ریاضی ۱ دهم – تجربی و ریاضی

گویا کردن مخرج کسرها (صفحه ۶۵)

معمولا در گویا کردن مخرج کسرها با سه حالت کلی مواجه هستیم:

۱- کسرهایی که شامل تنها یک عبارت رادیکالی در مخرجشان هستند: (در ریاضی نهم بیان شد...)

صورت و مخرج آن کسر را در یک عبارت رادیکالی مناسب (یک عبارت رادیکالی که توان عبارت زیر رادیکال را با فرجه آن برابر کند) ضرب می کنیم تا رادیکال حذف شود.

مثال :

$$\frac{۵}{۲\sqrt{۳}}=\frac{۵}{۲\sqrt{۳}}\times\frac{\sqrt{۳}}{\sqrt{۳}}=\frac{۵\sqrt{۳}}{۲\times\sqrt{۹}}=\frac{۵\sqrt{۳}}{۲\times ۳}=\frac{۵\sqrt{۳}}{۶}$$

$$\frac{۲}{\sqrt[۳]{۴}}=\frac{۲}{\sqrt[۳]{۴}}\times\frac{\sqrt[۳]{۴^۲}}{\sqrt[۳]{۴^۲}}=\frac{۲\sqrt[۳]{۴^۲}}{\sqrt[۳]{۴\times ۴^۲}}=\frac{۲\sqrt[۳]{۴^۲}}{\sqrt[۳]{۴^۳}}=\frac{۲\sqrt[۳]{۴^۲}}{۴}=\frac{\sqrt[۳]{۱۶}}{۲}$$

در مثال دوم عبارتی رادیکالی با فرجه ۳ داشتیم و برای حذف آن باید عبارت زیر رادیکال را تبدیل به عبارتی با توان ۳ کنیم تا با فرجه یکسان شود و بتوانیم کل رادیکال را از مخرج حذف کنیم.

۲- کسرهایی که شامل عبارت هایی مانند $\sqrt{a}+\sqrt{b}$ و $\sqrt{a}-\sqrt{b}$ در مخرجشان هستند:

صورت و مخرج آن کسر را در مزدوج عبارت مخرج ضرب می کنیم تا با استفاده از اتحاد مزدوج رادیکال حذف شود. یعنی:

$$\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)=\left(\sqrt{a}\right)^{۲}-\left(\sqrt{b}\right)^{۲}=a-b$$

مثال :

$$\frac{۲}{\sqrt{۳}+۵}=\frac{۲}{\sqrt{۳}+۵}\times\frac{\sqrt{۳}-۵}{\sqrt{۳}-۵}=\frac{۲\left(\sqrt{۳}-۵\right)}{\left(\sqrt{۳}\right)^{۲}-(۵)^{۲}}=\frac{۲\left(\sqrt{۳}-۵\right)}{۳-۲۵}=\frac{۲\left(\sqrt{۳}-۵\right)}{-۲۲}=\frac{۵-\sqrt{۳}}{۱۱}$$

$$\frac{۱}{\sqrt{۵}-\sqrt{۳}}=\frac{۱}{\sqrt{۵}-\sqrt{۳}}\times\frac{\sqrt{۵}+\sqrt{۳}}{\sqrt{۵}+\sqrt{۳}}=\frac{\sqrt{۵}+\sqrt{۳}}{\left(\sqrt{۵}\right)^{۲}-\left(\sqrt{۳}\right)^{۲}}=\frac{\sqrt{۵}+\sqrt{۳}}{۵-۳}=\frac{\sqrt{۵}+\sqrt{۳}}{۲}$$

$$\frac{۸}{۳\sqrt{۲}+۴}=\frac{۸}{۳\sqrt{۲}+۴}\times\frac{۳\sqrt{۲}-۴}{۳\sqrt{۲}-۴}=\frac{۸\left(۳\sqrt{۲}-۴\right)}{\left(۳\sqrt{۲}\right)^{۲}-(۴)^{۲}}=\frac{۸\left(۳\sqrt{۲}-۴\right)}{۱۸-۱۶}=۴\left(۳\sqrt{۲}-۴\right)=۱۲\sqrt{۲}-۱۶$$

$$\frac{h}{\sqrt{x+h}-\sqrt{x}}=\frac{h}{\sqrt{x+h}-\sqrt{x}}\times\frac{\sqrt{x+h}+\sqrt{x}}{\sqrt{x+h}+\sqrt{x}}=\frac{h\left(\sqrt{x+h}+\sqrt{x}\right)}{\left(\sqrt{x+h}\right)^{۲}-\left(\sqrt{x}\right)^{۲}}=\frac{h\left(\sqrt{x+h}+\sqrt{x}\right)}{x+h-x}$$

$$\frac{h\left(\sqrt{x+h}+\sqrt{x}\right)}{h}=\sqrt{x+h}+\sqrt{x}$$

۳- کسرهایی که شامل عبارت هایی مانند $\frac{۱}{\sqrt[۳]{a}+\sqrt[۳]{b}}$ و $\frac{۱}{\sqrt[۳]{a}-\sqrt[۳]{b}}$ در مخرجشان هستند:

در واقع هرجا در مخرج کسر، جمع یا تفریق عبارات رادیکالی با فرجه ۳ دیدید، با استفاده از اتحاد چاق و لاغر رادیکال حذف می شود. اگر کمی دقت کنید مخرج این عبارت ها در واقع قسمتی از اتحاد چاق و لاغر هستند یعنی:

$$\left(\text{اولی} + \text{دومی}\right)\left(\left(\text{اولی}\right)^{۲} - \text{اولی} \times \text{دومی} + \left(\text{دومی}\right)^{۲}\right) = \left(\text{اولی}\right)^{۳} + \left(\text{دومی}\right)^{۳}$$

$$\left(\sqrt[۳]{a} + \sqrt[۳]{b}\right)\left(\left(\sqrt[۳]{a}\right)^{۲} - \sqrt[۳]{ab} + \left(\sqrt[۳]{b}\right)^{۲}\right) = a^{۳} + b^{۳}$$

$$\left(\text{اولی} - \text{دومی}\right)\left(\left(\text{اولی}\right)^{۲} + \text{اولی} \times \text{دومی} + \left(\text{دومی}\right)^{۲}\right) = \left(\text{اولی}\right)^{۳} - \left(\text{دومی}\right)^{۳}$$

$$\left(\sqrt[۳]{a} - \sqrt[۳]{b}\right)\left(\left(\sqrt[۳]{a}\right)^{۲} + \sqrt[۳]{ab} + \left(\sqrt[۳]{b}\right)^{۲}\right) = a^{۳} - b^{۳}$$

مثال :

$$\frac{۱}{\sqrt[۳]{۲}-۱} = \frac{۱}{\sqrt[۳]{۲}-۱} \times \frac{\left(\sqrt[۳]{۲}\right)^{۲} + \sqrt[۳]{۲} \times ۱ + (۱)^{۲}}{\left(\sqrt[۳]{۲}\right)^{۲} + \sqrt[۳]{۲} \times ۱ + (۱)^{۲}} = \frac{\sqrt[۳]{۴} + \sqrt[۳]{۲} + ۱}{\left(\sqrt[۳]{۲}\right)^{۳} - (۱)^{۳}} = \frac{\sqrt[۳]{۴} + \sqrt[۳]{۲} + ۱}{۲-۱} = \sqrt[۳]{۴} + \sqrt[۳]{۲} + ۱$$

$$\frac{۱}{\sqrt[۳]{۵}+۱} = \frac{۱}{\sqrt[۳]{۵}+۱} \times \frac{\left(\sqrt[۳]{۵}\right)^{۲} - \sqrt[۳]{۵} \times ۱ + (۱)^{۲}}{\left(\sqrt[۳]{۵}\right)^{۲} - \sqrt[۳]{۵} \times ۱ + (۱)^{۲}} = \frac{\sqrt[۳]{۲۵} - \sqrt[۳]{۵} + ۱}{\left(\sqrt[۳]{۵}\right)^{۳} + (۱)^{۳}} = \frac{\sqrt[۳]{۲۵} - \sqrt[۳]{۵} + ۱}{۶}$$

$$\frac{۱}{\sqrt[۳]{۷}-\sqrt[۳]{۳}} = \frac{۱}{\sqrt[۳]{۷}-\sqrt[۳]{۳}} \times \frac{\left(\sqrt[۳]{۷}\right)^{۲} + \sqrt[۳]{۷} \times ۱ + \left(\sqrt[۳]{۳}\right)^{۲}}{\left(\sqrt[۳]{۷}\right)^{۲} + \sqrt[۳]{۷} \times ۱ + \left(\sqrt[۳]{۳}\right)^{۲}} = \frac{\sqrt[۳]{۴۹} + \sqrt[۳]{۷} + \sqrt[۳]{۹}}{\left(\sqrt[۳]{۷}\right)^{۳} - \left(\sqrt[۳]{۳}\right)^{۳}} = \frac{\sqrt[۳]{۴۹} + \sqrt[۳]{۷} + ۳}{۴}$$