کنترل اتوماتیک

مدرس:دکتر موسوی

سر فصل درس

- **سر فصل درس**
-
- ۱-تاریخچه –سیستمهای کنترل-سیستمهای کنترل پسخور-انواع سیستمهای کنترل پسخور
- ۲-اصول ریاضی در سیستمهای کنترل(تبدیلات لاپلاس)
- ۳-آشنایی با توابع تبدیل و بلوک دیاگرام و گراف
- ۴-آشنایی با مدلسازی ریاضی سیستمهای مکانیکی

- *درصد ارزشیابی:*
-
  سمینار :۱۰ ٪
  کوئیز(میان ترم) :۵ ٪
  حضور و غیاب و فعالیت کلاسی :۵ ٪
  میان ترم :۲۰ ٪
- : پایان ترم ۶۰ ٪
- پروژه: ارفاق :۱۰ ٪
- توجه داشته باشید که درصد نمرات بر حسب مورد قابل تغییر توسط استاد میباشد.
  هفتاد و پنج درصد سؤالات از جزوه
- بیست و پنج درصد سؤالات از کتا بها، متفرقه میباشد.

- **سمینار:**
- در کلاس تعدادی موضوع سمینار مساله یا تحقیق انتخاب و به عنوان تکلیف به دانشجویان اعلام می‌شود که آن‌ها را دردو جلسه پایانی ، تحویل دهند.
- سمینار بصورت پاور پوینت پذیرفته میشود .
- فایل پاور پوینت بر روی الز ا می است.

- **پروژه:(اختیاری)**
- بصورت ترجمه متون تخصصی کنترل میباشد •

-
- بصورت پروژه عملی کنترل ادوات الکتو مکانیکی میباشد.(نمره سمینار و پروژه با هم منظور میگردد)- .

- پروژه به صورت کتاب/جزوه باز ، بر اساس درس، بحث ها، کتاب درسی و مطالب کار شده میباشد.پروژه به استاد در زمان مربوطه تحویل داده میشود.
- کوئیز : در طول ترم، در تعدادی از جلسات کلاس درس یا حل تمرین و بدون اطلاع قبلی یک سوال/مساله یا تعدادی تست مطرح شده، دانشجویان آن را در مدت زمان معینی حل کرده و تحویل می‌دهند. از جمع نمرات امتحانات ناگهانی، این نمره محاسبه می‌شود.
- یک یا دو آزمون طراحی شده برای آشنایی و درک اساسی از موضوعات مختلف در کلاس درس یا حل تمرین برگزار می شود.
- دانشجویان باید در هر جلسه برای برگزاری یک امتحان از مطالب گذشته آمادگی علمی کامل داشته باشند و هیچ عذری مورد قبول نخواهد شد.در صورت عدم برگزاری کوئیز نمره ان به پایان ترم یا میان ترم افزوده می شود.
- آزمون میان ترم : امتحان در هفته تعیین شده توسط دانشگاه برگزار می شود و همه درس تدریس شده تا زمان امتحان را پوشش میدهد.تاریخ میان ترم با هماهنگی دانشجویان در ابتدای ترم تعیین میشود و قابل تغییر نمیباشد.

آزمون پایان ترم : امتحان نهایی تمام مواد را پوشش میدهدو بصورت تستی تشریحی برگزار میگردد.

نام‌درس: کنترل‌اتوماتیک

تعداد واحد: ۲

نوع واحد: نظری

پیشنیاز: آمار و احتمالات مهندسی

هدف:

سرفصل دروس: ۳۴ ساعت

۱- مقدمه: تاریخچه سیستمهای کنترل، سیستمهای کنترل پسخور، انواع سیستمهای کنترل پسخور

۲- اصول ریاضی در سیستمهای کنترل

۳- آشنایی باتوابع تبدیل کننده، بلوک دیاگرامها و گرافها

۴- آشنایی با مدلسازی ریاضی سیستمهای فیزیکی (مقدمه، معادل‌سازی سیستم‌های مکانیکی، حساسه‌ها وانکودرها در سیستمهای کنترل، DC موتور در سیستمهای کنترل، سیستمهای خطی و غیر خطی)

طرح درس

- **مقدمه کنترل**
-
- انواع سیستمهای کنترلی
- سیستمهای کنترلی پسخور
- -اصول ریاضی در سیستمهای کنترل
- تبدیلات لاپلاس-نرم افزار متلب
- حل تمرین

- **میان ترم(کوئیز)**

- آشنایی با مدلسازی ریاضی
- مدلسازی سیتمهای مکانیکی و الکترونیکی
- معادل سازی سیستمهای مکانیکی
- توابع تبدیل
- آشنایی با بلوک دیاگرامها-اشنایی با گرافها
- سیستم های خطی و غیر خطی
- کنترل هوشمند-حل تمرین

- **پایان ترم**

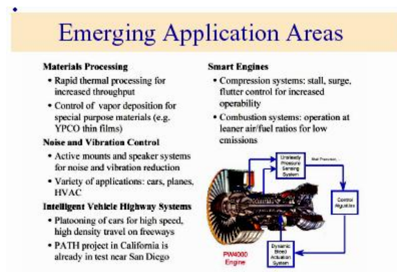
منابع

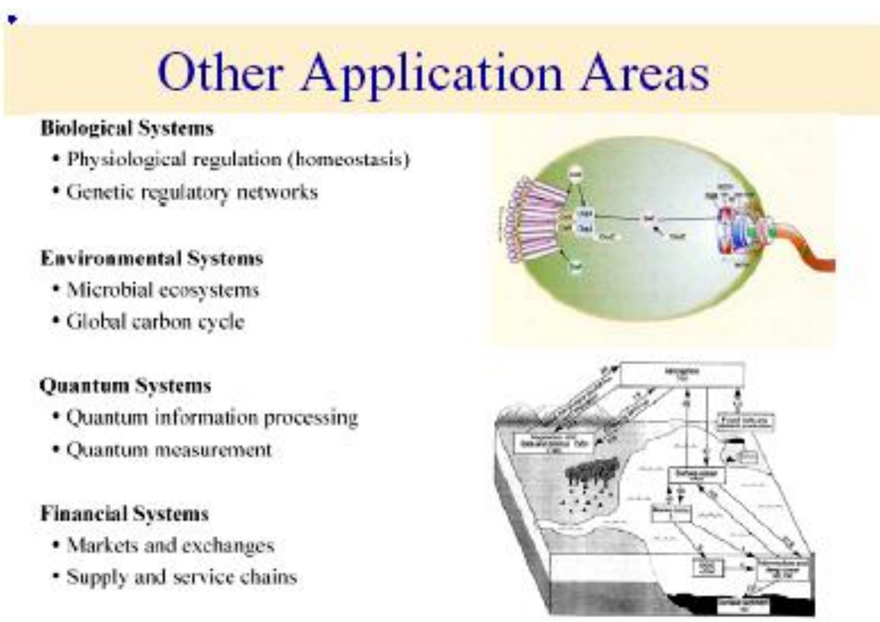
-
-
- **(منبع اصلی)**

- **سیستمهای کنترل مدرن(دورف)- ترجمه دکتر سپیدنام**
- **کنترل مدرن(اوگاتا) ترجمه دکتر غیور -انتشارات دانشگاه صنعتی اصفهان**
-
- (به دانشجویانی که توانایی مطالعه متن انگلیسی را دارند، مطالعه این کتاب توصیه می‌شود
- **MODERN CONTROL ENGINEERING (FORTH EDITION)-KATSUHIKO OGATA**
-
- **جزوه:**
-
- **هرگز جزوه نمی‌تواند جایگزینی برای کتاب و منابع معرفی شده باشد.**
- **مرجع این درس، همانطور که بارها ذکر شده است، منابع معرفی شده است.**
- **با این وجود به خاطر اینکه دانشجویان به اسلایدها یا درس تدریش شده در کلاس که در کلاس درس به عنوان ابزار کمک آموزشی مورد استفاده قرار می‌گیرد ,اما دانشجویان هرگز نباید این اسلایدها یا درس تدریس شده را به عنوان منبع این درس فرض کنند و مطالعه کتاب اکیدا به آنها توصیه می‌شود.**

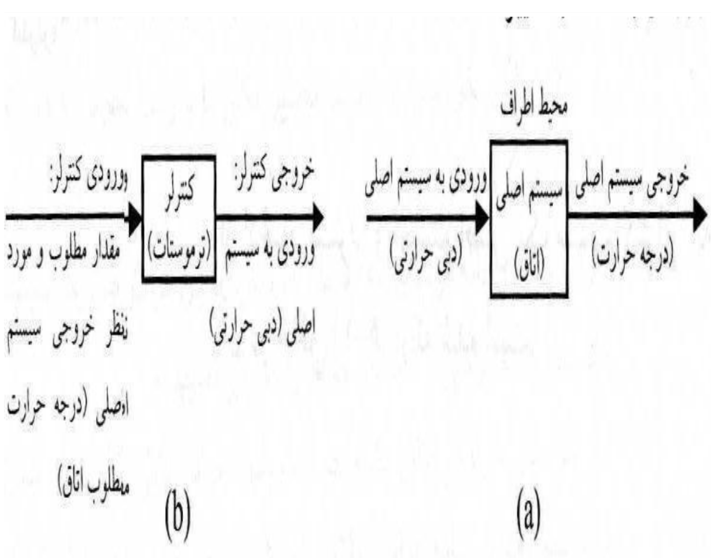
مقدمه ای بر کنترل

کاربردهای علم کنترل

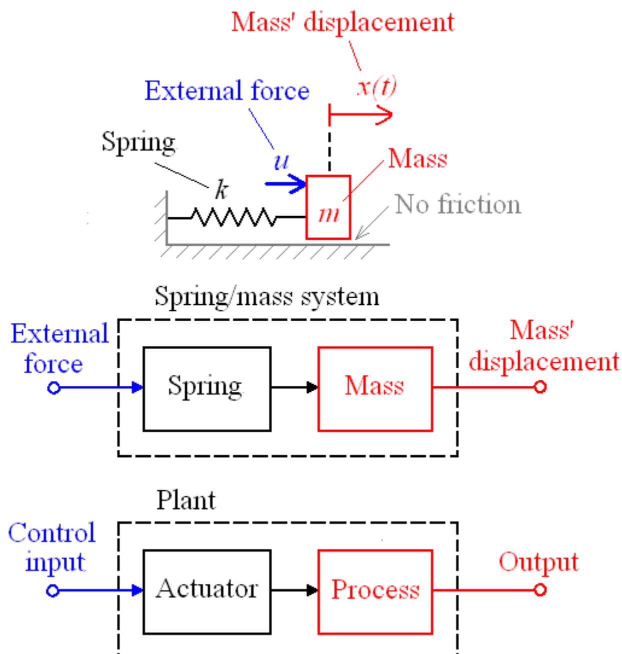


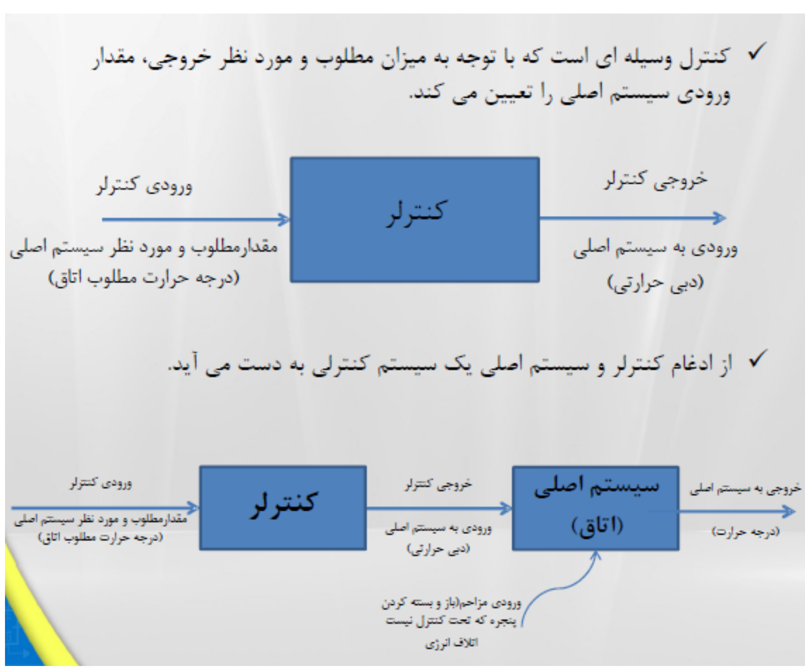


- مفهوم کنترل، انواع سیستم های کنترل کلاسیک و نحوهٔ تشخیص اجزای یک سیستم کنترلی:
- سیستم کنترلی به صورت ذیل تعریف می شود:
- سیستم اصلی
- سیستم کنترلر



شکل (۱-۴)- نمایش یک سیستم حرارتی و معرفی اجزاء و متغیرها.
(a) - سیستم اصلی
(b) - سیستم کنترلر


Mass' displacement
External force
$x(t)$
Spring
u
Mass
k
m
No friction
Spring/mass system
External force
Spring
Mass
Mass' displacement
Plant
Control input
Actuator
Process
Output

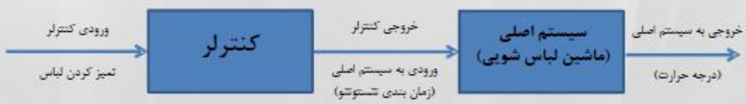

✓ کنترل وسیله ای است که با توجه به میزان مطلوب و مورد نظر خروجی، مقدار ورودی سیستم اصلی را تعیین می کند.
ورودی کنترلر
کنترلر
خروجی کنترلر
مقدارمطلوب و مورد نظر سیستم اصلی
(درجه حرارت مطلوب اتاق)
ورودی به سیستم اصلی
(دبی حرارتی)
✓ از ادغام کنترلر و سیستم اصلی یک سیستم کنترلی به دست می آید.
ورودی کنترلر
کنترلر
خروجی کنترلر
سیستم اصلی
(اتاق)
خروجی به سیستم اصلی
مقدارمطلوب و مورد نظر سیستم اصلی
(درجه حرارت مطلوب اتاق)
ورودی به سیستم اصلی
(دبی حرارتی)
(درجه حرارت)
ورودی مزاحم(باز و بسته کردن
پنجره که تحت کنترل نیست
اتلاف انرژی

سیستم های کنترل:

۱- حلقه باز

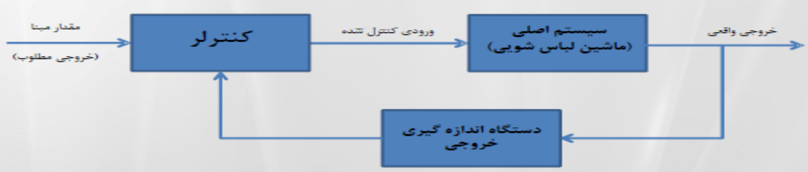
۲- حلقه بسته

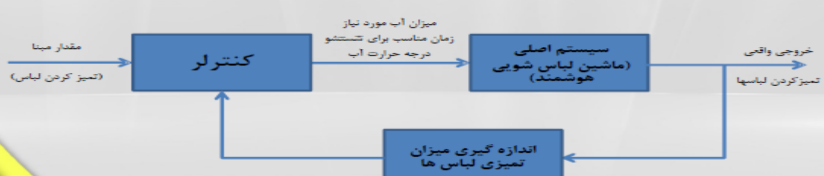
۱- حلقه باز: سیستم های خروجی واقعی سیستم بر عمل کنترلی تاثیر ندارد (خروجی واقعی اندازه گیری نمی شود)



- ✓ خروجی واقعی با خروجی مطلوب مقایسه نمی شود. دقت بستگی به تنظیم سیستم دارد.
- ✓ اگر لباس بیش از حد پیش بینی شده باشد(تغییر در پارامتر سیستم/ ایجاداغتشاش)عملکرد خوبی ندارد.

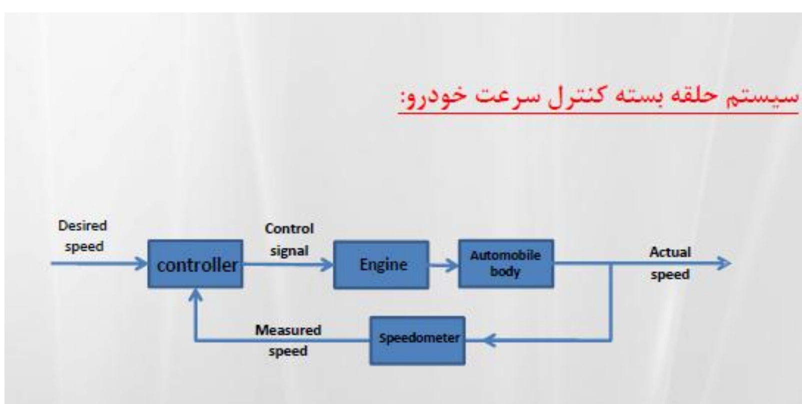
۲- حلقه بسته:سیستم هایی که خروجی واقعی را باخروجی دلخواه مقایسه می کنند و ورودی مناسبی ایجاد می کنند – دقت بالاتری دارند-به اغتشاش کمتر حساس اند



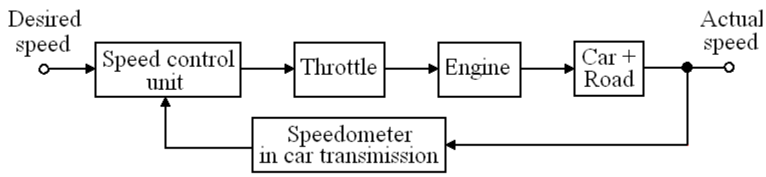


- ✓ با گسیل حباب و اندازه گیری سرعت حرکت حباب مقدار تمیزی لباس ها محاسبه می شود.
- ✓ با وزن لباس ها از حجم آب مورد نیاز محاسبه می شود


سیستم حلقه بسته کنترل درجه حرارت اتاق:
Desired temperature
Thermostat
Gas valve
Furnace
Qin
Qout
House
Actual temperatur
درجه حرارت
23c
دمای هوای مطلوب اتاق
15c
دمای هوای واقعی اتاق
2c
دمای هوای خارج از اتاق
زمان
روشن شدن سیستم کنترل دما


سیستم حلقه بسته کنترل سرعت خودرو:
Desired speed
controller
Control signal
Engine
Automobile body
Actual speed
Measured speed
Speedometer

Cruise Control



Question: Identify:

a) the process,

b) the control input variable,

c) the output variable,

d) the controller.

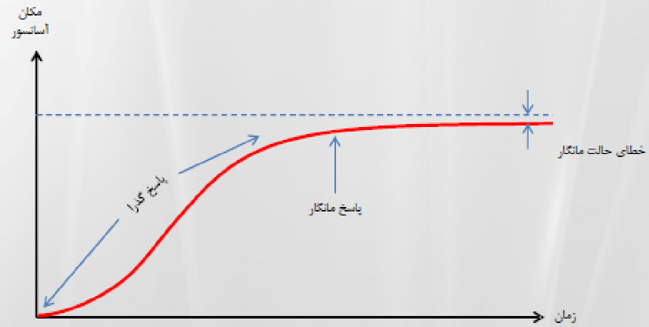
مهمترین اهداف تحلیل و طراحی سیستم های کنترل

- Transient Response پاسخ گذرا
- Steady –State Response پاسخ ماندگار
- Stability پایداری

تحلیل (Analysis): فرآیندی که کارایی سیستم ها را محاسبه می کند.

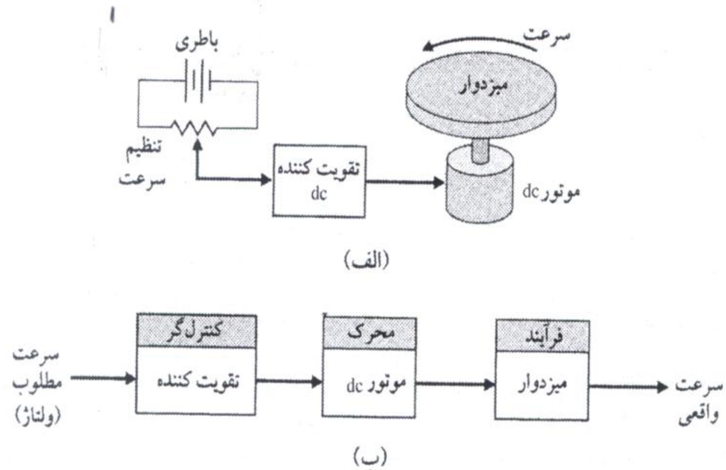
طراحی (Design): فرآیندی که کارآیی سیستم را ایجاد یا تغییر می دهد.

به عنوان مثال یک آسانسور را در نظر بگیرید. فشار دادن دگمه طبقه ۴ورودی به سیستم کنترل که خروجی مطلوب را نشان می دهد



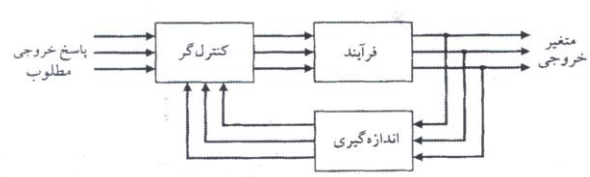
- ✓ اگر پاسخ خیلی سریع باشد آسایش سرنشینان قربانی می شود و اگر خیلی کند باشد صبر سرنشینان لبریز می شود(پاسخ گذرای مناسب)
- ✓ اگر آسانسور به خوبی هم سطح طبقه نشود خطای حالت ماندگار وجود دارد (پاسخ ماندگار مناسب)
- ✓ اگر اشکالی در آسانسور وجود داشته باشد و بدون حد مکان آن افزایش یابد ، نهایتا منجر به خرابی آسانسور میشود (عدم پایداری مناسب)

- قویت کننده است، تولید کند. یک سیستم کنترل حلقه- باز برای ایجاد یک پاسخ مناسب، طبق شکل ۲-۱ از یک کنترل یا یک محرّک استفاده می نماید . سیستم حلقه – باز سیستمی بدون پسخورد است. سیستم کنترل حلقه – باز از یک دستگاه محرّک برای کنترل مستقیم فرآیند و بدون استفاده از پسخورد استفاده می نماید.



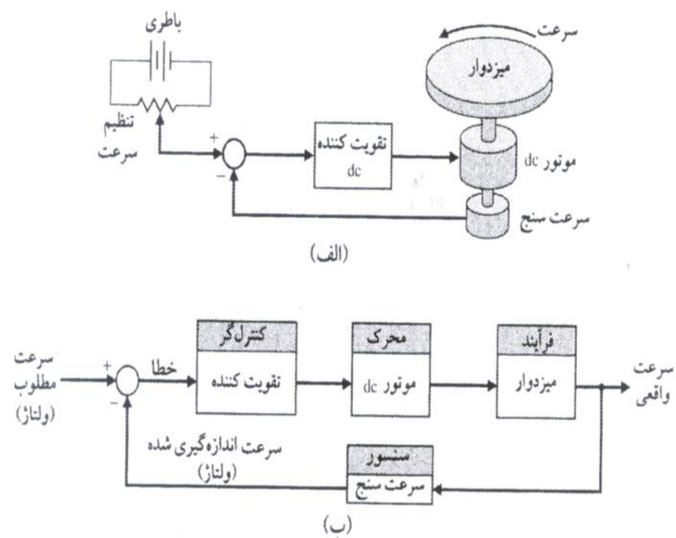
شکل ۲۰-۱. (الف) کنترل حلقه باز (بدون پسخورد) سرعت یک میز دوار. (ب) مدل نمودار بلوکی.

- یک سیستم کنترل حلقه بسته، خروجی را اندازه گرفته و این سیگنال را برای مقایسه آن با خروجی مطلوب (مرجع یا فرمان) پسخورد می نماید.

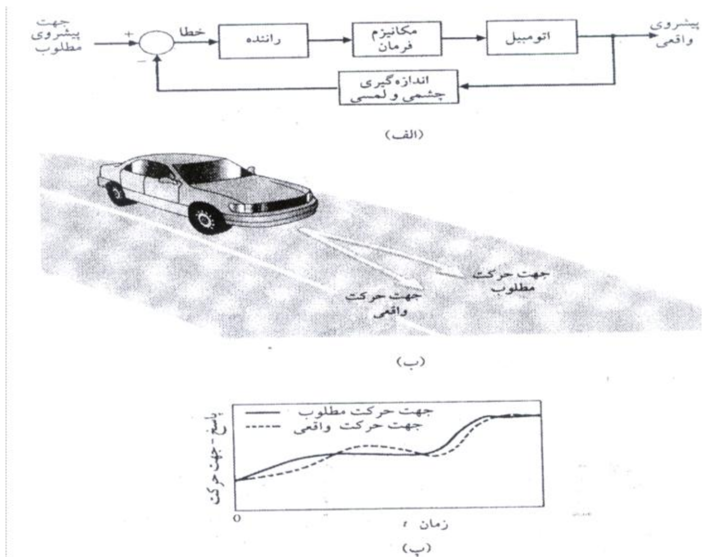


شکل ۴-۱. سیستم کنترل چند متغیره.

- برای تهیه یک سیستم پسخوردی منطبق بر شکل۹-۱ ، ما باید سنسوری را اختیار کنیم. نوعی سنسور مفید برای این کار تاکتومتر یا سرعت سنج است که ولتاژ خروجی آن متناسب با دور شفت است. بنابراین سیستم پسخوردی حلقه بسته مثل شکل(۲۱-۱ (الف) خواهد شد. نمودار بلوکی مدل سیستم پسخوردی در شکل ۲۱-۱ (ب) دیده می شود . ولتاژ خطا از تفاضل ولتاژ ورودی و ولتاژ تاکتومتر حاصل می گردد.



شکل ۲۱-۱. (الف) کنترل حلقه بسته سرعت میز دوار . (ب) مدل نمودار بلوکی .



شکل ۸-۱. (الف) سیستم کنترل فرمان اتومبیل. (ب) راننده تفاضل بین پیشروی واقعی و پیشروی مطلوب را برای تنظیم فرمان بکار می‌برد. (پ) نمونه‌ای از پاسخ جهت پیشروی.

انواع سیستمهای کنترلی
سیستمهای کنترلی پسخور

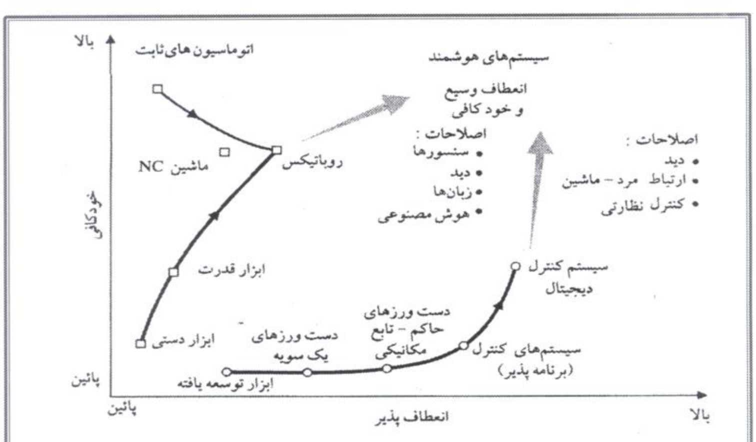
- مفهوم کنترل، انواع سیستم های کنترل کلاسیک و نحوۀ تشخیص اجزای یک سیستم کنترلی:
- سیستم کنترلی به صورت ذیل تعریف کنترل سیستم یعنی به نظم در آوردن رفتار یا خروجی سیستم که راه رسیدن به این خواسته نیز صرفاً تنظیم و کنترل ورودی به آن سیستم است.)) تنظیم و کنترل ورودی به یک سیستم به وسیلۀ کنترلر صورت می گیرد. کنترلر عبارت از مکانیزمی است که با توجه به میزان مطلوب و مورد نظر *خروجی در سیستم اصلی*، *مقدار ورودی* به آن را معین می کند می شود:

تاریخچه کنترل پسخوردار

- : .
- استفاده از پسخورد در یک سیستم کنترل تاریخچه جالبی دارد. اولین کاربرد کنترل پسخورد در ساخت مکانیزم تنظیم شناور در یونان و به سال ۳۰۰ قبل از میلادئ. ساعت آبی Ktesibios از یک تنظیم کننده شناور استفاده می کرد یک چراغ روغنی برای نگهداری ثابت سطح روغن سوخت استفاده می نمود. Heron of Alexandria که در قرن اول بعد از میلاد زندگی می کرد کتابی با تیتر pneumatice چاپ کرد و در آن چندین نوع مکانیزم سطح آب را با تنظیم کننده های شناور نشان می داد

- اولین سیستم پسخورد که در اروپا معرفی شد، دستگاه تنظیم کننده دما، ساخته شده بوسیله Cornelis Drebblel (۱۶۳۳ – ۱۵۷۲) از هلند بود Dennis papin [1   ] (۱۷۱۲– ۱۶۴۷) اولین تنظیم کننده فشار را برای بویلر بخار در سال ۱۶۸۱ اختراع کرد. تنظیم کننده فشار papin نوعی تنظیم گر شبیه به شیر فشار– کوکر بود.
- اولین کنترل گر پسخوردی اتوماتیک در یک فرآیند که همه نیز قبول دارند گاورنر فلای بال(گوی گردان) است که در سال ۱۷۶۹ برای کنترل سرعت موتور بخار طراحی شد.

تکامل سیستم‌های کنترل در آینده



شکل ۱۸–۱. تکامل سیستم‌های کنترل و روباتیکس در آینده.

ارتعاشات مکانیکی

ارتعاشات، یک پدیده دینامیکی و عبارت‌است از دینامیک اجسام قابل تغییر شکل (تغییر مکان در اثر نیرو). هر جسمی که دارای جرم و خاصیت الاستیسیته یعنی حرکت نسبی بین اجزا باشد، قادر به ارتعاش است.

برای تجزیه و تحلیل ارتعاشات سیستم‌های مکانیکی ابتدا باید از سیستم فیزیکی، مدل ریاضی تشکیل دهیم که نمایانگر سیستم مکانیکی حقیقی باشد. بدین‌ترتیب سیستم‌های ارتعاشی را می‌توان بر حسب نوع مدل ریاضی آن‌ها به دو دسته طبقه‌بندی نمود:

۱ـ مدل‌های ناپیوسته یا گسسته که دارای درجه آزادی معینی هستند و توسط معادلات دیفرانسیل معمولی توصیف می‌گردند.

۳ـ مدل‌های پیوسته که دارای بی‌نهایت درجه آزادی هستند و تجزیه و تحلیل آن‌ها منجر به تشکیل معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی می‌گردد.

درجه آزادی: عبارت‌است از حداقل تعداد مختصات یا متغیرهای مکانی مستقل که وضعیت سیستم را در هر لحظه بیان می کند.

این تعریف درجه آزادی برای سیستم‌هایی است که قید هندسی دارند (علاوه بر قید هندسی ممکن است، سیستم دارای قیود دیگری از قبیل قید سرعت و... باشد).

در سیستم های با قید هندسی، تعداد معادلات حرکت برابر تعداد مختصات مستقل یا تعداد درجات آزادی سیستم است.

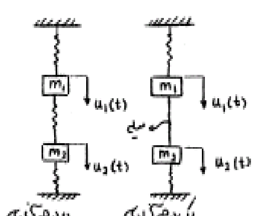
سیستم‌های موردنظر ما در این درس همه دارای قید هندسی هستند و از این پس از قید کلمه قید هندسی صرفه‌نظر می‌کنیم.

سیستم‌های ارتعاشی را بر اساس رفتارشان می‌توان به دو دسته زیر نیز طبقه‌بندی نمود:

۱ـ سیستم‌های خطی: سیستم‌هایی هستند که معادله دیفرانسیل حرکت آن‌ها خطی است. یعنی فقط شامل تابع یا مشتقات آن از توان اول می‌باشد.

۲ـ سیستم‌های غیرخطی: سیستم‌هایی هستند که معادله دیفرانسیل حرکت آن‌ها غیرخطی است، یعنی دارای تابع یا مشتقات تابع با توان بالاتر از یک و یا به صورت کسری است.

تحلیل سیستم‌های خطی بسیار ساده‌تر از سیستم‌های غیرخطی است. مهم‌ترین مزیت سیستم‌های خطی این است که می‌توان در آن‌ها از اصل سوپرپوزیشن (برهم نهش) استفاده نمود.



مثال: دو سیستم نشان داده شده در شکل زیر را در نظر بگیرید. در سیستم سمت راست بین دو جسم m_2, m_1 یک میلهٔ صلب وجود دارد که طول آن ثابت است و باعث می‌شود تغییر مکان دو جسم m_2, m_1 یکسان باشد. اما در سیستم سمت چپ بین دو جسم m_2, m_1 فنری قرار دارد که می‌تواند تحت فشار یا کشش تغییر طول دهد. در این‌صورت تغییر مکان دو جسم m_2, m_1 مستقل از هم خواهد بود.

در سیستم سمت راست طول میله $u_1 - u_2 = \ell$ قید هندسی است.

بنابراین سیستم سمت راست یک سیستم یک درجه آزادی و سیستم سمت چپ یک سیستم دو درجه آزادی است.

$$\boxed{\text{تعداد قیود هندسی ـ تعداد مختصات کل = درجه آزادی}}$$

اجزای یک سیستم ارتعاشی

یک سیستم ارتعاشی به طور کلی شامل وسیله‌ای برای ذخیره انرژی پتانسیل (فنر یا الاستیسیته)، وسیله‌ای برای ذخیره انرژی جنبشی (جرم یا اینرسی) و وسیله‌ای برای استهلاک تدریجی انرژی (دمپر) است. ارتعاش یک سیستم مستلزم تبدیل متناوب انرژی پتانسیل سیستم به انرژی جنبشی و بالعکس می‌باشد. در صورتی‌که سیستم دارای مستهلک کننده (دمپر) باشد، در هر سیکل نوسان مقداری انرژی تلف می‌شود و اگر این انرژی از یک منبع خارجی جایگزین نگردد نوسانات پس از مدت زمان معینی به‌طور کامل مستهلک یا میرا می‌گردد.

ارتعاشات به دو دسته عمومی تقسیم می‌شوند:

۱ـ ارتعاشات آزاد: هنگامی است که یک سیستم بدون حضور نیروی محرک خارجی در اثر نیروهای ذاتی و لاینفک خود تحت یک تحریک اولیه به نوسان درآید. سیستم در ارتعاشات آزاد تحت یک یا چند فرکانس طبیعی خود مرتعش می‌شود. فرکانس‌های طبیعی یک سیستم از ویژگی‌های سیستم هستند و توسط توزیع جرم و سختی سیستم تعیین می‌گردند.

۲ـ ارتعاشات اجباری: ارتعاشی است که تحت اثر نیروهای خارجی انجام می‌شود. وقتی که نیروی محرک خارجی نوسانی است، سیستم اجباراً با فرکانس نیروی محرک مرتعش می‌شود. اگر فرکانس تحریک بر یکی از فرکانس‌های طبیعی سیستم منطبق شود، تشدید یا رزونانس اتفاق می‌افتد و نوسانی با دامنه بسیار بزرگ نتیجه می‌گردد که ممکن است برای سیستم خطرناک باشد.

۲ـ معادلات حرکت

استخراج معادلات حرکت یک سیستم به روش‌های زیر امکان‌پذیر است.

۱- معادلات نیوتن – اولر: برای سیستم های یک درجه آزادی توصیه می شود. $F = ma \quad , M_o = I_o\alpha$

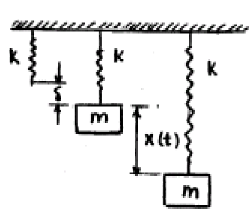
۲- روش انرژی: برای نیروهای کنسرواتیو $(\nabla \times F = 0)$ به کار برده می‌شود.

۳- روش لاگرانژ: برای سیستم های دو درجه آزادی و بالاتر توصیه می‌گردد.

۴- روش همیلتون: برای سیستم های پیوسته به‌کار می‌رود.

مثال : سیستم جرم و فنر زیر را در نظر بگیرید.

وزنه را می‌کشیم و رها می‌کنیم. $\delta_d = 2\delta_s = 2\frac{mg}{k}$



سیستم یک درجه آزادی است، ولی بسته به شرایط اولیه ای که به آن می دهیم دارای بی نهایت حرکت است. از این بی نهایت حرکت در مورد سیستم یک درجه آزادی تنها یک حرکت هارمونیک است که این حرکت «مود طبیعی» نام دارد. سیستم دو درجه آزادی دو مود طبیعی دارد و به همین ترتیب سیستم n درجه آزادی n مود طبیعی دارد. یعنی تعداد مودهای طبیعی سیستم (حرکت های مستقل هارمونیک) برابر با تعداد درجات آزادی سیستم است.

معادله حرکت را برای لحظه t می نویسیم:

$$F = ma$$

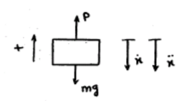
$$+P - mg = m\,(-\ddot{x}) \qquad P = k(x+\delta)$$

$$m\ddot{x} + kx = \overbrace{(mg - k\delta)}^{\text{Const}} \qquad \omega_n^2 = \frac{k}{m}$$

$$x(t) = Ae^{st} \Rightarrow ms^2 + k = 0 \rightarrow s = \pm i\sqrt{\frac{k}{m}} = \pm i\omega_n$$

$$x(t) = A_1 e^{s_1 t} + A_2 e^{s_2 t} = A_1 e^{+i\omega_n t} + A_2 e^{-i\omega_n t}$$

$\boxed{x(t) = C_1 \sin\omega_n t + D_1 \cos\omega_n t} \Rightarrow$ از شرایط اولیه به‌دست می آید. D_1, C_1

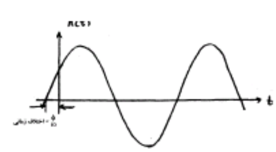


نمایش توابع هارمونیک به‌صورت فازوری

یک حرکت هارمونیک با فرکانس زاویه‌ای ω را که به صورت تابعی از t تعریف شده است، در نظر بگیرید که در آن ثابت‌های α, ω, X به ترتیب دامنه، فرکانس و زاویه فاز نامیده می‌شوند.

$$x(t) = \underset{\downarrow}{X} \sin(\underset{\downarrow}{\omega}\, t + \underset{\downarrow}{\phi})$$

زاویه فاز فرکانس دامنه



$\left.\begin{array}{l} y(t) = x\cos\omega t \\ x(t) = x\sin\omega t \end{array}\right\} \Leftarrow$ ترکیب دو حرکت هارمونیک با دامنه یکسان حرکت روی دایره است.

$$x(t) = X\sin(\omega t + \phi)$$

حرکت هارمونیک را می‌توان به وسیله یک عدد مختلط به‌صورت زیر نیز نمایش داد.

فازور $= \overline{X} = Xe^{i\phi}$

عدد مختلط $\overline{X}$ که تابع هارمونیک را نشان می‌دهد فازور نمایش دهنده هارمونیک نامیده می‌شود.

$$x(t) = \mathrm{Im}(\overline{X}e^{i\omega t}) = \mathrm{Im}(Xe^{i(\omega t+\phi)}) = X\sin(\omega t + \phi)$$

اگر $x(t)$ تغییرمکان باشد، سرعت و شتاب با استفاده از جبر فازوری به صورت زیر محاسبه خواهند شد.

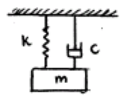
$$x(t) = \mathrm{Im}\left(\overline{X}e^{i\omega t}\right)$$

$$\dot{x}(t) = \frac{d}{dt}\mathrm{Im}\left(\overline{X}e^{i\omega t}\right) = \mathrm{Im}\left(i\omega\overline{X}e^{i\omega t}\right) = \mathrm{Im}\left(i\omega X e^{i(\omega t+\phi)}\right)$$

$$\ddot{x}(t) = \frac{d^2}{dt^2}\mathrm{Im}\left(\overline{X}e^{i\omega t}\right) = \mathrm{Im}\left(-\omega^2\,\overline{X}e^{i\omega t}\right) = \mathrm{Im}\left(-\omega^2\,Xe^{i(\omega t+\phi)}\right)$$

ارتعاشات آزاد

تعریف فرکانس طبیعی: فرکانس نوسانات سیستم ارتعاشی آزاد بدون در نظر گرفتن میرایی، فرکانس طبیعی سیستم نام دارد.



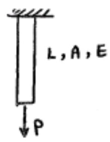
فرکانس یا فرکانس‌های طبیعی یک سیستم (یک یا چند درجه آزادی) از ویژگی‌های آن سیستم هستند و توسط توزیع جرم و سختی در سیستم تعیین می‌گردند. در مورد یک سیستم جرم و فنر فرکانس طبیعی از رابطه زیر به‌دست می‌آید:

$$\boxed{\omega_n=\sqrt{\frac{k}{m}} \quad \text{فرکانس طبیعی}}$$

$$\tau_n=\frac{2\pi}{\omega_n} \quad \text{پریود طبیعی}$$

فرکانس طبیعی سیستم ارتباطی با میرایی سیستم ندارد و مستقل از آن است.

الف ـ ارتعاشات طولی:



ارتعاشات طولی تیر زیر در اثر نیروی محوری P را در نظر بگیرید. برای به‌دست آوردن فرکانس طبیعی ارتعاشات به ترتیب زیر عمل می‌کنیم:

$$\delta=\frac{PL}{AE}\rightarrow k=\frac{P}{\delta}=\frac{AE}{L}$$

$$\omega_n^2=\frac{K}{M}=\frac{AE}{ML}$$

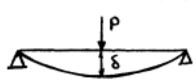
سختی تیر با طول آن نسبت معکوس دارد، یعنی اگر طول یک تیر را نصف کنیم، سختی آن دو برابر می‌شود و به همین منوال اگـر آن را به سه قسمت مساوی تقسیم کنیم، سختی آن سه برابر می‌شود.

ارتعاشات عرضی تیر یک سر درگیر به وزن M را که از انتهای آزاد تحت تاثیر نیروی P قرار گرفته است در نظر بگیرید. فرکانس طبیعی این تیر به‌ترتیب زیر محاسبه می گردد:

$$\delta=\frac{PL^3}{3EI}\Rightarrow k=\frac{P}{\delta}=\frac{3EI}{L^3}$$

$$\omega_n^2=\frac{K}{M}=\frac{3EI}{ML^3}$$

فرکانس طبیعی تاری که مطابق شکل تحت نیروی P قرار گرفته است نیز به روشی مشابه موارد قبل قابل محاسبه است:



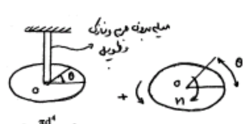
$$\delta=\frac{PL^3}{48EI}\Rightarrow k=\frac{48EI}{L^3}$$

$$\omega_n^2=\frac{K}{M}=\frac{48EI}{ML^3}$$

(مشخصات میله‌ها در شکل فوق: L, E, I)

ج ـ ارتعاشات پیچشی:

برای به‌دست آوردن فرکانس طبیعی دیسکی که توسط میله‌ای صلب به تکیه‌گاهی متصل شده و تحت ممان پیچشی M قرار گرفته است از معادلات حرکت سیستم استفاده می‌کنیم.



$J=\frac{\pi d^4}{32}$ برای دیسک

رابطه اولر:

$$M_o=I_o\,\alpha$$

$$-M=I_o\,\ddot{\theta}$$

$$I_o\,\ddot{\theta}+k_t\theta=0$$

از مقاومت مصالح:

$$\theta=\frac{ML}{GJ}$$

$$k_t=\frac{M}{\theta}=\frac{GJ}{L} \quad \left(\text{برای دیسک} \quad J=\frac{\pi d^4}{32}\right)$$

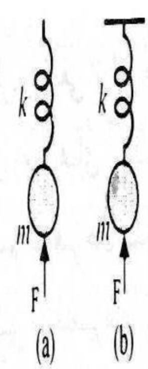
$$I_o\ddot{\theta}+\frac{GJ}{L}\theta=0 \quad \text{معادله حرکت}$$

$\ddot{\theta}+\omega_n^2\,\theta=0$ شکل استاندارد معادله حرکت برای سیستم غیر میرا $\Rightarrow \quad \omega_n^2=\frac{GJ}{LI}$

سیطره کنترل

- ۱. Classical Control {کنترل کلاسیک}
- Design or Root Locus
- ,loop shaping, Apply root locus
- ,transfer function
- Define the
- ۲. Modem control: {کنترل مدرن}
- ...,Robust control
- ۳. {پایداری}stability
- stability criterion ,or Al Lyapunov,s
- Apply
- :Nonlinear control

متغیر هاو معادلات دینامیکی مکانیزمها



شکل (۱-۱)- مجموعه فنر و وزنه به‌عنوان سیستم تحت تأثیر نیروی F.
(a) مجموعهٔ آزاد
(b) مجموعهٔ مقیّد

متغییر حالت

- متغیرهایی که با دانستن مقادیر آنها در هر لحظهٔ مشخص ، بتوان وضعیت و رفتار سیستم را در آن لحظه معین نمود((متغیرهای حالت)) نامیده می شوند.
- برای مثال سیستم فنر و وزنه شکل را در نظر می گیریم. در این سیستم اگر هدف مطالعهٔ حرکت جرم m تحت تأثیر نیروی ثابت f باشد، از قانون دوم نیوتن داریم:
- F=m.a

$$F = m\frac{d^2}{dt^2}x$$

- که در آن f نیروی وارد به جرم m ، x تغییر مکان جرم m و نمایش شتاب جرم $m\frac{d^2}{dt^2}x$ است.
- برای به دست آوردن تغییر مکان x(t) از معادله دیفرانسیل
- مرتبه دوم این سئوال را مطرح می کنیم که چه اطلاعاتی از سیستم مورد نیاز است تا بتوان x(t) را در هر لحظه تعیین نمود. همچنین از قبل می دانیم که برای تعیین x در هر لحظه باید مقدار تغییر مکانِ و سرعت در یک زمان معین قبل از این لحظه مشخص باشد(معمولاً می گوییم که باید تغییر مکان اولیه یا مقدار x را در زمان t=0 و مقدار سرعت را در زمان t=0 بدانیم).

مقدار x در هر زمانی (مانند t) از رابطۀ زیر به دست می آید:

$$x(t) = \frac{1}{2}\frac{F}{m}t^2 + \frac{d}{dt}x(0)t + x(0)$$

- بنابراین در مورد سیستم فوق متغیرهای حالت عبارت از تغییر مکان x و سرعت dx/dt هستند. به عنوان مثالی دیگر سیستم فنر و وزنه شکل را در نظر می گیریم. در اینجا فرض می کنیم که نیروی خارجی F مساوی صفر بوده و سیستم را با یک جا به جایی اولیه به نوسان درآوریم در این صورت اگر ضریب ثابت فنر مساوی k در نظر گرفته شود معادله دیفرانسیل تغییر مکان x جرم m طبق قانون دوم نیوتن به صورت زیر خواهد شد:

- F1+F2=0
- ma=Kx

$$m\frac{d^2}{dt}x + kx = 0$$

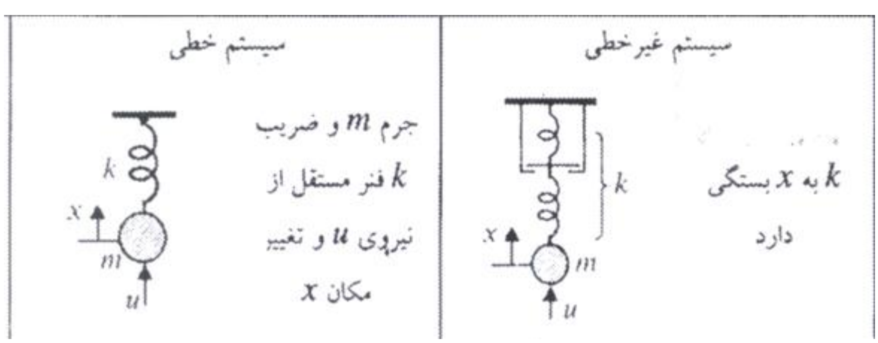
و حل این معادله
عبارت است از:

$$x(t) = A\sin\omega t + B\cos\omega t$$

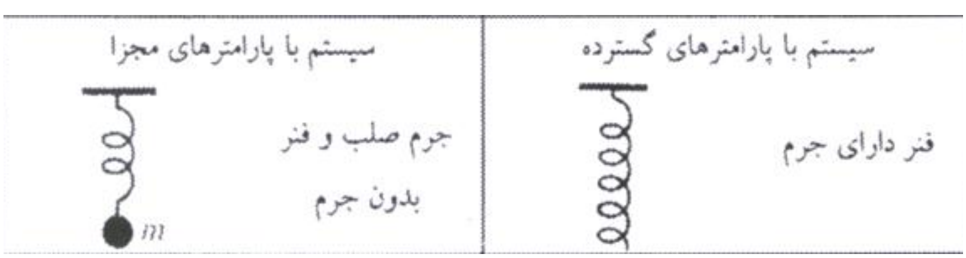
- که در آن $\omega = \sqrt{k/m}$ فرکانس طبیعی این سیستم است. واضح است برای دانستن مقدار x(t) در هر لحظه باید مقادیر ثابت A و B را تعیین نمود. از طرفی می دانیم که برای تعیین A و B باید سرعت اولیه و تغییر مکان اولیه را (به عنوان شرایط اولیه) داشته باشیم . پس با داشتن تغییر مکان وسرعت در یک لحظه مثلاً در t=0 مقدار x(t) تعیین می شود و به عبارتی (در مورد این سیستم) اگر مقادیر x و dx/dt را در هر لحظه بدانیم وضعیت سیستم کاملاً مشخص خواهد بود. بنابراین تغییر مکان وسرعت را می توان به عنوان متغیرهای حالت این سیستم در نظر گرفت.

سیستم های خطی و غیر خطی:

- در بسیاری موارد ، تشخیص خطی یا غیر خطی بودن سیستم مورد مطالعه از اولین قدم های بررسی سیستم به شمار می آید و تصمیم راجع به اینکه آیا می توان سیستم را خطی فرض نمود یا نه، بسیار اساسی است.
- در سیستم فنر و وزنهٔ شکل رابطهٔ بین نیروی $u(t)$ و تغییر مکان $x(t)$ در صورتی خطی است که $x(t)$ حاصل از اعمال مجموع نیروهای $u_1(t)$ و $u_2(t)$ [یعنی $u_1(t)+u_2(t)$] برابر با مجموع تغییر مکان های $x_1(t), x_2(t)$ [که به ترتیب از اعمال $u_1(t)$ $u_2(t)$ حاصل می شوند] باشد. در حالی که در یک سیستم غیر خطی این خاصیت صادق نخواهد بود

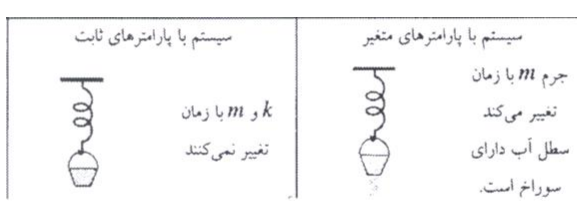


- مثلاً اگر ضریب فنریت k در سیستم فنر و وزنه شکل تابعی از تغییر مکان x باشد سیستم ، غیر خطی است. هم چنین در سیستم خطی اگر ورودی در ضریب ثابت a ضرب شود، خروجی نیز در همان ضریب ضرب خواهد شد. در مورد جرم می توان خاصیت الاستیسیته در نظر گرفت و فنر را نیز اصولاً دارای جرم فرض نمود که در نتیجه اینرسی آن در حرکت سیستم مؤثر خواهد بود. فرآیند تفکیک این خواص در یک سیستم و ترکیب سیستم از اجزاء و المان های ایده آل مانند جرم ایده آل (بدون خاصیت الاستیسیته) و فنر ایده آل (بدون جرم) را تجزیه پارامترها می نامند. از این رو سیستمی را که دارای چنین خاصیتی باشد سیستم با پارامترهای مجزا نامیده و اگر نتوان این خواص را در سیستم یافت آن را سیستم با پارامترهای گسترده می نامند



سیستم با پارامترهای ثابت و پارامترهای متغیر نسبت به زمان

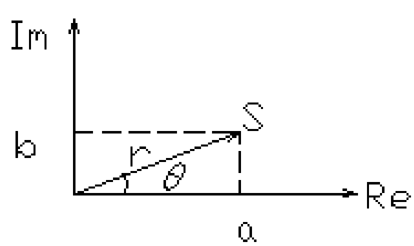
- پارامترهای یک سیستم ممکن است با زمان تغییر کنند. مطابق شکل سوراخ بودن سطل موجب تغییر جرم محتویات آن در طی زمان گردیده از این رو این نوع سیستم را سیستم با پارامترهای تابع زمان می نامند. همچنین در صورتی که پارامترهای سیستم با زمان تغییر نکنند آن را سیستم با پارامترهای مستقل از زمان می نامند.



–اصول ریاضی در سیستمهای کنترل

۱. اعداد مختلط:

$$S = a + jb$$



حقیقی: a

$j = \sqrt{-1}$

مجازی : b

$r = \sqrt{a^2 + b^2} \qquad \theta = Arc\tan(b \backslash a)$

$$s = r\cos(\theta) + jr\sin(\theta) = r(\cos(\theta) + j\sin(\theta)) = re^{j\theta}$$

مثال:پیدا کنید مقدار 1+J

$$r = \sqrt{a^2 + b^2} \qquad \theta = Arc\tan(b \backslash a)$$

$$s = r\cos(\theta) + jr\sin(\theta) = r(\cos(\theta) + j\sin(\theta)) = re^{j\theta}$$

$$1 + j = \sqrt{2}(\cos(\pi \backslash 4) + j\sin(\pi \backslash 4)) = \sqrt{2}e^{j\pi\backslash 4}$$

جمع و تفریق اعداد مختلط :

$$(a_1 + jb_1) \pm (a_2 + jb_2) = (a_1 \pm a_2) + j(b_1 \pm b_2)$$

ضرب و تقسیم اعداد مختلط :

$$(a_1 + jb_1)(a_2 + jb_2) = r_1 e^{j\theta_1} r_2 e^{j\theta_2} = r_1 r_2 e^{j(\theta_1 + \theta_2)}$$

$$\frac{a_1 + jb_1}{a_2 + jb_2} = \frac{r_1 e^{j\theta_1}}{r_2 e^{j\theta_2}} = \frac{r_1}{r_2} e^{j(\theta_1 - \theta_2)}$$

- **ماتریس** به یک آرایش منظم از اعداد گفته می‌شود. به طوری که می‌توان گفت که هر ستون یا هر سطر یک ماتریس، یک بردار را تشکیل می‌دهد. در جبر خطی، می‌توان اثبات کرد که هر نگاشت خطیِ، از فضای به فضای ، هم ارز ((isomorph با یک ماتریس (mسطر و nستون) می باشد. ماتریس‌ها کاربردهای فراوانی در جبر خطی دارند. از جمله در انتقال‌های خطی و در حل دستگاه معادلات خطی. ماتریس‌ها می‌توانند که با همدیگر جمع، از هم تفریق، در هم ضرب یا ... (با قوانین خودشان) بشوند.
- اگر دترمینان یک ماتریس مربعی نا صفر باشد، آنگاه آن ماتریس را ماتریس معکوس‌پذیر نامند.

تبدیل لاپلاس

تبدیل مفهوم تعمیم یافته تابع می باشد ، یعنی رابطه ای که به هر تابع ، تابع دیگری را نسبت دهد، يك تبديل ناميم. از جمله تبدیلات مشهور تبدیل مشتق و انتگرال و مضرب در عبارتی می باشد که معمولاً با نماد زیر بترتیب نشان می دهیم.[۱]

$$D(f(x)) = F'(x)$$

$$\int f(x)dx = F(x) + c$$

$$M(f(x)) = e^{\alpha x} f(x) \quad e^{\alpha x}\text{ ضرب در)}$$

تبديل لاپلاس

تبديل لاپلاس ابزاري است كه معادلات ديفرانسيلي و انتگرالي را تبديل به معادلات جبري ساده مي كند.

معرفي : گوييم تبديل لاپلاس تابع $f(t)$ تابع $f(s)$ است اگر

$$f(s)=\int_{0}^{+\infty} e^{-st} f(t)dt$$

شرط وجود تبديل لاپلاس براي تابع $f(t)$ اين است كه بتوا نيم تابعي به فرم Ae^{-at}, $(A, a>0)$ بيابيم كه براي $t>0$

$$|f(t)| \le Ae^{-at}$$

خاصیت اول :

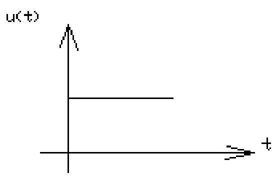
تبدیل لاپلاس یک تبدیل خطی است.

$$L\{af(t)+bg(t)\}=aL\{f(t)\}+bL\{g(t)\}$$

خاصیت دوم :

تبدیل لاپلاس تابع پله :(step function)

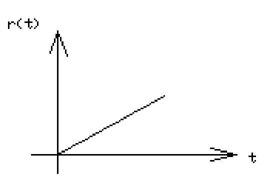
$$u(t)=\begin{cases}1, t<0\\0, t>0\end{cases}$$



$$L\{u(t)\}=\int_0^{+\infty}e^{-st}dt=1/s$$

خاصیت سوم :

تبدیل لاپلاس تابع شیب :(Ramp function)



$r(t)=tu(t)$

$$R(s)=L\{r(t)\}=\int_0^{+\infty}te^{-st}dt=1/s^2$$

خاصیت چهارم :

تبدیل لاپلاس تابع sin(at).u(t)

تبدیل لاپلاس توابع پرکاربرد (متداول) :

	Function	Laplace transform
۱	$u(t)$	$\frac{1}{s}$
۲	$r(t)=t.u(t)$	$\frac{1}{s^2}$
۳	$\frac{t^{n-1}}{(n-1)!}u(t)$	$\frac{1}{s^n}$
۴	$e^{-at}u(t)$	$\frac{1}{s+a}$
۵	$\sin(at).u(t)$	$\frac{a}{s^2+a^2}$
۶	$\cos(at).u(t)$	$\frac{s}{s^2+a^2}$
۷	$\cosh(at)$	$\frac{s}{s^2-a^2}$
8	$\sinh(at)$	$\frac{a}{s^2-a^2}$
9	$\frac{1}{a}(1-e^{-at})$	$\frac{1}{s(s+a)}$
۱۰	$\frac{1}{b-d}(be^{-bt}-ae^{-at})$	$\frac{1}{(s+b)(s+a)}$
۱۱	$e^{-at}\sin(bt)$	$\frac{b}{(s+a)^2+b^2}$
۱۲	$e^{-at}\cos(bt)$	$\frac{s+a}{(s+a)^2+b^2}$

قضایای تبدیل لاپلاس :

۱. شرط وجود تبدیل لاپلاس برای تابع f(t) عبارت است از :

$$f(t) = 0, t < 0$$

$$\left| f(t) \right| \le Ae^{-at}, A, a > 0$$

۲. شیفت *زمانی* : اگر تبدیل لاپلاس f(t) تابع F(s) باشد مطلوب است تبدیل لاپلاس f(t-a) .

$$f(t) \xrightarrow{L} F(s)$$

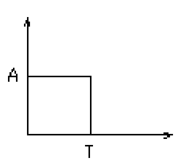
$$f(t-a) \xrightarrow{L} e^{-as} F(s)$$

$$L\{f(t-a)\} = \int_0^{+\infty} e^{-st} f(t-a)dt \xrightarrow{t-a=\tau} = \int_{-a}^{+\infty} e^{-s(\tau+a)} f(\tau)d\tau = \int_0^{+\infty} e^{-s(\tau+a)} f(\tau)d(\tau) =$$

$$e^{-sa} \int_0^{+\infty} e^{-st} f(\tau)d(\tau) = e^{-sa} L\{f(t)\} = e^{-sa} F(s)$$

۳. *تبدیل لاپلاس تابع پالس* :

$$p(t) = \begin{cases} 0, t < 0 \\ A, 0 \le t \le T \\ 0, t > T \end{cases}$$

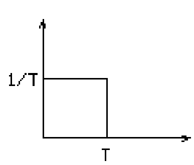


$$L\{p(t)\} = L\{Au(t) + Au(t-T)\} = A(L\{u(t)\} - L\{u(t-T)\}) = A(\frac{1}{s} - e^{-Ts} \times \frac{1}{s}) = \frac{A}{s}(1 - e^{-ts})$$

معرفی تابع $\delta(t)$ (ضربه ویراک) :

برای تعریف تابع $\delta(t)$ p(t) را به صورت زیر در نظر می گیریم :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} p(t)dt = 1$$



$$\delta(t) = Lim_{t \to 0}\, p(t) \Rightarrow \delta(t) = \begin{cases} 0, t <> 0 \\ \infty, t = 0 \end{cases}$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t)dt = \int_{0^-}^{0^+} \delta(t)dt = 1$$

. 6

$$L\{\delta(t)\}=1 \Rightarrow L\{\delta(t-t_0)\}=e^{-st_0}$$

.۷

$$L\{f(t)\}=F(s) \Rightarrow L\{f(at)\}=\frac{1}{|a|}F(\frac{s}{|a|})$$

.۸ اگرتبدیل لاپلاس f(t) تابع F(s) باشد مطلوب است تبدیل لاپلاس : $f'(t)$

$$L\{f'(t)\}=\int_{0}^{+\infty} f'(t)e^{-st}dt = sF(s)-f(0)$$

$$L\{f''(t)\}=s^2F(s)-sf(0)-f'(0)$$

$$L\{f^{(n)}(t)\}=s^{(n)}F(s)-s(^{n-1)}f(0)-s^{(n-2)}f'(0)............-f^{(n-1)}f(0)$$

تمرین

$$L\{\cos(at)\}=\frac{s}{s^2+a^2}$$

$$L\{e^{-bt}\cos(at)\}=\frac{s+b}{(s+b)^2+a^2}$$

معکوس تبدیل لا پلاس :

تابع f(t) که لاپلاس آن تابع F(s) مي باشد را معکوس تبديل لاپلاس F(s) گويند.

$$f(t) = L^{-1}\{F(s)\}$$

مثال:

$$-F(s) = \frac{1}{s+2} \Rightarrow f(t) = e^{-2t}u(t)$$

$$-F(s) = \frac{1}{s(s+2)} = \frac{a}{s} + \frac{b}{s+2} = \frac{\frac{1}{2}}{s} - \frac{\frac{1}{2}}{s+2} \Rightarrow f(t) = \tfrac{1}{2}u(t) - \tfrac{1}{2}e^{-2t}u(t)$$

$$f(t) = \tfrac{1}{2}(1 - e^{-2t})u(t)$$

$$-F(s) = \frac{1}{(s+1)(s^2 - 5s + 3)} = \frac{a}{s+1} + \frac{b}{s-4.3} + \frac{c}{s-0.7} = \frac{\frac{1}{9}}{s+1} + \frac{\frac{1}{19}}{s-4.3} - \frac{\frac{1}{6}}{s-0.7}$$

$$f(t) = \tfrac{1}{9}e^{-t}u(t) + \tfrac{1}{19}e^{4.3t}u(t) - \tfrac{1}{6}e^{0.7t}u(t)$$

اگر F(s) یک تبدیل لاپلاس و به صورت کسري و گویا باشد که D(s),N(s) چند جمله ایهای از s باشند:

$$F(s)=\frac{N(s)}{D(s)}$$

دراین صورت اگر $D_N>D_D$ تابع F(s) را Non proper گویند.
اگر $D_N<=D_D$ تابع F(s) را Proper گویند
اگر $D_N<D_D$ تابع F(s) را Strictly proper گویند

در حالت کلي تابع F(s) به صورت زیر مي باشد :

$$F(s)=\frac{a_n s^n+a_{n-1}s^{n-1}\ldots\ldots\ldots\ldots+a_1 s+a_0}{b_m s^m+b_{m-1}s^{m-1}\ldots\ldots\ldots+b_1 s+b_0}$$

در صورتي که n>m باشد:

$$F(s)=q(s)+\frac{R(s)}{D(s)}$$

q(s) خارج قسمت و R(s) باقیمانده تقسیم N(s) بر D(s) مي باشد.

$$F(s)=c_{n-m}s^{n-m}+c_{n-m-1}s^{n-m-1}\ldots\ldots\ldots\ldots+c_1 s+c_0+\frac{d_{m-1}s^{m-1}\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots+d_1 s+d_0}{b_m s^m+b_{m-1}s^{m-1}\ldots\ldots\ldots\ldots+b_0}$$

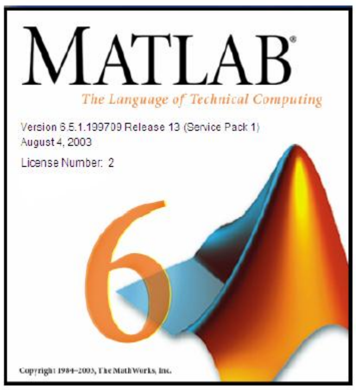
برای محاسبه توابعي که ریشه مضاعف دارند:

$$\frac{s+4}{(s+2)^2(s+1)}=\frac{a_1}{s+2}+\frac{a_2}{(s+2)^2}+\frac{b}{s+1}\Rightarrow b=3$$

$$\frac{s+4}{s+1}=a_1(s+2)+a_2+b\frac{(s+2)^2}{s+1}\Rightarrow a_2=-2,\left[\frac{s+4}{s+1}=a_1(s+2)+a_2+b\frac{(s+2)^2}{s+1}\right]'$$

$$\frac{-3}{(s+1)^2}=a_1+0+\frac{b\times 2(s+2)(s+1)-b(s+2)^2}{(s+1)^2}\xrightarrow{s=-2}a_1=-3$$

آشنایی با نرم افزاز متلب



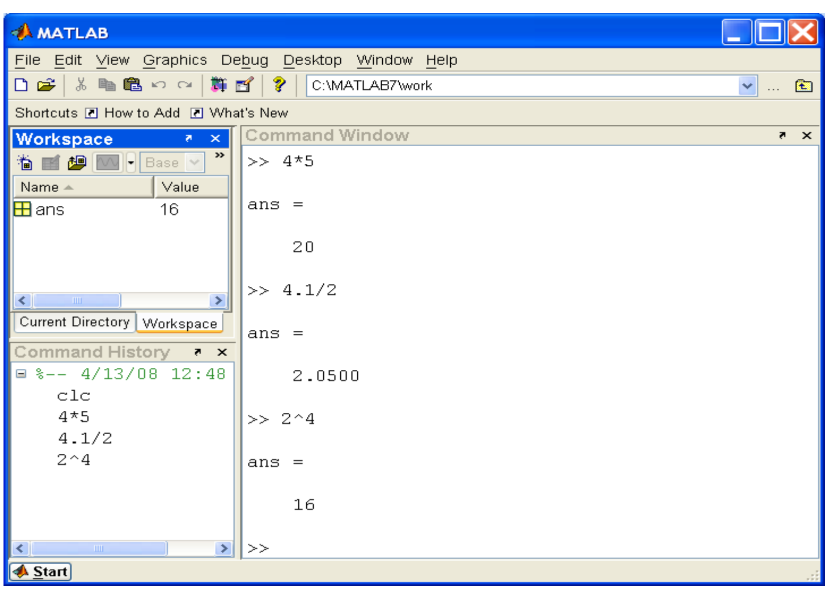
۱-۱ MATLAB چیست؟

نرم افزار MATLAB برنامه کامپیوتری است که برای کسانی که با محاسبات عددی، و بویــژه جبر خطی سر و کار دارند، تهیه شده است. نام این نرم افزار از عبارت انگلیسی MATrix LABoratory اقتباس شده و هدف اولیه آن قادر ساختن مهندسین و دانشمندان به حــل مســائل شــامل عملیــات ماتریسی بدون نیاز به نوشتن برنامه در زبانهای برنامه نویســی متــداول همچــون C و FORTRAN بود. با گذشت زمان قابلیتهای بسیار بیشتری به این نرم افزار افزوده شده اند بطــوری کــه در حــال حاضر MATLAB به ابزار پر قدرتی برای ترسیم داده ها، برنامه نویسی و انجام محاسبات مهندســی و پژوهشی تبدیل شده است.

مقدمه – Matlab در نقش یک ماشین حساب

- ساده ترین کارهایی که با MATLAB می توان انجام داد همان اعمالی است که یک ماشین حساب مهندسی پیشرفته انجام می دهد. جمع، تفریق، ضرب، تقسیم، حل معادله، انتگرال و رسم نمودار، برنامه نویسی و ...
- بعد از اجرای نرم افزارچند پنجره ظاهر می شود. یکی از این پنجره ها command window نام دارد. در این محیط دستورات MATLAB نوشته و اجرا می شوند.

مقدمه – محیط نرم افزار Matlab



بعضی از قابلیت های Matlab

- تعریف و استفاده از متغیرها
- محاسبات ماتریسی
- نوشتن M-file (کدنویسی)
- دستورات حلقه و شرط
- دستورات ورودی – خروجی
- تعریف و فراخوانی توابع
- رسم نمودار

در طول این جزوه علامت » علامتی است که در محیط کار موجود است و نشان دهنده محل نوشتن دستورات می باشد. شما نیازی ندارید که آن را بنویسید.

۱-۲ استفاده از help

در صورتی که بخواهید در مورد دستور و یا تابع خاصی اطلاعاتی بـه دسـت بیـاورید مـی توانیـد در پنجره MATLAB کلمه help و پس از آن نام دستور یا تابع مورد نظر را نوشته و کلید بازگشـت را فشار دهید:

```
» help magic

 MAGIC  Magic square.
   MAGIC(N) is an N-by-N matrix constructed from the integers
   1 through N^2 with equal row, column, and diagonal sums.
   Produces valid magic squares for N = 1,3,4,5,...
```

روش دیگر استفاده از help بکار بردن دستور helpwin است. این دستور پنجره کمک MATLAB را باز می کند و اجازه می دهد تا توضیحـات مـورد نیـاز را در پنجـره جـداگانـه ای بدسـت آوریـد. توضیحات داده شده در این پنجره همانهایی هستند که دستور help ارائه می نماید.

لازم به توضیح است که نام دستورات و توابع در help با حروف بزرگ آورده مـی شـوند در حالیکـه MATLAB نسبت به بزرگ و کوچک بودن حروف حساس است و هنگام استفاده از این دستورات و توابع باید آنها را با حروف کوچک بکار برد.

۲- عملیات ابتدایی

۱-۲ تعریف کردن آرایه ها و عملیات جبری روی آنها

در MATLAB چهار نوع آرایه می توان تعریف کرد:

۱. اعداد اسکالر که تک عضوی هستند.

۲. بردارها که شامل یک سطر یا ستون می باشند (یک بعدی).

۳. ماتریسها که از اعضای چیده شده در یک آرایش مربعی تشکیل می گردند (دو بعدی).

۴. آرایه های با ابعاد بیش از دو.

اعضای یک آرایه می توانند عدد و یا حرف باشند و تفاوتی بین اعداد صحیح و اعشاری وجود نـدارد. در صورت جایگزینی یک عـدد و یـا حـرف در یـک متغـیر، MATLAB مقـدار جـایگزین شـده را بلافاصله نشان می دهد مگر آنکه عبارت تعریف متغیر با semicolon خاتمه یابد.

تعریف متغیر

- در MATLAB نیاز به تعریف متغیر وجود ندارد.
- متغیرها از نوع double (۸ بایت) فرض می شود.
- MATLAB زبانی حساس به حالت حروف (بزرگ/کوچک) است.
(فقط برای نام متغیرها و نه نام توابع)
- مثال:

x = 23;

متغیری به نام x از نوع double با مقدار ۲۳ ایجاد می شود.

علامت ; باعث می شود خروجی نمایش داده نشود.

چند دستور Matlab

- دستور whos: لیست متغیرهای تعریف شده در حال حاضر.
- دستور who: لیست خلاصه متغیرهای تعریف شده در حال حاضر
- دستور clear: پاک کردن یک متغیر از حافظه.
- دستور clc: پاک کردن پنجره command
- دستور help: راهنمای Matlab
- دستور exit: خروج از Matlab

متغیرهای از پیش تعریف شده

- pi: عدد
- Inf و inf: بی نهایت
- i و j: رادیکال منفی یک (قسمت موهومی عدد مختلط)
- ans: آخرین جواب
- RealMax: بزرگترین عدد حقیقی قابل نمایش (تابع)
- RealMin: کوچکترین عدد حقیقی قابل نمایش (تابع)

تعریف متغیر:

```
<< num_students = 25

<< Complex_number = 1+2j
```

عملگرهای ریاضی:

Addition +

Subtraction -

Multiplication *

Division /

Left division \

Power ^

عملگرهای ریاضی (Arithmetic)

plus	Plus	+
uplus	Unary plus	+
minus	Minus	-
uminus	Unary minus	-
mtimes	Matrix multiply	*
times	Array multiply	.*
mpower	Matrix power	^
power	Array power	.^
mldivide	Backslash or left matrix divide	\
mrdivide	Slash or right matrix divide	/
ldivide	Left array divide	.\
rdivide	Right array divide	./

عملگرهای مقایسه ای (Rational)

eq	Equal	==
ne	Not equal	~=
lt	Less than	<
gt	Greater than	>
le	Less than or equal	<=
ge	Greater than or equal	>=

```
» a=2.5

a =

   2.5000

» a=3.2;
» a


a =

   3.2000

» p='hello'

p =

hello
```

MATLAB بین حروف کوچک و بزرگ فرق قائل است:

```
» A
??? Undefined function or variable 'A'.
```

از آنجا که نشان دادن مقادیر به شکل فوق قدری طولانی است معمولا" بهتر است که در انتهای دستور معرفی متغیر از semicolon استفاده کرد. در صورتی که این عمل را فراموش کنید و برنامه شروع به نشان دادن مقادیر یک آرایه طولانی نماید کافی است که CONTROL C را فشار دهید تا نشان دادن مقادیر متوقف گردد. همانطور که در بالا دیدید همیشه می توان با نوشتن نام متغیر مقدار آن را مشاهده نمود. همچنین مشاهده می کنید MATLAB یک خط فاصله بین دستورها می گذارد. برای حذف این خطوط اضافی می توانید از دستور زیر استفاده کنید:

```
» format compact
```

برای تعریف بردارهای عددی حتما" باید از کروشه استفاده کرد ولی استفاده از آنها برای متغیرهای حرفی الزامی نیست. حالت خاصی از بردار (که در توابع MATLAB به عنوان جای خالی استفاده بسیاری دارد) عبارتست از بردار تهی که به صورت [ ] تعریف می گردد.

اکنون چند بردار تعریف می کنیم:

```
» v=[1 2 3]
v =
   1   2   3
» w=['abcd' '1234']
w =
abcd1234
```

تابع (function)

function y = f1(x1, x2, x3)

می توان چند خروجی هم داشت:

function [y1, y2] = f2(x1, x2)

در نام تابع از فاصله نمی توان استفاده کرد.

با دستور `>> help elfun` می توان توابع مقدماتی Matlab را مشاهده نمود. تعدادی از آن ها در زیر آورده شده اند:

توابع:

۱. مثلثاتی:

Sin(x) - *Sine.*

Cos(x) - *Cosine.*

Acos(x) - *Inverse cosine.*

Tan(x) - *Tangent.*

Atan(x) - *Inverse tangent.*

Sec(x) - *Secant.*

Csc(x) - *Cosecant.*

۲. مختلط:

Abs(a+bj)	*- Absolute value.*
Angle(a+bj)	*- Phase angle.*
Complex(a,b)	*- Construct a+bj.*
Conj(a+bj)	*- Complex conjugate.*
Imag(a+bj)	*- Complex imaginary part.*
Real(a+bj)	*- Complex real part.*

۳. نمایی و لگاریتمی:

Exp(x)	*- Exponential.*
Log(x)	*- Natural logarithm.*
log10(x)	*- Common (base 10) logarithm.*
log2(x)	*- Base 2 logarithm.*
Realpow(x,y)	*- Element-by-element powers*
Pow2(x)	*- Base 2 power.*
Sqrt(x)	*- Square root.*

توابع کتابخانه ای ...

- sin, sind
- cos, cod
- tan, tand
- asin, asind
- acos, acosd
- atan, atand
- atan2

[ادامه] توابع کتابخانه ای ...

- exp
- log
- log10
- factorial
- Fix
- B = *fix*(A) rounds the elements of A toward zero, resulting in an array of integers.
- Floor
- function rounds the elements of A to the nearest integers less than or equal to A
- Ceil
- function rounds the elements of A to the nearest integers greater than or equal to A.

[ادامه] توابع کتابخانه ای ...

- abs
- sqrt
- inv
- eye(ایجاد ماتریس واحد)
- zeros(ایجاد ماتریس حاوی فقط صفر)
- ones
- plot

برای مشاهده ی توابع پیشرفته تر از دستور help specfun و help elmat استفاده می کنیم.

مثال ۱:

```
A = (1+sqrt(5))/2
A =  ۱,۶۱۸۰
```

مثال ۲:

```
B = abs(3+4i)
B = ۶
```

ماتریس ها و دستگاه های معادلات جبری

ماتریس ها یا آرایه ها در Matlab از اهمیت زیادی برخوردارند زیرا همانطور که گفته شد این نرم افزار در واقع آزمایشگاه ماتریس می باشد و قبل از انجام اکثر محاسبات به صورت خودکار آرایه ای از متغیرها ایجاد شده و محاسباتی بر مبنای روش های عددی بر روی آن ها صورت می گیرد. گذشته از این، آرایه ها در اکثر زبان های برنامه نویسی مفهومی مشخص و کاربردی دارند که این امکان در Matlab وجود دارد که متغیرهای استفاده شده را (که خانه هایی از حافظه ی RAM کامپیوتر می باشند) به صورت گرافیکی در کادر Work Space ملاحظه نمایید.

نحوه تعریف ماتریس

A = [3 -9 4; -5 3 6] $\begin{bmatrix} 3 & -9 & 4 \\ -5 & 3 & 6 \end{bmatrix}$

- ماتریس تهی:

A = [];

- تعریف یک بردار:

X = 0:4

➔ X = [0 1 2 3 4];

X = (0:0.2:1)’

➔ X = [0; 0.2; 0.4; 0.6; 0.8; 1]

تعریف ماتریس

```
>> A = [2 5 -1 ; 3 7 2 ; -4 5 1]

A =

     2     5    -1
     3     7     2
    -4     5     1
```

- ✓ آرایه هاي هر سطر به وسیله فاصله جدا می شوند.
- ✓ یک سطر با یک سمی کالن تمام می شود.

نحوه تعریف ماتریسها به صورت زیر است:

```
» m=[1 2 3
4 5 6]
m =
  1  2  3
  4  5  6
» n=['abcd'
'1234']
n =
abcd
1234
```

انجام عملیات روی ماتریس ها

- ✓ برای محاسبه ی ترانهاده ی ماتریس از دستور `A'` استفاده می کنیم.
- ✓ برای محاسبه ی دترمینان ماتریس از دستور `det(A)` استفاده می کنیم.
- ✓ برای انجام جمع و تفریق روی ماتریس ها از عملگرهای + − استفاده می کنیم.
- ✓ برای ضرب ماتریسی دو ماتریس از عملگر × استفاده می کنیم.
- ✓ برای ضرب آرایه ی دو ماتریس از عملگر .× استفاده می کنیم.
- ✓ برای پیدا کردن ماتریس معکوس از تابع `inv()` استفاده می کنیم.

مثال

```
A = [1 2 3; 4 5 6; 3 4 7];
B = [2 3; 1 1; 4 5];
C = A * B
D = B * A
E = A ^ 2
F = B ^ 2
G = B .^ 2
```

غیر مجاز (D = B * A)

جبر چند جمله ای ها

در Matlab هر چند جمله ای بصورت یک ماتریس سطری تعریف می شود که آرایه های آن ضرایب چند جمله ای می باشند. به عنوان مثال ماتریس زیر معادل چند جمله ای $3x^4 + x^2 + 4x - 2$ بصورت زیر تعریف می شود:

```
<<A = [3 0 1 4 -2]
```

به این نکته دقت داشته باشید که تعریف ماتریس به معنای تعریف چند جمله ای نیست بلکه از دستوراتی که بعد از تعریف ماتریس بر روی آن اعمال می کنیم، Matlab با آن ماتریس همانند یک چند جمله ای رفتار می کند.

- ✓ برای جمع و تفریق دو چند جمله ای می توانیم از + و − استفاده کنیم. (در صورت یکسان نبودن تعداد جملات باید برای جمله ی غائب، ضریب صفر در نظر بگیریم.

- ✓ برای ضرب و تقسیم دو چند جمله ای از دستورات `conv (A,B)` و `deconv (A,B)` استفاده می

- ✓ برای محاسبه ی ریشه های یک چند جمله ای از دستور `roots (A)` استفاده می کنیم.
- ✓ برای بدست آوردن یک چند جمله ای از روی ریشه های آن از دستور `poly (A)` استفاده می کنیم. (با استفاده از این دستور، عملی عکس دستور `roots` انجام می گیرد.)
- ✓ با استفاده از دستور `help polyfun` می توان لیست دستورات چند جمله ای ها را مشاهده نمود.

حل دستگاه های معادلات جبری

دستگاه زیر را در نظر بگیرید:

$$\begin{cases} 7x_1 - 3x_2 - 4x_3 = -11 \\ -3x_1 + 6x_2 - 2x_3 = 3 \\ -4x_1 - 2x_2 + 11x_3 = 25 \end{cases}$$

می توان این دستگاه را با ماتریس های زیر مشخص کرد:

$$A = \begin{bmatrix} 7 & -3 & -4 \\ -3 & 6 & -2 \\ -4 & -2 & 11 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} -11 \\ 3 \\ 25 \end{bmatrix}$$

جواب دستگاه با استفاده از دستور A\B بدست می آید:

```
>> A = [7 -3 -4;-3 6 -2;-4 -2 11]
>> B = [-11;3;25]
>> A\B

ans =

    1.0000
    2.0000
    3.0000
```

ترسیم نمودارهای دو و سه بعدی

Matlab دارای امکانات وسیعی برای نمایش اطلاعات به صورت گرافیکی می باشد. این اطلاعات می تواند مقادیر بدست آمده از یک آزمایش تجربی و یا یک نمودار ریاضی باشد که می تواند به شکل های مختلفی نمایش داده شود. نوع نمودارها در Matlab می تواند خطی، ستونی، هیستوگرام و یا دایره ای باشد. همچنین ترسیم نمودارهای سه بعدی به صورت رویه و یا برش عرضی نیز ممکن است. ترسیم نمودارها در فضای مختلط (چهار بعدی) نیز به سادگی امکان پذیر است.

در اینجا تنها به نمودارهای خطی دو و سه بعدی می پردازیم.

نمودارهای دوبعدی:

ساختار دستور آن در Matlab به اینصورت است:

```
X =  ابتدای بازه : گام : انتهای بازه ;
y = معادله ی ریاضی ;
Plot(x,y)
```

🖎 برای عملیات ضرب، توان و تقسیم باید قبل از عملگر از نقطه استفاده شود.

🖎 برای مشبک شدن نمودار پس از وارد کردن خط سوم (با نگاه داشتن دکمه ی **Enter**) دستور **grid on** را وارد کنید.

مثال: (پس از وارد کردن خط سوم برای وارد کردن خط آخر **Shift** را نگه داشته و **Enter** را فشار دهید.)

```
>> X = -2*pi:1/100:2*pi;
>> y = sin(x);
   plot(x,y)
   grid on
```

این دستورات نمودار $y=\sin(x)$ را در بازه ی $(-2\pi,2\pi)$ با گام های `0.01` ترسیم می کند.

```
>> X = -2*pi:1/100:2*pi;
>> y1 = sin(x);
>> y2 = cos(x);
>> y3 = sin(x)+cos(x);
   plot(t,y,t,y2,t,y3)
   grid on
```

این دستورات سه نمودار را در بازه ی $(-2\pi,2\pi)$ ترسیم می کند.

نمودارهای سه بعدی:

ساختار دستور آن در Matlab به اینصورت است:

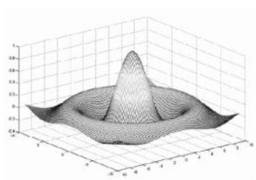
```
[X,Y] = meshgrid([ ابتدا : گام : انتها ]);
```

```
z = معادله ی ریاضی بر حسب دو متغیر دیگر;
```

```
mesh(x,y,z)
```

مثال:

```
>> [X,Y] = meshgrid([-3*pi:0.2:3*pi]);
>> Z = sin(sqrt(X.^2 + Y.^2))./sqrt(X.^2 + Y.^2);
>> mesh(X,Y,Z)
```



این دستورات نمودار تابع سینک را در فضای سه بعدی در بازه ی $(-3\pi,3\pi)$ ترسیم می کند.

✓ دستور ezsurf نمودار تابع را در بازه ی $-2\pi < x,y < 2\pi$ بر حسب z رسم می کند.

مثال: (ترسیم نمودار $z = x^2 + y^2$)

```
>> syms x y
>> ezsurf(x^2+y^2)
```

مشتق، حد، انتگرال و حل معادلات دیفرانسیل

محاسبه ی مشتق

فرم کلی دستور بدین صورت است:

```
>> syms x
>> f = تابع مورد نظر
>> diff(f, متغیر مشتق, مرتبه ی مشتق)
```

syms از واژه ی Symbol به معنای نمادین گرفته شده است و در خط اول، این دستور یک متغیر نمادین تعریف می کند. (و نه متغیر عددی)

مثال 1:

```
>> syms x
>> f = sin(x)
>> diff(f,x,1)

ans =
     cos(x)
```

```
>> syms x
>> f = x*exp(x)
>> diff(f,x,5)

ans =
    5*exp(x)+x*exp(x)
```

محاسبه ی حد

```
>> syms x
>> f = تابع مورد نظر
>> limit(f,x,a)
```
$\equiv \lim_{x \to a} f(x)$

مثال 1

```
>> syms x
>> f = (1+1/x)^x
>> limit(f,x,inf)

ans =
      exp(1)
```

محاسبه ی انتگرال

```
>> syms x
>> f = تابع مورد نظر
>> int(f,x)
```
$\equiv \int f(x)dx$

✓ برای محاسبه ی انتگرال معین از دستور زیر استفاده می کنیم:

```
>> int(f,x,a,b)
```
$\equiv \int_a^b f(x)dx$

مثال 1:

```
>> syms x
>> f=sin(x)*x
>> int(f,x)

ans =
     sin(x)-x*cos(x)
```

✓ برای محاسبه ی مجموع یک دنباله از دستور روبرو استفاده می کنیم:

$\sum_{n=a}^{b} f(n)$ ≡ `symsum(f,n,a,b)`

✓ برای محاسبه ی سری تیلور از دستور روبرو استفاده می کنیم: `taylor(f,b,a)`

یاد آوری: سری تیلور بسط هر تابع را حول نقطه ی a بدست می دهد:

$$\sum_{n=0}^{b}(x-a)^n \frac{f^n(a)}{n!}$$

در دستور بالا اگر a را بکار نبریم سری مک لوران محاسبه می شود.

با اجرای دستور `>> taylortool` یک محیط گرافیکی برای محاسبه ی سری تیلور فراخوانی می شود.

حل معادله دیفرانسیل

- برای حل معادله دیفرانسیل درمتلب از تابع dsolve استفاده میشه . هر نوع معادله خطی با هر مرتبه ای قابل حل هست . در متلب به صورت پیش فرض متغیر وابسته رو با حرف y و متغیر مستقل رو با حرف t نمایش میده .و میزان مرتبه مشتق هم با حرف D و یه عدد بعدش که نماینده مرتبه مشتق هست نمایش میده . اگه متغیر مستقل شما با t نمایش داده نشده باشه باید حتما مشخص بشه که فکر کنم آخرین ارگومان از تابع میاد . وقتی شرایط اولیه رو هم مشخص نکنید جواب عمومی معادله رو به دست میاره و نمایش میده . اما اگه شرایط اولیه رو بدید هم جواب خصوصی رو به شما میده . برای نمایش بهتر هر عبارت ریاضی هم میتونی از تابع pretty استفاده کنی

حل معادلات دیفرانسیل

```
>> dsolve('Dnامy = تابع بر حسب متغیر ها' , 'شرایط اولیه' )
```

مثال 1: حل معادله دیفرانسیل $\frac{dy}{dx}=1+y^2$ با شرایط اولیه ی $y(0)=1$:

```
>> dsolve('Dy=1+y^2','y(0)=1')
ans =
    tan(t+1/4*pi)
```

مثال 2: حل معادله دیفرانسیل $\frac{d^2y}{d^2x}=\cos(2x)-y$ با شرایط اولیه ی $y(0)=1$ و $\frac{dy(0)}{dx}=0$:

```
>> dsolve('D2y = cos(2*x)-y','y(0)=1','Dy(0)=0','x')
ans =
    (1/2*sin(x)+1/6*sin(3*x))*sin(x)+(1/6*cos(3*x)-
    1/2*cos(x))*cos(x)+4/3*cos(x)

>> simplify(ans)

ans =
    -2/3*cos(x)^2+4/3*cos(x)+1/3
```

﴾ چون مشتق بر حسب x است آن را به عنوان آخرین آرگومان در نظر می گیریم.

﴾ دستور Simplify برای ساده کردن عبارت حاصل به کار می رود.

مثال 3: حل معادله دیفرانسیل $\frac{d^3y}{d^3x}=y$ با شرایط اولیه ی $y(0)=0$ ، $\frac{dy(0)}{dx}=-1$ و $\frac{d^2y(0)}{d^2x}=\pi$:

```
>>  dsolve('D3y=y','y(0)=0','Dy(0)=-1','D2y(0)=pi')

ans =
     (-1/3+1/3*pi)*exp(t)-1/3*(1+pi)*3^(1/2)*exp(-
1/2*t)*sin(1/2*3^(1/2)*t)+(1/3-1/3*pi)*exp(-
1/2*t)*cos(1/2*3^(1/2)*t)
```

تبدیل لاپلاس و معکوس آن

برای محاسبه ی لاپلاس یک عبارت از دستور laplace استفاده می کنیم.

مثال 1.

$f(t)=\sin(t)$

```
>> syms t
>> f = sin(t)
>> laplace(f)

ans =
     1/(s^2+1)
```

مثال 2.

$$f(t)=e^t\cos(t)$$

```
>> syms t
>> f = exp(t)*cos(t)
>> laplace(t)

ans =   (s-1)/((s-1)^2+1)
```

برای محاسبه ی لاپلاس معکوس یک عبارت از دستور `ilaplace` استفاده می کنیم.

مثال 2.

$$F(s)=\frac{2}{s^3}$$

```
>> syms s
>> f = 2/(s^3)
>> ilaplace(f)

ans =
         t^2
```

مثال 1.

$$F(s)=\frac{2}{s^2+4}$$

```
>> syms s
>> f = 2/(s^2+4)
```

```
>> ilaplace(f)
```

```
ans=
     1/2*4^(1/2)*sin(4^(1/2)*t
```

- برای ساده کردن پاسخ نهایی از دستور simplify استفاده می کنیم.
- توابع پله واحد و ضربه واحد به ترتیب با Heaviside و Dirac معرفی می شوند.

بسط به کسرهای جزئی

برای پارامترهای r، p و y در رابطه ی زیر از دستور residue استفاده می شود:

در صورت عدم وجود ریشه ی تکراری در مخرج:

$$\frac{N(s)}{D(s)}=\frac{r_1}{x-p_1}+\frac{r_2}{x-p_2}+\ldots+\frac{r_n}{x-p_n}+y(s)$$

در صورت وجود ریشه ی تکراری در مخرج:

$$\frac{N(s)}{D(s)}=\frac{r_1}{(x-p)}+\frac{r_2}{(x-p)^2}+\ldots+\frac{r_n}{(x-p)^n}+y(s)$$

مثال 1.

عبارت $V(s)=\frac{2}{s^3+12s+36s}$ را به کسرهای جزئی بسط دهید.

$$\frac{2}{s^3+12s+36s}=\frac{-0.0556}{(s+6)}+\frac{-0.3333}{(s+6)^2}+\frac{0.0556}{s}$$

```
>> syms s
>> N = [2]
>> D = [1 12 36 0]
>> [r p y] = residue(N,D)

r =                 p =                  y =

   -0.0556                   -6                    []
   -0.3333                   -6
    0.0556                    0
```

حل دستگاه های جبری با متغیر نمادین

دستگاه زیر را که از حل یک مدار در حوزه ی لاپلاس بدست آمده است در نظر بگیرید:

$$\begin{cases}(3s+10)I_1-10I_2=\dfrac{4}{s+2}\\ -10I_1+(4s+10)I_2=\dfrac{-2}{s+1}\end{cases}$$

بدلیل اینکه متغیر ها پارامتری می باشند نمی توانیم از روش ارائه شده در بخش سوم برای حل این دستگاه استفاده کنیم و باید دو متغیر رشته ای تعریف کنیم:

```
>> eq1 = '(3*s+10)*I1-10*I2=4/(s+2)'
>> eq2 = '-10*I1+(4*s+10)*I2=-2/(s+1)'
```

برای حل دستگاه تعریف شده از دستور solve استفاده می کنیم:

```
>> solution = solve(eq1,eq2,'I1','I2')
```

مطلب حاصل را در یک structure ذخیره می کند که برای دسترسی به این ساختار از روشی شبیه به گرامر زبان C استفاده می کنیم:

گرامر زبان C استفاده می کنیم:

```
>> I1 = solution.I1
>> I2 = solution.I2
```

و در نهایت لاپلاس معکوس I1 و I2 را می یابیم:

```
>> i1 = ilaplace(I1)
   i1 =


10/29*exp(-t)-172/667*exp(-35/6*t)-2/23*exp(-2*t)

>> i2 = ilaplace(I2)
   i2 =

129/667*exp(-35/6*t)-10/23*exp(-2*t)+7/29*exp(-t)
```

تبدیل فوریه و تبدیل Z

تبدیل فوریه یکی از تبدیلات مهم در ریاضیات و پردازش سیگنال می باشد و حالت گسسته ی آن تبدیل Z می باشد. با استفاده از دستورات Matlab به راحتی می توان این تبدیلات را انجام داد.

تبدیل فوریه ی یک تابع با استفاده از دستور Fourier محاسبه می شود.

مثال 1.

```
>> syms x
>> f = sin(x)
>> fourier(f)

ans =
    -i*pi*Dirac(w-1)+i*pi*Dirac(w+1)
```

برای محاسبه ی عکس فوریه از `ifourier` استفاده می کنیم.

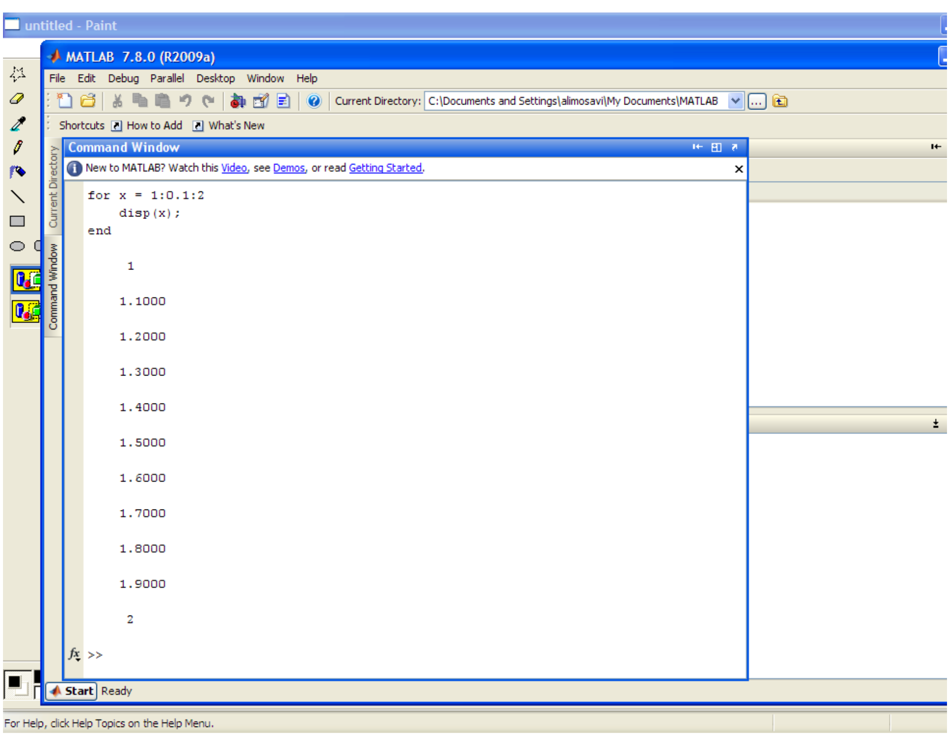
تبدیل z یک دنباله که با سری $z[f(n)]=\sum_{n=0}^{\infty} f(n)z^{-n}$ تعریف می شود با دستور `ztrans` قابل محاسبه است.

```
>> syms n
>> f = 3^(-n)
>> ztrans(f)

ans =  3*z/(3*z-1)
```

حلقه for

```
for x = 1:0.1:2
    disp(x);
end
```



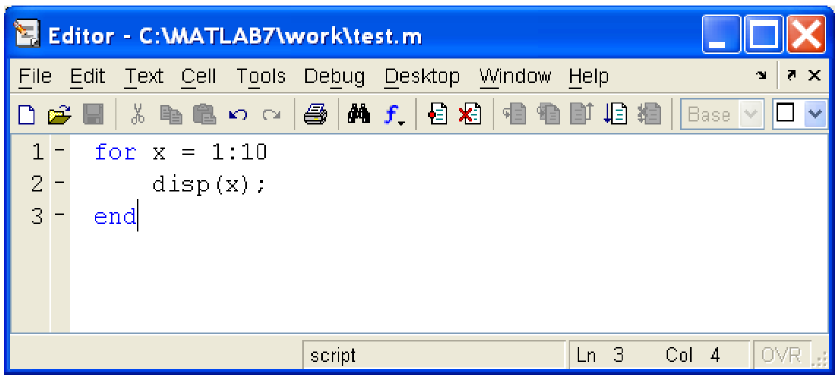
دستور if

```
x = input(‘Get a number: ’);
if x > 5
disp(‘Your number is greater than 5.’);
elseif x < 5
disp(‘Your number is less than 5.’);
else
disp(‘Your number is equal to 5.’);
end
```

حلقه while

```
while x < 6
x = input(‘Get a number greater than 5: ’);
end
```

کدنویسی (M-file) ...

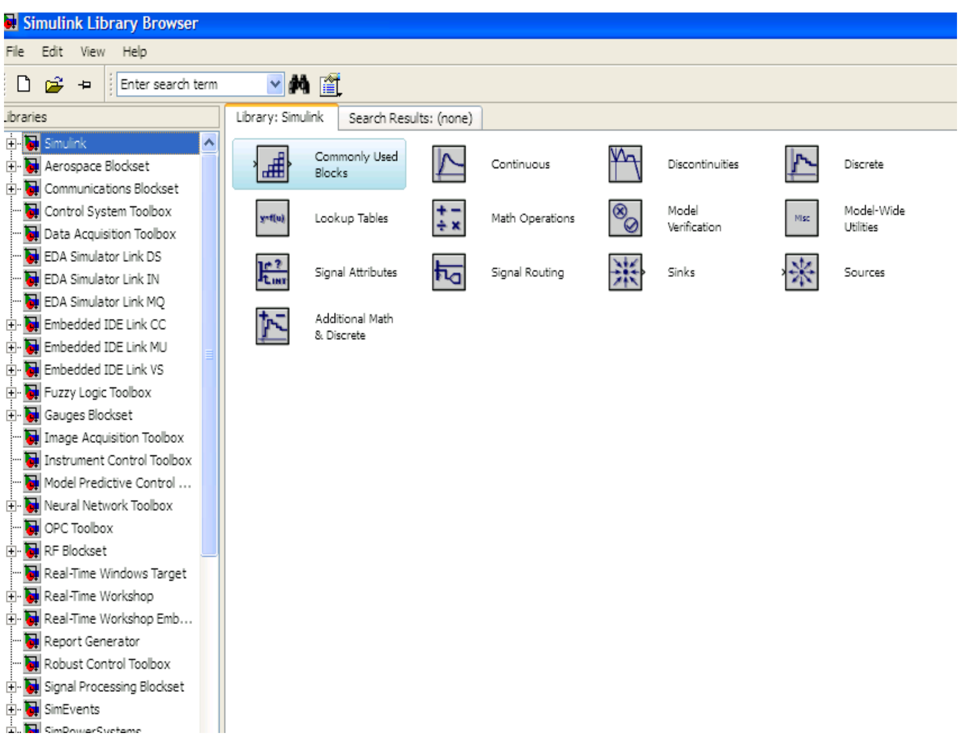


کدنویسی [ادامه]

- با F5 برنامه اجرا می شود.
- قبل از اجرا برنامه ذخیره می شود.
- باید دایرکتوری جاری با دایرکتوری m-file برابر باشد.
- امکان دیباگ کردن نیز وجود دارد.

- سیمیولینک (Simulink)

سیمیولینک یکی از ابزارهای مهم در متلب به شمار می رود .در این ابزار که یک کتابخانه عظیم است
شما به راحتی می تواند تحلیل های واقعی خود را در محیطی مجازی با تنظیم اندازه دقیق پارامتر ها
به دست آورید این کتابخانه ها آنقدر عظیم و بزرگ هستند که در اکثر گرایش های مهندسی اعم از
برق ،کامپیوتر،مکانیک و ... کاربرد بسزایی دارند.
سیمیولینک (به انگلیسی: Simulink) یک ابزار شبیه‌سازی همراه با نرم‌افزار متلب است. موارد
استفاده از سیمیولینک عمومی هستند و مانند بسیاری دیگر از نرم‌افزارهای شبیه سازی مهندسی،
منحصر به کاربردهای خاصی نیست. که این مورد مزایا و معایب متفاوتی را برای سیمیولینک ایجاد
می کند.
ارتباط با متلب
سیمیولینک را نمی‌توان جداگانه اجرا کرد. برای اجرای آن باید در ابتدا متلب را اجرا کرد و سپس در
آن با تایپ دستور simulink برنامه اجرا می‌شود. می‌توان متغیرها را در متلب تعریف کرده و از آن‌ها
در سیمیولینک استفاده کرد.



مدلسازی ریاضی

- یک روش متداول برای یافتن مدل ریاضی سیستم های دینامیکی آن است که ابتدا اجزاء تشکیل دهنده این سیستم ها شناسایی شد و روابط ریاضی مربوطه به این اجزاء محاسبه و تعیین گردند.
- سپس از ترکیب روابط ریاضی اجزاء ، مدل یا نمایش ریاضی سیستم متشکل از این اجزاء مشخص شود. در تعقیب روش فوق ریاضی اجزاء سیستم های دینامیکی و ترکیب آنها ارائه شده است.
- سیستم های مورد مطالعه در این فصل شامل انواع سیستم های با پارامترهای مجزا،پیوسته،خطی، و با پارامترهای ثابت نسبت به زمان هستند.
- سیستم های دینامیکی مورد مطالعه در این فصل شامل سیستم های انرژی دار می شود.
- هم چنین سیستم هایی که به نحوی انرژی را منتقل و یا از نوعی به نوع دیگر تبدیل می کنند مورد مطالعه قرار می گیرد.

- در این جلسه، با مدل های ریاضی کمی مولفه های کنترل و سیستم ها آشنا شدیم.
- معادلات دیفرانسیل توصیف کننده عملکرد دینامیکی سیستم های فیزیکی برای ساخت مدل ریاضی بکار برده شدند.
- سیستم های فیزیکی تحت بررسی شامل سیستم های مکانیکی ، الکتریکی، هیدرولیکی و ترمودینامیکی هستند.
- اجزاء کنترل غیر خطی بکار رفته سپس با تقویت یک سیستم خطی می توان تبدیل لاپلاس و رابطه ورودی – خروجی تابع تبدیل را بکاربرد.
- روش تابع تبدیل برای سیستم های خطی اجازه می دهد تا تحلیل گر پاسخ سیستم را به انواع سیگنال های ورودی بر حسب مکان قطب ها و صفرهای تابع تبدیل معین نماید. استفاده از مدل های تابع تبدیل، نمودار بلوکی سیستم های با اجزاء بهم پیوسته را بوجود آورد .
- روابط بلوکی فراهم شدند.

- معادلات دیفرانسیل سیستم های فیزیکی تقریب های خطی سیستم های فیزیکی تبدیل لاپلاس
- تابع تبدیل سیستم های خطی
- مدل های نمودار بلوکی
- مدل های گراف جریان- سیگنال

- **مدل سازی ریاضی سیستمهای دینامیکی**

Mathematical Modelling of Dynamic Systems

مقدمه

- توانائی مدل سازی ریاضی سیستم های دینامیکی و تحلیل مشخصات دینامیکی آنها در مطالعه سیستم های کنترل بسیار مهم است.
- مدل ریاضی سیستم دینامیکی مجموعه معادلاتی است که رفتار دینامیکی سیستم را دقیقا" یا حداقل به خوبی نشان می دهد.
- مدل ریاضی مناسب مهمترین بخش تحلیل مسائل در سیستمهای کنترل است که البته منحصر به فرد نیز نمی باشد.
- عموما" رفتار دینامیکی سیستمها اعم از مکانیکی، الکترونیکی، حرارتی و ... را می توان با معادلات دیفرانسیل نشان داد که از قوانین فیزیکی حاکم بر سیستم استخراج می شوند.
- مدل های ریاضی اشکال متفاوتی دارند.مثلا" در مسائل کنترل بهینه (*Adaptive control*) استفاده از نمایش فضای حالت مفید است ولی در تحلیل رفتار گذرا یا پاسخ فرکانسی سیستمهای خطی با یک ورودی – خروجی نمایش تابع تبدیل مناسبتر است.
- لازمه یک سیستم خطي تبعیت از قاعده جمع پذیری (*principle of superposition*) است. مطابق این اصل پاسخ ناشی از اعمال همزمان دو تابع تحریک جمع پاسخ به تک تک ورودی ها است.

- مدل های ریاضی می توانند خطی (*linear*) یا غیرخطی (*non-linear*) ، تابعي از زمان (*time variant*) یا مستقل از زمان(*time-invariant*) باشند.
- سیستم های مستقل از زمان (*time-invariant*) با معادلات دیفرانسیل مستقل از زمان (با ضرائب ثابت) بیان می شوند، بطور مثال : $\alpha_1 \dfrac{d^2y}{dx^2}+\alpha_2\dfrac{dy}{dx}=c$ مدلی مستقل از زمان را بیان می کند.
- سیستمهای وابسته به زمان (*time-variant*) با معادلات دیفرانسیل با ضرائب وابسته زمانی بیان می شوند. بطور مثال معادله $t^2\dfrac{d^2y}{dx^2}+y=x$ که در آن t نمایانگر متغیر زمان است، مدلی تابعی از زمان است. یعنی یکی از ضرائب با زمان تغییر می کند.
- شکل کلی معادله دیفرانسیل خطی مرتبه n بصورت زیر است:

$$a_n(x)\frac{d^ny}{dx^n}+a_{n-1}(x)\frac{d^{n-1}y}{dx^{n-1}}+\cdots+a_1(x)\frac{dy}{dx}+a_0(x)y=g(x)$$

1. معادلات دیفرانسیل زیر را براساس وابسته زمانی یا مستقل زمانی دسته بندی نمائید:

a) $\frac{d^2y}{dt^2}+2y=0$: Time – invariant مستقل زمانی

b) $\frac{d}{dt}\left(t^2y\right)=0$: Time – variant

c) $\left(\frac{1}{t+1}\right)\frac{d^2y}{dt^2}+\left(\frac{1}{t+1}\right)y=0$: Time – variant وابسته زمانی

d) $\frac{d^2y}{dt^2}+(\cos t)y=0$: Time – variant

2. معادلات دیفرانسیل زیر را بر اساس خطی یا غیر خطی بودن آنها دسته بندی نمائید.

a) $\frac{dy}{dt}+y=0$: Linear

b) $\frac{d^2y}{dt^2}+y=0$: Linear خطی

c) $\cos x\frac{d^2y}{dt^2}+\sin 2x=0$: Linear

---

d) $\cos y\frac{d^2y}{dt^2}+\sin 2y=0$: Non – linear

غیر خطی

e $\frac{dy}{dt}+y^2=0$: Non – linear

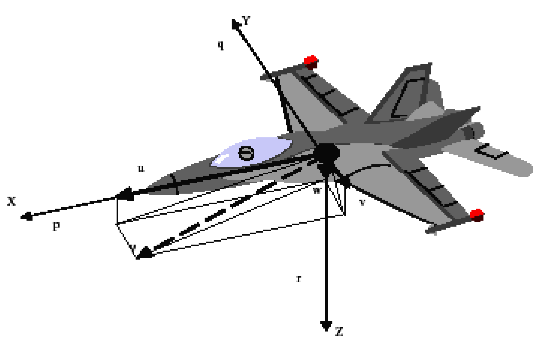
مدل سازی در فضاهای حالت :(state space)

متغیر حالت متغیری است که مشتقش وابسته به سایر متغیرهای سیستم است.

مثلا اگر x_1 , x_2 , ... x_n متغیرهای حالت یک سیستم باشند در این صورت :

$$
\begin{aligned}
&x' = f(x_1, x_2 \cdots\cdots\cdots x_u)\\
&x_1' = f_1(x_1, x_2 \cdots\cdots, x_n, u_1, u_2 \cdots\cdots\cdots, u_m)\\
&x_2' = f_2(x_1, x_2 \cdots\cdots, x_n, u_1, u_2 \cdots\cdots\cdots, u_m)\\
&.\\
&.\\
&x_n' = f_n(x_1, x_2 \cdots\cdots, x_n, u_1, u_2 \cdots\cdots\cdots, u_m)
\end{aligned}
$$

فضای حالت



مباحث نظری

۱) مدلسازی

۲) تحلیل

۳) تحقق‌پذیری

۴) کنترل‌پذیري / مشاهده پذیري

۵) بررسی پایداری

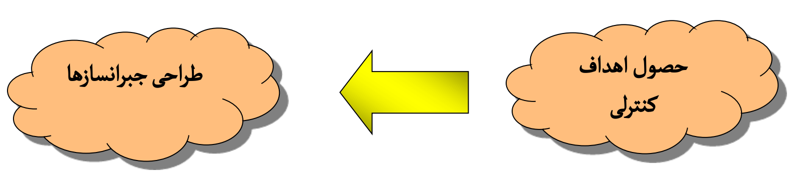
روش های کلاسیك

۱) تك ورودي - تك خروجي

۲) تابع تبدیل در حوزة S

۴) رسم مكان هندسي ریشه‌ها

۳) روشهاي فركانسي



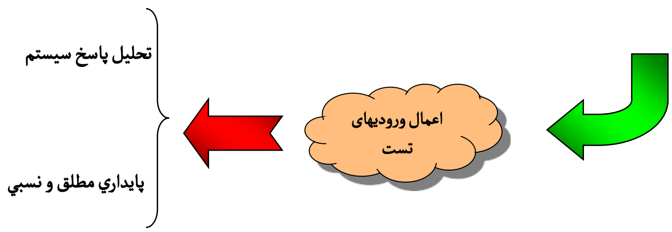
نحوة عملکرد

۱) استخراج معادلات ديفرانسيل از مدل فيزيكي سيستم.

۲) استخراج مدل رياضي سيستم و خلاصه كردن نتيجه بصورت يك بلوك دياگرام

۳) نتيجه خلاصه شدن يك سيگنال فلوگراف.

مثال :



معايب روشهای کلاسیک

۱) اين روش براي سيستمهاي صنعتي $SISO$ قابل بهره‌وري بوده و مي‌توانسته نتايج مطلوبي را بدنبال داشته باشد

۲) تحليل دقيق سيستمهاي صنعتي پيشرفته مدلهاي كاملتري را طلب مي‌كند.

۳) سيستم‌هاي صنعتي پيچيده براي دقت ، سرعت عمل و كارايي بيشتر نيازمند به طراحي‌هاي مدرن سيستم‌هاي كنترل مي‌باشند.

نتيجه

- مدلسازي سيستم‌هاي كنترل با استفاده از متغيرهاي حالت در راستاي تحقق اهدافي است كه به آن اشاره كرده‌ايم.
- متغيرهاي حالت در واقع مي‌توانند ديناميكي از سيستم را شامل شوند كه در مدل خروجي .ورودي ظاهر نمی شوند. از اين جهت مدل متغيرهاي حالت را مدل داخلي نيز مي‌گويند.
- توصيف فضاي حالت ، تصوير كاملي را از ساختار داخلي سيستم فراهم مي‌كند. اين مدل نشان مي‌دهد كه متغيرهاي حالت چگونه با يكديگر تداخل نموده ، ورودي سيستم چگونه بر متغيرهاي حالت تأثير مي‌گذارد و چگونه با تركيبهاي متفاوت مي‌توان يك سيستم خاص را نشان داد.

نمايش فضاي حالت سيستم‌ها

بطور كلي بسياري از سيستم‌ها را مي‌توان توسط يك دستگاه معادلات ديفرانسيل غيرخطي نمايش داد كه بصورت زير نوشته می شوند:

$$\dot{x} = f[x(t), u(t), t]$$

t : متغير زمان

$x(t)$: بردار ستوني تغييرپذير با زمان (n بعدي) كه بر حالت سيستم دلالت مي‌كند.

$u(t)$: بردار ستوني (m بعدي) كه نشانگر متغير ورودي يا كنترل مي‌باشد.

در حالت كلي مي‌توان خروجي سيستم را به شكل زير نمايش داد:

$$y(t) = G(x(t), u(t), t)$$

$n\times n$

در اين درس عمدتاً تمركز ما بر روي سيستم‌هاي خطي مي‌باشد. بنابراين F و G توابع خطي مي‌باشند. در اين صورت سيستم را خطي ناميده و با معادلات كلي زير نمايش داده مي شوند :

$$\dot{x}(t)=A(t)x(t)+B(t)u(t)$$

$$y(t)=C(t)\ x(t)+D(t)\ u(t)$$

.

نكته ۱ : در صورتي كه اين ماتريسها با زمان تغيير نكنند ، خواهيم داشت:

$$\dot{x}(t)=Ax(t)+Bu(t)$$

$$y=Cx(t)+Du(t)$$

انتخاب متغيرهاي حالت

به منظور استخراج متغیرهای حالت یک سیستم فیزیکی ، مشخص بودن یکی از عوامل زیر ضروری می باشد:

۱) معادلات ديفرانسيل .

۲) بلوك دياگرام يا سيگنال فلوگراف (تابع تبديل).

۳) سيستم فيزيكي.

نكته ۳:

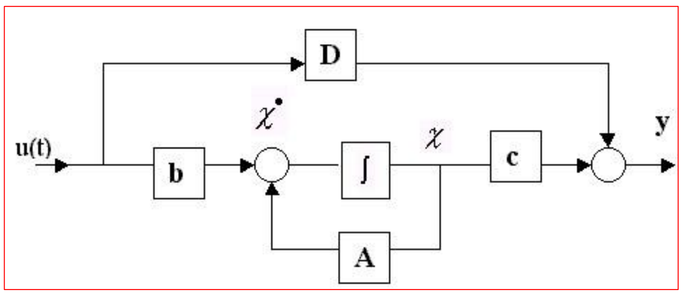
الف) بايد توجه داشته باشيم كه معادلات فضاي حالت نهايي بايد مي‌نيمال باشند.

ب) متغيرهاي حالت يک سيستم بايد بصورت مستقل از هم انتخاب شوند.

۱.معادلات ديفرانسيل

اين روش معادلات فضاي حالتي را در اختيار قرار مي‌دهد كه مبتني بر متغيرهاي فيزيكي سيستم هستند.

$$SISO \Rightarrow \dot{X} = Ax(t) + Bu(t)$$
$$Y = Cx(t) + Du(t)$$



۲-مدلسازي سيستم كنترل با استفاده از معادلات فضاي حالت ، به روش متغيرهاي فيزيكي:

❖ ***بطور كلي دو ديدگاه جهت مدلسازي وجود دارد:***

الف: تقسيم نمودن سيستم به اجزاء تشكيل دهنده و مدلسازي آن توسط روابط رياضي.

ب : شناسايي پارامتري سيستم : در اين حالت آزمايشهايي سيستم انجام مي‌پذيرد و با بررسي نتايج حاصله يك مدل رياضي براي سيستم تعيين مي‌شود.

❖ در راستاي پايه‌گذاري و تبيين سيستم ، مدل بدست آمده بايد مبين پارامترهای زير باشد:

.ارتباط ديناميكي بين پارامترهاي دستگاه

.ورودي كارانداز

.خروجي قابل اندازه‌گيري باشد.

نکاتی که در مدلسازی سیستمها باید در نظر داشت

❖ مدلسازي دربرگيرنده اطلاعات دروني سيستم بوده و همچنين ارتباط بين ***effect , cause*** متغيرهاي سيستم مي‌باشد.

❖ پايه و اساس اصلي جهت انجام كار استفاده از قوانين فيزيكي حاكم بر سيستم مي‌باشد.

❖ انتخاب متغيرهاي حالت در روش متغيرهاي فيزيكي براساس عناصر موجود نگهدارنده انرژي سيستم بنا مي‌شود.

❖ متغير فيزيكي در معادلة انرژي براي هر عنصر نگهدارنده انرژي مي‌تواند بعنوان متغير حالت سيستم انتخاب شود. لازم به یادآوری است که متغيرهاي فيزيكي بايد بگونه ای انتخاب شوند که ناوابسته باشند.

عناصر نگهدارندة انرژي

عنصر	انرژی	متغیر فیزیکی
خازن C	$\frac{CV^2}{2}$	ولتاژ V_C
سلف L	$L\frac{i^2}{2}$	جریان i_L
جرم M	$M\frac{V^2}{2}$	سرعت انتقال v
ممان اینرسی	$\tau\frac{w^2}{2}$	سرعت چرخشی ω
فنر K	$K\frac{x^2}{2}$	جابجایی x

سیستمهای مکانیکی

(۱) انتقالي : مجموعة نيروها برابر است با حاصلضرب شتاب در جرم (N)

$$\boxed{F = ma}$$

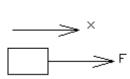
(۲) دوراني : مجموعة گشتاورها برابر است با حاصلضرب ممان اينرسي در شتاب زاويه‌اي

$$\boxed{\tau = I.\dot{\omega}}$$

مدل سازی سیستم های مکانیکی :

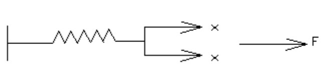
سیستم مکانیکی ترکیب تجهیزات و اجزایی همانند جرم و فنر و دمپر و چرخدنده مي باشد که در آنها حرکت وجود دارد. هدف از مدل سازی سیستم های مکانیکی استخراج معادله ایست که خروجی سیستم را به ورودیهای آن ربط می دهد. برای مدل سازی تجهیزات مکانیکی رابطة بین نیرو و جابجائی را مد نظر قرار می دهند.

۱. جرم :

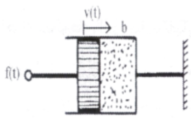


$F = m\ddot{x}$

۲. فنر:

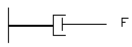


$F = -kx$



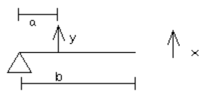
شکل (۲-۲۲)- نمایش مستهلک کننده با ضریب b

۳. دمپر:

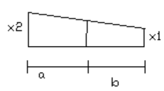


$$F=-b\dot{x}$$

۴. اهرم :

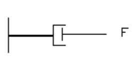


$$y=\frac{a}{b}x$$



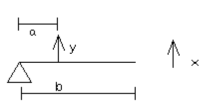
$$y=\frac{b}{b+a}x_2+\frac{a}{b+a}x_1$$

۳. دمپر:

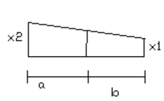


$$F=-b\ddot{x}$$

۴. اهرم :



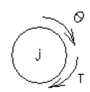
$$y=\frac{a}{b}x$$



$$y=\frac{b}{b+a}x_2+\frac{a}{b+a}x_1$$

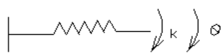
سیستم های دورانی:

۱. سختی دورانی :



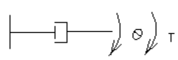
$T = j\ddot{\theta}$

۲. فنر پیچشی :



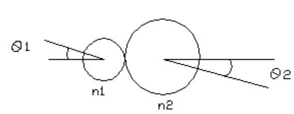
$T = k\theta$

۲ . ۳. دمپر پیچشی :



$T = b\dot{\theta}$

۴. چرخدنده:

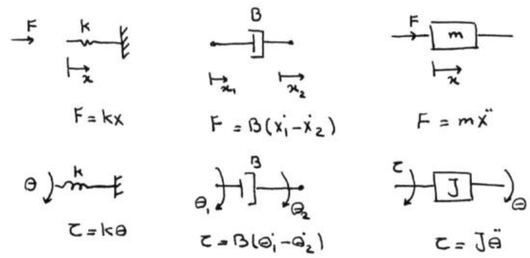


$$\begin{cases} r_1\theta_1 = r_2\theta_2 \\ \dfrac{n_1}{n_2} = \dfrac{r_1}{r_2} \\ T_1\theta_1 = T_2\theta_2 \end{cases} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \frac{\theta_1}{\theta_2} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{r_2}{r_1} = \frac{n_2}{n_1}$$

اجزای اصلی سیستمهای مکانیکی

Dr. H. Bolandi

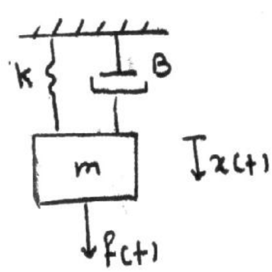
زمستان ۱۳۸۲



مثال ۲ : معادلات دینامیکی و مدل فضای حالت سیستم زیر را بدست آورید :

$$m\ddot{x} + B\dot{x} + Kx = f(t)$$

$$\ddot{x} = -\frac{B}{m}\dot{x} - \frac{K}{m}x + \frac{1}{m}f(t)$$



if $x1 = x$

$$\Rightarrow \begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -\frac{B}{m}x_2 - \frac{K}{m}x_1 + \frac{1}{m}f(t) \end{cases}$$

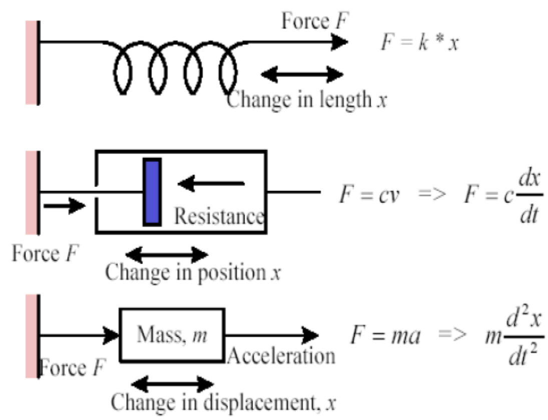
مدل فضای حالت سیستم مکانیکی :

$$\dot{x} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{k}{m} & -\frac{B}{m} \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{1}{m} \end{pmatrix} f(t)$$

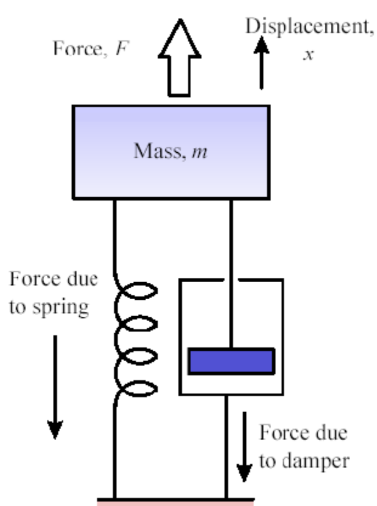
$$y = (1 \quad 0)\, x$$

- <u>**مدلسازی سیستمهای مکانیکی**</u>

شکل زیر نشان دهنده مثالی از سیستم مکانیکی شامل المانهای اصلی مکانیکی میباشد.



مثال: مدل ریاضی سیستم جرم، فنر و دمپر مطابق شکل زیر را بدست آورید:



حل: خالص نیروی وارده بر جرم m عبارتست از:

$$= F - kx - cv$$

$$= F - kx - c\frac{dx}{dt}$$

همچنین نیروی اینرسی جرم برابر است با:

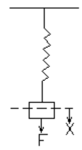
$$= ma = m\frac{d^2x}{dt^2}$$

بنابراین:

$$m\frac{d^2x}{dt^2} + c\frac{dx}{dt} + kx = F$$

مثال :

جرم و فنر بدون اصطکاک .



$$F \longrightarrow \boxed{H=?} \longrightarrow X$$

$$F - kx = m\ddot{x}$$

در حالت وجود اصطکاک داریم:

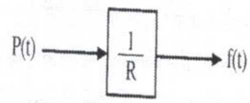
$$F - kx - b\dot{x} = m\ddot{x}$$

$$\begin{cases} x_1 = x \\ x_2 = \dot{x}_1 \end{cases} \Rightarrow \dot{x}_2 = \ddot{x} = \frac{F}{m} - \frac{k}{m}x_1 - \frac{b}{m}x_2$$

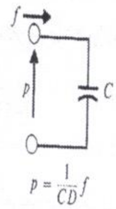
x1, x2تعریف شده های متغیرهای حالت سیستم جرم وفنر هستند .

اجزاء سیستم های انرژی دار الکتریکی:

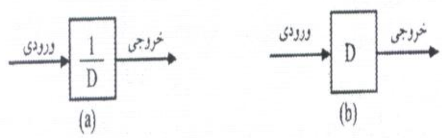
- اجزاء اساسی سیستم های انرژی دار الکتریکی عبارت از
- ((مقاومت، خازن و سولونوئید)) هستند که برای ارائه مدل ریاضی روابط مربوط به این اجزاء، باید رابطه بین ولتاژ و شدت جریان را به دست آورد.
- در اینجا مناسب است که متناسب با مفاهیم فیزیکی اصطلاحات مشترکی بین این اجزاء در سیستم های مختلف الکتریکی، مکانیکی وغیره تعریف نمائیم تا به کمک آنها بتوانیم معادل اجزاء را در سیستم های مختلف نسبت به هم به دست آوریم.
- از این رو در سیستم الکتریکی ولتاژ را ((پتانسیل)) نامیده و با p(t) نمایش می دهیم.
- همچنین شدت جریان را ((جریان)) نامیده و با f(t) نمایش می دهیم پس:



شکل (۲-۳)- نمایش ترسیمی سیستم با مقاومت R و ورودی پتانسیل $p(t)$



شکل (۲-٤)- سیستم الکتریکی شامل یک خازن به ظرفیت C



شکل (۲-۶)- نمایش عملگرهای D و $\frac{1}{D}$.
(a) - دیاگرام جعبه‌ای اپراتور $\frac{1}{D}$ (انتگرال گیرنده).
(b)- دیاگرام جعبه‌ای اپراتور D (مشتق گیرنده).

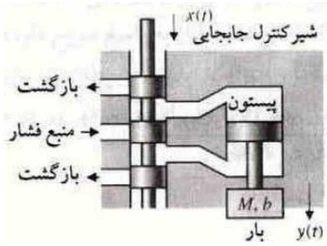
اجزاء سیستم های انرژی دار مکانیکی:

- اجزاء انرژی دار یک سیستم مکانیکی در حرکت خطی عبارت از جرم، فنر و مستهلک کننده هستند. جرم را با m ، ضریب فنر را با k و ضریب مستهلک کننده را با b نشان می دهیم. همانند سیستم الکتریکی در سیستم مکانیکی نیز باید علت و معلول یا ورودی و خروجی را برای اجزاء آن مشخص کنیم. در مورد

- سیستم های انرژی دار مورد مطالعه شامل سیستم های الکتریکی، مکانیکی، سیالاتی و حرارتی هستند که به تفصیل در مورد آنها بحث خواهد شد. همچنین انواع دیگری از سیستم های انرژی دار نیز مورد بررسی اجمالی قرار خواهند گرفت

ترکیب اجزاء سیستم های انرژی دار مکانیکی:

- در یک سیستم مکانیکی متشکل از اجزاء فنر، وزنه و مستهلک کننده می توان نظیر سیستم های الکتریکی با نوشتن روابط مربوط به اجزاء و ادغام کردن این روابط در یکدیگر رابطه نیرو وسرعت رادر نقاط مختلف به دست آورد و سپس معادلات دیفرانسیل مربوط به سیستم مکانیکی را از آنها نتیجه گیری نمود که در این قسمت با ارائه مثال هایی به بررسی ترکیب سیستم های انرژی دار مکانیکی پرداخته می شود.



مدلسازی سیستم محرک هیدرولیک روغنی

سیستم سرو هیدرولیکی وسیله ای مناسب برای جابجائی جرم بزرگی با ورودی بسیار کوچک است.

مطابق شکل روغن هیدرولیک با فشار بالا و ثابت فراهم و از اثرات تراکم ناپذیری صرفنظر می شود. جابجائی x شیر کنترل را حرکت داده و روغن هیدرولیکی به داخل سیلندر وارد می شود. لذا جابجائی کوچک $x(t)$ موجب جابجائی زیاد با قدرت بالای $y(t)$ می شود. دبی جریان Q با جابجائی ورودی $x(t)$ و تفاضل فشار دو طرف پیستون بصورت $Q = g(x,p)$ متناسب است. با استفاده از سری تیلور می توان نوشت:

$$Q = \left(\frac{\partial g}{\partial x}\right)_{x_o,P_o} x + \left(\frac{\partial g}{\partial P}\right)_{P_o,x_o} P = k_x x - k_P P$$

که x_o, P_o نقطه کار سیستم می باشد. نیروی ایجاد شده بوسیله پیستون برابر $A3P$ می باشد. لذا :

$$A \times P = M\frac{d^2y}{dt^2} + b\frac{dy}{dt}$$

$$\frac{A}{k_P}(k_x x - Q) = M\frac{d^2y}{dt^2} + b\frac{dy}{dt}$$

$$Q = A\frac{dy}{dt}$$

$$\frac{Ak_x}{k_P}x = M\frac{d^2y}{dt^2} + \left(b + \frac{A^2}{k_P}\right)\frac{dy}{dt}$$

مدلسازی سیستمهای گرمائی

سیستم گرمایشی مطابق شکل را در نظر می گیریم.

معادله انرژی:

$$C\frac{d\theta}{dt} = h_i - h_o \qquad (1)$$

که h_i انتالپی ورودی و h_o انتالپی سیال خروجی است.

$$h_o = Gc\theta$$

$$C = Mc$$

و G دبی جرمی سیال ورودی یا خروجی، c ظرفیت گرمائی ویژه، C ظرفیت گرمائی و M جرم سیال داخل مخزن می باشد. چنانچه بگیریم:

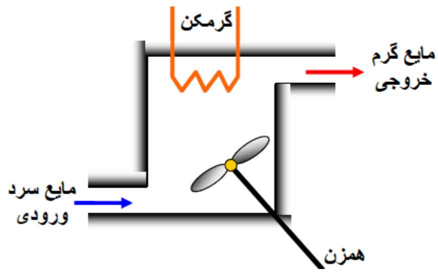
$$R = \frac{\theta}{h_o} = \frac{1}{Gc}$$

با جایگذاری درمعادله (1) خواهیم داشت:

$$C\frac{d\theta}{dt}+h_o=h_i$$

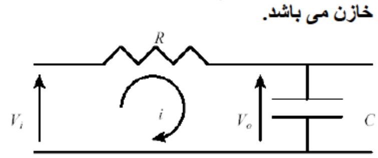
$$C\frac{d\theta}{dt}+Gc\theta=h_i$$

$$RC\frac{d\theta}{dt}+\theta=Rh_i$$



مدلسازی سیستمهای الکتریکی

مداری شامل مقاومت و خازن می باشد. در این سیستم هدف تعیین رابطه بین ولتاژ اعمال شده بـه دو سر مدار و ولتاژ اندازه گیری شده دو سر خازن می باشد.



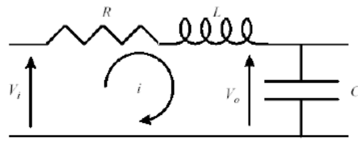
با اعمال قانون دوم کیرشف:

$$V_i=V_R+V_o$$

که $V_o=\frac{1}{C}\int i\,dt \Rightarrow i=C\frac{dV_o}{dt}$ و $V_R=iR$

لذا: $$V_i=V_o+CR\frac{dV_o}{dt}$$

سیستم با افزودن سیم پیچ به مدار پیچیده تر خواهد شد:



با بکار گیری قانون کیرشف:

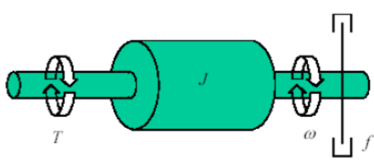
$$V_i = V_R + V_L + V_o$$

از طرفی: $V_R = iR, V_L = L\dfrac{di}{dt}, V_o = \dfrac{1}{C}\int idt \Rightarrow i = C\dfrac{dV_o}{dt}$

بنابراین:

$$V_i = LC\frac{d^2V_o}{dt^2} + RC\frac{dV_o}{dt} + V_o$$

مدلسازی سیستم های مکانیکی دوار



قانون دوم نیوتن :

$$\sum torque = J\alpha$$

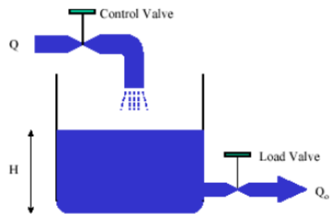
که J اینرسی دورانی و α شتاب دورانی است. در صورت اعمال گشتاور به جسمی با اینرسی J رابطه نیوتن عبارتست از :

$$\sum T = J\frac{d\omega}{dt} = J\frac{d^2\theta}{dt^2}$$

که T_m گشتاور حاصل از یک موتور و ω سرعت زاویه ای یا دورانی جسم و θ جابجائی زاویه ای جسم می باشند.

گشتاور اصطکاکی T_f بصورت تقریبی به صورت $T_f = B\dfrac{d\theta}{dt}$ بیان می شود که B نشاندهنده ضریب اصطکاک می باشد. بنابر این رابطه گشتاور اعمال شده به جسم عبارت خواهد با:

$$\sum T = T_m - T_f = J\frac{d^2\theta}{dt^2} \rightarrow T_m - B\frac{d\theta}{dt} = J\frac{d^2\theta}{dt^2}$$



مدلسازی سیستمهای هیدرولیک

در این سیستم در نظر است که سطح سیال در مخزن را با باز و بسته کردن شیر کنترلی و با وجود اغتشاش که به صورت باز و بسته کردن شیر بارگذاری است، در سطح تعیین شده نگهداری نمود.

Mass Balance :

$$\frac{Accumulation\ of\ total\ mass}{time} = \frac{input\ mass}{time} - \frac{output\ mass}{time}$$

بنابراین:

$$Q = Q_{\circ} + A\frac{dH}{dt}$$

بنابراین:

$$Q = Q_{\circ} + A\frac{dH}{dt}$$

که سطح سیال در مخزن و مقادیر دبی ها نسبت به حالت دائم در نظر گرفته شده اند، یعنی :

$$H = \overline{H} + h,\ Q = \overline{Q} + q,\ Q_{\circ} = \overline{Q_{\circ}} + q_{\circ}$$

با فرض رفتار دینامیکی خطی برای شیر خطی(جریان آرام)، یعنی: $q_{\circ} = kh$ که k مشخصه شیر بوده و نیز با فرض شرایط اولیه 0، رابطه سیستم به شکل زیر خواهد بود که معادله مرتبه یک است.

$$q = q_{\circ} + A\frac{dh}{dt} = kh + A\frac{dh}{dt}$$

تذکر: در صورت درهم بودن جریان عبوری از شیر، نرخ (آهنگ) جریان عبوری از شیر از رابطه زیر بدست می آید:

$$q_{\circ} = kh^{\frac{1}{2}}$$

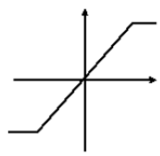
سیستم های غیرخطي

سیستم غیرخطي سیستمی است که با معادلات غیرخطي بیان شود. مثالهائی از سیستمهای غیرخطي بـه شکل زیر می باشند:

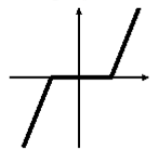
$$y = x^2$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} + x + \left[\frac{dx}{dt}\right]^2 = A\,sin(\omega t)$$

نمودارهای ذیل نمایانگر دو رابطه غیرخطي می باشند:



Saturation



Dead-zone

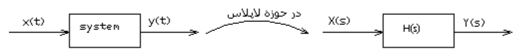
نمایش ترسیمی سیستم ها

- نمایش ترسیمی سیستم ها معمولاً به دو صورت ((دیاگرام جعبه ای)) و ((دیاگرام جریانی)) ارائه می شود. موضوع مورد نظر و طرز نمایش آن در دیاگرام های جعبه ای وجریانی منعکس میشود.

جدول (۳-۱) - موضوع و طرز نمایش در دیاگرام‌های جعبه‌ای و جریانی.

	دیاگرام جعبه‌ای	دیاگرام جریانی
موضوع نمایش	طرز نمایش	طرز نمایش
سیگنال	خط راست	دایره کوچک
تابع	جعبه	خط منحنی
جمع و تفریق سیگنال	تجمع خطوط در دایره کوچک	تجمع خطوط در محل دایره کوچک

بلوک دیاگرام:



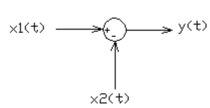
$$y(t)=\int_0^t h(\tau)x(t-\tau)dt=h(t)*x(t) \longleftarrow \frac{Y(s)}{X(s)}=H(s)\Rightarrow Y(s)=H(s).X(s)$$

H(t) را پاسخ به ضربه سیستم می نامندو داریم :

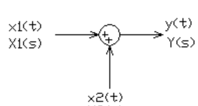
L{h(t)}=H(s) :Transfer function

در حوزه لاپلاس کار با بلوک دیاگرامها بسیار ساده است.

۱. جمع و تفریق در سیگنال:

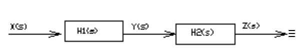


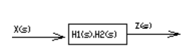
$$y(t)=x_1(t)+x_2(t)$$
$$Y(s)=X_1(s)+X_{2(s)}$$



$$y(t)=x_1(t)+x_2(t)$$
$$Y(s)=X_1(s)+X_2(s)$$

۲. سیستم های سری:





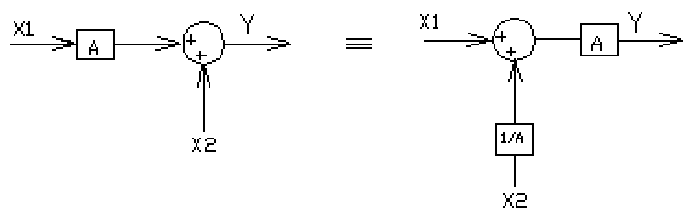
$$\begin{cases}Y(s)=H_1(s)\times X(s)\\ Z(s)=H_2(s)\times Y(s)\end{cases} \Rightarrow Z(s)=\left[H_2(s)\times H_1(s)\right].X(s)$$

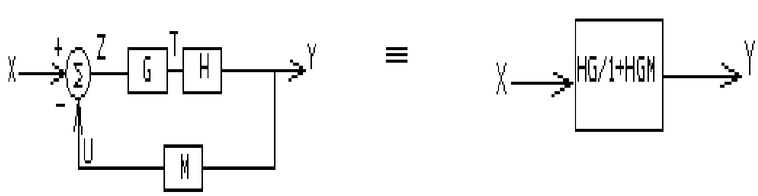
۳. سیستم های موازی :

≡

$$\begin{cases} Z_1 = H_1(s)\times X(s) \\ Z_2 = H_2(s)\times X(s) \end{cases} \quad \Rightarrow Y(s) = Z_1(s)+Z_2(s) = [H_1+H_2]\times X(S)$$

۴. قوانین:



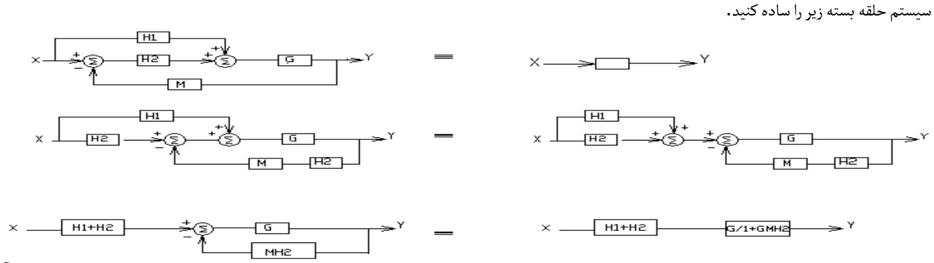


۶. .

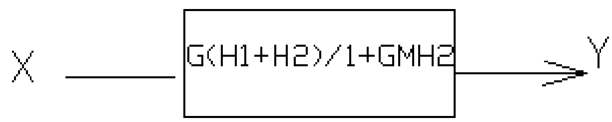
$$X - U = Z \xrightarrow{U=MY} \begin{cases} X = Z + MY \\ Y = Z(GH) \end{cases} \quad \Rightarrow X = Z + Z(MGH) \Rightarrow \frac{Y}{X} = \frac{Z(GH)}{Z(1+MGH)} = \frac{GH}{1+MGH}$$

مثال :

سیستم حلقه بسته زیر را ساده کنید.



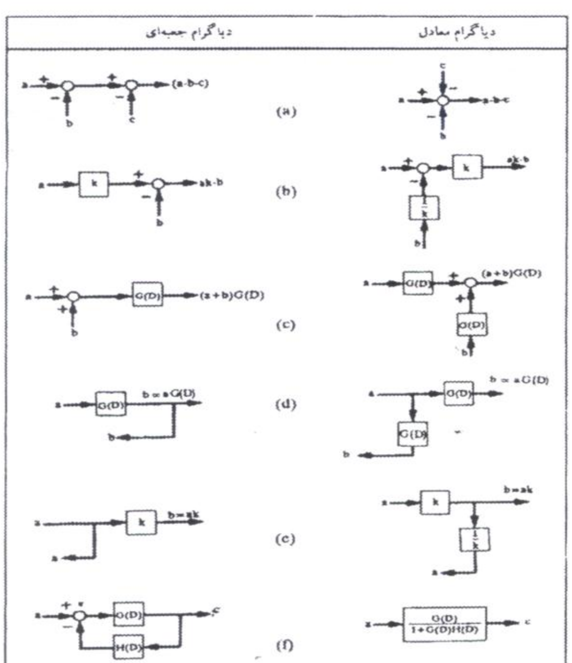
شکل فوق به نام حلقه Feed forward معروف است.



ساده کردن نمایش ترسیمی:

به دلایلی که اشاره خواهد شد می توان دیاگرام جعبه ای (یا جریانی) را بدون خدشه دار شدن مفهوم کلی آن تغییر فرم داد. معمولاً این تغییر فرم ها به منظور ترکیب چند قسمت و به دست آوردن قسمت معادل صورت می گیرد و این عمل اصطلاحاً ساده کردن دیاگرام نامیده می شود. با ساده کردن دیاگرام ها می توان روابط بین ورودی و خروجی را به صورت یک جعبه (در دیاگرام ها می توان روابط بین ورودی و خروجی را به صورت یک جعبه (در دیاگرام جعبه ای) و یا یک خط(در دیاگرام جریانی) به دست آورد. با توجه به تعریف تابع تبدیل چنانچه این ساده کردن در میدان لاپلاس باشد نتیجه ساده شدهٔ رابطه بین ورودی و خروجی از دیاگرام، همان تابع تبدیل سیستم خواهد شد.

چند نمونه دیاگرام جعبه ای و دیاگرام معادل هر یک از آنها رسم شده است. مفهوم شکل آن است که اگر سیگنال ورودی به یک مدار به سمت چپ جعبه ای منتقل شود(سیگنال b) در عکس آن جعبه ضرب می شود. مفهوم شکل آن است که اگر سیگنال ورودی به یک مدار(سیگنالb) به سمت راست جعبه ای منتقل شود باید در آن جعبه ضرب شود. شکلمبین آن است که اگر سیگنال خروجی از یک مدار به سمت چپ جعبه ای منتقل شود در جعبه ضرب می شود و در شکل می بینیم که اگر سیگنال خروجی از یک مدار به سمت راست جعبه ای منتقل شود در معکوس آن جعبه ضرب می شود. بالاخره برای به دست آوردن معادل سیستم شکل (۳-۲۳- f) یعنی برای یافتن رابطه بین ورودی a و خروجی c به صورت یک جعبه ، با نوشتن روابط مربوطه در این شکل داریم

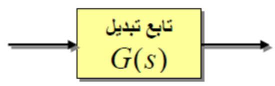


شکل (۳-۲۳)- چند نمونه کلی دیاگرام‌های جعبه‌ای و معادل آنها.

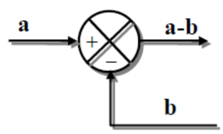
- <u>مدل دیاگرام بلوکی</u>

<u>Block Diagram Model</u>

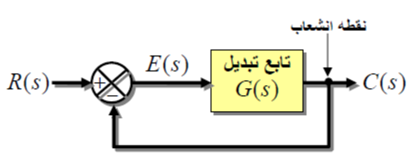
- به منظور ساده سازی معمولا" سیستم های کنترل بصورت دیاگرام بلوکی نمایش داده می شوند.
- در این روش برای نمایش هر سیستم کنترل که متشکل از تعدادی اجزاء است، از نمودار بلوکی استفاده می شود.
- نمودار بلوکی نمایشی ترسیمی از کاری که هر اجزاء انجام می دهد، ارتباط این اجزاء و نیز عبور سیگنال ها می باشد.
- نمایش یک جزء دیاگرام بلوکی:



- نمایش نقطه جمع:



- نمایش نمودار بلوکی سیستم مدار بسته:



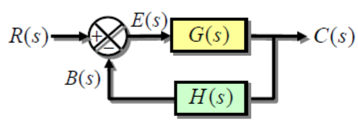
$$C(s)=E(s)G(s)$$
$$E(s)=R(s)-C(s)$$
$$C(s)=R(s)G(s)-C(s)G(s)$$
$$C(s)[1+G(s)]=R(s)G(s)$$
$$TF=\frac{C(s)}{R(s)}=\frac{G(s)}{1+G(s)}$$

- در نمودار $G(s)$ دینامیک سیستم (یا تابع تبدیل مدار پیشرو ***(Feed Forward Transfer Function***) نامیده می باشد، $C(s)$ خروجی سیستم و $E(s)$ که اختلاف بین مقدار مطلوب و مقدار خروجی حقیقی سیستم می باشد تابع خطا ***(Error)*** نامیده می شود.

- $R(s)$ به عنوان ورودی مرجع یا مبناء *(Reference Input)* یا نقطه کار *(set-point)* تعریف می شود که به عنوان مقدار مطلوب خروجی سیستم تعریف شده است.

- <u>تذکر</u>: سیستم مذکور سیستم مدار بسته با فیدبک (پسخور) واحد نامیده می شود.

- نمودار بلوکی سیستم مدار بسته با فید بک غیر واحد:



- سیگنال مدار فید بک:

$$B(s) = H(s)C(s)$$

- تابع تبدیل مدار باز:

$$OLTF \equiv Open\,Loop\;Transfer\;Function$$

$$OLTF = \frac{B(s)}{E(s)} = G(s)H(s)$$

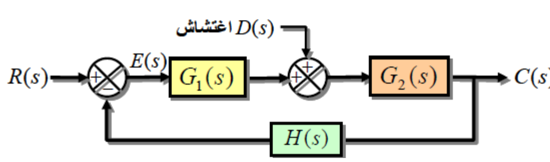
- تابع تبدیل مدار پیشرو:

$$FFTF \equiv Feed\;Forward\;TF$$

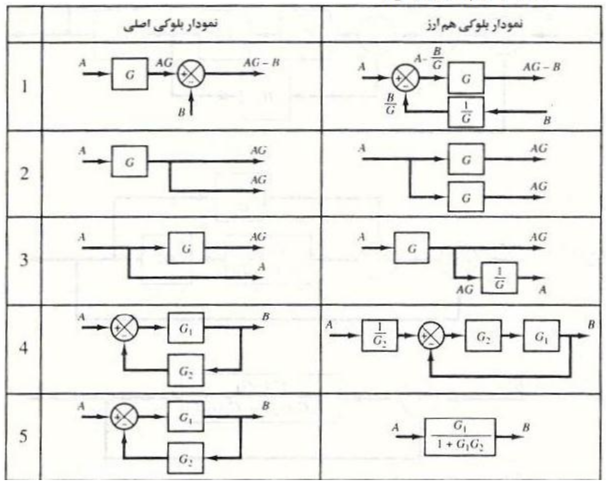
$$FFTF = \frac{C(s)}{E(s)} = G(s)$$

- سیستم حلقه بسته با اغتشاش :

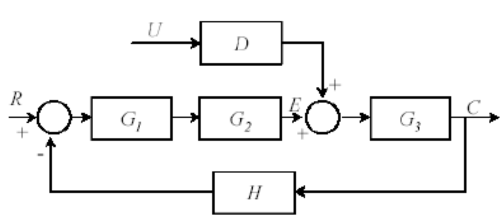
برای تعیین تابع تبدیل سیستم با ورودی اغتشاش، مانند سیستم با دو ورودی به ازاء هر یک خروجی سیستم را تعیین ونتیجه را با یکدیگر جمع می کنیم:



- **قواعد ساده سازی دیاگرام های بلوکی :**



ثال : ورودی سیستم R ، اغتشاش U و خروجی C می باشند. رابطه بین خروجی و ورودی و نیز اغتشاش طلوب نظر است. E متغیری است که صرفا" به منظور کمک به محاسبات تعریف می شود. سیستم به شکل یر می باشد:



استراتژی کنترل

- کنترل حلقه باز : ایده اصلی در این کنترل این است که سیستم تا حد ممکن دقیق طراحی شود. به طوری که خروجیهای دلخواه را تولید کند و هیچ اطلاعاتی را از خروجی فرایند بهکنترل کننده برگردانده نشود تا کنترل کننده تشخیص دهد آیا خروجی در حد مطلوب است یا خیر.بدین خاطر ممکن است خطای خروجی در بعضی مواقع خیلی زیاد باشد.
- در یک سیستم با کنترل حلقه باز تا وقتی که اختلال و جود نداشته باشد فرایند به خوبی عمل می کند، اما اگر اختلال نا خواسته ای باعث شود،خروجیها از حد مطلوب خارج شونددر این صورت ممکن است سیستم کلی از کنترل خارج شود

- کنترل پیشرو : درموقعی که اختلالات خارجی که بر عملکرد سیستم تاثیر می گذارد شناخته شده باشند می توان با مشاهده و اندازه گیری میزان اختلال تا حد امکان اثر اختلال را جبران نمود. این نوع کنترل را کنترل پیشرو می گویند.
- این نحوه کنترل هنگامی که میزان اختلال کم باشد و بتوان به طور دقیق آن را اندازه گرفت مناسب است. اما اگر اختلال خیلی زیاد باشد شیوه مناسبی نیست. همچنین در مواقعی که اندازه گیری خروجی به طور مستقیم امکان پذیر نباشد،این نوع کنترل مناسب نیست.

- کنترل حلقه بسته (Field back) : در این کنترل برای جبران اثر اختلال ، خروجی سیستم اندازه گیری می شودو در صورتی که خروجی از مقدار مطلوب فاصله داشته باشد،تدابیر کنترلی مناسب برای جبران آن اعمال می شود.
- به این صورت که خروجی سیستم اندازه گیری شده و تفاوت آن با مقدار مطلوب محاسبه می گردد. تفاوت بین این دو کمیت به کنترل کننده داده شده و کنترل کننده با توجه به میزان این خطا فرایندرا کنترل می نماید.

- سیگنال خطا=نقطه تنظیم – میزان اندازه گیری شده E=SP-MV

باید توجه کرد که صفر نمودن خطا در عمل امکان پذیر نیست ودر هر سیستم کنترلی همیشه تفاوت ناچیزی بین خروجی مطلوب و خروجی واقعی وجود خواهد داشت، اما تا وقتی که این خطا تا حد قابل قبول باشد از آن چشم پوشی می گردد.

- سیر تکاملی کنترل کننده ها

در سال ۱۹۴۰ برای نماسازی دستگاههای کنترلی از سیگنال فشار ۳ psi تا ۱۵ psiاستفاده می شده است .

- در سال ۱۹۶۰سیگنالهای استاندارد انالوگ ۴ mA-20mAبرای کنترل ابزار دقیق مورد استفاده قرار گرفته است در همان زمان برخی از استانداردهای دیگر نیز بوجود آمد.توسعه پردازنده دیجیتال در دهه ۷۰میلادی ، استفاده از کامپیوترهای رابرای نماسازی و کنترل یک سیستم ابزار دقیق از یک نقطه مرکزی توسعه داد. در دهه ۹۰ برای بهینه سازی اجرای سیستم های کنترل و فشردگی بیشتر سیستها فیلدباس ایجاد گردید که به تدریج استاندارد شد.انچه تصویرزیربیان می کند این است که سیر پیشرفت علم کنترل از اتوماسیون مکانیکی اغاز گردیده و سپس با اتوماسیون پنوماتیک ادامه یافته و پس ازآن بسمت الکتریکی شدن پیش رفته است .
- پس از ایجاد کنترل کننده های قابل برنامه ریزی ، انفور ماتیک و الکترونیک رشد کرده و به شیوه الکترونیکی در حجم گسترده تری بوجود آمده است.

انواع کنترلر ها

- کنترلر مغز متفکر یک پردازش صنعتی است و تمامی فرامینی راکه یک متخصص در نظر دارد اعمال کند تا پروسه، جریان استاندارد خود را در پیش گیرد و نهایتا پاسخ مطلوب حاصل شود از طریق کنترلر به سیستم فهمانده می شود. در واقع هرگاه پروسه های صنعتی به تنهایی و بدون استفاده از کنترل کننده در حلقه کنترل قرار گیرند معمولا پاسخهای مطلوبی را به لحاظ ویژگیهای گذرا یا ماندگار نخواهند داشت.
- بنابراین انتخاب و برنامه ریزی یک کنترلر مناسب از مهمترین مراحل یک پروسه صنعتی است.انتخاب کنترلر با توجه به درجه اهمیت پاسخ گذرا یا ماندگار و یا هردو و همچنین ملاحظات اقتصادی ویژه صورت می پذیرد.

یک کنترلر چگونه عمل می کند؟ در ابتدا سیگنال خروجی از سنسور وارد کنترلر می شود و با مقدار مبنا مقایسه می گردد و نتیجه مقایسه که همان سیگنال خطا می باشد، معمولا در داخل کنترلر هم تقویت شده و هم بسته به نوع کنترلر و پارامترهای مورد نظر، عملیاتی خاص روی ان انجام می گیرد سپس حاصل این عملیات به عنوان سیگنال خروجی کنترل کننده به بلوک بعدی وارد می شود.مقایسه سیگنالها و تقویت اولیه در همه کنترلر ها صرف نظر از نوع انها انجام می گیرد ،در واقع این عملیات بعدی است که نوع کنترلر را مشخص می کند

- کنترلر ها از نظر نوع عملکرد به انواع زیر تقسیم بندی می شوند:

۱-۵-۱کنترلر های ناپیوسته (گسسته) :

- کنترلر های دو وضعیتی:این نوع کنترلر ها ساختمانی ساده و کم حجم دارند و به نسبت ارزنتر از دیگر کنترلرهای پیچیده هستند به همین خاطر کاربردهای فروانی در صنعت ودر مکانهایی که کنترل ترکیبی ،پیوسته و پیچیده مورد نظر نیست دارند.•
- کنترلر های سه وضعیتی•
- کنترلرهای چند وضعیتی

کنترلر های پیوسته:

-

کنترلر تناسبی:P

- (Proportionalدراین نوع کنترلربین خروجی و ورودی یک نسبت مستقیم وجود دارد با یک ضریب مشخص که آنرا کنترل کننده p_می نامند.
- البته کنترلر تناسبی به تنهایی کافی نیست .
- زیرا وقتی خروجی سیستم بسمت مقدار مطلوب پیش می رود، خطا کاهش یافته و در نتیجه خروجی کنترلی نیز کم می گردد.
- بنابراین همواره یک خطای ماندگار بین مقدار مطلوب و خروجی واقعی وجود دارد.این خطا را می توان با افزایش بهره کنترل کننده کاهش داد اما باعث ناپایداری سیستم و نوسان خروجی می شود.
- برای حل این مشکلات معمولا کنترلرتناسبی را همراه کنترلرهای مشتق و انتگرال بکار می برند.

- کنترلر انتگرالی(I) Integral همانطور که از نامش پیداست بین ورودی و خروجی یک رابطه انتگرالی برقراراست
- ین کنترلر برای جبران خطای ماندگار به کار می رود،زیرا تا وقتی که خطایی در خروجی وجود داشته باشد،جمله انتگرال تغییر پیدا می کند و در نتیجه خطای خروجی رفته کاهش می یابد.

- کنترلر (D) Differentiate همانطور که از نامش پیداست بین ورودی و خروجی یک رابطه مشتقی برقراراست

- کنترلر تناسبی – انتگرالی (PI)
- (کنترلر PIترکیبی از کنترلر انتگرالی و تناسبی است که به صورت موازی بهم وصل شده اند.
- مزایای هردونوع کنترل انتگرالی و تناسبی را خواهد داشت .پایداری ، سرعت و نداشتن خطای حالت ماندگار از ویژگیهای این کنترلر است.

- کنترلر تناسبی – مشتق گیرPD

- PDکنترلر از ترکیب موازی دونوع کنترلر مشتق گیر و انتگرالی ایجاد می شود.کنترلرمشتق گیردارای این مشخصه است که خود را سریعا با تغییرات ورودی هماهنگ می کنند
- لذا در مواردی که پاسخ سریع خروجی مد نظر است می توان از این نوع کنترلر ها استفاده کرداماز انجایی که عمل مشتق گیری باعث تقویت نویزهای موجود در محیط پروسهمی شوندو به علاوه مشتق گیرها تنها نسبت به تغییرات ورودی حساسیت نشان می دهندبنابراین مشتق گیرها به تنهایی مورد استفاده قرار نمی گیرند بلکه هرگاه نیاز به خاصیت مشتق گیری در یک پروسه باشد ،کنترلرآان را به صورت مشتق گیر–تناسبی یا مشتق گیر–انتگرالی یا مشتق گیر–تناسبی – انتگرالی می سازند.

- کنترلر PID: این نوع کنترلر از ترکیب موازی سه کنترلر تناسبی ،انتگرالی و مشتق گیر ایجاد می شود و متداولترین نوع کنترلر در صنایع می باشد.

- کنترلر های نیوماتیکی(Pneumatic:)این نوع کنترلر از باد و هوای فشرده بعنوان منبع تغذیه استفاده می کند.بدلیل ساختمان ساده،راحتی تعمیر و نگهداری ، ایمنی در برابر انفجار و اتش سوزی و ارزانی انها کاربردهای فراوانی در صنعت داشته اند و امروزه بدلیل جایگزین شدن سیستمهای پیچیده الکترونیکی و نرم افزارهای کنترلی قابل تغییر و پیاده سازی بر روی سیستمهای الکترونیکی ،کمتراز کنترلر هاینیو ماتیکی استفاده می شود.

- کنترلر های هیدرولیکی(Hydraulic:)این نوع کنترل کننده ها از نیروی روغن هیدرولیک تحت فشار به عنوان منبع تغذیه استفاده می کنند، مزایای زیادی که اینگونه سیستمها دارند، باعث شده تا جای خوبی برای خودشان در صنعت باز کنندو در جاهایی که حرکات تحت فشار و وزن بالا انجام می پذیرد سیستمهای هیدرولیک بهترین و دقیق ترین عملکرد را از خود نشان می دهند کنترلر های هیدرولیک علاوه برقابلیت انجام حرکت سنگین بطور پیوسته دارای دقت و سرعت عمل بسیار خوبی نیز می باشند.امروزه باوجود جایگزینی مدلهای الکترونیکی پیچیده تر و کارامدتر هنوز هم نمی توان کارایی های بالا و منحصر بفرد سیستمهای هیدرولیکی را نادیده گرفت.

- کنترلرهای الکترونیکی (Electronic:)کنترلرهای الکترونیکی ، کنترلرهایی هستند که از نیروی الکتریسیته جهت کنترل، هدایت و فرمان دادن استفاده می کنند .

کنترل کننده های برنامه پذیر

- از عبارت Programmable Logic control به معنای کنترل کننده منطقی قابل برنامه ریزی گرفته شده است .PLC، کنترل کننده ای نرم افزاری است که در قسمت ورودی، اطلاعاتی را بصورت باینری دریافت و آنها را طبق برنامه ای که در حافظه اش ذخیره شده پردازش می نماید و نتیجه عملیات را نیز از قسمت خروجی به صورت فرمان هایی به گیرنده ها و اجرا کننده های فرمان (Actuators ارسال می کند.
به عبارت دیگر PLC عبارت از یک کنترل کننده منطقی است که می توان منطق کنترل را توسط برنامه برای آن تعریف نمود و در صورت نیاز، به راحتی آن را تغییر داد