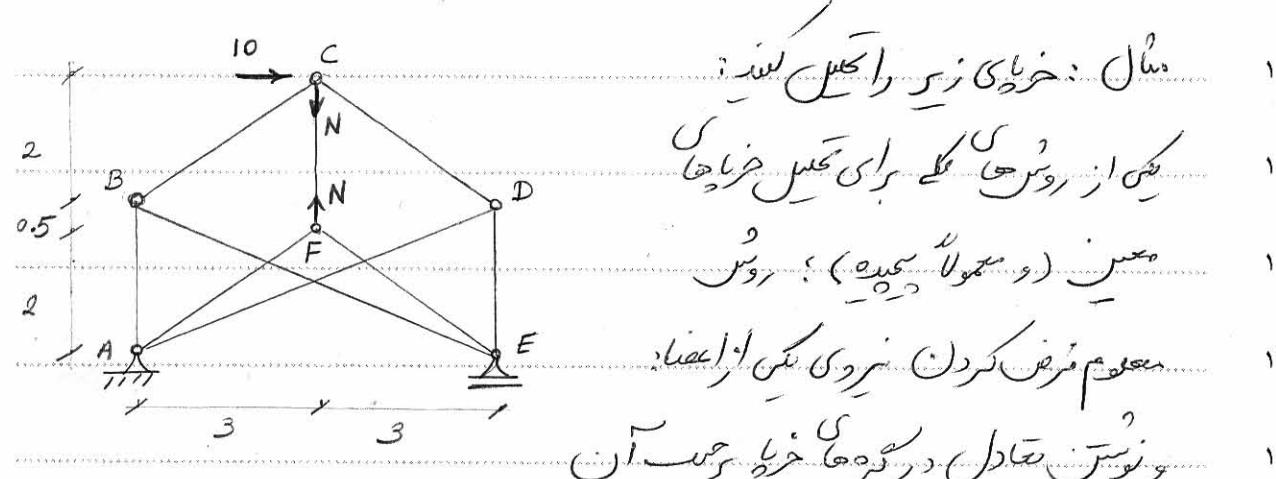
$$+ \rightarrow \sum F_x = 0 \Rightarrow x + y + z = 0 \Rightarrow z = 2 \quad \leftarrow \text{حاصل} : z : \text{رس اول}$$

$$+ \sum M_I = 0 \Rightarrow 1 \times 2 - z \times 1 = 0 \Rightarrow z = 2 \quad \leftarrow \text{رس دوم}$$

ج) تعیین عکس اینجعیل ممکن که $R_a = R_g = 45 \text{ kips}$



ab	bc	cd	de	ef	fg	gh	hi	ij	
-30	0	0	-20	-15	-45	0	-15	-45	10
@Jozve iut									
jd	bd	bi	ai	fh	fj	ej	ah		11
-75	-25	25	-25	25	-25	25	20		12



نیروی فرض بده هم باشد: در این میان در چه از گرهها معادل نیروی فرض شده

برایست این آید.

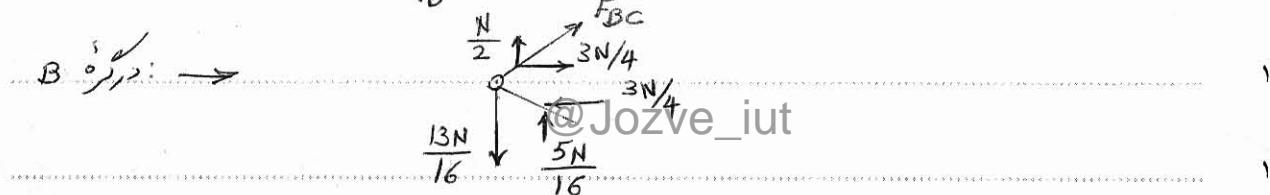
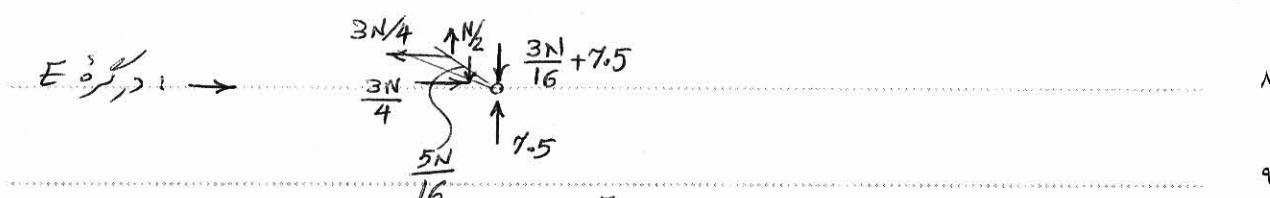
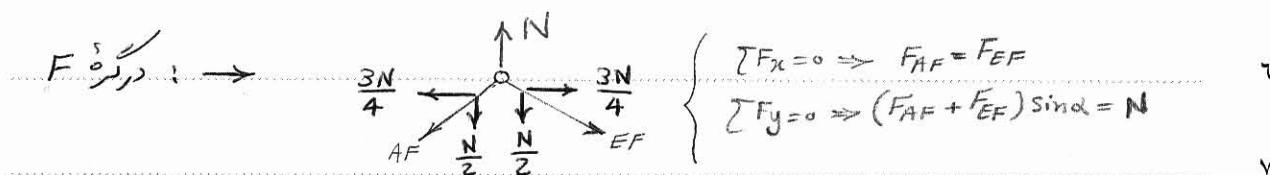
الف) حاسبة عصر العصرها

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow A_x = 10 \quad (\leftarrow) \quad 1$$

$$\sum M_y = 0 \Rightarrow 10 \times 4.5 = E_y \times 6 \Rightarrow E_y = 7.5 \quad (\uparrow) \quad 2$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow A_y = 7.5 \quad (\downarrow) \quad 3$$

.....



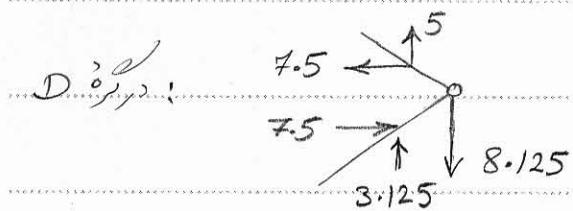
$$\begin{aligned} C : & \rightarrow \sum F_y = 0 \Rightarrow \frac{3N}{4} + N = \frac{2}{3} (10 - \frac{3N}{4}) \\ & \Rightarrow \frac{9N}{4} = 10 - \frac{3N}{4} \Rightarrow N = \frac{10}{3} \end{aligned} \quad 12$$

$$F_{AF} = \sqrt{\left(\frac{N}{2}\right)^2 + \left(\frac{3N}{4}\right)^2} = \frac{\sqrt{13}}{4} N = 3.0046 \quad (\text{كتنس}) \quad 13$$

$$F_{EF} = \sqrt{\left(\frac{N}{2}\right)^2 + \left(\frac{3N}{4}\right)^2} = \frac{\sqrt{13}}{4} N = 3.0046 \quad (\text{كتنس}) \quad 14$$

$$\begin{aligned} E : & \rightarrow F_{ED} = \frac{3N}{16} + 7.5 = 8.125 \quad (\text{كتنس}) \\ & F_{BE} = \sqrt{\left(\frac{3N}{4}\right)^2 + \left(\frac{5N}{16}\right)^2} = \frac{13}{16} N = 2.7083 \quad (\text{كتنس}) \end{aligned} \quad 15$$

$$\begin{aligned} B : & \rightarrow F_{AB} = \frac{13N}{16} = 2.7083 \quad (\text{كتنس}) \\ & F_{BC} = \sqrt{\left(\frac{N}{2}\right)^2 + \left(\frac{3N}{4}\right)^2} = \frac{\sqrt{13}}{4} N = 3.0046 \quad (\text{كتنس}) \end{aligned} \quad 16$$



$$F_{AD} = \sqrt{7.5^2 + 3.125^2} = 8.125 (\text{نیوتن}) \quad ٢$$

$$F_{CD} = \sqrt{7.5^2 + 5^2} = 9.0139 (\text{نیوتن}) \quad ٣$$

حل سوال ۴ عمرن سری

محاسبه عبارت مورد ۴: $\sum M_A = 0 \Rightarrow 20 \times 20 + 30 \times 40 + 30 \times 80 + 20 \times 100$

$$+ 10 \times 60 = M_{yX} \times 100 \Rightarrow M_{yX} = 66 (\uparrow) \quad ٤$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow A_y + M_{yX} = 110 \Rightarrow A_y = 44 (\uparrow) \quad ٥$$

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow A_x = 0 \quad ٦$$



$$\sum M_D = 0 \Rightarrow x \times 40 + 44 \times 60 \quad ٧$$

@Jozve_iut

$$= 30 \times 20 + 20 \times 40 \quad ٨$$

$$\Rightarrow x = -31 \quad ٩$$



$$\frac{3}{4}x + 44 = 50 + 0.625y \quad ١٠$$

$$\Rightarrow y = -46.8 \quad ١١$$

$$\Rightarrow x = -31 \quad ١٢$$

$$\frac{3}{4}x + 44 = 50 + 0.625y \quad ١٣$$

$$\Rightarrow y = -46.8 \quad ١٤$$

$$\Rightarrow x = -31 \quad ١٥$$

$$\Rightarrow y = -46.8 \quad ١٦$$

$$\Rightarrow x = -31 \quad ١٧$$

$$\Rightarrow y = -46.8 \quad ١٨$$

$$\Rightarrow x = -31 \quad ١٩$$

$$H \rightarrow: i + 46.8 = j \quad ٢٠$$

$$0.625i + 0.3125j + 29.25 = 53.25 \quad i = 10$$

$$0.625i + 0.3125j = 24 \quad ٢١$$

$$0.625(j - 46.8) + 0.3125j = 24 \Rightarrow 0.9375j = 53.25 \Rightarrow j = 56.8$$

$$(٤/١) \text{صفحه} \quad i' + 11.6 = j' \quad ٢٢$$

$$0.625(j - 11.6) + 0.3125j = 46 \quad ٢٣$$

$$0.9375j' = 53.25 \Rightarrow j' = 56.8 \Rightarrow i' = 45.2$$

۱) قاب حاوی سازه های که از اعضا خوب نیزی را در دارد.

۲)

۳)

۴)

۵)

۶)

۷)

۸)

۹)

۱۰)

۱۱)

۱۲)

۱۳)

۱۴)

۱۵)

۱۶)

۱۷)

۱۸)

۱۹)

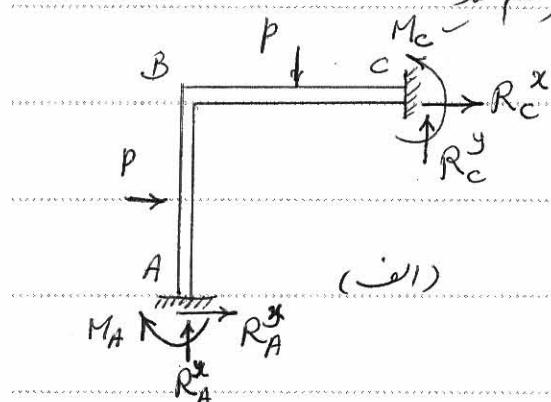
۲۰)

مسئل: در چه شکل زیر

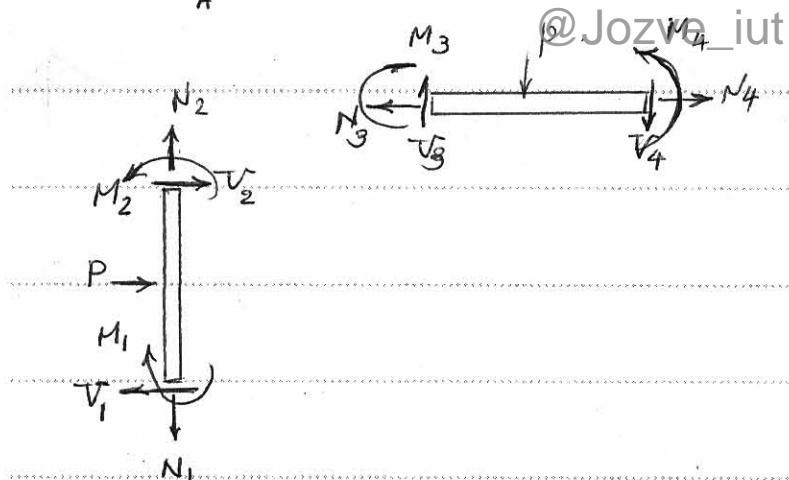
الف) مس انتقالی بین جامی را روی چهل سینه

ب) دیگر آن از اعضا قاب را رسم کنید.

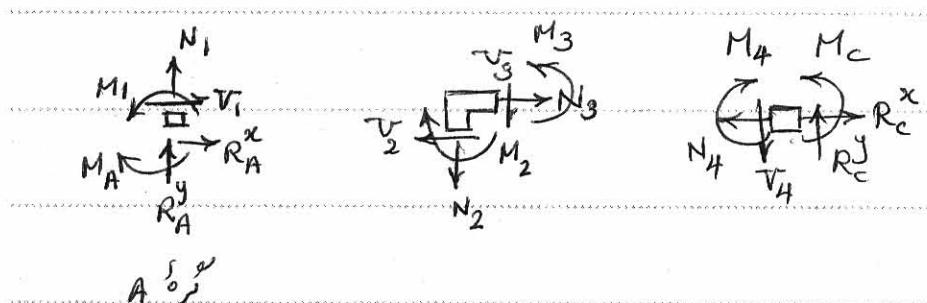
ج) دیگر آن از اعضا قاب را رسم کنید.



(الف)



(ب)



(ج)

۱۴:

$$R_A^x, R_A^y, M_A$$

$$R_C^x, R_C^y, M_C$$

معادلات مکانیک

برای هر عضو ۳ معادله

در هر گره \leftarrow ۳ معادله

۱

۲

۳

۴

۵

۶

۷

۸

۹

۱۰

۱۱

۱۲

۱۳

۱۴

۱۵

۱۶

۱۷

۱۸

۱۹

۲۰

$$N_1, V_1, M_1; N_2, V_2, M_2$$

$$N_3, V_3, M_3; N_4, V_4, M_4$$

بنابراین دو گره که عضو فوژود دارند

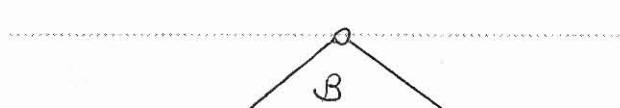
$$\text{بنابراین } n = (6m+r) - (3m+3j) = 3m+r-3j \quad \text{۷}$$

$$m: \text{ عدد اعمدها} ; j: \text{ عدد گرهات} \quad n = (3 \times 2 + 6) - (3 \times 3) = 3 \quad \text{۸}$$

سوال آیین فرمول برای حساب کمیت است؟

$$\begin{aligned} m &= 2 \\ r &= 4 \\ j &= 3 \end{aligned}$$

$$n = (3 \times 2 + 4) - (3 \times 3) = 1 \quad \text{۱۲}$$



$$n = ? \quad \text{۱۳}$$



$$n = 0 \quad \text{۱۴}$$



۱۵

۱۶

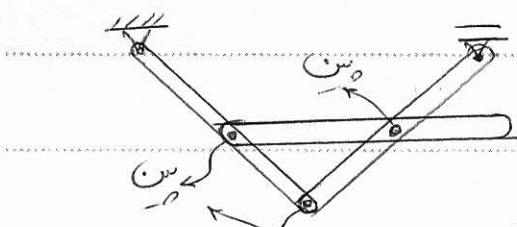
ثابت شده دوچی باید اولیه این است که در یک محدوده هر چند از آن آزاد نباشد

است (در گره B)

با آنرا در گره B ۱ معادله ربط ایجاد کنید ($M_B = 0$)

$$\Rightarrow n = (3m+r) - (3j+C) \quad \text{۱۹} \quad \text{۲۰}$$

پيل حل 2 در صفات پيرس:



$$m=6 \quad r=3$$

$$j=6 \quad c=3$$

$$n=(3 \times 6 + 3) - (3 \times 6 + 3) = 0$$

سازه بالا از لحاظ خارجي معين است.

خوب چه سازه کي بيش از 3 عضو اتميل نباشد طبعاً راسته باشد و لے از لحاظ اساسی همچنان

برای برآوردن حمل آن و بهره از آوردن عکس اعمده کي بروزگری باشند و هم برآوردن از 3

نموده تعادل بروزگری از معادلات سطر اطلاعات زیر است.

5

6

7

8

9

10

11

12

13

14

15

16

17

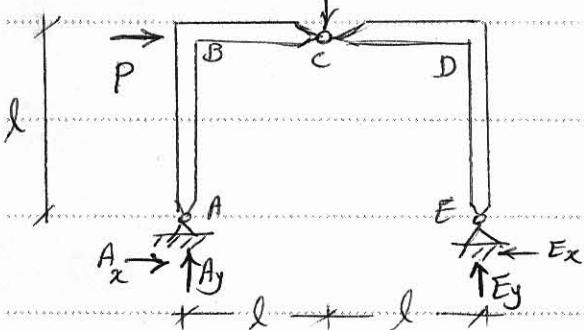
18

19

20

پيل: عکس اعمده کي بروزگری افزايند @frozve_iut

$$n=(3 \times 4 + 4) - (3 \times 5 + 1) = 0$$



$$\textcircled{I} \quad \text{موداریت}: \quad \sum M_A = 0 \Rightarrow 3p \times l + p \times l = E_y \times 2l \Rightarrow E_y = 2p$$

$$\textcircled{II} \quad \text{موداریت}: \quad \sum F_y = 0 \Rightarrow A_y + E_y = 3p \Rightarrow A_y = p$$

$$\textcircled{III} \quad \text{موداریت}: \quad \sum F_x = 0 \Rightarrow A_x + p = E_x \rightarrow ?$$

$$\textcircled{IV} \quad \text{معادله سطحی}: \quad \sum M_C = 0 \Rightarrow 2p \times l = E_x \times l$$

$$E_x = 2p$$

$$\Rightarrow \textcircled{III} \Rightarrow A_x = p$$

۱. مقداری که در جمله می‌باشد

$$= 0 \rightarrow r \quad \text{و} \quad 0 = 3 + c$$

۲. مقدار میانه میانه

$$\Rightarrow n = r - (3 + c)$$

۳. فرمول فوق برای مقدار یک یاری مقدار به صورت اینست

۴. خوب است راهی حل را در این شکل بخواهد

$$n = (3 \times 1 + r) - (3 + c)$$

$$n = (3 \times 1 + 3) - (3 + 3) = 0$$

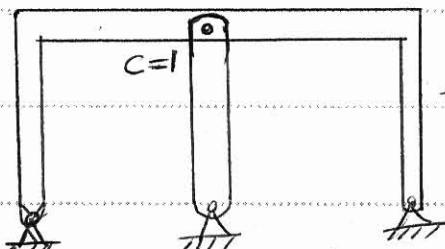
۵. روابط بروابط آنده برای ترسیم درجه نویسی کارهای

$$n = (3m + r) - (3j + c)$$

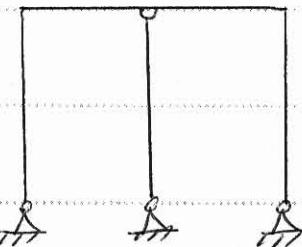
@Jozve_iut

$$n = (3 \times 1 + r) - (3 + c)$$

جواب:



۶. شکل بعد

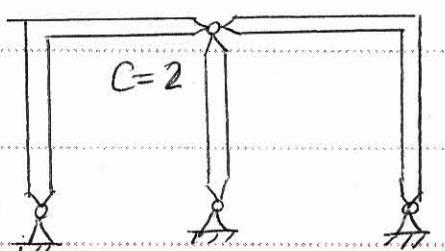


$$① \text{ یوسف} \rightarrow n = (3 \times 5 + 6) - (3 \times 6 + 1) = 2$$

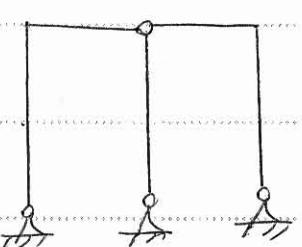
$$② \text{ سار} \rightarrow n = 6 - (3 + 1) = 2$$

$$n = (3 \times 5 + 6) - (3 \times 6 + 2) = 1$$

$$n = 6 - (3 + 2) = 1$$



۷. شکل بعد



شکم

عنوان در کتاب فرمول های ساخته شده

$$C = m - 1$$

جواب:

$$C = 2$$

$$C = 1$$

$$l = C$$

$$\textcircled{1} \quad n = (3 \times 4 + 5) - (3 \times 4 + 4) = 1$$

$$\textcircled{2} \quad m = (3 \times 1 + 5) - (3 + 4) = 1$$

سرمهد رسم نموده است

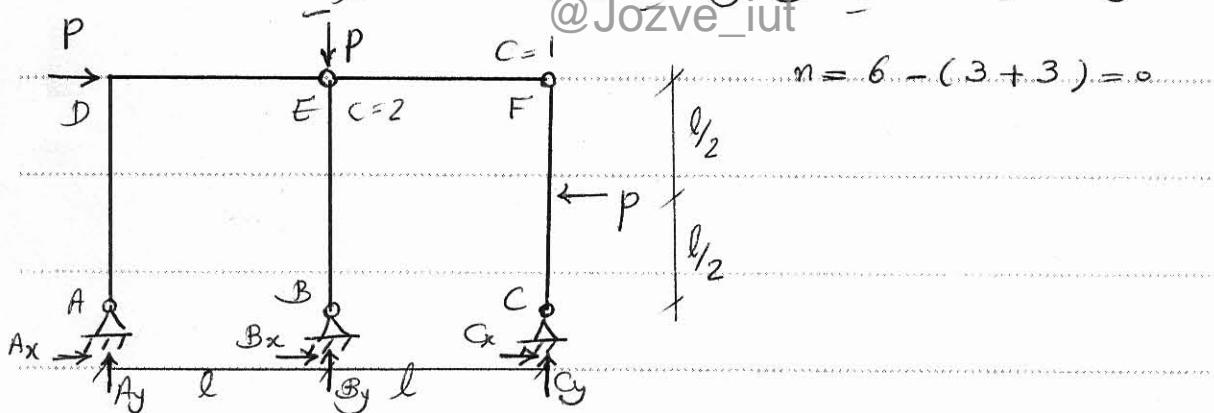
جواب:

$$C = 1$$



$$n = 6 - (3 + 1) = 2$$

حل ۲ در سازه زیر عکس از اینجا می باشد اور در [@Jozve_iut](#)



$$\textcircled{1} \quad \text{لطفاً در طرف CF نظر بگیرید} \Rightarrow \sum M_F = 0 \Rightarrow P \times \frac{l}{2} = C_x \times l$$

$$\text{CF نظر بگیرید} \Rightarrow C_x = \frac{P}{2}$$

$$C_x \rightarrow \uparrow C_y$$

$$\sum M_E = 0 \Rightarrow B_x = 0$$

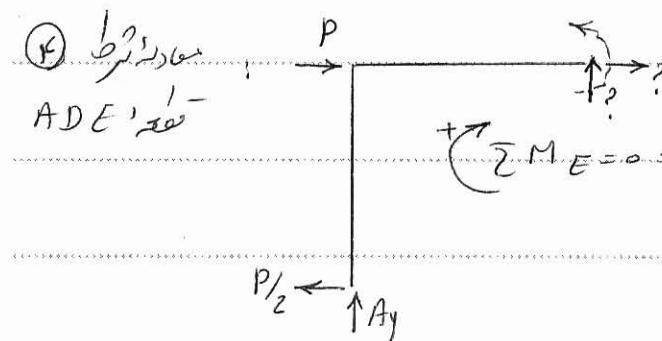
$$\textcircled{2} \quad \text{لطفاً در طرف BE نظر بگیرید}$$

$$BE \rightarrow$$

$$B_x \rightarrow \uparrow B_y$$

۱۴) معادله معادل $\sum F_x = 0 \Rightarrow A_x + B_x + C_x + P/2 = P$
کل سازه

۲ $A_x + C_x = 0 \Rightarrow A_x = -P/2$



۳ $A_y \times l + P/2 \times l = 0 \Rightarrow A_y = -P/2$

۴ $A_y = -P/2$

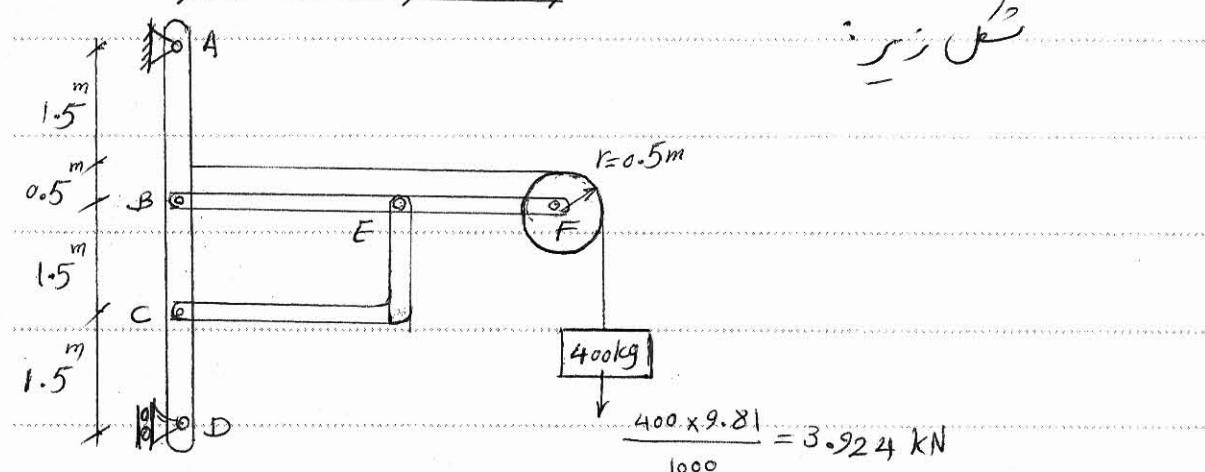
۵) معادله متعادل $\sum M_B = 0 \Rightarrow P \times l + A_y \times l = P \times \frac{l}{2} + C_y \times l$
کل سازه

۶ $C_y = 0$

۷) معادله متعادل $\sum F_y = 0 \Rightarrow A_y + B_y + C_y = P \Rightarrow B_y = \frac{3P}{2}$
کل سازه

@Jozve_iut

مرن: مقدارست تعیین نزدیک محدود اعضا در کتابه برداشته شده



۹

۱۰

۱۱

۱۲

۱۳

۱۴

۱۵

۱۶

۱۷

۱۸

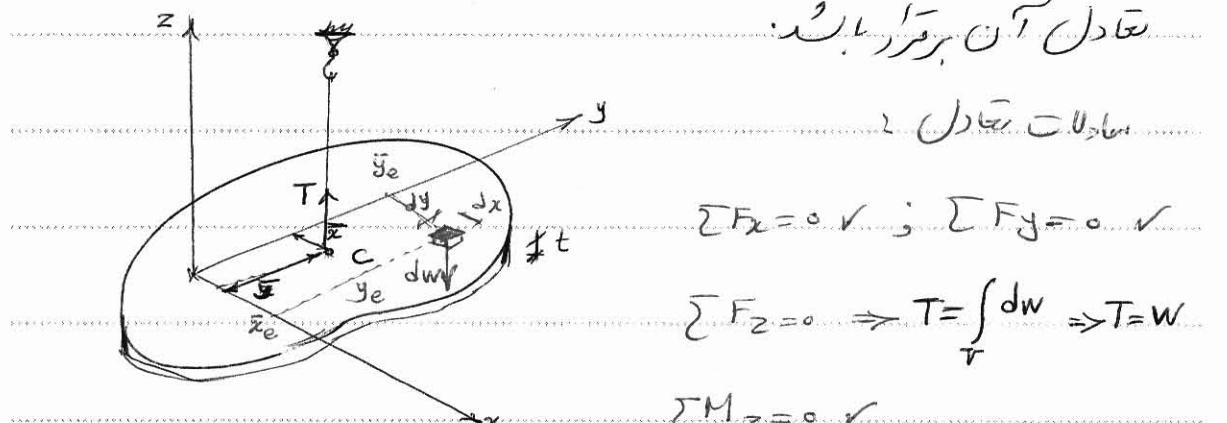
۱۹

خواص سطوح: مرکز نصف، مرکز جرم، مرکز سطح، مرکز گردی

محیط ای به شکل دایره و مختصات ثابت t طوری w و مختصات پیری:

محیط نصف c (میتوان بسیار کمتر از مرکز درین نصف از طبقه کمی آورد)

تعادل آن برقرار باشد:



$$\sum F_x = 0 \quad \text{و} \quad \sum F_y = 0$$

$$\sum F_z = 0 \Rightarrow T = \int dw \Rightarrow T = w$$

$$\sum M_z = 0$$

$$\sum M_x = 0 \Rightarrow T \bar{y} - \int dw \cdot y_e = 0 \Rightarrow \bar{y} = \frac{\int \bar{y}_e dw}{w}$$

$$\sum M_y = 0 \Rightarrow T \bar{x} - \int dw \cdot \bar{x}_e = 0 \Rightarrow \bar{x} = \frac{\int \bar{x}_e dw}{w}$$

در مختصات برای کمترین مقدار محیط مرکز نصف از روابط زیر

$$\bar{x} = \frac{\int \bar{x}_e dw}{w} ; \bar{y} = \frac{\int \bar{y}_e dw}{w} ; \bar{z} = \frac{\int \bar{z}_e dw}{w}$$

$$dw = dm \cdot g \quad \text{و} \quad w = mg$$

$$\bar{x} = \frac{\int \bar{x}_e dm \cdot g}{mg} ; \bar{y} = \frac{\int \bar{y}_e dm \cdot g}{mg} ; \bar{z} = \frac{\int \bar{z}_e dm \cdot g}{mg}$$

محیط و ثابت بار، مرکز جرم و مرکز نصف بجزئیات منطبقند:

$$dm = \rho \cdot dv$$

$$dm = dA \times t \times \rho \quad \rightarrow \text{دایتی} \leftarrow \rho$$

$$m = A \times t \times \rho \quad \rightarrow \text{صهابت} \leftarrow t$$

$$\bar{x} = \frac{\int \bar{x}_e dm}{m} \rightarrow \bar{x} = \frac{\int \bar{x}_e dA \cdot t \cdot \rho}{A \cdot t \cdot \rho} \quad \rightarrow \bar{x} = \frac{\int \bar{x}_e dA}{A}$$

$$\Rightarrow \bar{x} = \frac{\int \bar{x}_e dA}{A} \quad ; \quad \bar{y} = \frac{\int \bar{y}_e dA}{A} \quad ; \quad \bar{z} = \frac{\int \bar{z}_e dA}{A}$$

$$\bar{x} = \frac{\int \bar{x}_e dl}{L} \quad ; \quad \bar{y} = \frac{\int \bar{y}_e dl}{L} \quad ; \quad \bar{z} = \frac{\int \bar{z}_e dl}{L}$$

$$\bar{x} = \frac{\int \bar{x}_e dl}{L} \quad ; \quad \bar{y} = \frac{\int \bar{y}_e dl}{L} \quad ; \quad \bar{z} = \frac{\int \bar{z}_e dl}{L}$$

$$\bar{x} = \frac{\int \bar{x}_e dl}{L} \quad ; \quad \bar{y} = \frac{\int \bar{y}_e dl}{L} \quad ; \quad \bar{z} = \frac{\int \bar{z}_e dl}{L}$$

$$\bar{x} = \frac{\int \bar{x}_e dl}{L} \quad ; \quad \bar{y} = \frac{\int \bar{y}_e dl}{L} \quad ; \quad \bar{z} = \frac{\int \bar{z}_e dl}{L}$$

$$\bar{x} = \frac{\int \bar{x}_e dl}{L} \quad ; \quad \bar{y} = \frac{\int \bar{y}_e dl}{L} \quad ; \quad \bar{z} = \frac{\int \bar{z}_e dl}{L}$$

$$\bar{x} = \frac{\int \bar{x}_e dl}{L} \quad ; \quad \bar{y} = \frac{\int \bar{y}_e dl}{L} \quad ; \quad \bar{z} = \frac{\int \bar{z}_e dl}{L}$$

$$\bar{x} = \frac{\int \bar{x}_e dl}{L} \quad ; \quad \bar{y} = \frac{\int \bar{y}_e dl}{L} \quad ; \quad \bar{z} = \frac{\int \bar{z}_e dl}{L}$$

$$\bar{x} = \frac{\int \bar{x}_e dl}{L} \quad ; \quad \bar{y} = \frac{\int \bar{y}_e dl}{L} \quad ; \quad \bar{z} = \frac{\int \bar{z}_e dl}{L}$$

$$\bar{x} = \frac{\int \bar{x}_e dl}{L} \quad ; \quad \bar{y} = \frac{\int \bar{y}_e dl}{L} \quad ; \quad \bar{z} = \frac{\int \bar{z}_e dl}{L}$$

$$\bar{x} = \frac{\int \bar{x}_e dl}{L} \quad ; \quad \bar{y} = \frac{\int \bar{y}_e dl}{L} \quad ; \quad \bar{z} = \frac{\int \bar{z}_e dl}{L}$$

$$\bar{x} = \frac{\int \bar{x}_e dl}{L} \quad ; \quad \bar{y} = \frac{\int \bar{y}_e dl}{L} \quad ; \quad \bar{z} = \frac{\int \bar{z}_e dl}{L}$$

$$\bar{x} = \frac{\int \bar{x}_e dl}{L} \quad ; \quad \bar{y} = \frac{\int \bar{y}_e dl}{L} \quad ; \quad \bar{z} = \frac{\int \bar{z}_e dl}{L}$$

$$\bar{x} = \frac{\int \bar{x}_e dl}{L} \quad ; \quad \bar{y} = \frac{\int \bar{y}_e dl}{L} \quad ; \quad \bar{z} = \frac{\int \bar{z}_e dl}{L}$$

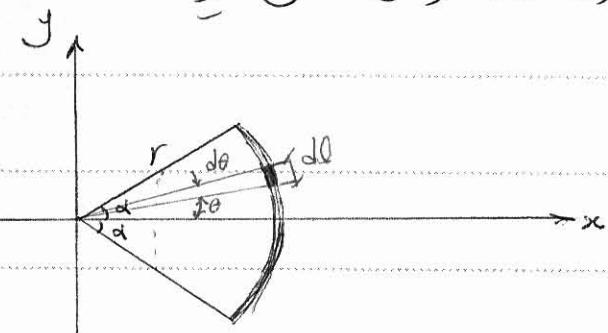
$$\bar{x} = \frac{\int \bar{x}_e dl}{L} \quad ; \quad \bar{y} = \frac{\int \bar{y}_e dl}{L} \quad ; \quad \bar{z} = \frac{\int \bar{z}_e dl}{L}$$

$$\bar{x} = \frac{\int \bar{x}_e dl}{L} \quad ; \quad \bar{y} = \frac{\int \bar{y}_e dl}{L} \quad ; \quad \bar{z} = \frac{\int \bar{z}_e dl}{L}$$

$$\bar{x} = \frac{\int \bar{x}_e dl}{L} \quad ; \quad \bar{y} = \frac{\int \bar{y}_e dl}{L} \quad ; \quad \bar{z} = \frac{\int \bar{z}_e dl}{L}$$

$$\bar{x} = \frac{\int \bar{x}_e dl}{L} \quad ; \quad \bar{y} = \frac{\int \bar{y}_e dl}{L} \quad ; \quad \bar{z} = \frac{\int \bar{z}_e dl}{L}$$

مثال ۱: مجموعتیه مركز طبل قوس کم نری.



$$dl = r d\theta$$

$$\bar{x}_e = r \cos \theta$$

$$\bar{x} = \frac{\int x_e dl}{L}, \quad \bar{y} = \frac{\int y_e dl}{L}$$

با توسيع بـ $\bar{y} = 0$ ؟

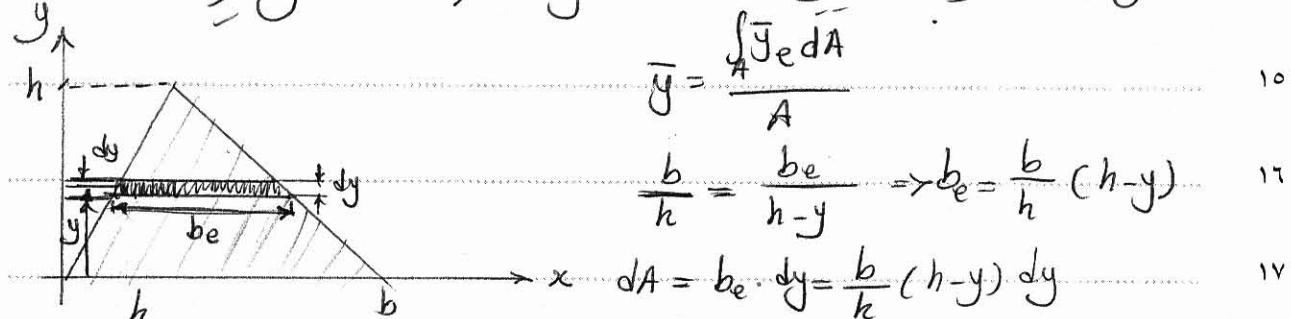
$$L = \int dl = \int_{-\alpha}^{\alpha} r d\theta = 2r\alpha$$

$$\bar{x} = \frac{\int_{-\alpha}^{\alpha} r \cos \theta \cdot r d\theta}{2r\alpha} = \frac{r^2 \int_{-\alpha}^{\alpha} \cos \theta d\theta}{2r\alpha} = \frac{2r^2 \sin \alpha}{2r\alpha} \Rightarrow$$

$$\bar{x} = \frac{r \sin \alpha}{\alpha} \quad ; \quad \text{اولاً} \quad ; \quad \text{اذا } \alpha = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \bar{x} = \frac{2r}{\pi}$$

$\bar{x} = 0 \leftarrow (\text{پذيرفته}) \alpha = \pi$

لهمه اينجا $\bar{y} = \text{ثوابت} \rightarrow \text{مثبت} \rightarrow \text{نيل}$



$$\bar{y} = \frac{\int y_e dA}{A}$$

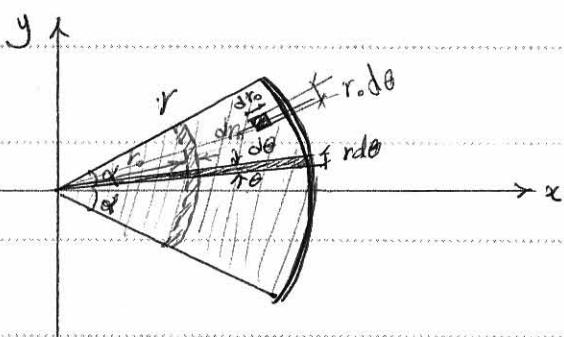
$$\frac{b}{h} = \frac{b_e}{h-y} \Rightarrow b_e = \frac{b}{h} (h-y)$$

$$dA = b_e \cdot dy = \frac{b}{h} (h-y) dy$$

$$A = \int_{0}^{h} \frac{b}{h} (h-y) dy = \frac{b}{h} \left[hy - \frac{y^2}{2} \right]_0^h = \frac{1}{2} bh$$

$$\bar{y} = \frac{1}{A} \int_0^h y \cdot \frac{b}{h} (h-y) dy = \frac{\frac{b}{h} \left[hy^2/2 - y^3/3 \right]_0^h}{\frac{1}{2} bh} = h/3$$

۱: مطابقت معادله مرز سطح بخش از دایره تویر کلی



۲: $\bar{y} = 0$: دایره

$$\bar{x}_e = \frac{r_0 \sin \alpha}{\alpha} \quad \text{۳: دایره}$$

$$4: dA = 2\alpha r_0 dr_0 \Rightarrow A = \int dA = \int 2\alpha r_0 dr_0 = 2\alpha \frac{r_0^2}{2} \int^r = \alpha r^2$$

$$5: \bar{x} = \frac{\int \bar{x}_e dA}{A} = \frac{\int \frac{r_0 \sin \alpha}{\alpha} \cdot 2\alpha r_0 dr_0}{\alpha r^2} = \frac{2 \sin \alpha r_0^3 / 3}{\alpha r^2} = \frac{2 r \sin \alpha}{3 \alpha}$$

$$6: \bar{x}_e = \frac{2}{3} r \cos \alpha \quad \text{۷: دایره}$$

$$7: dA = r_0 r d\theta \times \frac{1}{2} \Rightarrow A = \int dA = \int \frac{r^2}{2} d\theta = \alpha r^2$$

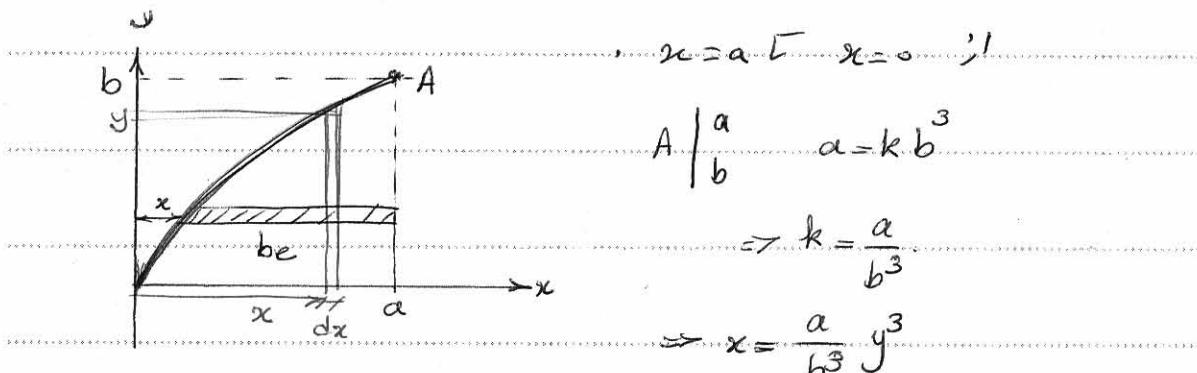
$$8: \bar{x} = \frac{\int \bar{x}_e dA}{A} = \frac{\int_{-\alpha}^{\alpha} \frac{2}{3} r \cos \alpha \frac{r^2}{2} d\theta}{\alpha r^2} = \frac{\frac{1}{3} r^3 \int_{-\alpha}^{\alpha} \cos \theta d\theta}{\alpha r^2} = \frac{2 r \sin \alpha}{3 \alpha}$$

$$9: \bar{x}_e = r_0 \cos \alpha \quad \text{۱۰: دایره}$$

$$10: dA = r_0 d\theta \times dr_0 \Rightarrow A = \int dA = \int \int r_0 d\theta dr_0 = \int 2\alpha r_0 dr_0 = \alpha r^2$$

$$11: \bar{x} = \frac{\int \bar{x}_e dA}{A} = \frac{\int_{-\alpha}^{\alpha} \int_0^r r_0 \cos \theta r_0 d\theta dr_0}{\alpha r^2} = \frac{\int_0^r 2r^2 \sin \theta dr_0}{\alpha r^2} = \frac{2 r \sin \alpha}{3 \alpha}$$

۱۲: مطابقت تئین مرز سطح محورین: ۴: دایره



$$13: x = a \sqrt[3]{k} \quad y = 0$$

$$14: A \mid a \quad a = k b^3$$

$$15: \Rightarrow k = \frac{a}{b^3}$$

$$16: \Rightarrow x = \frac{a}{b^3} y^3$$

پرس اول: این افعی بصری را خویش

$$dA = b_e \cdot dy ; b_e = a - x = a - \frac{a}{b^3} y^3 \quad 1$$

$$dA = a(1 - \frac{y^3}{b^3}) dy ; A = \int_a^b a(1 - \frac{y^3}{b^3}) dy = a \left[y - \frac{y^4}{4b^3} \right]_a^b = \frac{3ab}{4} \quad 2$$

$$\bar{x} = \frac{\int_A \bar{x}_e dA}{A} = \frac{\int_a^b (\frac{x+a}{2})(a-x) dy}{\frac{3ab}{4}} = \frac{\frac{1}{2} \int_a^b (a^2 - x^2) dy}{\frac{3ab}{4}} = \frac{\frac{1}{2} \int_a^b a^2 (1 - \frac{y^6}{b^6}) dy}{\frac{3ab}{4}} \quad 3$$

$$\bar{x} = \frac{\frac{1}{2} a^2 \left[y - \frac{y^7}{7b^6} \right]_a^b}{\frac{3ab}{4}} = \frac{\frac{3}{7} a^2 b}{\frac{3ab}{4}} = \frac{4}{7} a \quad 4$$

$$\bar{y} = \frac{\int_A \bar{y}_e dA}{A} = \frac{\int_a^b y \cdot a(1 - \frac{y^3}{b^3}) dy}{\frac{3ab}{4}} = \frac{a \int_a^b (y - \frac{y^4}{b^3}) dy}{\frac{3ab}{4}} = \frac{\left[\frac{y^2}{2} - \frac{y^5}{5b^3} \right]_a^b}{\frac{3b}{4}} \quad 5$$

$$\bar{y} = \frac{\frac{b^2}{2} - \frac{b^2}{5}}{\frac{3b}{4}} = \frac{2}{5} b \quad @Jozve_iut \quad 6$$

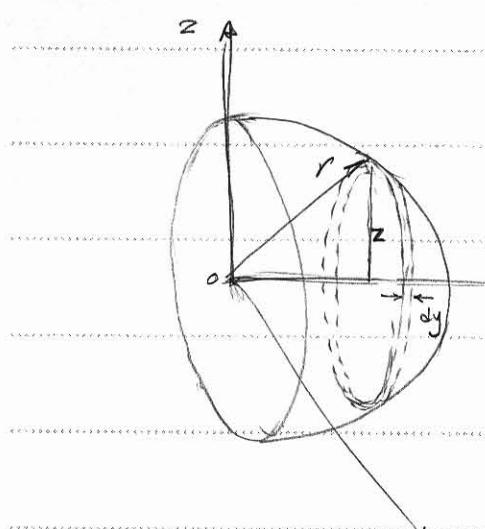
پرس اول: این افعی بصری را خویش

$$dA = y dx ; A = \int y dx = \int_{\sqrt[3]{a}}^a \frac{b}{\sqrt[3]{x}} x^{1/3} dx = \frac{b}{\sqrt[3]{a}} \frac{3}{4} x^{4/3} \quad 7$$

$$A = \frac{3}{4} ab ; \bar{x}_e = x \rightarrow \bar{y}_e = \frac{y}{2} \quad 8$$

$$\bar{x} = \frac{\int_A \bar{x}_e dA}{A} = \frac{\int_a^a x \cdot \frac{b}{\sqrt[3]{a}} x^{1/3} dx}{\frac{3ab}{4}} = \frac{\frac{b}{\sqrt[3]{a}} \frac{3}{7} x^{7/3} \Big|_a^a}{\frac{3ab}{4}} = \frac{4}{7} a \quad 9$$

$$\bar{y} = \frac{\int_A \bar{y}_e dA}{A} = \frac{\int_a^a \frac{y}{2} \cdot y dx}{\frac{3ab}{4}} = \frac{\frac{b^2}{2} \int_a^a x^{2/3} dx}{\frac{3ab}{4}} = \frac{\frac{b^2}{2} \frac{3}{5} a^{5/3}}{\frac{3ab}{4}} = \frac{2b}{5} a \quad 10$$



عملی مرکز جم میر

$$dv = \pi z^2 dy$$

$$z^2 = r^2 - y^2$$

$$dv = \pi (r^2 - y^2) dy$$

$$v = \int dv = \int (r^2 - y^2) dy$$

$$= \left[r^2 y - \frac{y^3}{3} \right]_0^r \pi = \frac{2}{3} \pi r^3$$

$$\bar{y} = \frac{\int y v dy}{v} = \frac{\int y (r^2 - y^2) dy}{\frac{2}{3} \pi r^3} = \frac{\left[r^2 y^2/2 - y^4/4 \right]_0^r}{\frac{2}{3} r^3} = \frac{3}{8} r$$

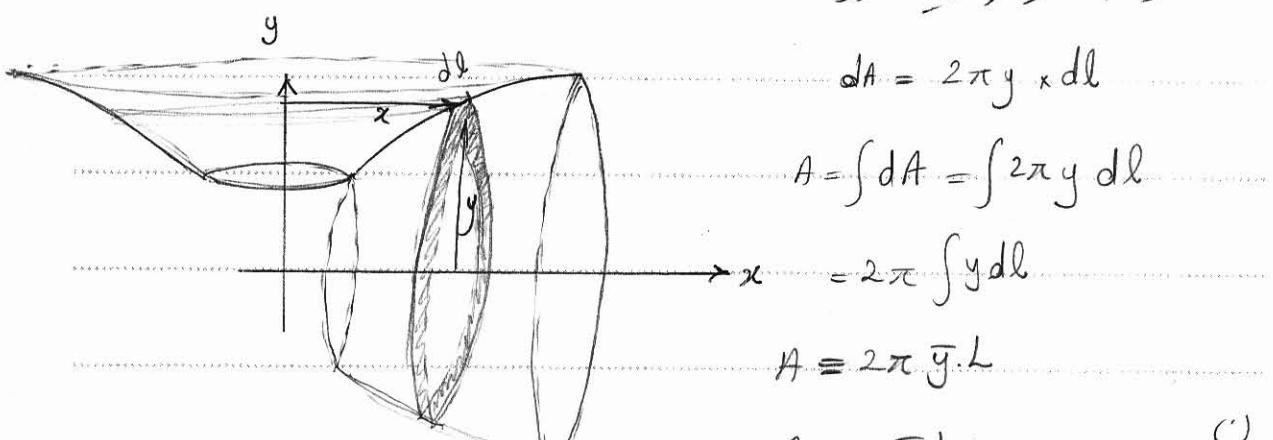
فقط یادوی ۱: مساحتی در صفحه xy (مرکز میر)

@love_iut

* مساحت جانبی سطح مدور از دوران میر حول محور عرضی میگیرد

برای است با طول آن میر خوب در نظر میرکن سطح مدور از دوران

ضرب در را دوی دوران



$$dA = 2\pi y \times dl$$

$$A = \int dA = \int 2\pi y dl$$

$$= 2\pi \int y dl$$

$$A = 2\pi \bar{y} L$$

$$A = \theta \bar{y} L$$

دوران حول محور x

$$dA' = 2\pi x \times dl$$

$$A' = \int dA' = 2\pi \int x dl = 2\pi \bar{x} L \Rightarrow A' = \theta \times \bar{x} L$$

دوران حول محور y

۱) حجم مصالح از دوران مکعب حل کردن محور (میان محوری)

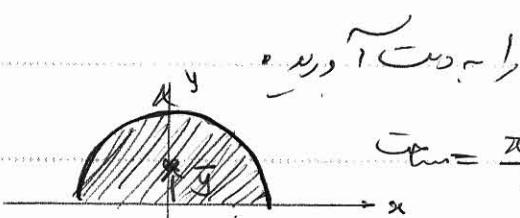
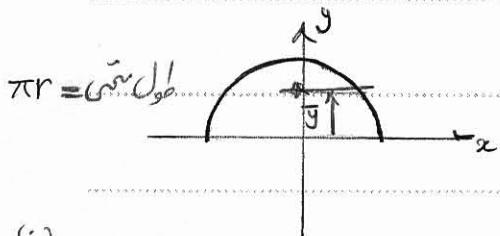
$$V = \theta A \bar{y}$$

$$\theta = 2\pi ; A = \frac{1}{2} hr$$



$$V = 2\pi \times \frac{1}{2} hr \times \frac{r}{3} = \frac{\pi r^2 h}{3}$$

با استفاده از قاعده پیویسی قائم‌ترین مساحت رسم کنید



$$A_{semicircle} = \frac{\pi r^2}{2}$$

مساحت مصالح از دوران
که تراویح
 $(\theta = 2\pi)$

@Jozve_iut

که تغیر
حول محور x (که $\theta = 2\pi$)

$$A_{semicircle} = 4\pi r^2$$

$$V = \frac{4}{3} \pi r^3$$

$$A = \theta \cdot \bar{y} \cdot L$$

$$V = \theta \cdot \bar{y} \cdot A$$

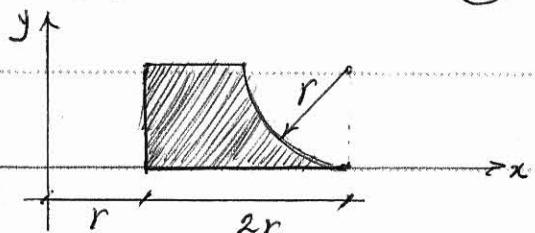
$$A \pi r^2 = 2\pi \times \bar{y} \times \pi r$$

$$\frac{4}{3} \pi r^3 = 2\pi \times \bar{y} \times \frac{\pi r^2}{2}$$

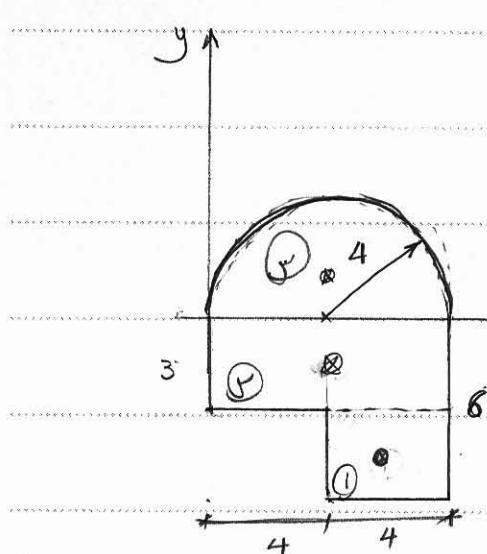
$$\Rightarrow \bar{y} = \frac{2r}{\pi}$$

$$\Rightarrow \bar{y} = \frac{4r}{3\pi}$$

۲) حجم مصالح از دوران سطح داده و حول محور (زاویه دوران:



را به دست آورید.



محاسبه مرکز سمع برای مقطع مرکز

$$\bar{x} = \frac{\sum A_i \bar{x}_i}{\sum A_i}$$

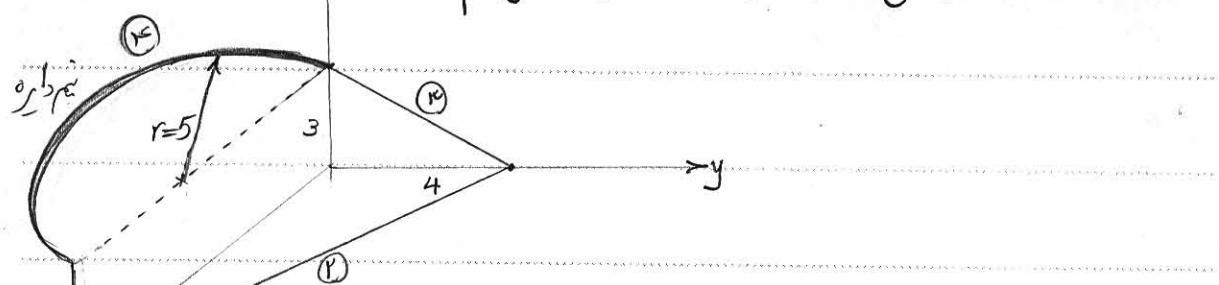
$$\bar{y} = \frac{\sum A_i \bar{y}_i}{\sum A_i}$$

	A_i	\bar{x}_i	\bar{y}_i	$A_i \bar{x}_i$	$A_i \bar{y}_i$
①	12	6	-4.5	72	-54
②	24	4	-1.5	96	-36
③	$\frac{\pi \times 4^2}{2}$	4	$\frac{4 \times 4}{3\pi}$	100.53	42.67
Σ	61.13	-	-	268.53	-47.33

$$\bar{x} = \frac{268.53}{61.13} = 4.39 \quad \bar{y} = \frac{-47.33}{61.13} = -0.77$$

	A_i	\bar{x}_i	\bar{y}_i	$A_i \bar{x}_i$	$A_i \bar{y}_i$
①	48	4	-3	192	-144
②	-12	2	-4.5	-24	54
③	25.13	4	$\frac{4 \times 4}{3\pi}$	100.53	42.67
Σ	61.13	-	-	268.53	-47.33

مثال: محاسبه مرز شل جسم مربوط از حلقه مولوی متعال به



(i)	A_i	l_i	\bar{x}_i	\bar{y}_i	\bar{z}_i	$l_i \bar{x}_i$	$l_i \bar{y}_i$	$l_i \bar{z}_i$
1	3	10	0	1.5	30	0	45	
2	$\sqrt{116}$	5	2	0	$5\sqrt{116}$	$2\sqrt{116}$	0	
3	5	0	2	1.5	0	10	7.5	
4	5π	5	$-\frac{1}{\pi}$	3	25π	-50	15π	
								-18.4593
								$\sum 34.4783$
								162.3915
								59.1239

$$\bar{x} = \frac{\sum \bar{x}_i l_i}{\sum l_i} = \frac{162.3915}{34.4783} = 4.710$$

$$\bar{y} = \frac{\sum \bar{y}_i l_i}{\sum l_i} = \frac{-18.4593}{34.4783} = -0.535$$

@Jozve_iut

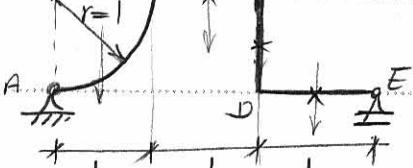
پیوند سطوح تواریخ داد

مشخصه (i) A_i \bar{x}_i

۱۲

مثال: عکس اتمام کشیدگاری E (جای به بند) ۱۳

$$\frac{2r}{\pi} = \frac{2}{\pi}$$



(سازه های کشیدگاری خود را دریابید)

۱۴

وزن (kg) طول (m) قطعه

AB $\frac{\pi}{2}$ $\frac{\pi}{2}$

BC 1 1

CD 1 1

DE 1 1

۱۵

۱۶

۱۷

۱۸

۱۹

۲۰

$$\sum M_A = 0 \Rightarrow \frac{\pi}{2} \times \frac{2}{\pi} + 1 \times 1.5$$

$$+ 1 \times 2 + 1 \times 2.5 = R_E \times 3 \Rightarrow R_E = \frac{7}{3}$$

۱ * تیرها

محاسبه درجه ناصیح تیرها در تیرها مدلر لایه وجود ندارد بنابراین درجه ناصیح

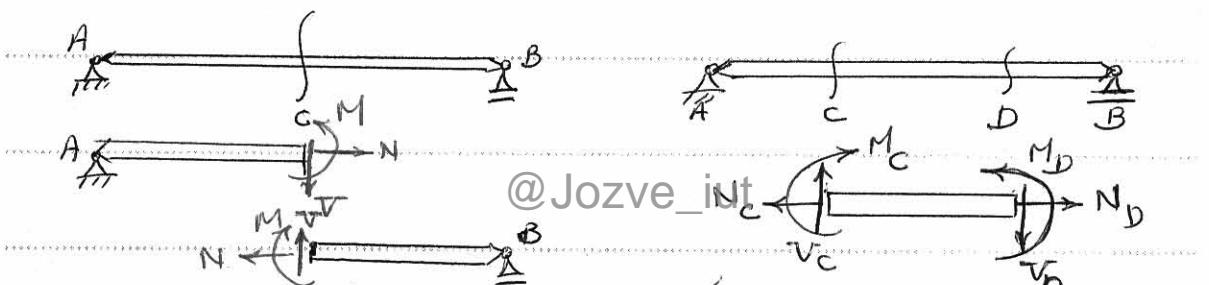
$$\text{آنها از رابطه } n = r - (3 + c) \text{ به دست می آید.}$$

۴ * تحمل تیرهای محسن

۱- تعیین مسأله تیرهای محسن با استفاده از معادلات تدارکی (۳ معادله) و معادلات سرط (درجه ناصیح وجود)

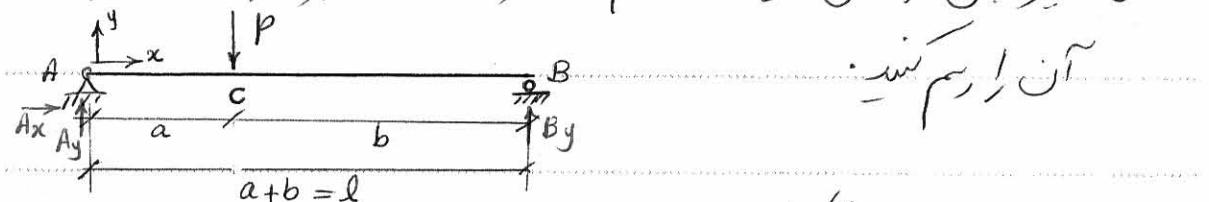
۲- رسم بودار اضطرارات نیروهای داخلی در طول تیر. (رسم داگرایمها)

۳- قرارداده عوست برای نیروهای داخلی تیرها.



۴- محاسبه تیرهای تحت اثر باهای متمرکز (نیروی متمرکز و نیرو متمرکز)

مثال: تیر مقابل را محاسبه کنید و داگرایمهاکی نیروی محوری، نیروی بُری و شرخی



۵- اول: محاسبه مسأله تیرها محسن

$$\textcircled{1} \sum F_x = 0 \Rightarrow A_x = 0; \quad \textcircled{2} \sum M_A = 0 \Rightarrow p \cdot a = B_y \cdot l \Rightarrow B_y = \frac{pa}{l}$$

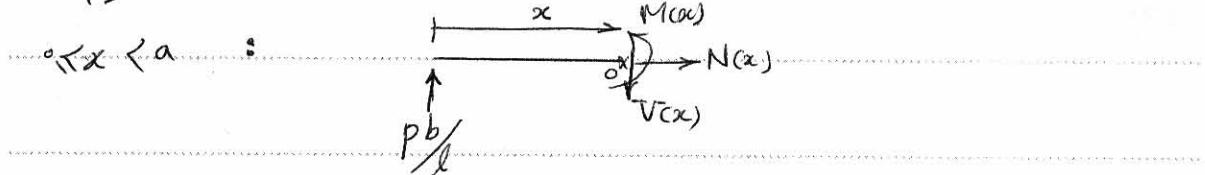
$$\textcircled{3} \sum F_y = 0 \Rightarrow A_y + B_y = p \Rightarrow A_y = p - \frac{pa}{l} = p \frac{(l-a)}{l} = \frac{pb}{l} \Rightarrow A_y = \frac{pb}{l}$$

۶- دوم: مسأله تیرهای محسن

مسأله از تیرهای بین دو متمرکز تقریباً را که ناصیح نیست: در نظر وقایع A_y و B_y

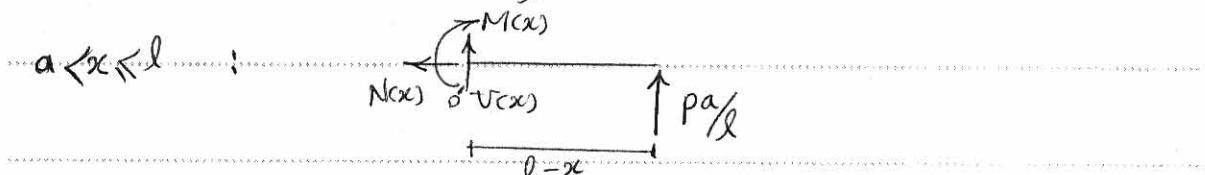
۱. بارهای متغیر رخسته و بیمارابن (لین) تحریرو ناحیه در

۲. از می است که با مساحت مناسب بزرگی داشتی خود و ناحیه را مورد بررسی قرار دهیم



۵. $\sum F_x = 0 \Rightarrow N(x) = 0 ; \sum F_y = 0 \Rightarrow V(x) = \frac{P_b}{l}$

۶. $\sum M_0 = 0 \Rightarrow M(x) = \frac{P_b}{l} x$

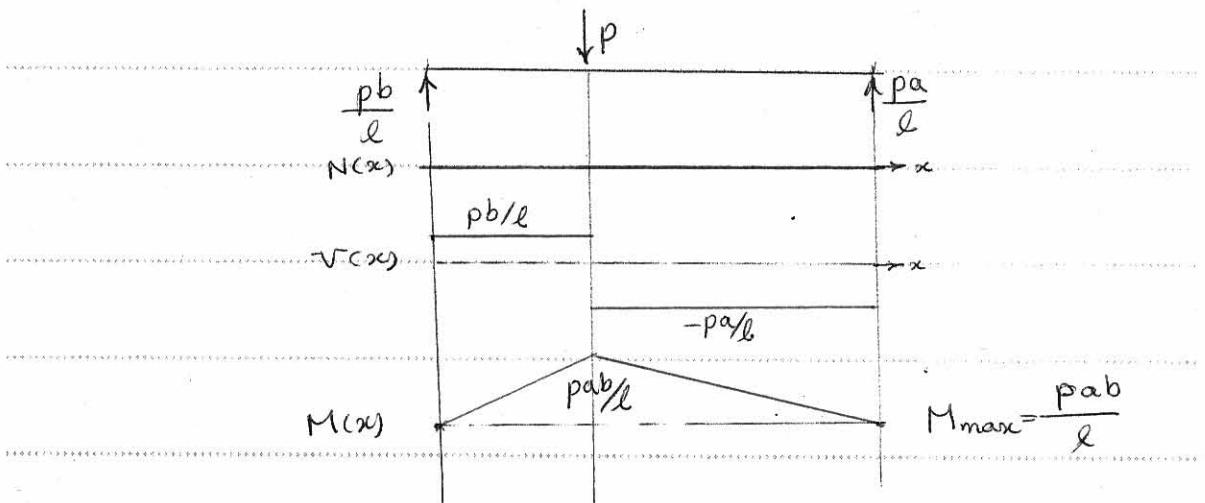


۹. $\sum F_x = 0 \Rightarrow N(x) = 0 ; \sum F_y = 0 \Rightarrow V(x) = -\frac{P_a}{l}$

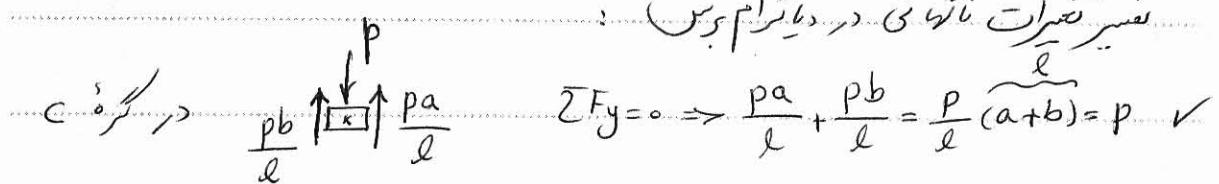
۱۰. $\sum M_0 = 0 \Rightarrow M(x) = \frac{P_a}{l} (l-x)$

@Jozve_iut

	$0 < x < a$	$a < x < l$
$N(x)$	0	0
$V(x)$	$\frac{P_b}{l}$	$-\frac{P_a}{l}$
$M(x)$	$\frac{P_b}{l} x$	$\frac{P_a}{l} (l-x)$
	$x=0 \begin{cases} N=0 \\ M=0 \end{cases}$	$x=a \begin{cases} N=0 \\ M=Pab/l \end{cases}$
		$x=l \begin{cases} N=0 \\ M=0 \end{cases}$



۱- نظریه تحریرات ناگای در داگریام بیش



نتیجه: نزدیکی متمرز باعث تحریرات ناگای بیش در تحریری کوئند اگر زویست پائین باشد \rightarrow بیش متس (بهمت پائین) و بالکس.

بنابراین آنچه باعث میشود برآمد نزدیکی در آن تحریر میگیرد

مثال: داگریام بیش و نزدیکی تحریری ایجاد نماید.

حل: میانه عرض اعلی:

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow A_x = 0 \quad ۱۰$$

$$\sum M_A = 0 \Rightarrow M = B_y \times 2l \quad ۱۱$$

$$\Rightarrow B_y = \frac{M}{2l} \quad ۱۲$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow A_y + B_y = 0 \Rightarrow A_y = -\frac{M}{2l} \quad ۱۳$$

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow N(x) = 0 \quad ۱۴$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow V(x) = -\frac{M}{2l} \quad ۱۵$$

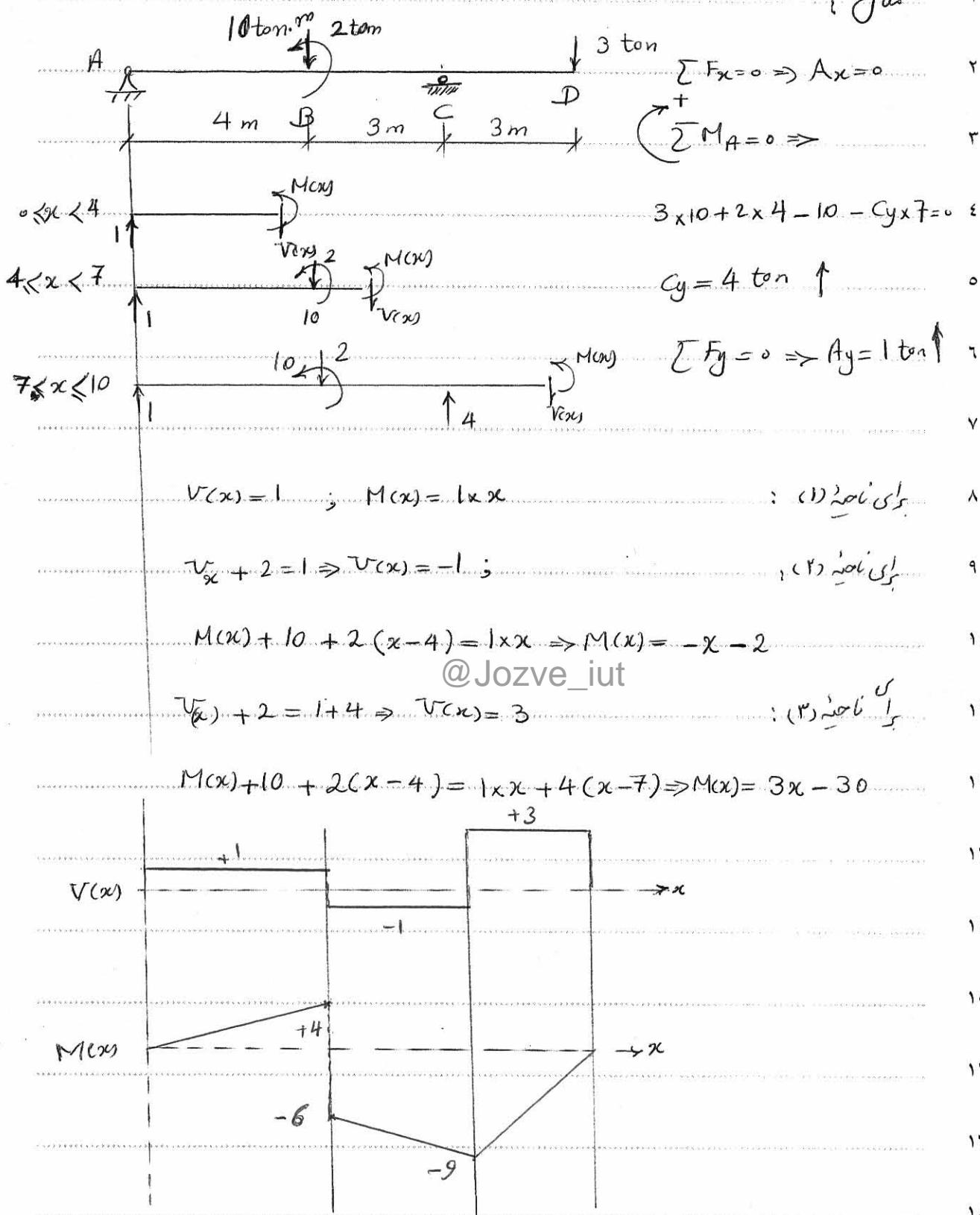
$$\sum M_o = 0 \Rightarrow M(x) = -\frac{M}{2l} x \quad ۱۶$$

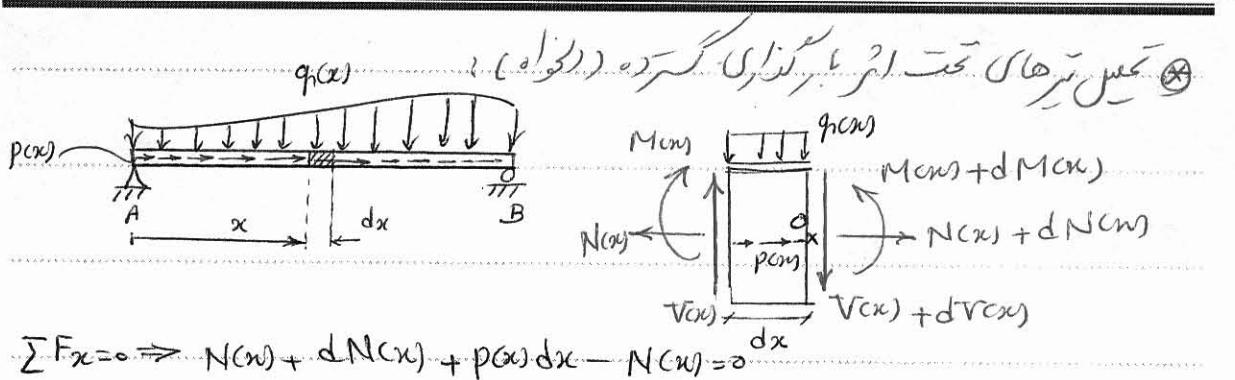
$$\sum F_x = 0 \Rightarrow N(x) = 0 \quad ۱۷$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow V(x) = -\frac{M}{2l} \quad ۱۸$$

$$\sum M_o = 0 \Rightarrow M(x) = \frac{M}{2l} (2l-x) \quad ۱۹$$

نتیجه: تحریری متمرز باعث تحریرات ناگای در داگریام سفری کوئند. (لبریزی تحریری بیش)





$$\sum F_x = 0 \Rightarrow N(x) + dN(x) + p(x)dx - N(x) = 0 \quad ٤$$

$$dN(x) + p(x)dx = 0 \Rightarrow dN(x) = -p(x)dx \quad ٥$$

$$\int_{x_1}^{x_2} dN(x) = \int_{x_1}^{x_2} -p(x)dx \Rightarrow N(x_2) - N(x_1) = \int_{x_1}^{x_2} -p(x)dx \quad ٦$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow V(x) + dV(x) + q(x)dx - V(x) = 0 \quad ٧$$

$$dV(x) = -q(x)dx \Rightarrow \int_{x_1}^{x_2} dV(x) = \int_{x_1}^{x_2} -q(x)dx \quad ٨$$

$$\left(\frac{dv}{dx} = -q \right)$$

$$V(x_2) - V(x_1) = x_2 - x_1 \text{ طبقه باری سیستم} \quad ٩$$

@Jozve_iut

$$V(x_2) = V(x_1) + A \cdot \frac{q}{2} (x_2 - x_1) \quad ١٠$$

نکته: اگر بارهای متمرکز داشت و رابطه فوق را عبارت باز مخواهیم بود

نمودار x_2, x_1

نمودار $V(x_2) - V(x_1)$ و مقدار $\frac{q}{2}(x_2 - x_1)$ را در نظر می‌گیریم

$$\sum M_o = 0 \Rightarrow V(x)dx + M(x) = M(x) + dM(x) + q(x)dx \frac{dx}{2} \quad ١١$$

$$dM(x) = V(x)dx \quad \left(\frac{dM}{dx} = V \right) \approx 0 \quad ١٢$$

$$\Rightarrow \int dM(x) = \int V(x)dx \quad ١٣$$

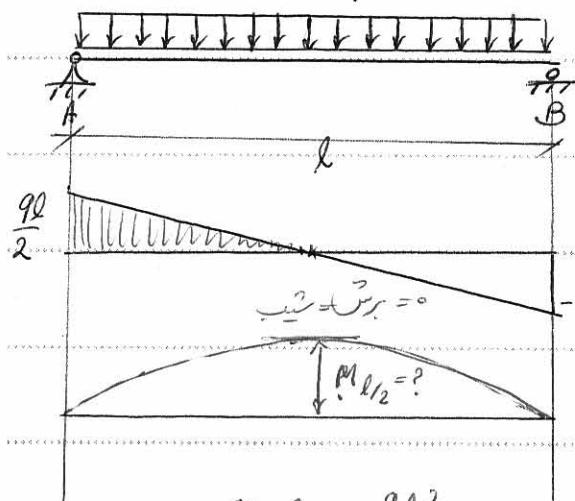
$$M(x_2) - M(x_1) = \int_{x_1}^{x_2} V(x)dx = x_2 - x_1 \text{ طبقه باری سیستم} \quad ١٤$$

$$M(x_2) = M(x_1) + A \cdot \frac{V}{2} (x_2 - x_1) \quad ١٥$$

معلم: مقدار بزرگترین نیروی کشش و نیروی خسوس در میانه ای

q

$$M_{max} = ? ; V_{max} = ?$$



$$M_{\frac{l}{2}} = 0 + \frac{1}{2} \times \frac{q}{2} \times \frac{l}{2} = \frac{q l^2}{8}$$

$$\sum M_A = 0 \Rightarrow B_y = \frac{q l}{2}$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow A_y = \frac{q l}{2}$$

$$V(x=0) = \frac{q l}{2}$$

$$V(x) = V(x=0) + \int_{0}^{x} -q dx' =$$

$$V(x) = \frac{q l}{2} + \int_{0}^{x} -q dx'$$

$$(V(x) = \frac{q l}{2} - q x)$$

$$\ddot{x} = -q$$

$$M(x=0) = 0$$

$$M_{max} = \frac{q l^2}{8} ;$$

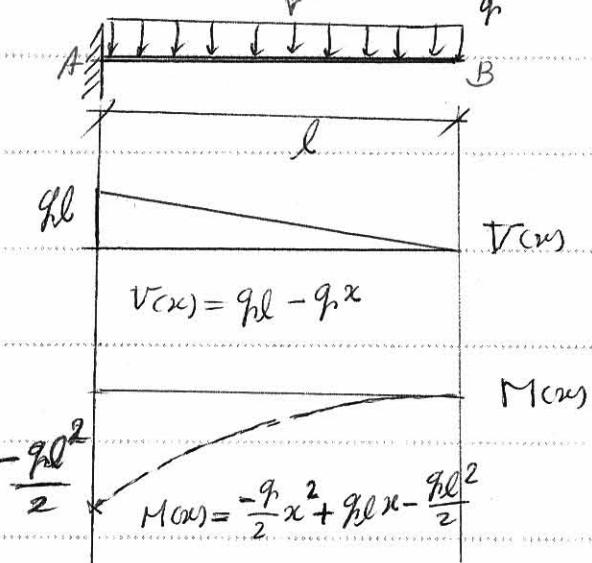
$$M(x) = M(x=0) + \int_{0}^{x} V(x') dx' @ Jozve_iut$$

$$= 0 + \int_{0}^{x} \left(\frac{q l}{2} - q x' \right) dx'$$

$$(M(x) = \frac{q l}{2} x - \frac{q}{2} x^2)$$

$$V_{max} = \frac{q l}{2} ;$$

معلم: رسم دایرکت بدو محاسبات آن حاصل



$$\sum F_y = 0 \Rightarrow A_y = q l$$

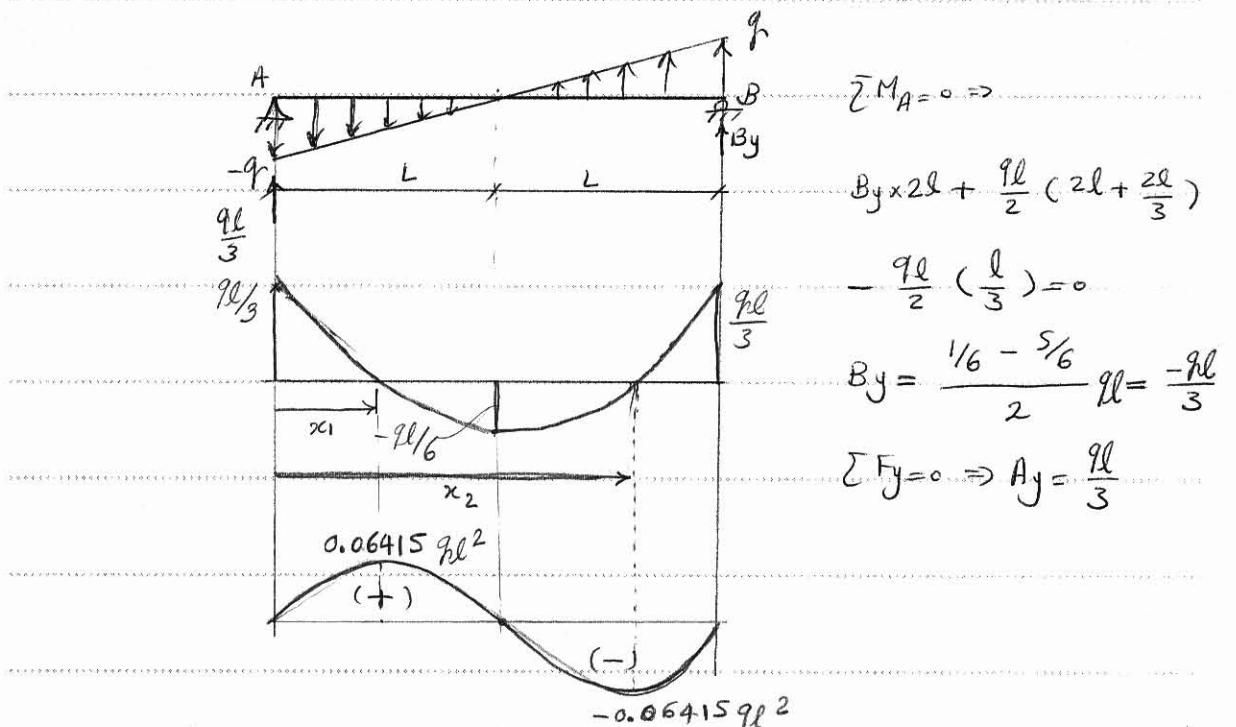
$$\sum M_A = 0 \Rightarrow M_A + q l \times \frac{l}{2} = 0$$

$$M_A = -\frac{q l^2}{2}$$

$M(x)$

19

مثال: مطالعه تغیرات نزدیکی برجسته اندیز و آنها را در نمودار نمایی کنید



$$q(x) = \frac{q}{l}x - q, \quad 0 \leq x \leq 2L$$

@Jozve_iut

$$V(x) = \frac{q}{2L}x^2 - qx + C_1, \quad C_1 \rightarrow x=0, \text{ مقادیر بیشتر در میدان میدان} \Rightarrow C_1 = \frac{9l}{3}$$

$$M(x) = \frac{q}{6L}x^3 - \frac{q}{2}x^2 + C_1x + C_2, \quad C_2 \rightarrow x=0, \text{ مقادیر بیشتر در میدان میدان} \Rightarrow C_2 = 0$$

$$V(x) = \frac{q}{2L}x^2 - qx + \frac{9l}{3}, \quad x=L \Rightarrow V(x) = \frac{q}{2L} \cdot L^2 - ql + \frac{9l}{3} = -\frac{9l}{6}$$

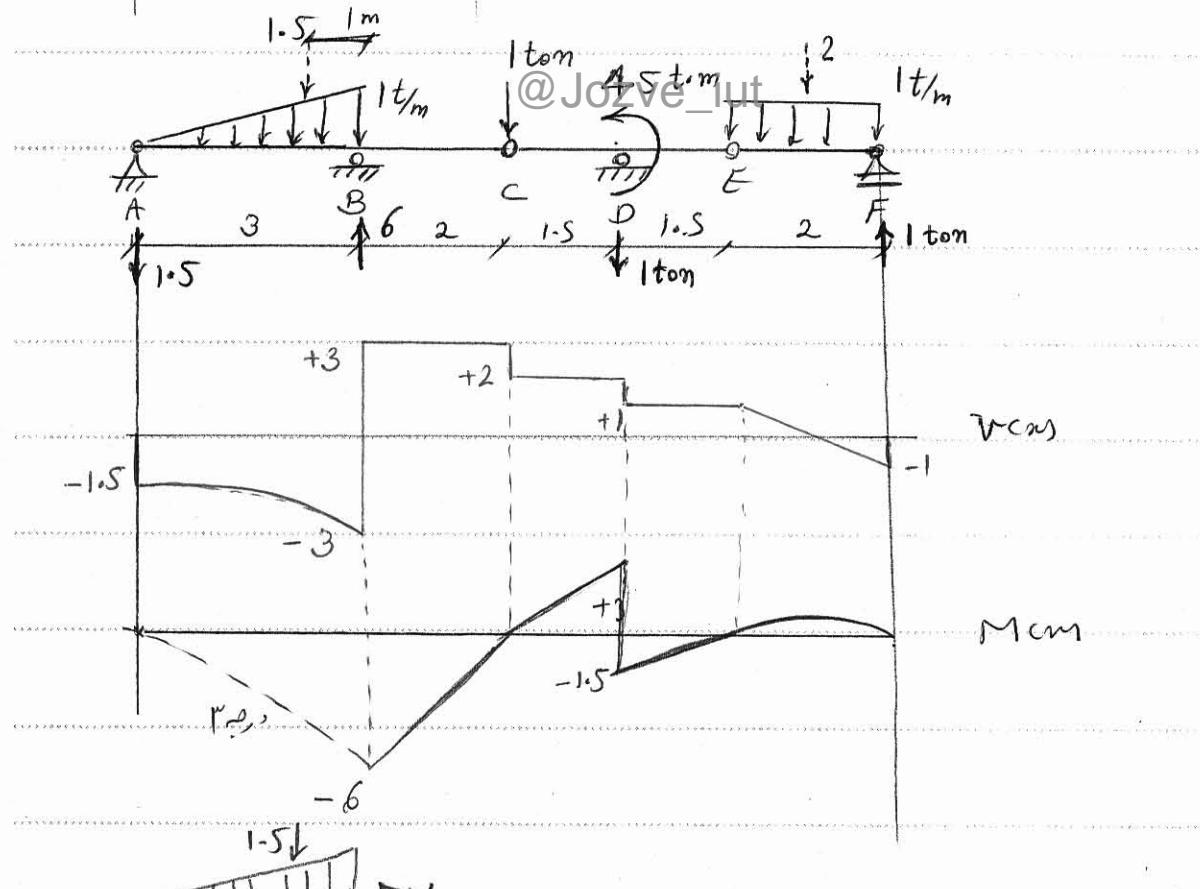
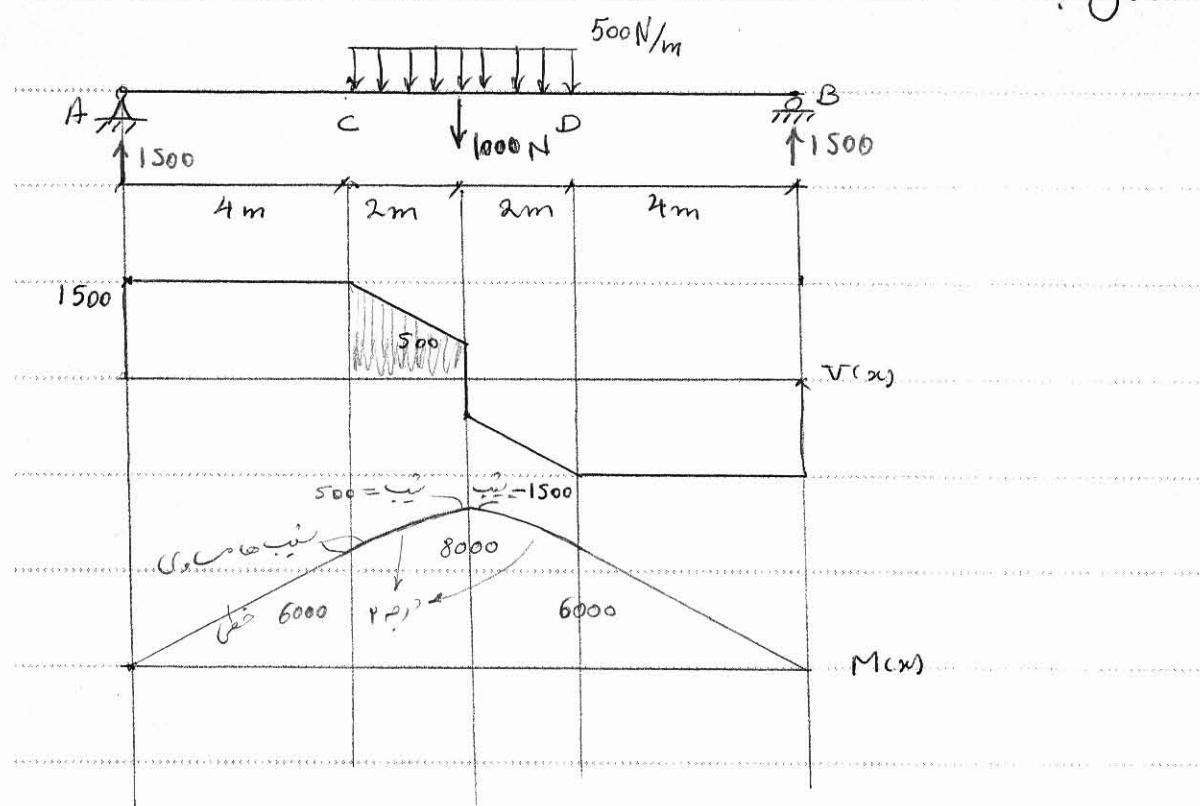
$$M(x) = \frac{q}{6L}x^3 - \frac{q}{2}x^2 + \frac{9l}{3}x, \quad V(x)=0 \Rightarrow \begin{cases} 0.42265L \rightarrow x_1 \\ 1.57735L \rightarrow x_2 \end{cases}$$

$$x_1 = 0.42265L \Rightarrow M(x_1) = 0.06415 ql^2$$

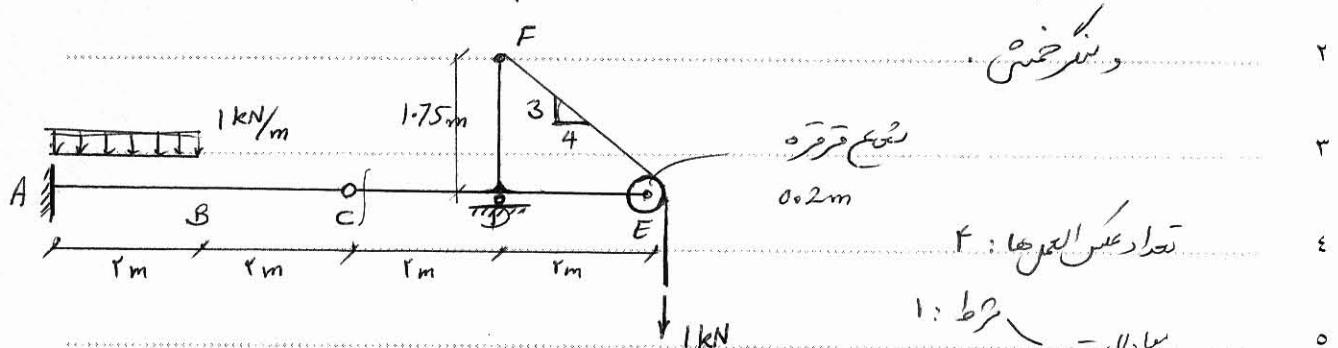
$$x=L \Rightarrow M(L) = \frac{q}{6L} \cdot L^3 - \frac{q}{2} \cdot L^2 + \frac{9l}{3} \cdot L = \frac{1}{6} - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} = 0$$



- خواص



صلال: مصوّرت تحریر علی‌الله حاصل تعلیم کاظمی درس دایگر لام حاصل نظری محوری، نظری بُری



لهم قرمه

و نظری

تعارف علی‌الله حاصل: F

براط 1: 1.75 = 0.5m

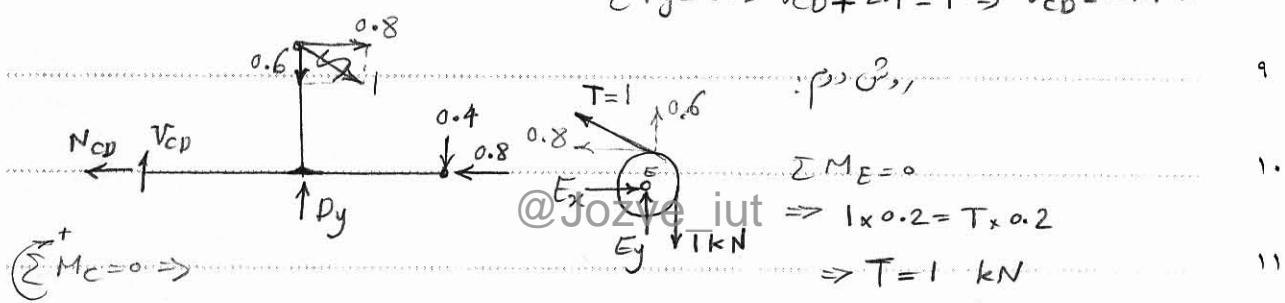
تمدکل: ۰.۵

رسن اول: D_y تحریر

$$\sum M_C = 0 \Rightarrow 1 \times 0.5 = D_y \times 1 \Rightarrow D_y = 1 \text{ kN}$$

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow N_{CD} = 0$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow V_{CD} + 2.1 = 1 \Rightarrow V_{CD} = -1.1 \text{ kN}$$



رسن ۲:

$\sum M_E = 0$

$$\text{at } J_0 Z_0 T_0 iut \Rightarrow 1 \times 0.2 = T \times 0.2$$

$$\Rightarrow T = 1 \text{ kN}$$

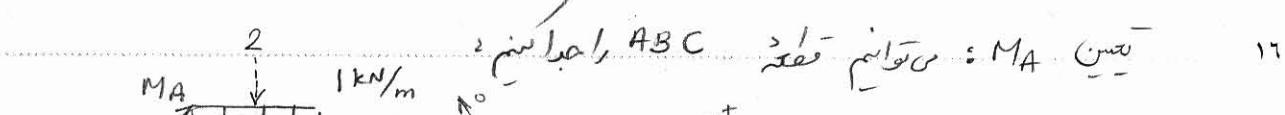
$$\sum F_x = 0 \Rightarrow E_x = 0.8$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow E_y = 1 - 0.6 = 0.4$$

$$D_y = 2.1 \text{ kN}$$

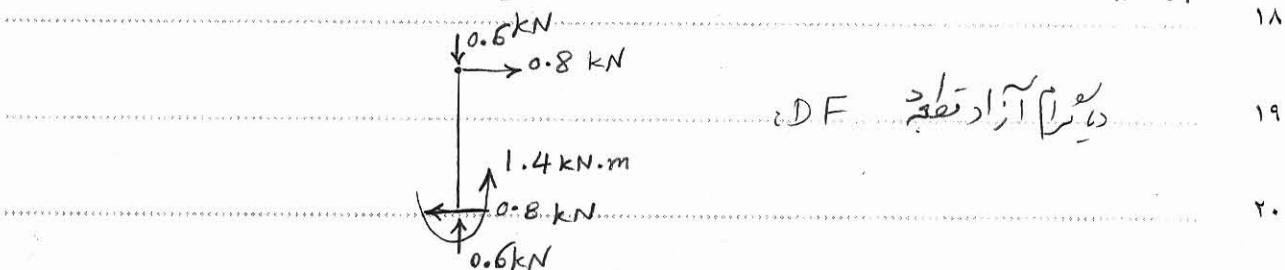
$$\text{لایل سازی: } \sum F_y = 0 \Rightarrow A_y + D_y = 1 + 1 \times 2 \Rightarrow A_y = 0.9 \text{ kN} \therefore A_y \text{ تحریر}$$

$$\text{لایل سازی: } \sum F_x = 0 \Rightarrow A_x = 0 \therefore A_x \text{ تحریر}$$

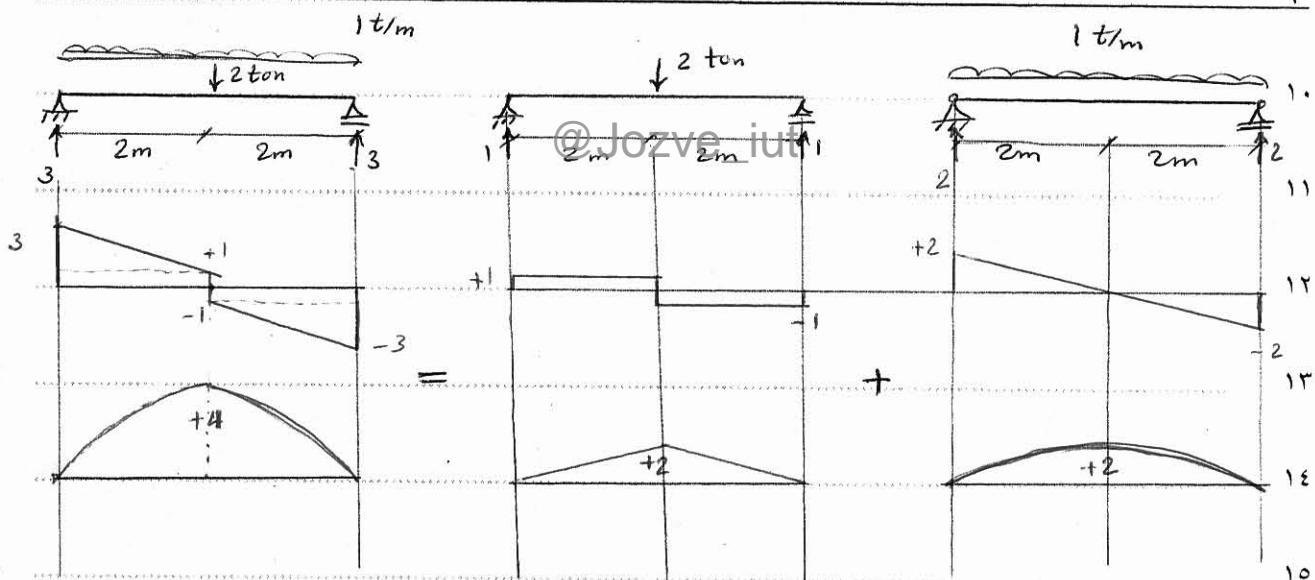
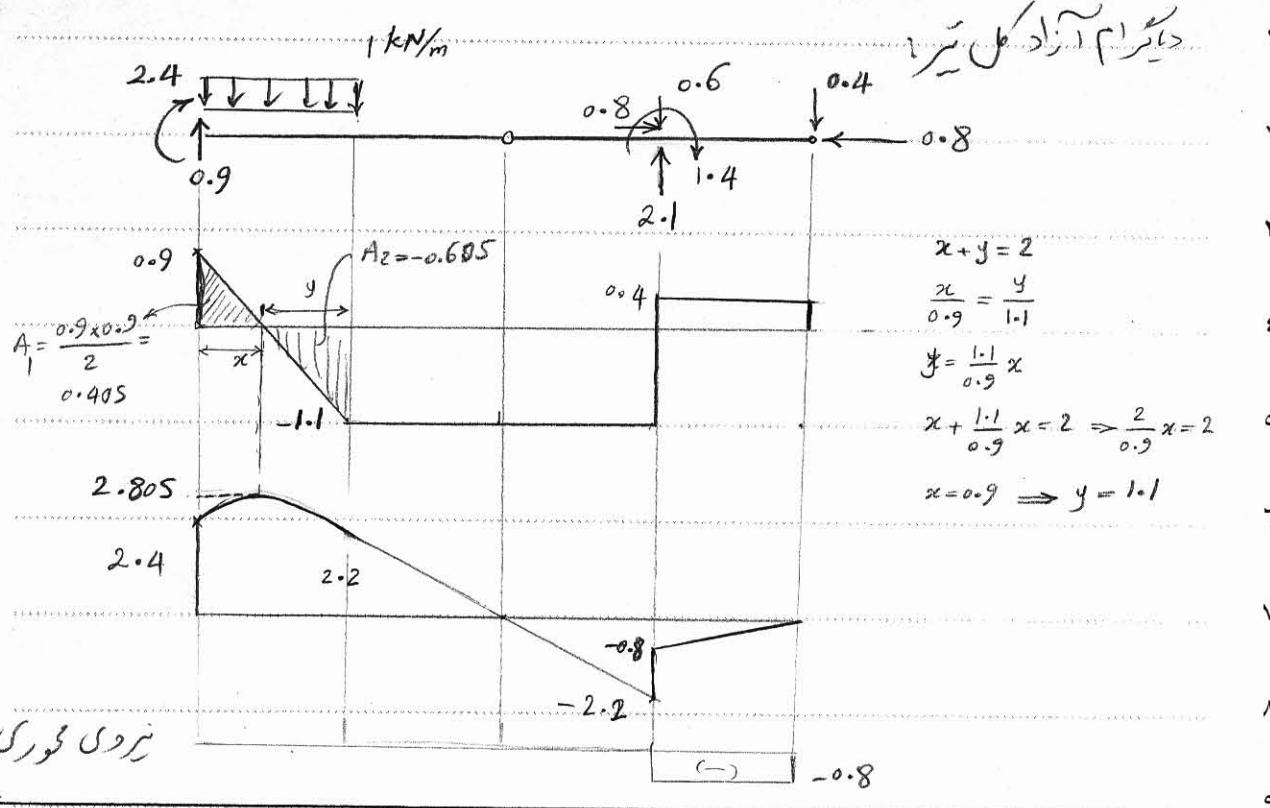


$$(\sum M_A = 0 \Rightarrow MA + 0.9 \times 4)$$

$$- 2 \times 3 = 0 \Rightarrow MA = 2.4 \text{ kN.m}$$



DF لایل آزاد تفعیل



لیست جمله هایی

۱۷

۱۸

۱۹

۲۰

moment of inertia

مادن ازرس

١

polar moment of inertia

مادن ازرس طبعي

٢

Radius of gyration

شعاع تراسون

٣

Parallel-Axes Theorem: Area product of inertia

مادن موجي

٤

Product of inertia.

مادن مركب

٥

جذع فرج دخواه

٦

moment of inertia:

٧

A measure of the resistance of a body to angular acceleration about a given axis that is equal to the sum of the products

@ Jozve iut

٨

of each element of mass in the body and the square of

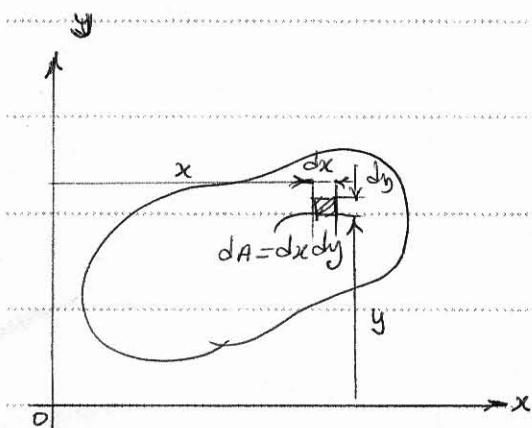
٩

the element's distance from the axis.

١٠

(The 's) مادن مرکزی: مادن مرکزی \rightarrow مادن

١١



تعريف

١٢

$I_{\text{center}} = \int \rho r^2 dA$

١٣

$$I_x = \int_A y^2 dA$$

محل انحراف حول محور x :

$$I_y = \int_A x^2 dA$$

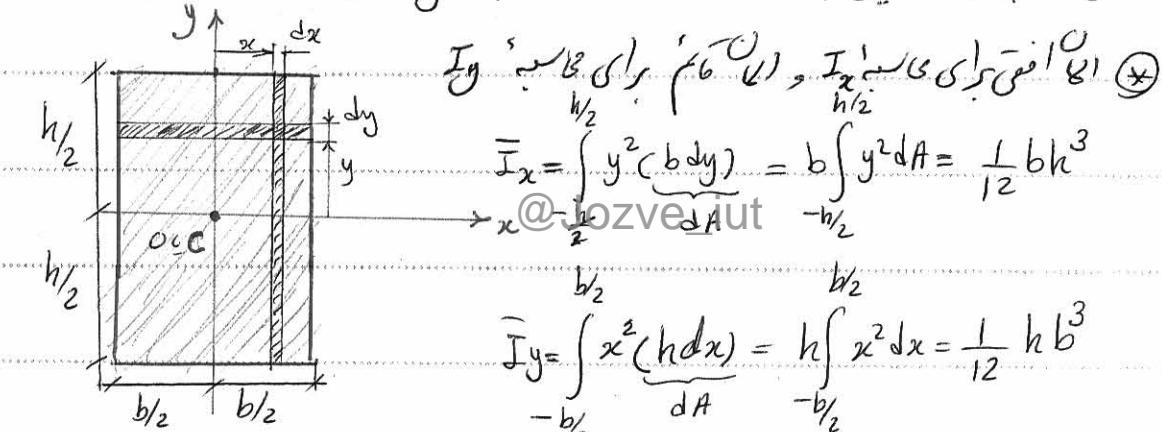
محل انحراف حول محور y :

$$I_x + I_y = \int_A (x^2 + y^2) dA = \int_A r^2 dA = J_0 : \text{محل انحراف قطبی (حول محور z)}$$

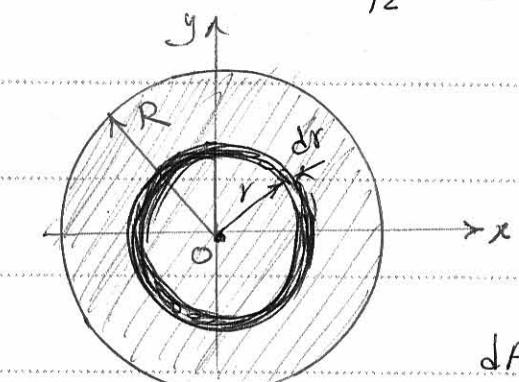
محله محورها از مرز ابعاد (مبدأ مختصات مبنی بر مرکز طبقه برد)

$\rightarrow \bar{I}_x, \bar{I}_y, \bar{J}_0 \rightarrow$ centroidal moments of inertia

: برای مستطیل با عرض b و طول h : $J_0 = \bar{J}_0 + bh^3$



$$\bar{J}_0 = \frac{1}{12}bh(b^2 + h^2)$$



$$\bar{J}_0 = ? : R \times \pi r^2 dr \times \frac{1}{2}h^2$$

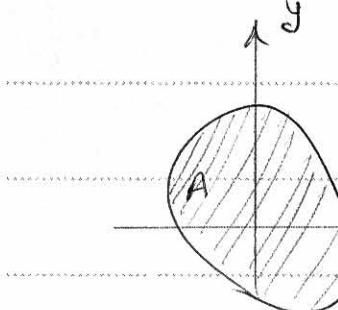
$$\bar{I}_x = ? ; \bar{I}_y = ?$$

$$dA = 2\pi r dr$$

$$\bar{J}_0 = \int r^2 dA = \int_0^R r^2 (2\pi r dr) = 2\pi \int_0^R r^3 dr = \frac{\pi R^4}{2} \quad (4)$$

$$\therefore \bar{I}_x = \bar{I}_y ; \bar{J}_0 = \bar{I}_x + \bar{I}_y \Rightarrow \bar{I}_x = \frac{\pi R^4}{4} = \bar{I}_y \quad (5)$$

سچع دریاسوں:

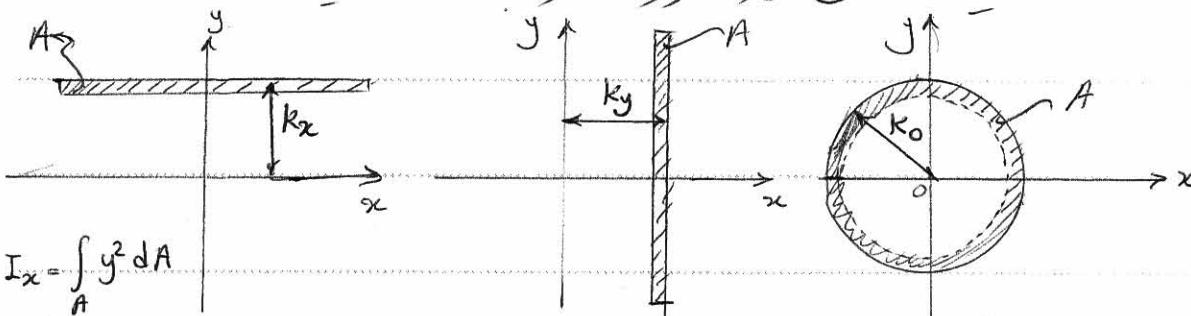


کے سچع فرضی بہت A = دریاء کریں:

کل سچع وردہ را نواہ ایک لعموری کا نام کر

جس اپن نواہ بانٹت سچع فرضی برابر ہو

وناصلہ طبق نفاط اپن نواہ تا جو مرکزی اسے بخین:



$$I_x = \int_A y^2 dA$$

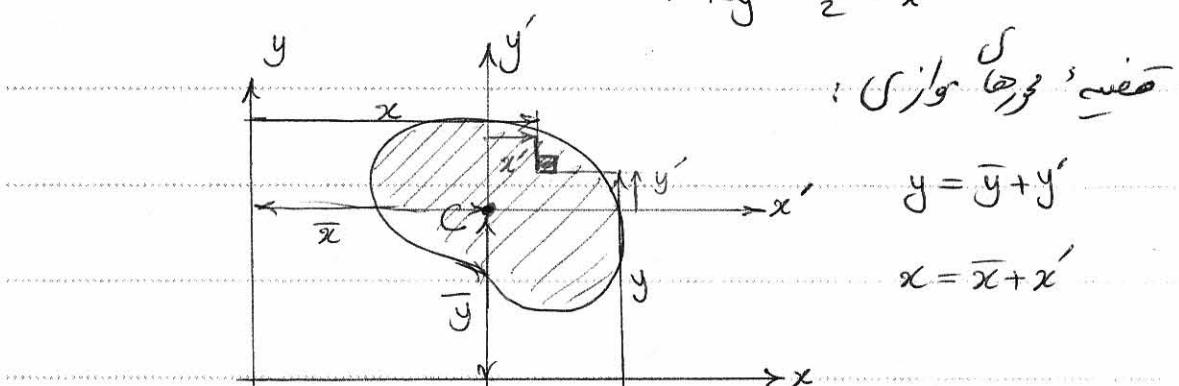
$$I_x = \int_A k_x^2 dA = k_x^2 A \quad I_y = k_y^2 A \quad J_o = k_o^2 A$$

$$k_o^2 = k_x^2 + k_y^2$$

$$k_x = \sqrt{\frac{I_x}{A}}, \quad k_y = \sqrt{\frac{I_y}{A}}, \quad k_o = \sqrt{\frac{J_o}{A}} \quad \text{سچع دریاسوں}$$

سچع دریاسوں نے سربرائنس حجم نسبت کی خواہیں

$$\begin{array}{l} A = 200 \\ 20 \times 10 \end{array} \quad \bar{I}_x = \frac{1}{12} \times 10 \times 20^3 \quad \bar{I}_y = \frac{1}{12} \times 20 \times 10^3 \quad \bar{I}_x = \frac{I_x}{4} \quad \Rightarrow k_y = \frac{1}{2} k_x$$



$$I_x = \int_A y^2 dA = \int_A (\bar{y} + y')^2 dA = \int_A \bar{y}^2 dA + \int_A y'^2 dA + 2 \int_A \bar{y} y' dA$$

$$I_x = \bar{y}^2 A + \bar{I}_x + 2\bar{y} \int_A y dA$$

$$\Rightarrow I_x = \bar{I}_x + A \bar{y}^2$$

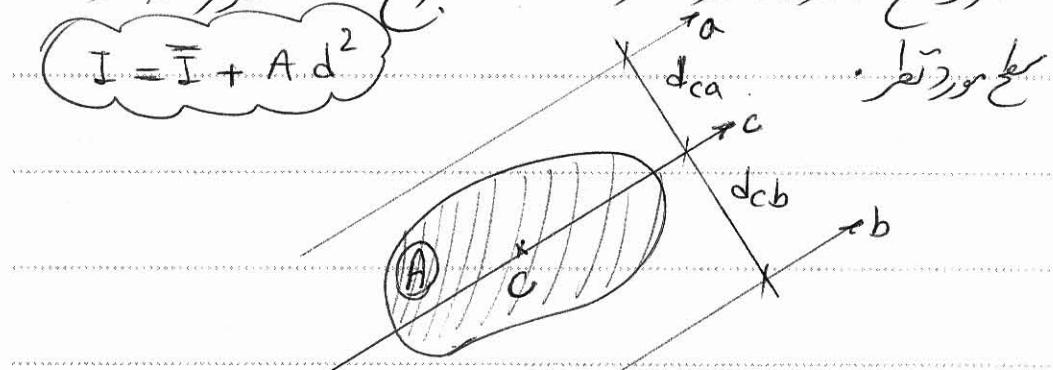
$$\text{مصنوعي: } I_y = \bar{I}_y + A \bar{x}^2$$

$$J_o = \bar{J}_o + A \bar{r}^2$$

تفصيل: ماده انسس يك طبع حول محور بردار است به ماده انسس آن طبع حول محور گذشته

از مرکز طبع موادی با محور غذیر به علاوه مرجع نمائند (محور ضرب درست)

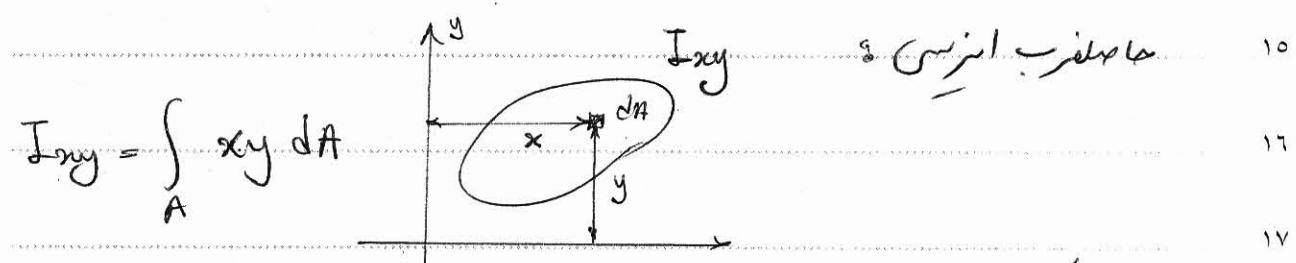
$$I = \bar{I} + A d^2$$



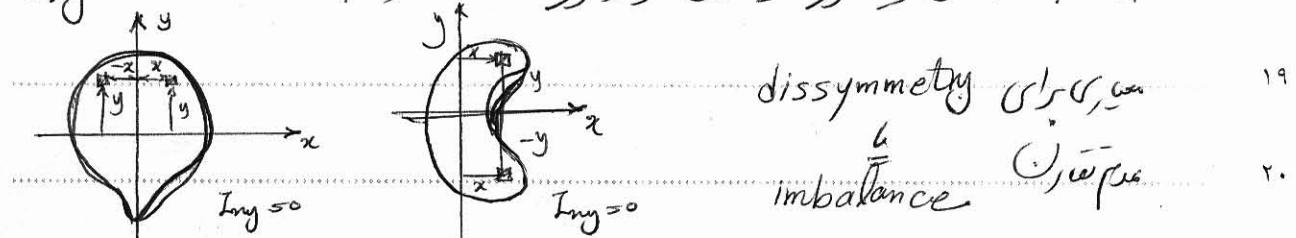
@Jozve_iut

$$I_a = \bar{I}_c + A d_{ca}^2 \quad ① \quad ; \quad I_b = \bar{I}_c + A d_{cb}^2 \quad ②$$

$$①, ② \Rightarrow I_a = I_b + A (d_{ca}^2 - d_{cb}^2)$$

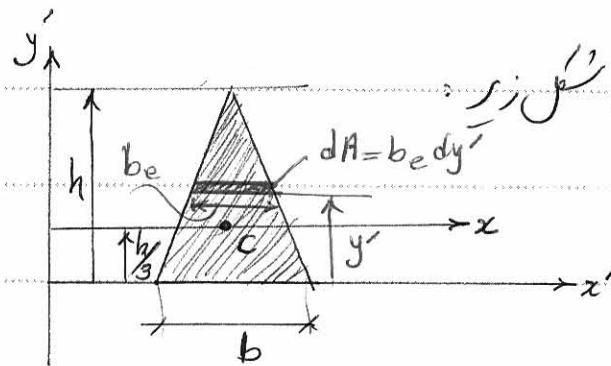


$I_{xy} = 0$: اين ماده انسس محور دو محور سيمetric است



باتوجه به قسمی محوهای موازی محوری که در کسر:

$$I_{xy} = \bar{I}_{xy} + A \bar{x} \bar{y}$$



$$b_e = \frac{b}{h} (h - y')$$

$$I_{x'} = \int_A y'^2 dA = \int_0^h y'^2 \frac{b}{h} (h - y') dy' = \frac{b}{h} \left[hy'^3/3 - y'^4/4 \right]_0^h = \frac{1}{12} bh^3$$

$$\text{عمل مساحتی محوهای موازی: } I_{x'} = \bar{I}_x + A d^2 = \bar{I}_x + \left(\frac{bh}{2}\right) \left(\frac{h}{3}\right)^2 \\ \Rightarrow \frac{1}{12} bh^3 = \bar{I}_x + \frac{1}{18} bh^3 \quad @ Jozve_iut \Rightarrow \bar{I}_x = \frac{bh^3}{36}$$

مسوحه مرتب:

هنوز هم برای کلین سطح ساده که مساحت مرتب را کسری هست از مساحت دهنده از زیرین

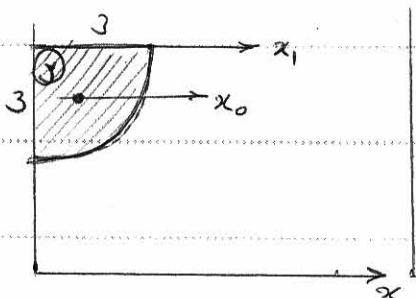
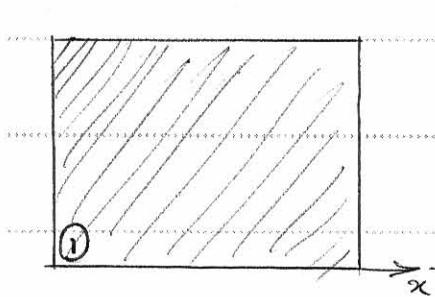
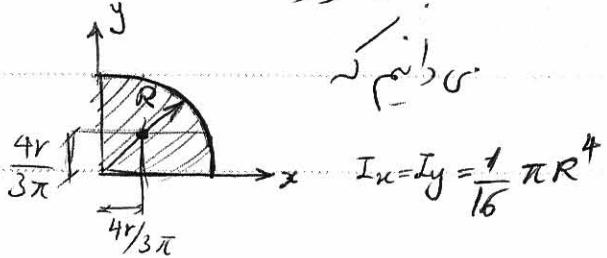
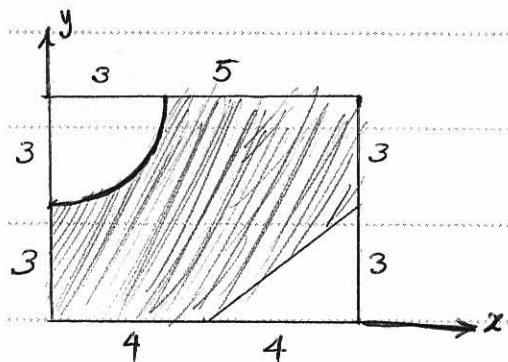
مول محوهای لذتمند از آن را درسته ایم میتوانیم با استفاده از قسمی محوهای

موازی، مساوی از زیرین هر یک از سطوح ساده ای مول محوه را که درین میان

$$(I_x) = \sum_{i=1}^n I_{x_i} ; (I_y) = \sum_{i=1}^n I_{y_i} ; (I_{xy}) = \sum_{i=1}^n I_{xy_i}$$

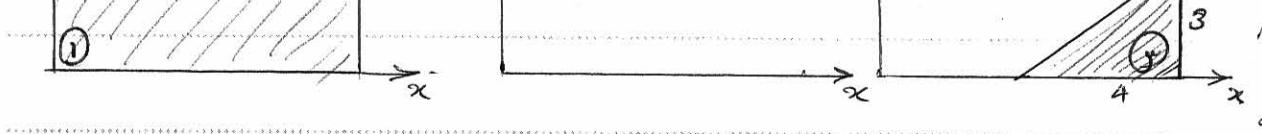
$$k_x = \sqrt{\frac{(I_x)_f}{A_f}} ; k_y = \sqrt{\frac{(I_y)_f}{A_f}} ; k_x \neq \sum k_{x_i} \\ k_y \neq \sum k_{y_i}$$

پل: مطابقت محاسبه عمل اینتری و سعی در ایجاد تمهیل اینتری



نیت؟ محور x

نمایم کردن



$$\textcircled{1} \quad I_x = \frac{bh^3}{3} = \frac{8 \times 6^3}{3} = 576 \text{ cm}^4$$

@Jozve_iut

$$\textcircled{2} \quad I_{x_1} = I_{x_0} + Ad^2 \Rightarrow I_{x_0} = I_{x_1} - Ad^2 = \frac{1}{16} \pi \times 3^4 - \left(\frac{\pi \times 3^2}{4} \right) \times \left(\frac{4 \times 3}{3 \times \pi} \right)^2$$

$$I_{x_0} = 4.445 \text{ cm}^4$$

$$\Rightarrow I_x = I_{x_0} + Ad^2 = 4.445 + \left(\frac{\pi \times 3^2}{4} \right) \left(6 - \frac{4}{\pi} \right)^2 = 162.1 \text{ cm}^4$$

$$\textcircled{3} \quad I_x = \frac{bh^3}{12} = \frac{4 \times 3^3}{12} = 9 \text{ cm}^4$$

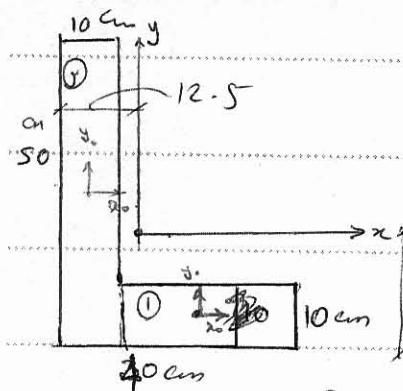
$$I_x = 576 - 162.1 - 9 = 404.9 \text{ cm}^4 ; A = 48 - \frac{\pi \times 3^2}{4} - \frac{3 \times 4}{2}$$

$$k_x = \sqrt{\frac{404.9}{48}} = 3.4 \text{ cm}$$

پل: در چهل تا هیج مطابقت

الف) تین مرکز نیخ (ج, ج)

ب) خاصیت مان اینتری سعی حول محورها کردند رنده از مرکز نیخ (Ix, Iy, Ixy, Iyz, Ixz)



$$\bar{x} = \frac{\sum A_i \bar{x}_i}{\sum A_i} = \frac{20 \times 10 \times 0 + 10 \times 10 \times 10}{10 \times 0 + 10 \times 50} = 17.5 \text{ cm}$$

$$\bar{y} = \frac{\sum A_i \bar{y}_i}{\sum A_i} = \frac{20 \times 10 \times 10 + 10 \times 10 \times 0}{10 \times 50 + 10 \times 0} = 17.5 \text{ cm}$$

$$\textcircled{1} \quad \left\{ \begin{array}{l} I_{x_0} = \frac{30 \times 10^3}{12} = 2500 \text{ cm}^4 \\ I_x = I_{x_0} + A \cdot d^2 = 2500 + (10 \times 80)(17.5 - 5)^2 = 49375 \text{ cm}^4 \end{array} \right. : I_x \approx 49375$$

$$\textcircled{2} \quad \left\{ \begin{array}{l} I_{y_0} = \frac{10 \times 50^3}{12} = 104167 \text{ cm}^4 \\ I_y = I_{y_0} + A \cdot d^2 = 104167 + (10 \times 50)(25 - 17.5)^2 = 132292 \text{ cm}^4 \end{array} \right.$$

$$I_x = 49375 + 132292 = 181667 \text{ cm}^4$$

$$\textcircled{3} \quad \left\{ \begin{array}{l} I_{y_0} = \frac{10 \times 30^3}{12} = 22500 \\ I_y = I_{y_0} + A \cdot d^2 = 22500 + (10 \times 30)(25 - 12.5)^2 = 69375 \text{ cm}^4 \end{array} \right. : I_y \approx 69375$$

$$\textcircled{4} \quad \left\{ \begin{array}{l} I_{y_0} = \frac{50 \times 10^3}{12} = 4167 \text{ cm}^4 \\ I_y = I_{y_0} + A \cdot d^2 = 4167 + (50 \times 10)(12.5 - 5)^2 = 32292 \text{ cm}^4 \end{array} \right.$$

$$I_y = 69375 + 32292 = 101667 \text{ cm}^4$$

$$\textcircled{5} \quad \left\{ \begin{array}{l} I_{xy_0} = 0 \\ I_{xy} = I_{xy_0} + A \cdot d_1 \cdot d_2 = 0 + (10 \times 30)(12.5)(-12.5) = -46875 \text{ cm}^4 \end{array} \right. : I_{xy} \approx -46875$$

$$\textcircled{6} \quad \left\{ \begin{array}{l} I_{xy_0} = 0 \\ I_{xy} = I_{xy_0} + A \cdot d_1 \cdot d_2 = 0 + (10 \times 50)(7.5)(-7.5) = -28125 \text{ cm}^4 \end{array} \right.$$

$$I_{xy} = -46875 - 28125 = -75000 \text{ cm}^4$$

جزوات دانشگاه صنعتی اصفهان



@Jozve_iut



@JOZVE_IUT



@JOZVE_IUT