## جزوه ی درس ماکروویو یا مدارهای ریزموج

### جلسه ی اول :

منابع درسی :

۱. کتاب ماکروویو پوزار

۲. کتاب طراحی تقویت کننده های ترانزیستوری گنزالس

۳. کتاب مدارهای مخابراتی ماکروویو و $RF$ از $Misra$

تذکر : کتب نام برده شده برای دانشجویان محترم در کانال علمی تحقیقاتی تخصصی ما قرارداده شده است :

لینک کانال تحقیقاتی : $telegram.me/rfprojectir$



ابتدا به معرفی باند های فرکانسی و تفکیک باندهای ماکروویو ، RF و سپس امواج میلی متری می پردازیم :

**امواج RF شامل :**

| باند فرکانسی | بازه ی فرکانسی |
|---|---|
| $Long\ wave$ یا طول موج های بلند | $30\ KHz - 300\ KHz$ |
| $Medium\ wave$ | $300\ KHz - 3\ MHz$ |
| $High\ frequency$ | $3\ MHz - 30\ MHz$ |
| $Very\ High\ frequency$ | $30\ MHz - 300\ MHz$ |
| $Ultra\ High\ frequency$ | $300\ MHz - 1\ GHz$ |

**و امواج ماکروویوی یا ریزموج شامل :**

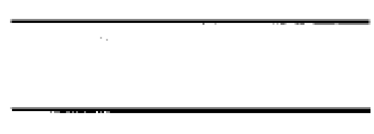
| بازه ی فرکانسی | باند فرکانسی |
|---|---|
| $1\ GHz - 2\ GHz$ | $L - Band$ |
| $2\ GHz - 4\ GHz$ | $S - Band$ |
| $4\ GHz - 8\ GHz$ | $C - Band$ |
| $8\ GHz - 12\ GHz$ | $X - Band$ |
| $12\ GHz - 18\ GHz$ | $Ku - Band$ |
| $18\ GHz - 26\ GHz$ | $K - Band$ |
| $26\ GHz - 42\ GHz$ | $Ka - Band$ |

و سپس امواج میلی متری در بازه ی فرکانسی حدود $30\ GHz$ تا $300\ GHz$ خواهند بود .



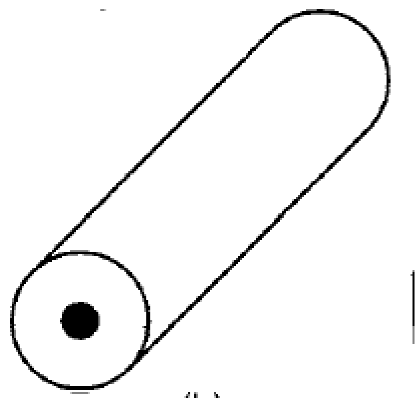
آشنایی با خطوط انتقال :

خطوط انتقال دست کم از دو هادی تشکیل شده اند تا امکان هدایت امواج TEM را به وجود آورند . در قسمت زیر نمونه هایی از آن را خواهیم دید و سپس در جلسه ی بعد به محاسبات و معادلات حاکم بر این خطوط انتقال خواهیم پرداخت :



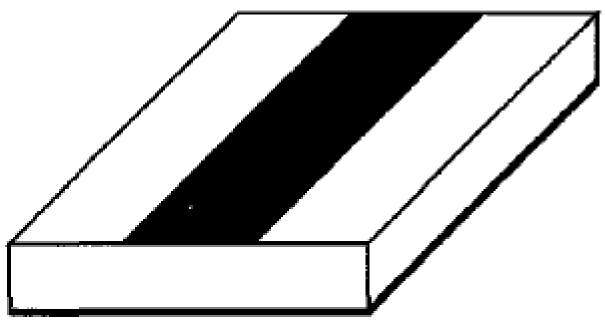
(a)

خط انتقال دو سیمه که از دوسیم رسانا تشکیل شده است



(b)

خط انتقال یا کابل کواکسیال که از دوهادی درونی و بیرونی تشکیل شده است



(c)

خط انتقال میکرواستریپ که از دورسانای صفحه ی زمین و صفحه ی پچ بالایی تشکیل شده است

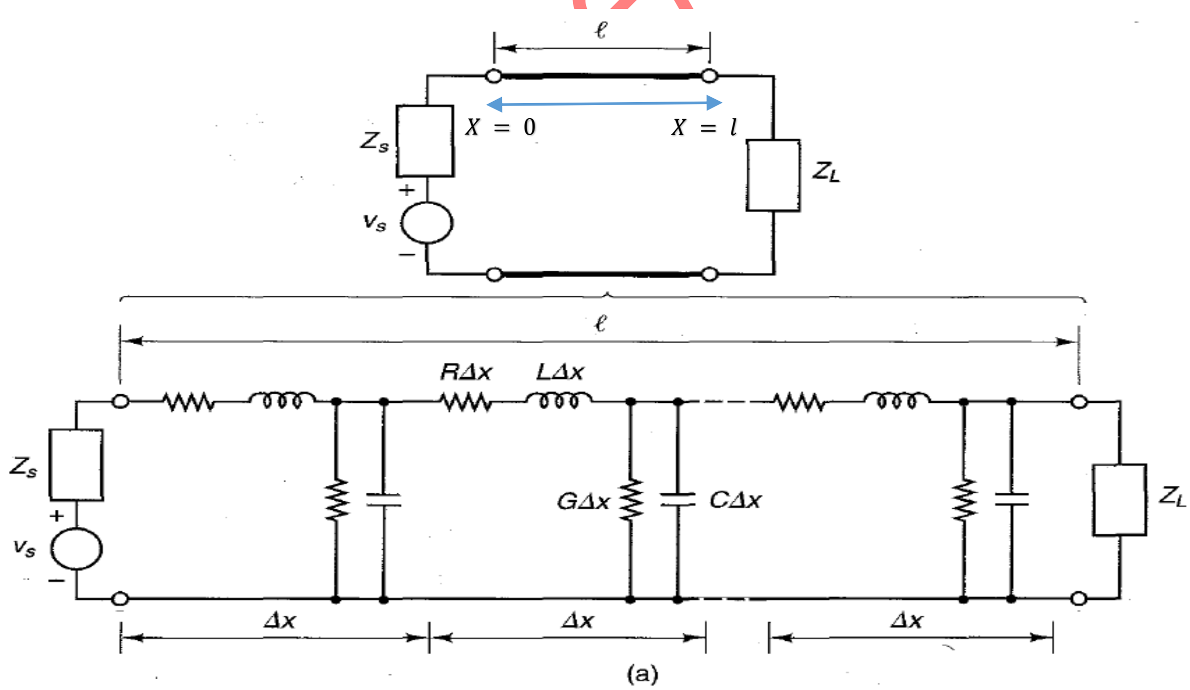
در بازه ی فرکانسی ماکروویو ، فرض شده است که تنها مود TEM منتشر می شود . زیرا دراین مود میدان الکتریکی و مغناطیسی بریکدیگر عمود و برجهت انتشار موج نیز هردو عمود می باشند .

همچنین موج ولتاز وجریان در سطح مقطع خط انتقال در مود TEM قابل تعریف هستند .

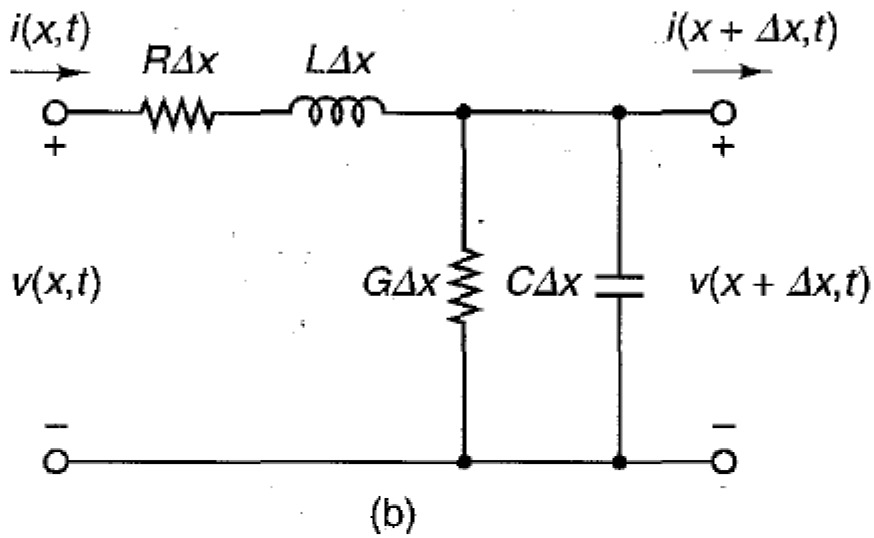
تحلیل خطوط انتقال :

اما در تحلیل خطوط انتقال ( خط انتقال دوسیمه ) ، می بایست آن را به مدل مداری جهت فهم آسانتر ابتدا تبدیل کنیم . خطوط انتقال مدل فشرده ای از عناصر Lumped هستند و چون می توانند دارای ظرفیت باشند، پس از عناصر خازن $C$ و سلف $L$ تشکیل شده اند و چون می توانند تلفات هم داشته باشند ، لذا در انها عناصر مقاومت $R$ و هدایت $G$ هم به کاربرده شده است .

حال اگر طول کوچک و جزئی از خط انتقال را به اندازه ی $\Delta x$ در نظر بگیریم ، مانند شکل زیر ، در این طول جزئی ادوات نام برده شده به شکل زیر تشکیل مدار معادل خط انتقال را می دهند :




مدل مداری خط انتقالی که از ادوات L و C و R و G تشکیل شده است و از ورودی به منبع و ازخروجی به مقاومت بار متصل گردیده است .




مدل مداری خط انتقال در طول جزئی $\Delta x$



حال برای $\Delta x$ قسمت از این خط انتقال مدل مداری را نشان دادیم که برای آن قوانین ولتاژ و جریان برقرار خواهد بود . به این شکل که :

( ۱-۱ )

$$v(x,t) = R\Delta x\, i(x,t) + L\Delta x\, \frac{\partial i(x,t)}{\partial t} + v(x+\Delta x,t)$$

که در آن $v(x,t)$ ولتاژ ورودی و $v(x+\Delta x,t)$ ولتاژ خروجی ( یا ولتاژ بعد از پیمودن طول $\Delta x$ از خط ) و $\frac{\partial i(x,t)}{\partial t}$ تغییرات جزئی جریان ورودی نسبت به زمان ( به دلیل وجود دو تغییرات جزئی ( یکی نسبت به زمان و یکی نسبت به جابه جایی در طول خط یعنی نسبت به $x$ ، از نماد $\partial$ استفاده می شود ) و $R\Delta x$ بیان کننده ی تعداد مقاومت ها در طول $\Delta x$ از خط و $L\Delta x$ بیان کننده ی تعداد سلف های سری در طول $\Delta x$ از خط می باشد

.

حال معادله ی ۱-۱ را می توان به شکل زیر بازنویسی کرد که :

( ۲-۱ )

$$-\frac{v(x+\Delta x,t)-\ v(x,t)}{\Delta x}=R\ i(x,t)+L\ \frac{\partial i(x,t)}{\partial t}$$

در معادله ی فوق قسمت چپ معادله بیان کننده ی تغییرات جزئی ولتاز نسبت به جابه جایی $x$ در هر نقطه ی خط می باشد ( زیرا چون نیازمند اندازه گیری ولتاژ در هر نقطه هستیم ، بایستی طول جزئی $\Delta x$ را به سمت صفر میل کنیم )، یعنی :

( ۳-۱ )

$$-\frac{\partial v(x,t)}{\partial x}=R\ i(x,t)+L\ \frac{\partial i(x,t)}{\partial t}$$

اگر همین کاررا برای قوانین جریان روی مدار فوق پیاده سازی کنیم . خواهیم داشت :

( ۴-۱ )

$$i(x,t)=G\Delta x\ v(x,t)+C\Delta x\ \frac{\partial v(x,t)}{\partial t}+i(x+\Delta x,t)$$

و در نتیجه می توان بازنویسی کرد که :

( ۵-۱ )

$$-\frac{i(x+\Delta x,t)-\ i(x,t)}{\Delta x}=G\ v(x,t)+C\ \frac{\partial v(x,t)}{\partial t}$$

که مشابه معادله ی ۱-۲ می توان نوشت :

( ۶-۱ )

$$-\frac{\partial i(x,t)}{\partial x}=G\ v(x,t)+C\ \frac{\partial v(x,t)}{\partial t}$$

حال برای بدست آوردن موج ولتاژ وجریان مجهول طبق معادلات ۱-۳ و ۱-۶ در هرنقطه ای از خط ، لازم است که معادلات ۱-۳ و ۱-۶ نهایی حل گردند . برای حل ساده تر آنها ، آنهارا به حوزه ی فازور می بریم . به این شکل که در حوزه ی فازور :

( ۱-۷ )

$$v(x,t) = Re\ (\ V(x)e^{j\omega t}\ )$$

و برای جریان :

( ۱-۸ )

$$i(x,t) = Re\ (\ I(x)e^{j\omega t}\ )$$

در نتیجه برای معادله ی ۱-۳ می توان نوشت :

( ۱-۹ )

$$-\frac{\partial\left(\ Re\left(\ V(x)e^{j\omega t}\ \right)\right)}{\partial x} = R\ (\ Re\ (\ I(x)e^{j\omega t}\ )\ ) + L\ \frac{\partial(\ Re\ (\ I(x)e^{j\omega t}\ )\ )}{\partial t}$$

همچنین می دانیم در حوزه ی فازور تغییرات نسبت با زمان با $j\omega$ جایگزین می شود ، پس با ساده سازی آن خواهیم داشت :

( ۱-۱۰ )

$$-Re\ \left(\frac{\partial V(x)}{\partial x}e^{j\omega t}\right) = R\ \left(\ Re\left(\ I(x)e^{j\omega t}\ \right)\right) + L\ Re\ (j\omega\ I(x)e^{j\omega t})$$

در نتیجه :

( ۱-۱۱ )

$$-Re\left(\frac{\partial V(x)}{\partial x}e^{j\omega t}\right) = Re\left(R\ \ I(x)e^{j\omega t}\right) + \ Re\left(j\omega L\, I(x)e^{j\omega t}\right)$$

$$0 = Re\left(\left[\,R\, I(x) + \ j\omega L\, I(x) + \frac{\partial V(x)}{\partial x}\right]e^{j\omega t}\right)$$

از معادله ی ۱-۱۱ نتیجه می گیریم که در حوزه ی فرکانس یا فازور :

( ۱-۱۲ )

$$R\, I(x) + \ j\omega L\, I(x) + \frac{\partial V(x)}{\partial x} = 0$$

$$-\frac{\partial V(x)}{\partial x} = R\, I(x) + \ j\omega L\, I(x) = (\,R + \ j\omega L\,)I(x)$$

و لذا اگر همین روال را برای معادله ی ۱-۶ انجام دهیم خواهیم داشت :

( ۱-۱۳ )

$$-\frac{\partial I(x)}{\partial x} = G\, V(x) + \ j\omega C\, V(x) = (\,G + \ j\omega C\,)\, V(x)$$

پس به دومعادله ی نهایی در حوزه ی فازور یا فرکانسی برای بدست آوردن طیف موج ولتاژ و جریان در هر نقطه ی خط رسیدیم . با جایگذاری مقدار جریان $I(x)$ از معادله ی ۱-۱۲ در معادله ی ۱-۱۳ داریم :

( ۱-۱۴ )

$$-\frac{d^2V(x)}{dx^2} = (\,G + \ j\omega C\,)(\,R + \ j\omega L\ \,)\, V(x)$$

حال اگر $\gamma^2\ = (\,G + \ j\omega C\,)(\,R + \ j\omega L\ \,)$ فرض شود ، آنگاه معادله ی ۱-۱۴ به شکل زیر خواهدشد :

( ۱-۱۵ )

$$- \frac{d^2V(x)}{dx^2} = \gamma^2 \, V(x)$$

حل این معادله هم ساده می باشد و جوابی برای طیف ولتاژ خواهد داد که به شکل زیر می شود :

( ۱۶-۱ )

$$V(x) = \; V_1 \, e^{-\gamma x} + \; V_2 \, e^{+\gamma x}$$

یعنی بیان کننده ی دو موجی خواهد شد که یکی با دامنه ی $V_1$ در جهت $x$ و دیگری با دامنه ی $V_2$ در خلاف جهت $x$ پیش می رود . حال اگر معادله ی ۱-۱۶ را در معادله ی ۱-۱۲ بگذاریم ، پاسخی برای طیف جریان حاصل خواهد شد که برابر است با :

( ۱۷-۱ )

$$I(x) = \frac{V_1}{\sqrt{\dfrac{R + \, j\omega L}{G + \, j\omega C}}} \, e^{-\gamma x} - \frac{V_2}{\sqrt{\dfrac{R + \, j\omega L}{G + \, j\omega C}}} \, e^{+\gamma x}$$

به $\sqrt{\frac{R+\,j\omega L}{G+\,j\omega C}}$ پارامتر امپدانس مشخصه ی خط گفته میشود که به نحوی خواهد بود که در قسمت خط مقدار آن ثابت و برابر $Z_0$ خواهد بود . لازم به ذکر است این امپدانس برای هر خط انتقال یک امپدانس ظاهری بوده و قابل اندازه گیری نیست بلکه قابل محاسبه است .

از طرفی چون پارامتر ثابت انتشار $\gamma$ مختلط است می توان به فرم $\alpha + j \, \beta$ آن را نوشت که در آن $\alpha$ ثابت تلفات خط انتقال و $\beta$ ثابت فاز می باشد . درنتیجه برای معادله ی ۱-۱۶ طیف ولتاژ خواهیم داشت :

( ۱۸-۱ )

$$V(x) = \; V_1 e^{-\alpha x} \, e^{-j\beta x} + \; V_2 e^{\alpha x} \, e^{+j\beta x}$$

$e^{-\alpha x}$ عامل میرایی موج و $e^{-j\beta x}$ عامل نوسان موج را نشان میدهد . ولی ازطرفی موج زمانی ولتاژ و جریان چون از رابطه ی ۱-۷ و ۱-۸ بدست می آیند و یک مولفه ی حقیقی خواهند بود لذا به این نوع موج ها ایستایی با تلفات گفته می شود . ( $standing\ wave\ with\ Loss$ ) .

حال اگر خط انتقال شما بدون تلفات باشد آنگاه α برابر صفر میشود و در حوزه ی زمان موج ولتاژ و جریان شما تنها درطول خط نوسان می کنند . وهمچنین مقدار امپدانس مشخصه ی خط برابر می شود با

$\sqrt{\frac{R+j\omega L}{G+j\omega C}} \xrightarrow{\alpha=0} \sqrt{\frac{L}{C}}$ و ثابت انتشار آن برابر خواهد بود با $\gamma = \alpha + j\,\beta \xrightarrow{\alpha=0} \gamma = j\,\beta$

**دراین جلسه فراگرفتید که می توان موج ولتاژ وجریان خط انتقال هادی را در هرنقطه بدست آورد و برای راحت روابط از طیف این امواج استفاده کردیم . که سپس می توان انها را به حوزه ی زمان مجددا انتقال داد . ولی در حل و روابط بعدی که در جلسه ی بعد به آنها اشاره و اثبات میکنیم مجددا در حوزه ی طیف فرکانسی قدم برمیداریم .**

<u>**تذکر : دانشجویان محترم با مطالعه ی هرجلسه ، اگر نیاز به پرسش و پاسخ دارند می توانند از طریق ادمین کانال سوالات و درخواست های خود را مطرح نمایند .**</u>

## جلسه ی دوم :

در جلسه ی قبل با خطوط انتقال آشنا شدیم و نحوه ی رفتار آن را با طیف موج ولتاژ و جریان بدست آوردیم . دراین جلسه می خواهیم پارامترهای دیگر خط انتقال را که شامل امپدانس ورودی و خروجی خط و ضریب بازتاب ورودی و خروجی خط می باشد ، بدست آوریم :

در قسمت قبل بیان شد که در نهایت موج ولتاژ و جریان زیر را در حوزه ی طیفی فرکانسی یا فازور آن داریم :

( ۱-۲ )

$$V(x) = V_1 e^{-\alpha x} e^{-j\beta x} + V_2 e^{\alpha x} e^{+j\beta x}$$

( ۲-۲ )

$$I(x) = \frac{V_1}{Z_0} e^{-\alpha x} e^{-j\beta x} - \frac{V_2}{Z_0} e^{\alpha x} e^{+j\beta x}$$

که نشان دهنده ی یک موج رفت و یک موج برگشت خواهد بود . اگر موج رفتار آن را در حوزه ی زمان تصور کنیم ، خواهیم داشت :

(۳-۲ )

$$v_{\text{رفت}}(x,t) = |V_1| e^{-\alpha x} \cos(\omega t - \beta x + (V_1 \text{ فاز}))$$

که موج رفت ولتاژ را در شکل زیرهم میتوان نشان داد که این موج دارای فاز ثابت می باشد ( زیرا موج ایستایی هستند ) یعنی :

( ۴-۲ )

$$\omega t - \beta x + \left(V_1 \text{ فاز}\right) = \text{ثابت}$$

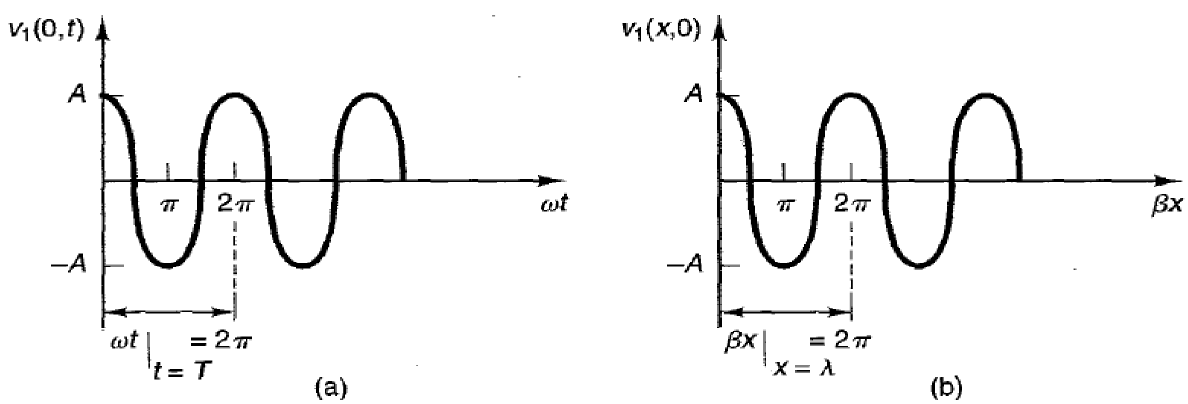
حال اگر مقدار $x$ را از رابطه ی ۲-۴ استخراج کنیم :

( ۵-۲ )

$$x = \frac{\omega}{\beta}\, t + \frac{\left(V_1 \text{ فاز}\right) - \text{ثابت}}{\beta} \quad \rightarrow \quad x = v_p t + x_0$$

که در آن $v_p = \frac{\omega}{\beta}$ و $x_0 = \frac{\left(V_1 \text{ فاز}\right) - \text{ثابت}}{\beta}$ می باشد و بدین معنا خواهد بود که این موج از مکان اولیه ی $x_0$ شروع به حرکت می کند و با سرعت $v_p$ ( سرعت فاز ) نوسان می کند و پیش می رود .

در حوزه ی زمان و جابه جایی بر حسب $x$ شکل موج این گونه خواهد بود :




شکل ۲-۱ نمودار زمان و جابه جایی موج ولتاژ در مکان $x = 0$ و زمان $t = 0$

از روی نمودار جابه جایی موج خواهیم دید که تغییرات جابه جایی موج به اندازه ی $\beta\lambda$ برابر با $2\pi$ خواهد بود .

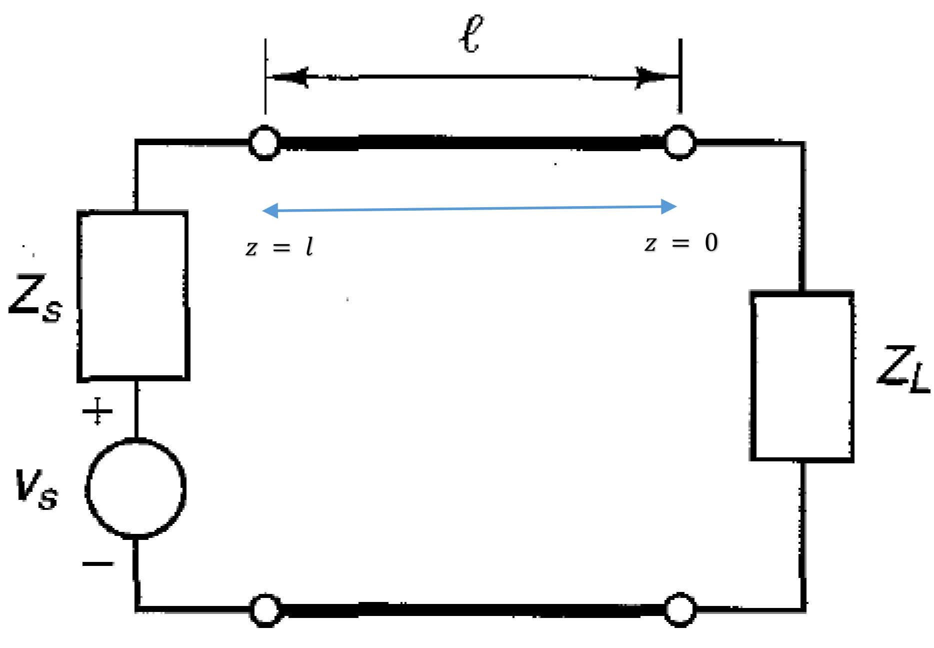
درنتیجه :

( ۶-۲ )

$$\beta = \frac{2\pi}{\lambda}$$

می باشد .

در ادامه برای محاسبات پارامتری خطوط انتقال ، بایستی مختصات جابه جایی در طول خط را به نحوی تغییردهیم که ازسمت بار مکان اولیه خط و درسمت منبع ورودی مکان نهایی خط انتقال باشد . یعنی :




شکل ۲-۲ مدل خط انتقال و تغییرات جابه جایی آن بر محور $z$

که برای این کار از رابطه ی زیر به جای $x$ استفاده می کنیم :

( ۲-۷ )

$$x = l - z$$

لذا دراین حالت موج ولتاژ به شکل زیر در خواهد آمد :

( ۲-۸ )

$$V(z) = V_1 e^{-\alpha(l-z)} e^{-j\beta(l-z)} + V_2 e^{\alpha(l-z)} e^{+j\beta(l-z)} =$$

$$V_1 e^{-\alpha l} e^{\alpha z} e^{-j\beta l} e^{j\beta z} + V_2 e^{\alpha l} e^{-\alpha z} e^{+j\beta l} e^{-j\beta z} =$$

$$\left( V_1 e^{-\alpha l} e^{-j\beta l} \right) e^{\alpha z} e^{j\beta z} + \left( V_2 e^{\alpha l} e^{+j\beta l} \right) e^{-\alpha z} e^{-j\beta z} =$$

$$V^+ e^{\alpha z} e^{j\beta z} + V^- e^{-\alpha z} e^{-j\beta z} = V^+ e^{\gamma z} + V^- e^{-\gamma z}$$

در نهایت برای موج ولتاژ در جهت محور $z$ ( مجددا یک موج رفت و یک موج برگشت ) بدست خواهد آمد :

( ۹-۲ )

$$V(z) = V^+ e^{\gamma z} + V^- e^{-\gamma z}$$

که در آن به $V^+$ دامنه ی موج رفت و به $V^-$ دامنه ی موج برگشتی ( برای خط بااتلاف ) گفته می شود . به عبارتی دیگر درمسائل برای بدست آوردن دامنه ی موج رفت و برگشت بایستی دامنه های $V^+$ و $V^-$ را بدست آورد .

و همینطور برای موج جریان خواهیم داشت :

( ۱۰-۲ )

$$I(z) = \frac{V^+}{Z_0} e^{\gamma z} - \frac{V^-}{Z_0} e^{-\gamma z}$$

در ادامه با داشتن طیف موج ولتاژ و جریان برای یک خط انتقال با اتلاف میتوان پارامترامپدانس ورودی خط را هم بدست اورد .

این نکته لازم به ذکر است که خط انتقال بااتلاف درحالت کلی در نظر گرفته شده است و درصورتیکه بدون اتلاف باشد آنگاه در معادلات ۲-۹ و ۲-۱۰ تنها $\alpha = 0$ می شود و در نتیجه $\gamma = j\beta$ خواهد شد .

قبل از بدست آوردن امپدانس ورودی خط ، بایستی پارامترهای ضریب بازتاب از دهانه ی ورودی و خروجی خط انتقال را بدست آوریم . این بدین معنا هست که امپدانس ورودی دیده شده از خط انتقال با امپدانس منبع مزدوج هم دیگر نیستند ( به این عبارت عدم تطبیق امپدانس ورودی با امپدانس منبع یا عدم تطبیق دهانه ی ورودی خط گفته می شود که در ادامه ی بخش به توضیح کامل آن خواهیم پرداخت ) و باعث خواهد شد سیگنال ولتاژ یا جریان در هنگام ورود به خط انتقال به دلیل عدم تطبیق مقدار از آن در ورودی خط بازگردد واین مقدار بازتاب موج را نشان میدهد که درصد آن را با ضریب بازتاب ورودی بیان میکنیم و همین روال را برای خروجی از خط انتقال با امپدانس بار هم داریم که به آن ضریب بازتاب خروجی گفته می شود .

ضریب بازتاب خروجی خط انتقال چون از سمت بار می باشد به آن ضریب بارتاب بار هم گفته می شود و بیان کننده ی میزان موج بازگشت به موج رفت در سمت بار $z = 0$ خواهد بود . یعنی :

( ۲-۱۱ )

$$\Gamma_{load}(z=0) = \frac{V^- e^{-\gamma z}}{V^+ e^{\gamma z}} \,|(z=0) \;=\; \frac{V^-}{V^+}$$

چون این کاررا میتوان برای موج جریان هم انجام داد ، به آن ضریب بازتاب ولتاژ بار گفته می شود و اگرآن را ازروی موج جریان بدست آوریم ، قرینه ی ضریب بازتاب ولتاژ بار یعنی معادله ی ۲-۱۱ خواهد شد .

از طرفی میدانیم ( امپدانس بار در محل $z = 0$ رخ می دهد ) :

( ۲-۱۲ )

$$Z_L(z=0) = \frac{V^+ e^{\gamma z} + V^- e^{-\gamma z}}{\frac{V^+}{Z_0} e^{\gamma z} - \frac{V^-}{Z_0} e^{-\gamma z}} \,|(z=0) = \frac{V^+ + V^-}{\frac{V^+}{Z_0} - \frac{V^-}{Z_0}} = Z_0 \frac{1 + {V^-}/{V^+}}{1 - {V^-}/{V^+}}$$

$$= Z_0 \frac{1 + \Gamma_{load}}{1 - \Gamma_{load}}$$

و از رابطه ی ۲-۱۲ مقدار امپدانس بار هم بر حسب ضریب بازتاب خود ان یعنی بار بدست آمد . ولی در مسائل امپدانس بار معلوم می باشد ، لذا معادله ی ۲-۱۲ کمک خواهد کرد که باداشتن امپدانس بار راحت تر بتوان به مقدار ضریب بازتاب ولتاژ بار یعنی $\Gamma_{load}$ دست یافت که از رابطه ی زیر حاصل می شود :

( ۱۳-۲ )

$$\Gamma_{load} = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0}$$

حال با به دست آمدن ضریب بازتاب ولتاژ بار به محاسبه ی ضریب بازتاب ولتاژ ورودی خط انتقال می پردازیم.

برای اینکار می توان به دو روش عمل نمود . روش اول شبیه روشی که برای ضریب بازتاب ولتاژ بار طی نمودیم .یعنی :

( ۱۴-۲ )

$$\Gamma_{in}(z = l) = \frac{V^- e^{-\gamma z}}{V^+ e^{\gamma z}} \,|(z = l) = \frac{V^- e^{-\gamma l}}{V^+ e^{\gamma l}} = \frac{V^-}{V^+} \, e^{-2\gamma l} = \Gamma_{load} \, e^{-2\gamma l}$$

و طی روش دوم می توانستیم سریعتر بیان کنیم که اگر ازسمت بار به سمت ورودی خط انتقال برویم به ضریب بازتاب ولتاژ بار ۲ برابر فاز و تلفات را به صورت نمایی اضافه خواهیم کرد که درنتیجه معادله ی ۲-۱۴ بدست می آید .

از طرفی اگر بخواهیم آن را به امپدانس ورودی مرتبط کنیم مانند معادله ی ۲-۱۲ پیش خواهیم رفت وبه جای $z = 0$ بایستی قرار دهیم $z = l$ و درنتیجه بدست خواهد آمد که :

( ۱۵-۲ )

$$Z_{in}(z=l) = \frac{V^+e^{\gamma z} + V^-e^{-\gamma z}}{\frac{V^+}{Z_0}e^{\gamma z} - \frac{V^-}{Z_0}e^{-\gamma z}} |(z=l) = \frac{V^+e^{\gamma l} + V^-e^{-\gamma l}}{\frac{V^+}{Z_0}e^{\gamma l} - \frac{V^-}{Z_0}e^{-\gamma l}}$$

$$= Z_0 \frac{1 + {V^-}/{V^+}\, e^{-2\gamma l}}{1 - {V^-}/{V^+}\, e^{-2\gamma l}} = Z_0 \frac{1 + \Gamma_{load} e^{-2\gamma l}}{1 - \Gamma_{load}\, e^{-2\gamma l}} = Z_0 \frac{1 + \Gamma_{in}}{1 - \Gamma_{in}}$$

درنتیجه برای امپدانس بار داریم :

( ۲-۱۶ )

$$Z_{in} = Z_0 \frac{1 + \Gamma_{in}}{1 - \Gamma_{in}}$$

و حال می توان ضریب بازتاب ولتاژ ورودی خط یعنی $\Gamma_{in}$ طبق معادله ی نهایی ۲-۱۶ برحسب امپدانس ورودی خط هم بدست آورد که :

( ۲-۱۷ )

$$\Gamma_{in} = \frac{Z_{in} - Z_0}{Z_{in} + Z_0}$$

این نکته لازم به ذکر است که امپدانس ورودی خط انتقال یعنی معادله ی ۲-۱۶ را می توان با بازنمودن عبارت $\Gamma_{in}$ به طور کامل ومستقیم تنها بر حسب طول خط انتقال و امپدانس بار هم محاسبه نمود . آنگاه :

( ۲-۱۸ )

$$Z_{in} = Z_0 \frac{1 + \Gamma_{in}}{1 - \Gamma_{in}} = Z_0 \frac{1 + \Gamma_{load} e^{-2\gamma l}}{1 - \Gamma_{load}\, e^{-2\gamma l}} = Z_0 \frac{1 + (\frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0}) e^{-2\gamma l}}{1 - (\frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0})\, e^{-2\gamma l}}$$

$$= Z_0 \frac{(Z_L + Z_0) + (Z_L - Z_0) e^{-2\gamma l}}{(Z_L + Z_0) - (Z_L - Z_0)\, e^{-2\gamma l}}$$

$$= Z_0 \frac{(Z_L + Z_0) e^{\gamma l} + (Z_L - Z_0) e^{-\gamma l}}{(Z_L + Z_0) e^{\gamma l} - (Z_L - Z_0)\, e^{-\gamma l}}$$

$$= Z_0 \frac{Z_L (e^{\gamma l} + e^{-\gamma l}) + Z_0 (e^{\gamma l} - e^{-\gamma l})}{Z_L (e^{\gamma l} - e^{-\gamma l}) + Z_0 (e^{\gamma l} + e^{-\gamma l})}$$

$$= Z_0 \frac{Z_L (2\cosh \gamma l) + Z_0 (2\sinh \gamma l)}{Z_L (2\sinh \gamma l) + Z_0 (2\cosh \gamma l)} = Z_0 \frac{Z_L + Z_0 (\frac{2\sinh \gamma l}{2\cosh \gamma l})}{Z_L (\frac{2\sinh \gamma l}{2\cosh \gamma l}) + Z_0}$$

$$= Z_0 \frac{Z_L + Z_0 (\tanh \gamma l)}{Z_0 + Z_L (\tanh \gamma l)}$$

در نتیجه ی معادله ی نهایی آن را میتوان اینگونه بازنویسی کرد که :

( ۲-۱۹ )

$$Z_{in} = Z_0 \frac{Z_L + Z_0 (\tanh \gamma l)}{Z_0 + Z_L (\tanh \gamma l)}$$

نکته : اگر خط ما بدون اتلاف باشد ، آنگاه در معادلات به جای α صفر قرارمیدهیم و برای مثال معادله ی امپدانس بار اینگونه خواهد شد :

$$\tanh j\beta l = j(\tan \beta l) \quad (۲\text{-}۲۰)$$

$$Z_{in} = Z_0 \frac{Z_L + Z_0 (\tanh j\beta l)}{Z_0 + Z_L (\tanh j\beta l)} = Z_0 \frac{Z_L + jZ_0 (\tan \beta l)}{Z_0 + jZ_L (\tan \beta l)}$$

و برای معادله ی ۲-۱۴ در حالت بدون اتلاف داریم :

( ۲۱-۲ )

$$\Gamma_{in} = \Gamma_{load}\, e^{-j2\beta l}$$

و این معادله ی ۲-۲۱ نشان میدهد که در حالت بدون اتلاف ضریب بازتاب ورودی دارای اندازه ای برابر با ضریب بازتاب بار می باشد یا به عبارتی دیگر هرچه ازسمت بار به سمت ورودی در خط بدون اتلاف برویم ، اندازه ی ضریب بازتاب تغییری نخواهد کرد وتنها فاز برابر خواهد با فاز ضریب بازتاب ولتاژ بار یعنی فاز $\Gamma_{load}$ منهای $2\beta l$ .

که در آن به مقدار $\theta = \beta l$ طول الکتریکی خط گفته می شود .

**در این جلسه بعد ازمعرفی خط انتقال سپس توانستیم به محاسبه ی پارامترهای دیگری از خط انتقال بپردازیم ، پارامترهای بااهمیت خط انتقال یعنی امپدانس ورودی و ضریب بازتاب ورودی و خروجی خط انتقال . که این پارامترها در این درس تا پایان با آنهاسرو کارخواهیم داشت .**

**در جلسه ی بعد به بیان ومحاسبه ی پارامترهایی دیگری از خط می پردازیم و سپس به حالات خاص خطوط انتقال مدار باز و اتصال کوتاه و ... اشاره می کنیم .**

**جلسه ی سوم :**

در جلسه ی قبل به معرفی برخی پارامترهای کاربردی حاکم بر خط انتقال پرداختیم . پارامترهایی که در جریان روند آموزشی این جزوه کاملا همراه خواهند بود و به محاسبه ی آنها خواهیم پرداخت . اما دراین جلسه به پارامتر مهم دیگری از خط انتقال می پردازیم که به آن نرخ دامنه ی ایستایی ولتاژ یاجریان گفته می شود .

اگر برای یک خط انتقال روابط طیفی ولتاژ وجریان را در نظر گیریم :

( ۳-۱ ) برای ولتاژ

$$V(z) = V^+ e^{\gamma z} + V^- e^{-\gamma z}$$

( ۳-۲ ) برای جریان

$$I(z) = \frac{V^+}{Z_0} e^{\gamma z} - \frac{V^-}{Z_0} e^{-\gamma z}$$

اگر برای موج ولتاژ مقدار مینیمم و ماکزیمم آن را بدست آوریم به این شکل خواهد شد که :

( ۳-۳ ) ابتدا اندازه ی طیف ولتاژ را بدست می آوریم :

$$|V(z)| = |V^+ e^{\gamma z} + V^- e^{-\gamma z}| = \left|V^+ e^{\alpha z} e^{j\beta z} + V^- e^{-\alpha z} e^{-j\beta z}\right|$$

$$= |V^+| \left|1 + \frac{V^-}{V^+} \frac{e^{-\alpha z}}{e^{\alpha z}} \frac{e^{-j\beta z}}{e^{j\beta z}}\right| = |V^+| \left|1 + \Gamma_{load}\, e^{-2\alpha z} e^{-2j\beta z}\right|$$

از طرفی $\Gamma_{load}$ می تواند هم اندازه داشته باشد هم فاز یا به عبارتی دیگر یک عبارت مختلطی خواهد بود که می توان آن را با یک اندازه و فاز به شکل زیر نمایش داد :

( ۴-۳ )

$$\Gamma_{load} = |\Gamma_{load}|\, e^{j\theta_L}$$

با جایگذاری معادله ی ۳-۴ در معادله ی نهایی ۳-۳ خواهیم داشت :

( ۵-۳ )

$$|V(z)| = |V^+| \left| 1 + \Gamma_{load}\, e^{-2\alpha z}\ e^{-2j\beta z} \right|$$
$$= |V^+| \left| 1 + |\Gamma_{load}|\, e^{j\theta_L}\, e^{-2\alpha z}\ e^{-2j\beta z} \right|$$
$$= |V^+| \left| 1 + |\Gamma_{load}|\, e^{-2\alpha z}\ e^{j(\theta_L - 2\beta z)} \right|$$

حال اگر $\theta_L - 2\beta z$ ضریبی از $2\pi$ شود ، آنگاه عبارت $e^{j(\theta_L - 2\beta z)}$ یک خواهد شد وسپس مقدار ماکزیمم $|V(z)|$ بدست خواهد آمد که برابر خواهدشد با :

( ۶-۳ )

$$|V(z)|_{MAX} = |V^+| \left| 1 + |\Gamma_{load}|\, e^{-2\alpha z} \right|$$

و درمقابل ، اگر $\theta_L - 2\beta z$ ضریب فردی از $\pi$ شود ، آنگاه عبارت $e^{j(\theta_L - 2\beta z)}$ منفی یک خواهد شد وسپس مقدار مینیمم $|V(z)|$ بدست خواهد آمد که برابر خواهدشد با :

( ۷-۳ )

$$|V(z)|_{min} = |V^+| \left| 1 - |\Gamma_{load}|\, e^{-2\alpha z} \right|$$

حال به نسبت مقدار ماکزیمم طیف ولتاژ به مینیمم آن ، نرخ ایستایی ولتاژ گفته می شود و به عبارتی به آن voltage standing wave ratio یا VSWR گفته می شود . وداریم :

( ۸-۳ )

$$\mathrm{VSWR} = \frac{|V(z)|_{MAX}}{|V(z)|_{min}} = \frac{|V^+|\,\left|1 + |\Gamma_{load}|\, e^{-2\alpha z}\right|}{|V^+|\,\left|1 - |\Gamma_{load}|\, e^{-2\alpha z}\right|} = \frac{\left|1 + |\Gamma_{load}|\, e^{-2\alpha z}\right|}{\left|1 - |\Gamma_{load}|\, e^{-2\alpha z}\right|}$$

حال اگر خط انتقال ما بدون اتلاف باشد ، انگاه $\alpha = 0$ و برای VSWR خواهیم داشت :

( ۹-۳ )

$$\mathrm{VSWR} = \frac{1 + |\Gamma_{load}|}{1 - |\Gamma_{load}|}$$

نکته : چون $|\Gamma_{load}|$ همیشه کوچکترو مساوی با یک می باشد ، لذا VSWR همیشه بزرگتر و مساوی یک و کوچکتر از بی نهایت خواهد شد . یعنی :

( ۱۰-۳ )

$$|\Gamma_{load}| \leq 1 \quad \rightarrow \quad 1 \leq \mathrm{VSWR} < \infty$$

همچنین می توان نرخ دامنه ی ایستایی را به طریق مشابه برای موج جریان هم بدست آورد .

در ادامه به چند حالتی خاص از رخ داد خط انتقال در این جلسه اشاره می کنیم :

در جلسه ی قبل عبارتی برای امپدانس دیده شده در ورودی خط انتقال را بدست آوردیم که اینگونه خواهدشد :

( ۱۱-۳ ) فرض می کنیم خط انتقال بدون اتلاف است :

$$Z_{in} = Z_0 \frac{Z_L + jZ_0(\tan\beta l)}{Z_0 + jZ_L(\tan\beta l)}$$

حالت اول :

اگر خط انتقال در خروجی به باری با مقدار $Z_L = \infty$ متصل شده باشد ، یا به عبارتی دیگر خط انتقال در خروجی مدار باز شده باشد ، آنگاه امپدانس ورودی دیده شده در خط انتقال برابر خواهد شد با :

( ۱۲-۳ )

$$Z_{in} = -jZ_0 \ cot \ \beta l = -j \ X_C$$

و از امپدانس بدست آمده ی معادله ی ۳-۱۲ این معنا حاصل خواهد شده که اگر خط انتقال ما در خروجی مدار باز شود ، در ورودی امپدانسی برابر با $-j \ X_C$ دیده خواهد شد . یعنی در ورودی امپدانسی از جنس خازنی یا امپدانس خازنی دیده می شود .

از طرفی در خروجی چون مدار باز است ، جریان آن صفر می باشد . یعنی :

( ۱۳-۳ )

$$I(z=0) = \frac{V^+}{Z_0} e^{j\beta z} - \frac{V^-}{Z_0} e^{-j\beta z} = \frac{V^+}{Z_0} - \frac{V^-}{Z_0} = 0$$

از معادله ی ۳-۱۳ نتیجه می گیریم که در حالت مدار باز دامنه ی ولتاژ رفت و برگشت در سمت بار ( که بی نهایت شده است یا مدار باز است ) ، برابرند یا $V^+ = V^-$ .

درنتیجه ازنتیجه ی آن در رابطه ی ولتاژ در هرنقطه ی خط استفاده می کنیم :

( ۱۴-۳ )

$$V(z) = V^+ e^{j\beta z} + V^- e^{-j\beta z} = V^+ \left( e^{j\beta z} + e^{-j\beta z} \right) = 2 \, V^+ \cos \beta z$$

از معادله ی ۳-۱۴ دیده می شود که طیف ولتاژ در هرنقطه ی خط مدار باز شده فرمی کسینوسی دارد . یعنی در محل مدار باز که مقدار جریان صفر است مقدار ولتاژ با قراردهی $z = 0$ برابر با $2 \, V^+$ می باشد که ماکزیمم مقدار ولتاژ در آن نقطه ( محل مدار باز ) می باشد .

همچنین چون مدار باز است پس $Z_L = \infty$ می باشد و طبق رابطه ی ۲-۱۳ مقدار $|\Gamma_{load}|$ برابر یک خواهد شد و سپس طبق رابطه ی ۳-۹ ، عبارت VSWR بی نهایت خواهد شد .

در حالت بعد همین روند را برای حالت خطو انتقال اتصال کوتاه شده داریم .

حالت دوم :

اگر خط انتقال در خروجی به باری با مقدار $Z_L = 0$ متصل شده باشد ، یا به عبارتی دیگر خط انتقال در خروجی اتصال کوتاه شده باشد ، آنگاه امپدانس ورودی دیده شده طبق رابطه ی ۳-۱۱ در خط انتقال برابر خواهد شد با :

( ۳-۱۵ )

$$Z_{in} = jZ_0 \; tan\,\beta l = j\,X_L$$

و از امپدانس بدست آمده ی معادله ی ۳-۱۵ این معنا حاصل خواهد شده که اگر خط انتقال ما در خروجی اتصال کوتاه شود ، در ورودی امپدانسی برابر با $j\,X_L$ دیده خواهد شد . یعنی در ورودی امپدانسی از جنس سلف یا امپدانس سلفی دیده می شود .

از طرفی در خروجی چون مدار اتصال کوتاه است ، این بار برخلاف حالت قبل ولتاژ آن صفر می باشد . یعنی :

( ۳-۱۶ )

$$V(z=0) = V^+e^{j\beta z} + V^-e^{-j\beta z} = V^+ + V^- = 0$$

از معادله ی ۳-۱۶ نتیجه می گیریم که در حالت اتصال کوتاه دامنه ی ولتاژ رفت و برگشت در سمت بار ( که بی صفرشده یااتصال کوتاه است ) ، قرینه ی یکدیگر می باشند یا $V^+ = -V^-$ .

درنتیجه ازنتیجه ی آن در رابطه ی جریان در هرنقطه ی خط استفاده می کنیم :

( ۱۷-۳ )

$$I(z) = \frac{V^+}{Z_0} e^{j\beta z} - \frac{V^-}{Z_0} e^{-j\beta z} = \frac{V^+}{Z_0}\left(e^{j\beta z} + e^{-j\beta z}\right) = 2\ \frac{V^+}{Z_0} \cos \beta z$$

از معادله ی ۳-۱۷ دیده می شود که طیف جریان در هرنقطه ی خط اتصال کوتاه شده فرمی کسینوسی دارد .

یعنی در محل اتصال کوتاه که مقدار ولتاژ صفر است مقدار جریان با قراردهی $z = 0$ برابر با $2\frac{V^+}{Z_0}$ می باشد که ماکزیمم مقدار جریان در آن نقطه ( محل اتصال کوتاه ) می باشد .

همچنین چون مداراتصال کوتاه است پس $Z_L = 0$ می باشد و طبق رابطه ی ۲-۱۳ مقدار $|\Gamma_{load}|$ برابر یک خواهد شد و سپس طبق رابطه ی ۳-۹ ، عبارت VSWR بی نهایت خواهد شد .

همچنین می توانیم موج ولتاژ را در هر نقطه ی خط هم بدست آورد :

( ۱۸-۳ )

$$V(z) = V^+ e^{j\beta z} + V^- e^{-j\beta z} = V^+\left(e^{j\beta z} - e^{-j\beta z}\right) = 2jV^+ \sin \beta z$$

یعنی در هرنقطه ی خط اتصال کوتاه شده موج ولتاژ $2jV^+ \sin \beta z$ خواهد بود که در نقطه ی اتصال کوتاه خط هم صفر بودن ولتاژ را با قراردادن $z = 0$ نشان می دهد .

نکته : در این رابطه ی ولتاژ دیده می شود که در محل اتصال کوتاه ابتدا صفر رخ داده است . پس برای مفهوم موج می توان بیان کرد که موج ولتاژ در محل اتصال کوتاه با گره رو به رو شده است در حالیکه جریان آن در این نقطه ماکزیمم است  و این یعنی موج جریان در در نقطه ی اتصال کوتاه با شکم روبه رو شده است .

حالت سوم : این حالت بر حسب طول خط انتقال می باشد ، خط انتقالی با طول $\lambda/4$ :

دراین حالت خواستار آنیم که اگر خط انتقال ما با طول $\lambda/4$ باشد ، در ورودی خط انتقال ما چه امپدانسی دیده می شود . این طول از خط انتقال پرکابردترین طولی می باشد که در طراحی ها از آن استفاده می گردد .

لذا طی رابطه ی امپدانس ورودی برای این طول داریم :

( ۱۹-۳ )

$$\beta l = \beta(\lambda/4) = \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)(\lambda/4) = \frac{\pi}{2} \quad \rightarrow \quad Z_{in} = Z_0 \frac{Z_L + jZ_0(\tan\beta l)}{Z_0 + jZ_L(\tan\beta l)}$$

$$= Z_0 \frac{Z_L + jZ_0(\tan(\frac{\pi}{2}))}{Z_0 + jZ_L(\tan(\frac{\pi}{2}))} = \frac{{Z_0}^2}{Z_L}$$

یعنی در این حالت امپدانس ورودی خط برابر خواهد بود با $\frac{{Z_0}^2}{Z_L}$. که اگر امپدانس بار امپدانس حقیقی باشد ، در ورودی خط ، امپدانسی حقیقی خواهید دید با مقدار $\frac{{Z_0}^2}{Z_L}$. یعنی می تواند این حالت یا خط انتقال $\lambda/4$ مبدل امپدانسی حقیقی هم باشد .

حالت چهارم :

دراین حالت اگر امپدانس بار با مقداری برابر با $Z_L = Z_0$ جایگزین گردد ، انگاه پارامتر $\Gamma_{load}$ طبق رابطه ی ۲-۱۳ صفر خواهدشد و این بدان معناست که موج رسیدی به انتهای خط باز نمیگردد و در این حالت می گوییم تطبیق خط انتقال به بار صورت گرفته است . ولذا برای موج ولتاژ آن داریم :

( ۲۰-۳ )

$$V(z) = V^+e^{j\beta z} + V^-e^{-j\beta z} = V^+e^{j\beta z}$$

ازرابطه ی ۳-۲۰ دیده می شود که تنها درحالت تطبیق بار موج رونده فقط داریم و اندازه ی موج ولتاژ هم برابر می شود با $|V^+|$ . لذا اندازه ی موج ولتاژ در هر نقطه ی خط ثابت است و دیگر نه محل گره داریم نه شکم .

در این حالت امپدانس ورودی دیده شده از خط هم برابر است با :

( ۳-۲۱ )

$$Z_{in} = Z_0 \frac{Z_L + jZ_0(\tan\beta l)}{Z_0 + jZ_L(\tan\beta l)} = Z_0 \frac{Z_0 + jZ_0(\tan\beta l)}{Z_0 + jZ_0(\tan\beta l)} = Z_0$$

و به عنوان نتیجه ی خوب از معادله ی ۳-۲۱ دیده می شود که در صورت تطبیق بار با خط انتقال ، امپدانس ورودی همان امپدانس مشخصه ی خط خواهد شد یا از ورودی همان امپدانس بار را می بینیم که برابر با امپدانس مشخصه ی خط انتقال می باشد .



<u>دراین جلسه هم با پارامتر دیگری از خط انتقال و مفاهیم خطوط انتقال مدار باز ، اتصال کوتاه و مبدل ربع طول موج و حالت تطبیق  آشنا شدیم . در جلسه ی بعد به مفاهیم انتشار توان همراه با حل مثالهای کلی از این جلسات خواهیم پرداخت .</u>

## جلسه ی چهارم :

در این جلسه ابتدا به بررسی توان های منتقل شده در طول خط می پردازیم . توان در هر نقطه ی خط انتقال برابر است با ولتاژ rms ضربدر جریان مزدوج rms . زیرا موج های ولتاژ و جریان در حالت کلی مختلط خواهند بود . لذا می توان نوشت :

( ۱-۴ )

$$P(z) = \left(\frac{V(z)}{\sqrt{2}}\right) \times \left(\frac{I^*(z)}{\sqrt{2}}\right) = \frac{V(z) \times I^*(z)}{2}$$

در نتیجه با جایگذاری معادلات ۳-۱ و ۳-۲ در معادله ی ۴-۱ خواهیم داشت :

( ۲-۴ )

$$\begin{aligned} P(z) &= \frac{1}{2}\left(V^+e^{\gamma z} + V^-e^{-\gamma z}\right) \times \left(\frac{V^+}{Z_0}e^{\gamma z} - \frac{V^-}{Z_0}e^{-\gamma z}\right) \\ &= \frac{1}{2}\left(V^+e^{\alpha z}e^{j\beta z} + V^-e^{-\alpha z}\, e^{-j\beta z}\right) \\ &\times \left(\frac{V^+}{Z_0}e^{\alpha z}e^{j\beta z} - \frac{V^-}{Z_0}e^{-\alpha z}\, e^{-j\beta z}\right)^* \\ &= \frac{1}{2}\left(V^+e^{\alpha z}e^{j\beta z} + V^-e^{-\alpha z}\, e^{-j\beta z}\right) \\ &\times \left(\frac{V^{+^*}}{Z_0}e^{\alpha z}e^{-j\beta z} - \frac{V^{-^*}}{Z_0}e^{-\alpha z}\, e^{j\beta z}\right) \end{aligned}$$

در نتیجه :

( ۳-۴ )

$$P(z) = \frac{1}{2Z_0}\left[\,|V^+|^2 e^{2\alpha z} - \,V^+V^{-*}\,e^{2j\beta z} \,+\, V^-V^{+*}\,e^{-2j\beta z} - \,|V^-|^2 e^{-2\alpha z}\,\right]$$

$$= \frac{1}{2Z_0}[\,|V^+|^2 e^{2\alpha z} - \,|V^-|^2 e^{-2\alpha z}\,]$$

$$+ \frac{1}{2Z_0}\left[V^-V^{+*}\,e^{-2j\beta z} - V^+V^{-*}\,e^{2j\beta z}\right]$$

در معادله ی ۴-۳ ، ترم دوم حاصل تفاضل دو عدد مختلط و مزدوج یکدیگر می باشد که در ریاضیات مهندسی داشتیم :

( ۴-۴ ) اگر $Z$ عدد مختلطی باشد :

$$Z + \,Z^* = 2Re(Z)$$

$$Z - \,Z^* = 2jIm(Z)$$

لذا طبق یادآوری معادله ی ۴-۴ برای معادله ی ۴-۳ خواهیم داشت :

( ۵-۴ )

$$P(z) = \frac{1}{2Z_0}[\,|V^+|^2 e^{2\alpha z} - \,|V^-|^2 e^{-2\alpha z}\,] + \frac{2j}{2Z_0} Im\left[V^-V^{+*}\,e^{-2j\beta z}\right]$$

و در نتیجه برای خط بدون اتلاف خواهیم داشت ( $\alpha = 0$ )

( ۶-۴ )

$$P(z) = \frac{1}{2Z_0}[\,|V^+|^2 - \,|V^-|^2\,] + \frac{2j}{2Z_0} Im\left[V^-V^{+*}\,e^{-2j\beta z}\right]$$

که در آن $\frac{1}{2Z_0}[\,|V^+|^2 - |V^-|^2\,]$ توان حقیقی جاری در خط می باشد که از ورودی خط با طی کردن طول خط انتقال به بار خواهد رسید و $\frac{2}{2Z_0}Im\left[V^-V^{+^*}\,e^{-2j\beta z}\right]$ بخش موهومی توان خط می باشد که در خط انتقال ذخیره یا در عناصر مدارفشرده ی پسیو خط دست به دست خواهد شد و کمی اتلاف نیز ایجاد خواهد کرد

.

پس میانگین توان در خط انتقال که مد نظر ما می باشد ، یا همان توان حقیقی برابر است با :

( ۷-۴ )

$$P_{avg} = \frac{1}{2Z_0}[\,|V^+|^2 - |V^-|^2\,]$$

که در آن $\frac{|V^+|^2}{2Z_0}$ توان موج رفت و $\frac{|V^-|^2}{2Z_0}$ توان موج برگشتی خواهد بود .

و بدین معنا خواهد بود که ، توان در هر نقطه ی خط برابر است با توان رفت منهای توان برگشت در آن نقطه . و چون خط بدون اتلاف است ، همانطور که دیده می شود ، این توان مستقل از طول خط می باشد و همان توان تحویلی به باررا معنا می دهد . یعنی :

( ۸-۴ )

$$P_L = \frac{1}{2Z_0}[\,|V^+|^2 - |V^-|^2\,] = \frac{1}{2Z_0}\,|V^+|^2\left[1 - \frac{|V^-|^2}{|V^+|^2}\right] = \frac{|V^+|^2}{2Z_0}[1 - (|\Gamma_L|)^2\,]$$

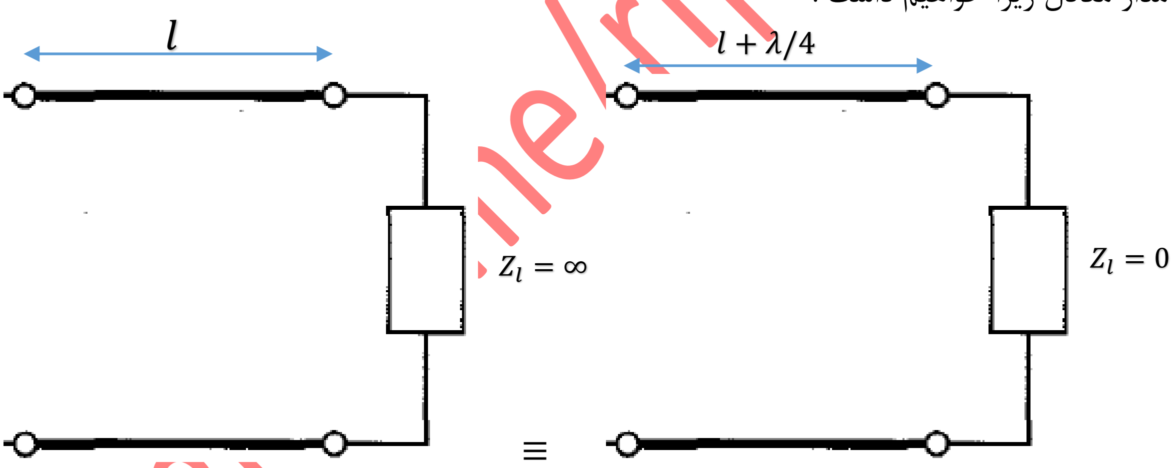
و ازروی معادله ی ۴-۸ هم به خوبی توصیف شده است که توان اولیه ی $\frac{|V^+|^2}{2Z_0}$ در خط انتقال به بار می یابد و در محل بار $1 - (|\Gamma_L|)^2$ به دلیل عدم تطبیق بار با خط ، درصدی از آن باز خواهد گشت . در صورتیکه که بار به خط تطبیق شده باشد ، یعنی $\Gamma_L = 0$ ، آنگاه :

( ۹-۴ )

$$P_L = \frac{|V^+|^2}{2Z_0}$$

یعنی همان توان ورودی به بار هم می رسد ، زیرا همین انتظار راهم داشتیم . چون اگر بار به خط انتقال تطبیق یافته باشد بدین معناست که امپدانس بار برابر با امپدانس خط می باشد ؛ دراین حالت اگرامپدانس ورودی خط را بدست آوریم ، همان امپدانس بار را خواهیم دید و گویا توان ورودی خط روی بار قرار گرفته است .

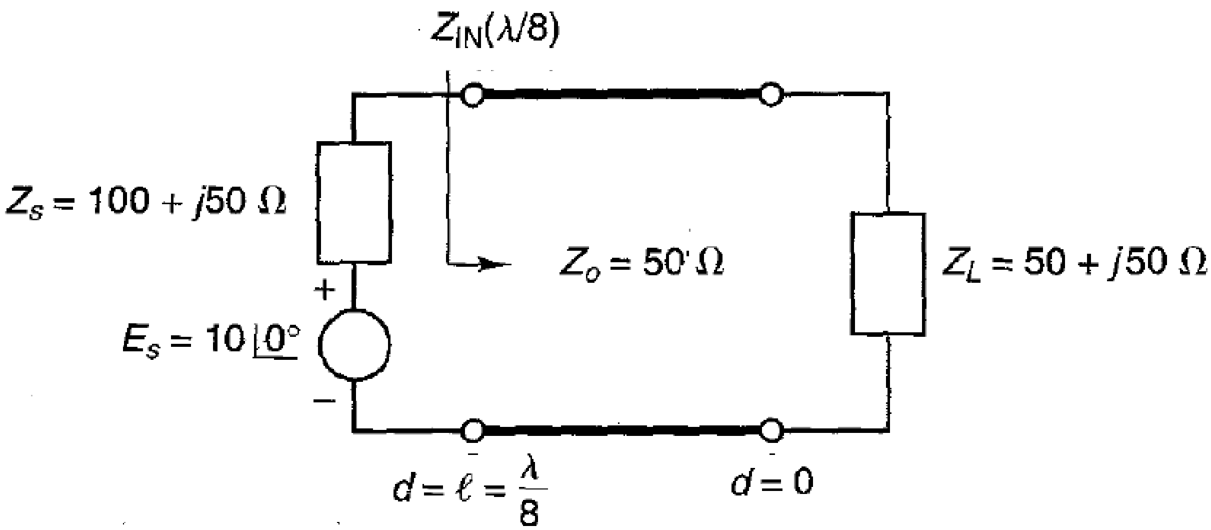
قبل از حل یک مثال کامل در مورد مباحث بیان شده ، نکته ای در مورد مبدل ربع طول موج نیز بیان شود . طبق معادله ی ۳-۱۹ از جلسه ی سوم دیده شد ، زمانیکه طول خط برابر $\frac{\lambda}{4}$ می باشد ، امپدانس دیده شده در ورودی خط برابر است با $\frac{{Z_0}^2}{Z_L}$ . حال اگر مقدار بار بی نهایت باشد یا به عبارتی دیگر در محل بار با اتصال باز مواجه باشیم مدار معادل زیرا خواهیم داشت :




شکل ۴-۱ معادل مداری با اتصال باز با استفاده از مبدل ربع طول موج

در ادامه با حل یک مثال به مرور مفاهیم بیان شده خواهیم پرداخت :

مثال ۴-۱ : مطلوبست محاسبه ی موج جریان ، ولتاژ و میزان توان تحویلی به بار در خط انتقال بدون اتلاف شکل زیر :




شکل ۴-۲ مدار ترسیم شده با خط انتقال بدون اتلاف

برای حل این مثال به ترتیب از فرمولات زیر شروع می کنیم و پارامترهای مربوطه را بدست می آوریم :

( ۴-۱۰ ) ضریب انعکاس بار :

$$\Gamma_{load} = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} = \frac{(50 + j50) - 50}{(50 + j50) + 50} = \frac{1}{5} + j\ \frac{2}{5}$$

$$= \sqrt{\left(\frac{1}{5}\right)^2 + \left(\frac{2}{5}\right)^2}\ e^{j\left(tan^{-1}\left(\frac{2/5}{1/5}\right)\right)} = 0.447\measuredangle 63.44^\circ$$

( ۴-۱۱ ) $VSWR$ یا نسبت موج ایستایی

$$\text{VSWR} = \frac{1\ + |\Gamma_{load}\ |}{1 - |\Gamma_{load}\ |} = \frac{1\ + 0.447}{1 - 0.447} = 2.62$$

( ۴-۱۲ ) امپدانس ورودی :

$$Z_{in}\left(\frac{\lambda}{8}\right) = Z_0\ \frac{Z_L + jZ_0(\tan\beta l)}{Z_0 + jZ_L(\tan\beta l)} = 50\ \frac{(50 + j50) + j50(\tan\left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)\left(\frac{\lambda}{8}\right))}{50 + j(50 + j50)(\tan\left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)\left(\frac{\lambda}{8}\right))}$$

$$= 100 - j50$$

( ۴-۱۳ ) ضریب انعکاس یا بازتاب ورودی :

$$\Gamma_{in} = \frac{Z_{in} - Z_0}{Z_{in} + Z_0} = \frac{(100 - j50) - 50}{(100 - j50) + 50} = \Gamma_{load}\, e^{-j2\beta l}$$

$$= \left(\frac{1}{5} + j\,\frac{2}{5}\right) e^{-j2\left(\left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)\left(\frac{\lambda}{8}\right)\right)}$$

در نتیجه می توان ولتاژ روی دهانه ی ورودی خط که امپدانسی ورودی خط دیده می شود را بدست آورد :

( ۴-۱۴ )

$$V\left(\frac{\lambda}{8}\right) = \frac{E_s \times Z_{in}\left(\frac{\lambda}{8}\right)}{Z_{in}\left(\frac{\lambda}{8}\right) + Z_s} = \frac{10\measuredangle 0^\circ \times (100 - j50)}{(100 - j50) + (100 + j50)} = 5.59\measuredangle{-26.57^\circ}$$

و برای جریان ورودی داریم :

( ۴-۱۵ )

$$I\left(\frac{\lambda}{8}\right) = \frac{E_s}{Z_{in}\left(\frac{\lambda}{8}\right) + Z_s} = \frac{10\measuredangle 0^\circ}{(100 - j50) + (100 + j50)} = 0.05\measuredangle 0^\circ$$

و در نتیجه توان ورودی برابر است با :

( ۴-۱۶ )

$$P(z) = Re\left(\frac{V\left(\frac{\lambda}{8}\right) \times I^*\left(\frac{\lambda}{8}\right)}{2}\right) = 0.125$$

برای موج ولتاژ داریم :

( ۴-۱۷ )

$$V(d) = V^+ e^{j\beta d} + V^- e^{-j\beta d} = V^+ e^{j\beta d}\left(1 + \Gamma_{load}\ e^{-2j\beta d}\right)$$

که :

( ۱۸-۴ )

$$V\left(\frac{\lambda}{8}\right) = V^+ e^{j\left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)\left(\frac{\lambda}{8}\right)} + V^- e^{-j\left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)\left(\frac{\lambda}{8}\right)}$$
$$= V^+ e^{j\left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)\left(\frac{\lambda}{8}\right)}\left(1 + \left(\frac{1}{5} + j\ \frac{2}{5}\right) e^{-2j\left(\left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)\left(\frac{\lambda}{8}\right)\right)}\right)$$

در نتیجه با استفاده از رابطه ی ۴-۱۸ و ۴-۱۴ خواهیم داشت :

( ۱۹-۴ )

$$V^+ = 3.95\measuredangle{-63.44^\circ}$$

و برای حالت کلی داریم :

( ۲۰-۴ )

$$V(d) = 3.95\measuredangle{-63.44^\circ}\ e^{j\beta d}\left(1 + (0.447\measuredangle 63.44^\circ)\ e^{-2j\beta z}\right)$$
$$= 3.95\measuredangle{-63.44^\circ}\ e^{j\beta d} + 1.77\ e^{-j\beta d}$$

و مقدار ولتاژ نیز روی بار :

( ۲۱-۴ )

$$V(0) = 3.95\measuredangle{-63.44^\circ} + 1.77 = 5\measuredangle{-45^\circ}$$

و برای جریان در محل بار :

( ۲۲-۴ )

$$\frac{V(0)}{Z_L} = \frac{5\measuredangle{-45^\circ}}{50+j50} = 0.071\measuredangle{-90^\circ}$$

و در نهایت توان تحویلی به بار برابر است با :

( ۴-۲۳ )

$$P(0) = Re\left(\frac{V(0)\ \times\ I^*(0)}{2}\right) = e\left(\frac{(5\measuredangle{-45^\circ})\ \times (0.071\measuredangle{+90^\circ})}{2}\right) = 0.125$$

و همانطور که دیده می شود ، میزان توان تحویلی به بار برابر است با ۰,۱۲۵ وات و برابر با توان ورودی . لذا چنین انتظاری را داشتیم ، چون خط بدون اتلاف می باشد و می بایست طبق مباحث توان بیان شده توان ورودی به بار منتقل می شد که این نیز رخ داد .

دراین جلسه نیز با پارامتر توان و طرز انتقال آن آشنا شدیم . در جلسه ی بعد به مروری از خطوط انتقال با اتلاف نیز می پردازیم و به حوزه ی مدل سازی شبکه های خطوط انتقال با پارامترهای پراکندگی وارد می شویم .

## جلسه ی پنجم :

قبل از شروع این جلسه ، در جلسات قبل برای خط انتقال با تلفات ذکر نمودیم که این خطوط به دلیل داشتن تلفات از ثابت انتشار $\gamma$ به جای $\beta$ برخوردارند . که برابر است با :

( ۵-۱ )

$$\gamma = \alpha + j\beta$$

که در آن به $\alpha$ ثابت تلفات و به $\beta$ ثابت فاز گفته می شود . اما مقادیر آن چگونه بدست می آیند ؟

همانطور که از رابطه ی $\gamma^2 = (G + j\omega C)(R + j\omega L)$ بدست آمد حال برای یک خط تلفات با $\alpha$ کم می توان به صورت ساده تر نوشت که :

( ۵-۲ )

$$\gamma = [(G + j\omega C)(R + j\omega L)]^{\frac{1}{2}} = [(-LC\omega^2)\left(\frac{G}{j\omega C} + 1\right)\left(\frac{R}{j\omega L} + 1\right)]^{\frac{1}{2}}$$

$$= j\omega\sqrt{LC}\left\{1 + \frac{1}{j\omega}\left(\frac{R}{L} + \frac{G}{C}\right) + \left(\left[\frac{R}{j\omega L}\right]\left[\frac{G}{j\omega C}\right]\right)\right\}^{\frac{1}{2}}$$

که در آن به دلیل کوچکتر بودن عبارت $\left[\frac{R}{j\omega L}\right]\left[\frac{G}{j\omega C}\right]$ از یک و یاد آوری رابطه ی زیر :

( ۵-۳ ) به شرط $|x| < 1$

$$(1 + x)^{\alpha} \approx 1 + \alpha x$$

آنگاه برای رابطه ی ۵-۲ خواهیم داشت :

( ۴-۵ )

$$\gamma \ = j\omega\sqrt{LC}\left\{1+\frac{1}{2j\omega}\left(\frac{R}{L}+\frac{G}{C}\right)\right\} = \frac{1}{2}\left(R\sqrt{\frac{C}{L}}+G\sqrt{\frac{L}{C}}\right)+\ j\omega\sqrt{LC}\ =\ \alpha+j\beta$$

که در آن برای خط با اتلاف :

( ۵-۵ )

$$\alpha = \frac{1}{2}\left(R\sqrt{\frac{C}{L}}+G\sqrt{\frac{L}{C}}\right)$$

و

( ۶-۵ )

$$\beta = \ \omega\sqrt{LC}$$

می باشد . و همانطور که قبلا توضیح داده شد ، اگر خط بدون اتلاف باشد کافیست به جای رابطه ی ۵-۴ برای $\alpha$ برابر صفر قرار دهیم و درنتیجه برای خط بدون اتلاف ثابت انتشار با عامل موهومی ثابت فاز برابر خواهدشد . یعنی :

( ۵-۷ ) برای خط بدون اتلاف $\alpha = 0$

$$\gamma \ = \ j\omega\sqrt{LC} = j\beta$$

اما در ادامه با به محاسبه ی پارامترهای پراکندگی شبکه می پردازیم . که برای اینکار با فرض خط بدون اتلاف برای امواج ولتاژ و جریان خواهیم داشت :

( ۸-۵ )

$$V(x) = V^+ e^{-j\beta x} + V^- e^{+j\beta x}$$

$$I(x) = \frac{V^+}{Z_0} e^{-j\beta x} - \frac{V^-}{Z_0} e^{+j\beta x}$$

حال با فاکتور گیری به فرم زیر داریم :

( ۵-۹ )

$$V(x) = \sqrt{Z_0}\left(\frac{V^+}{\sqrt{Z_0}} e^{-j\beta x} + \frac{V^-}{\sqrt{Z_0}} e^{+j\beta x}\right)$$

و برای جریان :

( ۵-۱۰ )

$$I(x) = \frac{1}{\sqrt{Z_0}}\left(\frac{V^+}{\sqrt{Z_0}} e^{-j\beta x} - \frac{V^-}{\sqrt{Z_0}} e^{+j\beta x}\right)$$

حال به ترم اول در پرانتز موج استاندارد رفت گفته می شود و با $a(x)$ نشان خواهیم داد :

( ۵-۱۱ )

$$a(x) = \frac{V^+}{\sqrt{Z_0}} e^{-j\beta x}$$

و به ترم دوم در پرانتز موج استاندارد برگشتی گفته می شود و با $b(x)$ نشان خواهیم داد :

( ۵-۱۲ )

$$b(x) = \frac{V^-}{\sqrt{Z_0}} e^{+j\beta x}$$

لذا حال امواج ولتاژ و جریان را برحسب موج های رفت و برگشتی $a(x)$ و $b(x)$ بیان می کنیم :

( ۵-۱۳ )

$$V(x) = \sqrt{Z_0}\left(a(x) + b(x)\right)$$

و برای جریان :

( ۵-۱۴ )

$$I(x) = \frac{1}{\sqrt{Z_0}}\left(a(x) - b(x)\right)$$

از طرفی چون پارامترهای پراکندگی $S$ ( $Scattering\ parameters$ ) نسبت امواج رفت و برگشتی را نشان می دهند ، لذا لازم بود که این امواج رفت و برگشتی را بدست آوریم .

حال با بدست آوردن امواج رفت و برگشتی برحسب ولتاژ و جریان خط خواهیم داشت :

( ۵-۱۵ )

$$a(x) + b(x) = \frac{V(x)}{\sqrt{Z_0}}$$

$$a(x) - b(x) = \sqrt{Z_0}I(x)$$

حال از روابط ۵-۱۵ بدست می آید که :

( ۵-۱۶ ) برای موج رفت :

$$a(x) = \frac{1}{2\sqrt{Z_0}}\{V(x) + Z_0 I(x)\}$$

( ۵-۱۷ ) برای موج برگشت :

$$b(x) = \frac{1}{2\sqrt{Z_0}} \{V(x) - Z_0 I(x)\}$$

لذا می توان خط انتقال را با تعاریف موج رفت و برگشتی بالا به یک شبکه ی دو دهانه ای به شکل ۵-۱ مدل سازی کرد که برای آن رابطه ی زیر برقرار خواهد بود :

( ۵-۱۸ )

$$\begin{bmatrix} b_1(x) \\ b_2(x) \end{bmatrix} = [S] \begin{bmatrix} a_1(x) \\ a_2(x) \end{bmatrix}$$

که در آن ماتریس $[S]$ ماتریس پراکندگی شبکه ی ذکر شده می باشد و ارتباط ساده تر موج رفت و بازگشت را نشان خواهد داد و برابر خواهد بود با :

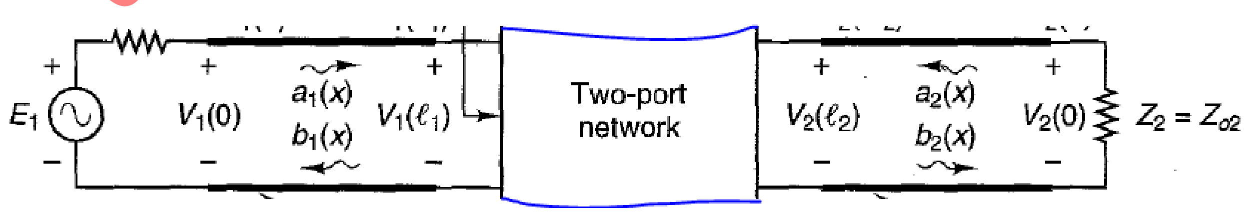
( ۵-۱۹ )

$$[S] = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix}$$

لذا :

( ۵-۲۰ )

$$b_1(x) = S_{11}\, a_1(x) + S_{12}\, a_2(x)$$
$$b_2(x) = S_{21}\, a_1(x) + S_{22}\, a_2(x)$$




شکل ۵-۱ مدل سازی یک شبکه ی دو دهانه ای از خط انتقال

اما نکاتی که برای راحتی بیان برقرار می باشد اینگونه خواهند بودکه :

موج رفت و برگشت $a(x)$ و $b(x)$ برای تابعیت $x$ داشته ، یعنی تابع هر نقطه از خط انتقال در دهانه ی ورودی یا خروجی می باشد و به عبارتی دیگر این امواج در هر نقطه ای از خط قابل محاسبه می باشند . لذا برای شبکه ی شکل ۵-۱ اگر ابتدا در دهانه ی ورودی مشاهده کنیم ، می بینیم که ابتدای خط با $x = 0$ و انتهای خط با $x = l_1$ نشان داده شده است . یعنی می توان هم برای ابتدای خط انتقال دهانه ی ورودی ، هم برای انتهای خط انتقال دهانه ی ورودی امواج رفت و برگشت و در نتیجه پارامترهای پراکندگی را محاسبه نمود . به صورت زیر :

ابتدا چون انتهای خط انتقال سمت چپ به دهانه ی ورودی شبکه ی دو دهانه ای متصل است و ازطرفی انتهای خط انتقال سمت راست شبکه نیز به دهانه ی خروجی شبکه ی دو دهانه ای متصل می باشد ، لذا می توان با ماتریس پراکندگی این شبکه بین دو انتهای خطوط انتقال چپ و راست ارتباط برقرار کرد اینگونه که :

( ۵-۲۱ )

$$b_1(l_1) = S_{11}\, a_1(l_1) + S_{12}\, a_2(l_2)$$
$$b_2(l_2) = S_{21}\, a_1(l_1) + S_{22}\, a_2(l_2)$$

که در آن $a_1(l_1)$ موج رفت در انتهای خط انتقال اول یا خط انتقال سمت چپ ، $a_2(l_2)$ موج رفت در انتهای خط انتقال دوم یا خط انتقال سمت راست ، $b_1(l_1)$ موج برگشت از انتهای خط انتقال اول یا خط انتقال سمت چپ و $b_2(l_2)$ موج برگشت از انتهای خط انتقال دوم یا خط انتقال سمت راست می باشد که با پارامترهای پراکندگی شبکه ی دو دهانه ای شکل ۵-۱ به یکدیگر مرتبط شده اند و برای بدست آوردن پارامترهای پراکندگی این شبکه بایستی از روابط زیر آنها را محاسبه نمود :

( ۵-۲۲ ) طبق رابطه ی ۵-۲۱ با شرط صفرشدن $a_2(l_2)$

$$S_{11} = \frac{b_1(l_1)}{a_1(l_1)}$$

یعنی از نسبت موج برگشتی به موج رفتی در انتهای خط انتقال اول یا خط انتقال سمت چپ پارامتر $S_{11}$ بدست می آید که این پارامتر همانطور که از نسبت رابطه ی ۵-۲۲ پیداست ، میزان درصد موج برگشتی $b_1(l_1)$ را ازموج وارد شده ی $a_1(l_1)$ به دهانه ی ورودی شبکه نشان می دهد . از طرفی معنی صفر شدن موج رفت یا موج ورودی $a_2(l_2)$ به دهانه ی خروجی شبکه این است که موج رفتی از سمت دوم به دهانه وارد نشود و برای اینکه این اتفاق افتد یا موجی به دهانه ی دوم وارد نشود این است که در خروجی تطبیق صورت گیرد . یا به عبارتی اگر خط انتقال دوم به امپدانس بار تطبیق شود هیچ موج دیگر از سمت بار به سمت خروجی شبکه ی دو دهانه ای نمی آید . ولذا $a_2(l_2)$ صفر خواهد شد . پس زمانیکه می گویند $a_2(l_2)$ صفر گردد ، بدین معناست که امپدانس بار به امپدانس مشخصه ی خط تطبیق شود یا برابر باشد . در عمل و ساخت اگر موج بازگشتی به دلیل عدم تطبیق بار با خط انتقال داشته باشیم ، باعث میشود در خط انتقال همزمان موج رفت با کمی بازگشت داشته باشیم و این باعث می شود در خط انتقال پاشندگی و تداخل به وجود آید . لذا برای جلوگیری از برگشت موج تطبیق را کامل می کنند . در ادامه هم نیز می توان به فرم رابطه ی ۵-۲۲ و توضیحات آن مابقی پارامترهای پراکندگی را به دست آورد :

( ۵-۲۳ ) طبق رابطه ی ۵-۲۱ با شرط صفرشدن $a_1(l_1)$

$$S_{12} = \frac{b_1(l_1)}{a_2(l_2)}$$

که از رابطه ی ۵-۲۳ به خوبی دیده میشود که پارامتر $S_{12}$ میزان انتقال موج ورودی $a_2(l_2)$ به دهانه ی ورودی شبکه ی دو دهانه ای یا محل $b_1(l_1)$ را نشان می دهد و این تقویت کنندگی معکوس یا خروجی به ورودی شبکه را نشان می دهد که چه مقدار می باشد .

( ۵-۲۴ ) طبق رابطه ی ۵-۲۱ با شرط صفرشدن $a_2(l_2)$

$$S_{21} = \frac{b_2(l_2)}{a_1(l_1)}$$

که بیان کننده ی تقویت کنندگی مسیر مستقیم ورودی به خروجی شبکه ی دو دهانه ای می باشد .

( ۵-۲۵ ) طبق رابطه ی ۵-۲۱ با شرط صفرشدن $a_1(l_1)$

$$S_{22} = \frac{b_2(l_2)}{a_2(l_2)}$$

و این نیز مطابق رابطه ی ۵-۲۲ درصد برگشتی موج وارد شده به دهانه ی دوم را نشان می دهد .

اما نکته اینجاست که ما به دلیل متصل بودن خروجی خطوط انتقال به دهانه های ورودی و خروجی شبکه توانستیم ارتباط آنها را با استفاده از پارامترهای پراکندگی شبکه بیان کنیم . اگر بخواهیم ورودیهای خطوط انتقال را که دیگر به شبکه متصل نیستند برحسب همین پارامترهای پراکندگی شبکه ی دو دهانه ای بیان کنیم چه باید کرد ؟ برای پاسخ صریح آن مطابق زیر عمل می کنیم .

می دانیم که وقتی از ورودی خط انتقال بدون اتلاف به خروجی آن حرکت کنیم ، مطابق شکل ۵-۲ خواهیم داشت :

( ۵-۲۶ )

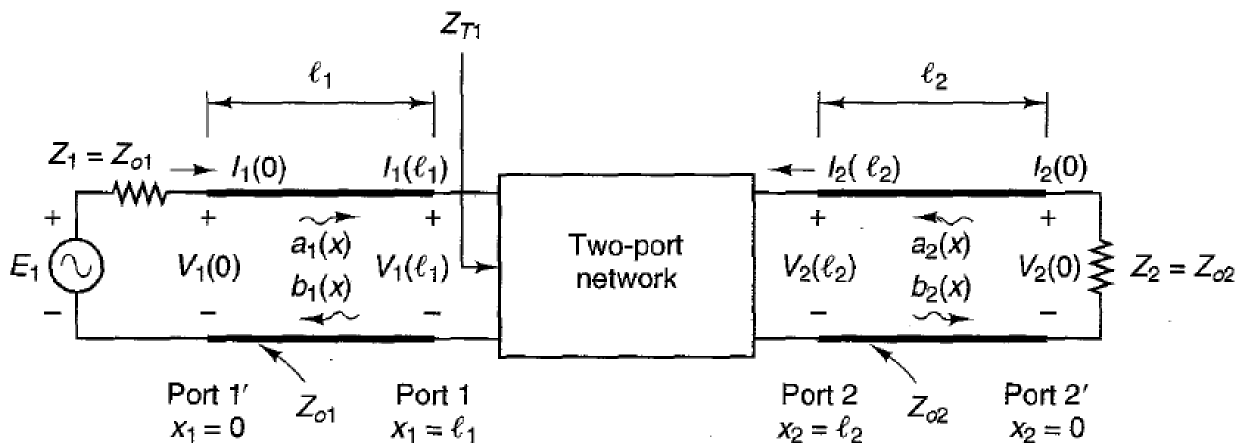
$$a_1(l_1) = a_1(0)\, e^{-j\theta_1}$$
$$a_2(l_2) = a_2(0)\, e^{-j\theta_2}$$

یعنی موج ورودی در انتهای هر خط انتقال برابر است با موج ورودی در ابتدای همان خط ضربدر فاز طی کرده . که وقتی در مسیر حرکت در نظر گیریم فاز را با علامت منفی لحاظ می کنیم . و لذا برای امواج بازگشتی داریم :

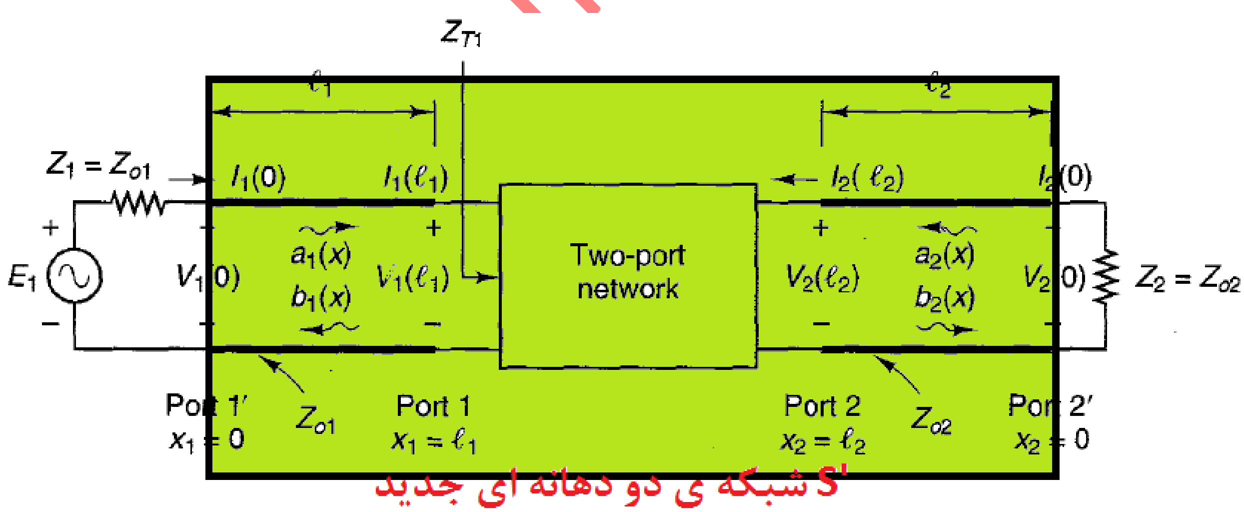
( ۵-۲۷ )

$$b_1(l_1) = b_1(0)\, e^{j\theta_1}$$
$$b_2(l_2) = b_2(0)\, e^{j\theta_2}$$

که ارتباط امواج رفت و برگشتی در ورودی های خط انتقال را می توان با پارامتر پراکندگی جدیدی به نام $S'$ نشان داد که این شبکه مطابق با شکل ۵-۳ نشان داده شده است که سپس می خواهیم آن را به شبکه ی انتقال شکل ۵-۱ ربط دهیم و ازروی آن ، آنرا محاسبه نماییم .




شکل ۵-۲ شبکه ی دو دهانه ای با امواج رفت و برگشتی در ابتداو انتهای خطوط انتقال




شکل ۵-۳ شبکه ی دو دهانه ای جدید $S'$ با ارتباط موج رفت و برگشت ورودی خطوط انتقال

از شکل ۵-۳ شبکه ی سبز رنگ شبکه ی دو دهانه ای جدید با پارامترهای پراکندگی $S'$ برای ارتباط ورودی های خطوط انتقال سمت چپ و راست می باشد که طبق روابط ۵-۲۶ و ۵-۲۷ می خواهیم ارتباط این شبکه ی جدید را با شبکه ی شکل ۵-۱ یعنی شبکه ی دو دهانه ای با پارامترهای پراکندگی $S$ بدست آوریم . پس :

( ۵-۲۸ )

$$b_1(0) = S'_{11}\, a_1(0) + S'_{12}\, a_2(0)$$
$$b_2(0) = S'_{21}\, a_1(0) + S'_{22}\, a_2(0)$$

در نتیجه با جایگذاری روابط ۵-۲۶ و ۵-۲۷ در رابطه ی ۵-۲۱ خواهیم داشت :

( ۵-۲۹ )

$$b_1(l_1) = S_{11}\, a_1(l_1) + S_{12}\, a_2(l_2) \quad \rightarrow \quad b_1(0)\, e^{j\theta_1}$$
$$= S_{11}\, a_1(0)\, e^{-j\theta_1} + S_{12}\, a_2(0)\, e^{-j\theta_2}$$

در نتیجه :

( ۵-۳۰ )

$$b_1(0) = S_{11}\, a_1(0)\, e^{-j2\theta_1} + S_{12}\, a_2(0)\, e^{-j(\theta_2+\theta_1)} = S'_{11}\, a_1(0) + S'_{12}\, a_2(0)$$

و به طریق مشابه برای معادله ی دیگر از رابطه ی ۵-۲۱ داریم :

( ۵-۳۱ )

$$b_2(l_2) = S_{21}\, a_1(l_1) + S_{22}\, a_2(l_2) \quad \rightarrow b_2(0)\, e^{j\theta_2}$$
$$= S_{21}\, a_1(0)\, e^{-j\theta_1} + S_{22}\, a_2(0)\, e^{-j\theta_2}$$

در نتیجه :

( ۵-۳۲ )

$$b_2(0) = S_{21}\, a_1(0)\, e^{-j(\theta_2+\theta_1)} + S_{22}\, a_2(0)\, e^{-j2\theta_2} = S'_{21}\, a_1(0) + S'_{22}\, a_2(0)$$

حال از روابط ۵-۳۰ و ۵-۳۲ خواهیم داشت :

( ۳۳-۵ )

$$b_1(0) = S_{11}\, a_1(0)\, e^{-j2\theta_1} + S_{12}\, a_2(0)\, e^{-j(\theta_2+\theta_1)} = S'_{11}\, a_1(0) + S'_{12}\, a_2(0)$$
$$b_2(0) = S_{21}\, a_1(0)\, e^{-j(\theta_2+\theta_1)} + S_{22}\, a_2(0)\, e^{-j2\theta_2} = S'_{21}\, a_1(0) + S'_{22}\, a_2(0)$$

که در آن ها :

( ۳۴-۵ )

$$[S'] = \begin{bmatrix} S'_{11} & S'_{12} \\ S'_{21} & S'_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11}e^{-j2\theta_1} & S_{12}e^{-j(\theta_2+\theta_1)} \\ S_{21}e^{-j(\theta_2+\theta_1)} & S_{22}e^{-j2\theta_2} \end{bmatrix}$$

و ازرابطه ی ۵-۳۴ به خوبی دیده می شود که شبکه ی جدید و بیرونی $S'$ چگونه از شبکه ی داخلی $S$ بدست می آید و برعکس . لذا به عنوان یک نتیجه می توان یاد گرفت که اگر پارامترهای پراکندگی شبکه ی داخلی را داشتیم یا بدست آوردیم ، آنگاه هرچه به طرف شبکه های بیرونی حرکت کنیم پارامتر پراکندگی خودی با کاهش فاز دو برابر همراه خواهد بود در صورتیکه پارامترهای پراکندگی متقابل با کاهش فاز جمع فاز ورودی و خروجی برابر خواهد بود . به عبارت کلی هرچه از شبکه ی داخلی به طرف شبکه ی بیرونی حرکت کنیم ، پارامترهای پراکندگی ضربدر عامل فاز منفی جمع اندیس های آن پارامترشبکه خواهد شد یعنی :

( ۳۵-۵ )

$$S'_{11} = S_{11}e^{-j(\theta_1+\theta_1)} = S_{11}e^{-j2\theta_1}$$

در جلسه ی بعد به محاسبات توان برحسب امواج رفت و برگشتی و شبکه های امپدانسی با خطوط انتقال می پردازیم .

## جلسه ی ششم :

در جلسه ی قبل به معرفی امواج رفت و برگشت در شبکه های خط انتقال و درنهایت معرفی سیستم های شیفت دهنده با استفاده از خطوط انتقال پرداختیم . در این جلسه به معرفی توان های انتقالی برحسب امواج رفت و برگشت خواهیم پرداخت .

قبل از شروع یک مثال ، ابتدا به معرفی ماتریس انتقال شبکه ها $T$ بپردازیم و نحوه ی بدست آمدن آنرا از روی پارامترهای پراکندگی شبکه بیان کنیم . ماتریس انتقال همانطور که از نام آن واضح است ، انتقال را از دریچه ی ورودی شبکه به دریچه ی خروجی شبکه را برعهده دارد . لذا بر همین بیان رابطه ی آن را برحسب امواج رفت و برگشتی در دهانه ی ورودی و خروجی شبکه این گونه می توان نوشت که :

( ۱-۶ )

$$\begin{bmatrix} a_1(l_1) \\ b_1(l_1) \end{bmatrix} = [T] \begin{bmatrix} a_2(l_2) \\ b_2(l_2) \end{bmatrix}$$

که در آن ماتریس $T$ برابر است با :

( ۲-۶ )

$$T = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{bmatrix}$$

و در آن درایه های ماتریس را می توان از روابط زیر بدست آورد :

( ۳-۶ )

$$a_1(l_1) = T_{11}\, a_2(l_2) + T_{12}\, b_2(l_2)$$
$$b_1(l_1) = T_{21}\, a_2(l_2) + T_{22}\, b_2(l_2)$$

در حالیکه رابطه ی فوق برحسب ماتریس پراکندگی به صورت زیر می باشد :

( ۴-۶ )

$$b_1(l_1) = S_{11}\, a_1(l_1) + S_{12}\, a_2(l_2)$$
$$b_2(l_2) = S_{21}\, a_1(l_1) + S_{22}\, a_2(l_2)$$

حال رابطه ی ۶-۳ را از روی رابطه ی ۶-۴ می سازیم تا در نتیجه مقدار درایه های ماتریس انتقال از روی درایه های ماتریس پراکندگی بدست آید . یعنی :

( ۵-۶ )

$$b_2(l_2) = S_{21}\, a_1(l_1) + S_{22}\, a_2(l_2) \;\rightarrow\; b_2(l_2) - S_{22}\, a_2(l_2) = S_{21}\, a_1(l_1)$$
$$\rightarrow\; \frac{1}{S_{21}} b_2(l_2) - \frac{S_{22}}{S_{21}}\, a_2(l_2) = a_1(l_1) = T_{11}\, a_2(l_2) + T_{12}\, b_2(l_2)$$

از رابطه ی ۶-۵ دیده می شود که :

( ۶-۶ )

$$T_{11} = -\frac{S_{22}}{S_{21}}$$

$$T_{12} = \frac{1}{S_{21}}$$

و به طور مشابه :

( ۷-۶ )

$$b_1(l_1) = S_{11}\, a_1(l_1) + S_{12}\, a_2(l_2) \quad \rightarrow \quad b_1(l_1) = S_{11}\left[\frac{1}{S_{21}} b_2(l_2) - \frac{S_{22}}{S_{21}}\, a_2(l_2)\right] +$$
$$S_{12}\, a_2(l_2) = \left[S_{12} - \frac{S_{11}S_{22}}{S_{21}}\right] a_2(l_2) + \frac{S_{11}}{S_{21}} b_2(l_2) = T_{21}\, a_2(l_2) + T_{22}\, b_2(l_2)$$

از روی معادله ی ۶-۷ دیده می شود که :

( ۶-۸ )

$$T_{21} = S_{12} - \frac{S_{11}S_{22}}{S_{21}}$$

$$T_{22} = \frac{S_{11}}{S_{21}}$$

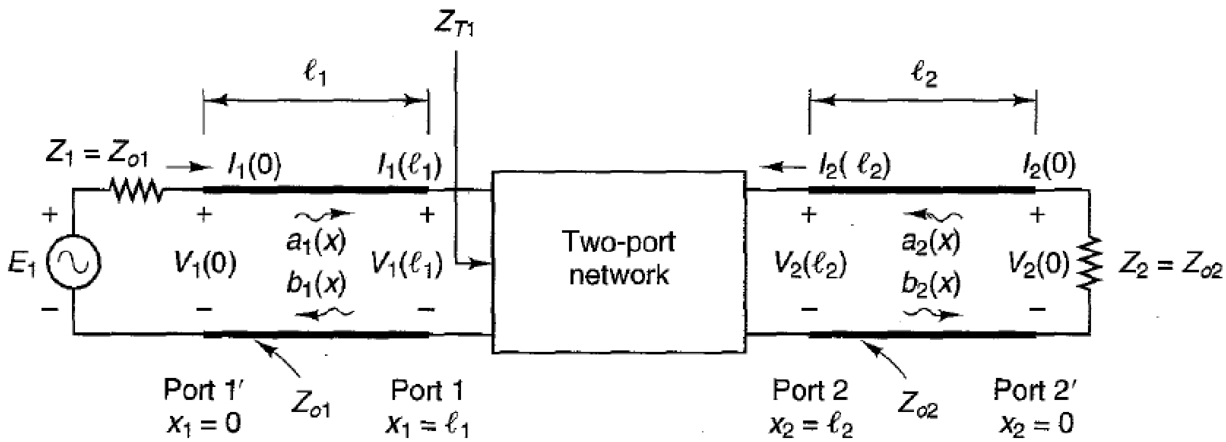
در نتیجه ماتریس انتقال برابر است با :

( ۶-۹ )

$$T = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\dfrac{S_{22}}{S_{21}} & \dfrac{1}{S_{21}} \\ S_{12} - \dfrac{S_{11}S_{22}}{S_{21}} & \dfrac{S_{11}}{S_{21}} \end{bmatrix}$$

در ادامه با یک مثال به بررسی توان های انتقال خواهیم پرداخت .

مثال ۶-۱ : شکل ۶-۱ را درنظر بگیرید . ابتدا موج رفت را در دهانه ی ورودی شبکه در محل $x = 0$ بدست می آوریم :




شکل ۶-۱ شبکه ی دو دهانه ای تطبیق یافته به خطوط انتقال در خروجی بار و ورودی منبع



ابتدا در محل $x_1 = 0$ یک قانون $KVL$ می زنیم . یعنی :

( ۶-۱۰ )

$$E_s - Z_1 I_1(0) = V_1(0)$$

با جایگذاری معادله ی ۵-۱۴ برای جریان و معادله ی ۵-۱۳ برای ولتاژ ، بدست می آید که :

( ۶-۱۱ )

$$E_s - Z_1 \frac{1}{\sqrt{Z_{01}}}[a_1(0) - b_1(0)] = \sqrt{Z_{01}}\,[a_1(0) + b_1(0)]$$

از طرفی به دلیل تطبیق منبع با خط انتقال ( $Z_1 = Z_{01}$ ) اینگونه ساده می شود که :

( ۶-۱۲ )

$$E_s = 2\sqrt{Z_{01}}\,a_1(0)$$

در نتیجه برای موج رفت برحسب منبع تطبیق یافته بدست می آید که :

( ۱۳-۶ )

$$a_1(0) = \frac{E_s}{2\sqrt{Z_{01}}}$$

حال برای بدست آوردن توان از روی امواج رفت و برگشتی ، ابتدا ازرابطه ی ۶-۱۴ شروع به اثبات می کنیم .

( ۱۴-۶ )

$$P(x) = Re\left\{\left(\frac{V(x)}{\sqrt{2}}\right) \times \left(\frac{I^*(x)}{\sqrt{2}}\right)\right\} = \frac{1}{2} Re\{V(x)\, I^*(x)\}$$

$$= \frac{1}{2} Re\left\{\left[\sqrt{Z_0}\big(a(x) + b(x)\big)\right]\left[\frac{1}{\sqrt{Z_0}}\big(a(x) - b(x)\big)\right]^*\right\}$$

$$= \frac{1}{2} Re\{a(x)a(x)^* - a(x)b(x)^* + b(x)a(x)^* - b(x)b(x)^*\}$$

$$= \frac{1}{2} Re\{|a(x)|^2 - a(x)b(x)^* + b(x)a(x)^* - |b(x)|^2\}$$

$$= \frac{1}{2} Re\{|a(x)|^2 + 2 * jIm(b(x)a(x)^*) - |b(x)|^2\}$$

$$= \frac{1}{2}\{|a(x)|^2 - |b(x)|^2\}$$

از رابطه ی ۶-۱۴ اثبات شد که توان انتقال یافته در طول خط انتقال برابر است با مقدار موثر توان موج رفت منهای مقدار موثر توان برگشت . لذا توان در هر نقطه ای از خط می تواند از روی رابطه ی نهایی زیر برحسب امواج رفت و برگشت بدست آید :

( ۱۵-۶ )

$$P(x) = \frac{1}{2}\{|a(x)|^2 - |b(x)|^2\}$$

حال برای مثال ۶-۱ در محل $x_1 = 0$ توان را بدست می آوریم :

( ۱۶-۶ )

$$P(0) = \frac{1}{2}\{|a_1(0)|^2 - |b_1(0)|^2\}$$

حال اگر از سمت منبع در ورودی خط انتقال نگاه کنیم ، امپدانس ورودی $Z_{in}$ را می بینیم . که این امپدانس اگر برابر با امپدانس منبع یعنی $Z_1$ باشد ، آنگاه بدین معنی است که ورودی خط نیز به منبع تطبیق یافته و وقتی توان از منبع به ورودی خط داده می شود ، دیگر به دلیل این تطبیق توان برگشتی یا به عبارتی موج برگشتی نخواهیم داشت . در این حالت توان داده شده از منبع به ورودی خط انتقال را فقط خواهیم داشت که به آن میزان توان ماکزیمم توان ورودی خط یا میزان توان در دسترس منبع( $available\ source\ power$ ) گفته می شود که برحسب موج رفت در ورودی خط بدست می آید :

( ۱۷-۶ )

$$P_{avs} = \frac{1}{2}|a_1(0)|^2 = \frac{1}{2}\left|\frac{E_s}{2\sqrt{Z_{01}}}\right|^2 = \frac{|E_s|^2}{8Z_{01}}$$

اما اگر تطبیق امپدانس ورودی خط با امپدانس منبع وجود نداشته باشد ، آنگاه توان در ورودی خط برابر خواهد بود با سهم توان موج رفت منهای سهم توان موج برگشت . یعنی :

( ۱۸-۶ )

$$P(0) = \frac{1}{2}\{|a_1(0)|^2 - |b_1(0)|^2\} = P(0) = \frac{1}{2}|a_1(0)|^2\left\{1 - \left(\frac{|b_1(0)|}{|a_1(0)|}\right)^2\right\}$$

$$= \frac{1}{2}|a_1(0)|^2\left\{1 - \left(\frac{|b_1(0)|}{|a_1(0)|}\right)^2\right\} = \frac{1}{2}|a_1(0)|^2\{1 - |S'_{11}|^2\}$$

که در معادله ی ۶-۱۸ به خوبی دیده می شود که وقتی تطبیق امپدانس ورودی و منبع را نداشته باشیم ، میزانی از توان ورودی خط از طریق موج برگشت بازخواهد گشت . و این درصد توان را عبارت $|S'_{11}|^2$ در معادله ی ۶-۱۸ نشان می دهد . به عبارتی دیگر معادله ی ۶-۱۸ نشان می دهد که توان در دسترس منبع یعنی $\frac{1}{2}|a(0)|^2$ به دلیل عدم تطبیق ورودی خط با منبع درصدی آن بازگشت خواهد خورد که عبارت $|S'_{11}|^2$ نشان می دهد .

( ۶-۱۹ )

$$P(0) = \frac{1}{2}|a_1(0)|^2\{1 - |S_{11}|^2\} = \frac{1}{2}|a_1(0)|^2 - \frac{1}{2}|a_1(0)|^2|S'_{11}|^2$$

که در آن قسمت عمل توان ماکزیمم در ورودی را نشان می دهد که منهای میزان توان بازگشتی به دلیل عدم تطبیق شده است . لذا عبارت $|S'_{11}|^2$ که درصد توان بازگشتی از ورودی را نشان می دهد ، تلفات بازگشتی ( $Return\ loss$ ) گفته می شود که در حالت دسیبل آن برابر است با :

( ۶-۲۰ )

$$RL = 10\log|S_{11}|^2 = 20\log|S'_{11}|$$

از طرفی چون مقدار $|S'_{11}|$ کوچکتر از یک می باشد ، لذا عبارت تلفات بازگشتی $RL$ منفی بدست خواهد آمد . مهندسان برهمین عنوان در طراحی های خود برای اینکه شبکه را باکمترین توان طراحی کنند ، لذا هدفشان در طراحی این است که میزان $RL$ کمتر از ۱۰- دسیبل یا گاهی کمتر از ۱۵- دسیبل باشد . اما همانطور که در جلسه ی قبل بیان شد مقدار $S'_{11}$ از روی مقدار پارامتر پراکندگی شبکه یعنی $S_{11}$ به فرم زیر طبق رابطه ی ۵-۳۴ بدست می آید :

( ۶-۲۱ ) به دلیل تطبیق بار به خط انتقال :

$$S'_{11} = S_{11}e^{-j2\theta_1}$$

پس طبق مثال ۶-۱ میزان ولتاژ و توان رسیده از منبع به ورودی خط را بدست آوردیم . به عبارتی دیگر موج رفت را برحسب ولتاژ منبع در ورودی خط بدست آوردیم . لذا برای موج برگشتی آن در ورودی خط به سادگی می توان از رابطه ی زیر استفاده کرد :

( ۶-۲۲ )

$$b_1(0) = S'_{11}\, a_1(0)$$

اما ولتاژی که از منبع به بار در دهانه ی خروجی خط انتقال دوم در طرف دیگر شبکه می رسد چقدر است ؟ برای بدست آوردن آن از رابطه ی زیر شروع می کنیم :

( ۶-۲۳ ) در محل $x_2 = 0$

$$b_2(l_2) = S_{21}\, a_1(l_1) + S_{22}\, a_2(l_2)$$

$$b_2(0) = b_2(l_2)\, e^{-j\theta_2}$$

چون طبق شکل ۶-۱ بار به خط انتقال دوم تطبیق یافته است ، لذا موج $b_2(0)$ که از شبکه به بار می رسد ، دیگر به دلیل تطبیق آن برنخواهد گشت یعنی $a_2(0) = 0$ در نتیجه $a_2(l_2) = 0$ . پس :

( ۶-۲۴ )

$$b_2(l_2) = S_{21}\, a_1(l_1)$$

$$b_2(0) = b_2(l_2)\, e^{-j2\theta_2} = S_{21}\, a_1(l_1)\, e^{-j2\theta_2} = S_{21}\, a_1(0)e^{-j\theta_1}\, e^{-j\theta_2}$$

$$= S_{21}\, \frac{E_s}{2\sqrt{Z_{01}}}\, e^{-j(\theta_2+\theta_1)}$$

از طرفی ولتاژ از رابطه ی زیر برحسب امواج رفت و برگشتی از آن بدست می آید :

( ۶-۲۵ )

$$V_2(0) = \sqrt{Z_{02}}\,[a_2(0) + b_2(0)] = \sqrt{Z_{02}}\,b_2(0) = \sqrt{Z_{02}}\,S_{21}\,\frac{E_s}{2\sqrt{Z_{01}}}\,e^{-j(\theta_2+\theta_1)}$$

همانطور که دیده می شود از رابطه ی ۶-۲۵ ولتاژ رسیده به بار نیز برحسب ولتاژ منبع ورودی بدست آمد . اما توان رسیده به بار را هم می توان بدست آورد که خواهیم داشت :

( ۶-۲۶ ) در محل بار $x_2 = 0$ توان برابراست با توان موج رسیده به بار منهای توان بازگشتی از بار تطبیق یافته

$$P_L = \frac{1}{2}\{|b_2(0)|^2 - |a_2(0)|^2\} = \frac{1}{2}|b_2(0)|^2 = \frac{1}{2}\left|S_{21}\,\frac{E_s}{2\sqrt{Z_{01}}}\,e^{-j(\theta_2+\theta_1)}\right|^2$$

$$= \frac{1}{2}\left|S_{21}\,\frac{E_s}{2\sqrt{Z_{01}}}\right|^2 = |S_{21}|^2\,\frac{|E_s|^2}{8Z_{01}} = |S_{21}|^2\,P_{avs}$$

از رابطه ی ۶-۲۶ رابطه ی توان به بار رسیده برحسب توان در دسترس منبع بدست آمد و دیده می شود که توان رسیده به بار تطبیق یافته به خط انتقال برابر است با $|S_{21}|^2\,P_{avs}$ یا بهره ی کلی شبکه ( $G_T$ ) در توان در دسترس منبع . لذا :

( ۶-۲۷ )

$$\frac{P_L}{P_{avs}} = |S_{21}|^2 = G_T$$



در جلسه ی بعد به ارتباط ماتریس های امپدانسی و پراکندگی شبکه ها و معرفی اسمیت چارت خواهیم پرداخت.