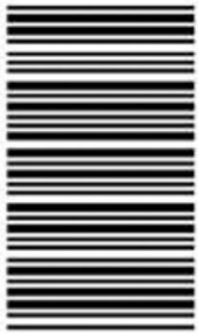


کد کنترل

126

E



126E

صبح پنج‌شنبه  
۹۷/۲/۶



«اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می‌شود.»  
امام خمینی (ره)

جمهوری اسلامی ایران  
وزارت علوم، تحقیقات و فناوری  
سازمان سنجش آموزش کشور

آزمون ورودی دوره‌های کارشناسی ارشد ناپیوسته داخل - سال ۱۳۹۷

مجموعه مهندسی مکانیک - کد (۱۲۶۷)

مدت پاسخگویی: ۱۸۰ دقیقه

تعداد سؤال: ۱۷۰

عنوان مواد امتحانی، تعداد و شماره سؤالات

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره
۱	زبان عمومی و تخصصی (انگلیسی)	۳۰	۱	۳۰
۲	ریاضیات عمومی (۲ و ۱) معادلات دیفرانسیل، ریاضی مهندسی	۲۰	۳۱	۵۰
۳	حرارت و سیالات (ترمودینامیک، مکانیک سیالات، انتقال حرارت)	۲۰	۵۱	۷۰
۴	جامدات (استاتیک، مقاومت مصالح، طراحی اجزا)	۲۰	۷۱	۹۰
۵	دینامیک و ارتعاشات دینامیک، ارتعاشات دینامیک ماشین، کنترل	۲۰	۹۱	۱۱۰
۶	ساخت و تولید (ماشین‌ابزار، فلز پرس، علم مواد، تولید مخصوص، هیدرولیک و نیوماتیک)	۲۰	۱۱۱	۱۳۰
۷	مبانی بیومکانیک (۲ و ۱)	۲۰	۱۳۱	۱۵۰
۸	دروس پایه پزشکی (فیزیولوژی، آناتومی و فیزیک پزشکی)	۲۰	۱۵۱	۱۷۰

⚠️ داوطلبان متقاضی رشته مهندسی پزشکی، به جای دروس ۵ و ۶، می‌توانند دروس ۷ و ۸ را انتخاب نمایند.

استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

این آزمون نمره منفی دارد.

حل چاپ تکریر و انتشار سؤالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.

۱۳۹۷

۳۱- اگر  $z = (1-i)(1+i\sqrt{3})$  ، مقدار  $z$  با کدام گزینه برابر است؟

$$1-i = \sqrt{2} e^{-i\frac{\pi}{4}}, \quad 1+i\sqrt{3} = 2 e^{i\frac{\pi}{6}}$$

$$z = 2\sqrt{2} e^{i\frac{\pi}{12}} = 2\sqrt{2} \left\{ \cos\frac{\pi}{12} + i \sin\frac{\pi}{12} \right\}$$

$$2\sqrt{2} \left( \cos\left(\frac{\pi}{12}\right) + i \sin\left(\frac{\pi}{12}\right) \right) \quad (1)$$

$$2\sqrt{2} \left( \cos\left(\frac{\pi}{12}\right) - i \sin\left(\frac{\pi}{12}\right) \right) \quad (2)$$

$$2\sqrt{2} \left( \cos\left(\frac{7\pi}{12}\right) + i \sin\left(\frac{7\pi}{12}\right) \right) \quad (3)$$

$$2\sqrt{2} \left( \cos\left(\frac{7\pi}{12}\right) - i \sin\left(\frac{7\pi}{12}\right) \right) \quad (4)$$

۳۲- سری  $I = \sum_{n=1}^{+\infty} \sin\left(\frac{2}{n}\right) - 2\left(\sin\left(\frac{1}{n}\right)\right)$  و سری  $J = \sum_{n=0}^{+\infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n^2}$  ، به ترتیب کدام است؟

$n \rightarrow \infty \Rightarrow \begin{cases} \sin\left(\frac{2}{n}\right) - 2\sin\left(\frac{1}{n}\right) \approx \frac{1}{n^3} \rightarrow I \approx -\sum \frac{1}{n^3} \quad \text{همگرا} \\ \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n^2} \approx \left[\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n\right]^n \approx e^n \rightarrow J \approx \sum e^n \quad \text{واگرا} \end{cases}$

همگرا - همگرا (۱)  
همگرا - واگرا (۲)  
واگرا - همگرا (۳)  
واگرا - واگرا (۴)

۳۳- طول بلندترین میله‌ای که بتواند به‌طور افقی از بیچ یک راهرو به عرض ۸ به یک راهرو به عرض ۲۷ عبور کند،

کدام است؟

هدف: محاسبه مینیمم  $(x+y)$

شرط:  $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \rightarrow \frac{(8)^2}{y^2} + \frac{(27)^2}{x^2} = 1$

$f = x + y + \lambda \left( \frac{(27)^2}{x^2} + \frac{(8)^2}{y^2} - 1 \right)$

$f_x = 0 \rightarrow x = 9(2\lambda)^{\frac{1}{2}}$

$f_y = 0 \rightarrow y = 4(2\lambda)^{\frac{1}{2}}$

$\frac{(27)^2}{y^2} + \frac{(8)^2}{x^2} = 1 \rightarrow \begin{cases} (2\lambda)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{13} \\ x + y = 13\sqrt{13} \end{cases}$

(۱)  $11\sqrt{11}$   
(۲)  $12\sqrt{12}$   
(۳)  $13\sqrt{13}$   
(۴)  $14\sqrt{14}$

۳۴- فرض کنید  $f(x) = \int_0^x \sinh(t^2) dt$  که  $0 \leq x \leq \sqrt{\ln(1396)}$  است. منحنی را حول محور  $y$ ها دوران می‌دهیم.

مساحت رویه دوار حاصل از دوران، کدام است؟

$$S = 2\pi \int_0^{\sqrt{\ln(1396)}} x \sqrt{1 + (f'(x))^2} dx$$

$$= 2\pi \int_0^{\sqrt{\ln(1396)}} x \sqrt{1 + \sinh^2(x^2)} dx$$

$$= 2\pi \int_0^{\sqrt{\ln(1396)}} x \cosh(x^2) dx = \pi \left[ \sinh(x^2) \right]_0^{\sqrt{\ln(1396)}} = \frac{\pi}{2} (1396 - \frac{1}{1396})$$

(۱)  $2\pi(1396 - \frac{1}{1396})$   
(۲)  $\frac{\pi}{4}(1396 - \frac{1}{1396})$   
(۳)  $\pi(1396 - \frac{1}{1396})$   
(۴)  $\frac{\pi}{2}(1396 - \frac{1}{1396})$

۳۵- اگر  $f(x) = \frac{1}{x^2 + 2x^2 + 2x + 5}$  مقدار  $f^{(99)}(-1)$  کدام است؟

$$f(x) = \frac{1}{(x+1)^2 + 4}$$

$$t = x+1 \rightarrow g(t) = \frac{1}{4 + t^2}$$

$$g(t) = \frac{1}{4} \left( \frac{1}{1 + \frac{t^2}{4}} \right) = \frac{1}{4} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{4^k} t^{2k}$$

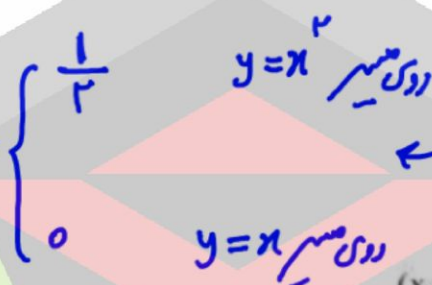
$$\begin{cases} 2k = 99 \\ k = 49.5 \end{cases}$$

$$f^{(99)}(-1) = g^{(99)}(0) = \frac{(-1)^{49.5}}{4^{49.5}} (99!) = -\frac{1}{4^{49.5}} (99!)$$

- (۱)  $\frac{1}{4^{99}} (99!)$
- (۲)  $\frac{1}{4^{99}} (99!)$
- (۳)  $-\frac{1}{4^{99}} (99!)$
- (۴)  $-\frac{1}{4^{99}} (99!)$

۳۶- کدام یک از حدود زیر موجود نمی باشد؟

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\sin x^r \sin y}{\sin(x^r + y^r)} = \begin{cases} \frac{1}{r} \\ 0 \end{cases}$$



- (۱)  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\sin x^r \sin y}{\sin(x^r + y^r)}$
- (۲)  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\sin x^r \sin y}{\sin(x^r + y^r)}$
- (۳)  $\lim_{(x,y,z) \rightarrow (0,0,0)} \frac{\sin(xy) \sin z}{\sin(x^r + y^r + z^r)}$
- (۴)  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\sin x^r + \sin y^r}{x^r + y^r}$

۳۷- رویه  $z = e^{-(x^2 + y^2)}$  چند صفحه مماس موازی صفحه  $xy$  دارد؟

$$f = e^{-(x^2 + y^2)}$$

$$-z = 0 \rightarrow \nabla f \parallel \vec{k} \rightarrow \nabla f = \alpha \vec{k}$$

$$-2x e^{-(x^2 + y^2)} \vec{i} - 2y e^{-(x^2 + y^2)} \vec{j} - \vec{k} = \alpha \vec{k} \rightarrow \begin{cases} x=0 \\ y=0 \\ z=1 \end{cases}$$

- (۱) ۰
- (۲) ۱
- (۳) ۲
- (۴) ۳

۳۸- حجم ناحیه محدود بالای رویه  $z = \sqrt{2x^2 + 2y^2}$  که درون  $x^2 + y^2 + z^2 = 9$  قرار دارد، کدام است؟

$$x^2 + y^2 + c^2 x^2 + c^2 y^2 = 9 \rightarrow x^2 + y^2 = \frac{9}{c^2} \rightarrow D$$

$$V = \iint_D (\sqrt{9 - (x^2 + y^2)} - \sqrt{2x^2 + 2y^2}) dx dy$$

$$= \int_0^{2\pi} \int_0^{\frac{3}{c}} (\sqrt{9 - r^2} - \sqrt{2} r) r dr d\theta = 9\pi (2 - \sqrt{2})$$

- (۱)  $9\pi(2 - \sqrt{2})$
- (۲)  $9\pi(2 - \sqrt{2})$
- (۳)  $9\pi(1 + \sqrt{2})$
- (۴)  $9\pi(\sqrt{2} - 1)$

۳۹- فرض کنید  $D$  ناحیه محصور بین منحنی های  $xy = 1$ ،  $xy = 9$ ،  $y = x$  و  $y = 4x$  باشد. مقدار انتگرال زیر کدام است؟

$$\iint_D \left( \sqrt{\frac{y}{x}} + \sqrt{xy} \right) dx dy \xrightarrow{xy=u, \frac{y}{x}=v} \int_1^9 \int_1^4 (\sqrt{v} + \sqrt{u}) \frac{1}{\sqrt{uv}} du dv$$

$$I = \int_1^9 \int_1^4 (\sqrt{v} + \sqrt{u}) \frac{1}{\sqrt{uv}} du dv = 8 + \frac{52}{3} \ln 2$$

- (۱)  $8 + \frac{49}{3} \ln 2$
- (۲)  $8 + \frac{50}{3} \ln 2$
- (۳)  $8 + \frac{51}{3} \ln 2$
- (۴)  $8 + \frac{52}{3} \ln 2$

$$\vec{F} = e^{z^2} \vec{i} + (y + e^{z^2}) \vec{j} + \vec{k} \quad \rightarrow \nabla \cdot \vec{F} = 1$$

$$\vec{n} = x \vec{i} + y \vec{j} + z \vec{k}$$

۴- اگر S نیمکره بالایی  $x^2 + y^2 + z^2 = 1$  باشد، مقدار  $\iint_S (e^{z^2}(x+y) + y^2 + z) d\sigma$  کددام است؟

$$\iint_S \vec{F} \cdot \vec{n} d\sigma + \iint_{x^2+y^2=1} \vec{F} \cdot (-\vec{k}) d\sigma = \iiint_{\text{سطح بسته نیمکره کامل}} \vec{F} \cdot \vec{n} d\sigma$$

- $\frac{2\pi}{3}$  (۱)
- $\frac{2\pi}{2}$  (۲)
- $\frac{2\pi}{3}$  (۳)
- $\frac{5\pi}{3}$  (۴)

$$\rightarrow \iint_S \vec{F} \cdot \vec{n} d\sigma = \iiint_{\text{نیمکره}} (\nabla \cdot \vec{F}) dV + \pi = \frac{1}{2} \left( \frac{4}{3} \pi (1) \right) + \pi = \frac{5\pi}{3}$$

۹۷, ۳, ۹  
~~استفاده~~



نونگرش