



جزوات تیزهوشان درس آموز



جزوات تیزهوشان ریاضی ششم



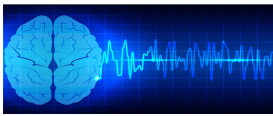
D&A





جزوات آمادگی آزمون نیزهوشان ششم

دکتر علیرضا نورالدینی



۷۱ عدد اعشاری

عدد اعشاری و نمایش، جمع و تفریق، ضرب و تقسیم، محاسبات اعشاری و نکات پیشرفته، سؤالات تشریحی و تستی



۳۱ کسر و محاسبه

کسرها و نمایش، جمع و تفریق، ضرب و تقسیم، محاسبات با کسرها و نکات پیشرفته، سؤالات تشریحی و تستی



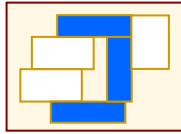
۲ عدد و الگو

الگوهای عددی، عدد نویسی، بخش پذیری، عددهای صحیح و نکات پیشرفته، سؤالات تشریحی و تستی



۱۹۷ تقریب

مفهوم تقریب زدن، روش‌های تقریب، محاسبات تقریبی و نکات، سؤالات تشریحی و تستی



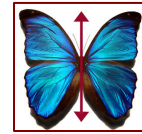
۱۷۳ تناسب

نسبت و تناسب، درصد و کاربردها، نکات پیشرفته، سؤالات تشریحی و تستی



۱۲۰ اندازه گیری

طول و سطح، محیط و مساحت، جرم و حجم، خط و زاویه، نکات پیشرفته، سؤالات تشریحی و تستی



۹۲ تقارن

مرکز تقارن، دوران، محور تقارن، مختصات نقاط، نکات پیشرفته، سؤالات تشریحی و تستی

درس آموز

www.darsamoz.com

این جزوه جهت آشنایی:

دانش‌آموزان، اساتید و خانواده‌ها

با:

روش آموزشی درس آموز در ریاضیات تیزهوشان

اهداء می‌گردد.

(۱۳۹۶)

اطلاعات بیشتر در:

<http://www.darsamoz.com>

اساتید نخبه، به شاگردان پیاموزید:

دانش آموزان باهوش، توجه کنید:

که:



بنابراین:

جزوات درس آموز را دقیق مطالعه کنید.
مثالها را دنبال کرده و سپس چند بار خودتان آنها را حل کنید.
روی تمرینات و تستهای پایانی فکر کرده و سعی کنید روشهایی برای حل پیشنهاد داده و بکار ببرید.

از نادرست بودن جوابهایتان نترسید!

با گذشت زمان و تمرین کردن و کسب تجربه، تعداد جوابهای درستتان بیشتر خواهد شد.

پس:

مفاهیم جدید را پیاموزید و به خاطر بسپارید.

مثالها و نمونهها را بررسی کنید و تکرار نمایید.

تا می‌توانید:

تمرین و تمرین و تمرین و ... کنید!.

ششم تیزهوشان



جزوه: ۱ عدد و الگوها

صفحه	فهرست مطالب جزوه
۳	▪ الگوهای عددی
۱۰	▪ عدد نویسی
۱۲	▪ بخش پذیری
۱۷	▪ عددهای صحیح
۱۹	▪ قدری پیشرفته‌تر
۲۵	▪ سؤالات تشریحی
۲۶	▪ سؤالات چهار گزینه‌ای

مثال: در پارکینگ یک کتابخانه، تعدادی دوچرخه قرار دارد. ارتباط بین تعداد دوچرخه‌ها و تعداد چرخ‌های آن‌ها چنین است:

- یک دوچرخه دارای ۲ چرخ، دو دوچرخه دارای ۴ چرخ و ... خواهد بود:

تعداد دوچرخه	۱	۲	۳	۴	۵
تعداد چرخ‌ها	۲	۴	۶	۸	۱۰

- مشاهده می‌کنید: تعداد چرخ‌ها همیشه دو برابر تعداد دوچرخه‌ها است.
بنابراین:
- اگر تعداد دوچرخه‌ها برابر ۱۰ باشد، تعداد چرخ‌ها $2 \times 10 = 20$ است.
- اگر تعداد دوچرخه‌ها را با \square نشان دهیم، الگوی تعداد چرخ‌ها چنین است:

$$2 \times \square$$

توجه کنید:

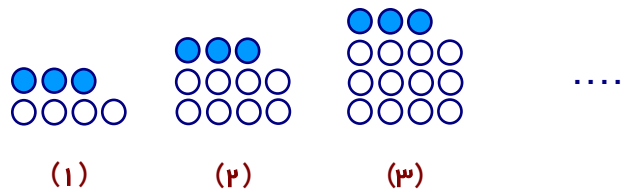
بهتر است تعداد دوچرخه‌ها را با حرف n نشان دهیم تا الگوی تعداد چرخ‌ها به صورت $2 \times n$ نوشته شود.

نکته ۱:

در شکل‌های مشابه و منظم، اگر بین شماره شکل و تعداد اجزای آن ارتباط برقرار کنیم، یک فرمول بدست می‌آید که «الگو» نام دارد. همواره سعی می‌کنیم:

برای شکل شماره n یک الگو بنویسیم!

مثال: ارتباط بین شماره شکل و تعداد گوی‌های زیر را معلوم کرده و به سؤالات پاسخ دهید:



- (الف) در شکل یازدهم چند گوی وجود دارد؟
(ب) الگوی کلی تعداد گوی‌ها چیست؟

پاسخ: توبه کنید:

- در شکل اول: یک ردیف ۴ تایی بعلاوه ۳ گوی در بالا دیده می‌شود و در کل $۴ \times ۱ + ۳ = ۷$ گوی وجود دارد.
 - در شکل دوم: دو ردیف ۴ تایی و ۳ گوی هم در بالا دیده می‌شود. پس در کل $۴ \times ۲ + ۳ = ۸ + ۳ = ۱۱$ گوی وجود دارد.
 - در شکل سوم: سه ردیف ۴ تایی و ۳ گوی در بالا دیده می‌شود. پس در کل $۴ \times ۳ + ۳ = ۱۲ + ۳ = ۱۵$ گوی وجود دارد.
- الف)** با توجه به بررسی قبل: در شکل یازدهم باید تعداد گوی‌ها به صورت زیر باشد:

$$۴ \times ۱۱ + ۳ = ۴۴ + ۳ = ۴۷$$

ب) باید الگو را بر حسب n بنویسیم:

$$۴ \times n + ۳$$



تست: با توجه به الگوی روبرو:

$$\boxed{۵} \quad \boxed{۸} \quad \boxed{۱۱} \quad \boxed{۱۴} \quad \dots$$

عدد بیست و نهم الگو کدام است؟

۹۸ ④

۹۷ ③

۸۹ ②

۸۷ ①

گزینه ۲:

با کمی دقت می‌فهمیم که نظمی در عددها وجود دارد:

- اولین عدد $۵ = ۳ + ۲$ است.
- دومین عدد $۸ = ۶ + ۲$ یا $۳ \times ۲ + ۲$ است.
- سومین عدد $۱۱ = ۹ + ۲$ یا $۳ \times ۳ + ۲$ است.

پس این نظم در مورد عدد چهارم هم درست است، پس الگوی زیر درست می‌آید:

$$۳ \times n + ۲$$

حالا جای n عدد ۲۹ را قرار می‌دهیم تا عدد بیست و نهم معلوم گردد:

$$۳ \times ۲۹ + ۲ = ۸۷ + ۲ = ۸۹$$



نکته ۲:

گاهی در یک الگو، هر عدد با توجه به عدد قبل از خود مشخص می‌شود!

نمونه‌های بعدی را ببینید:

تست: با توجه به الگوی زیر، عدد بعدی کدام است؟

$$\boxed{۱۷} \quad \boxed{۲۲} \quad \boxed{۲۹} \quad \boxed{۳۸} \quad \boxed{۴۹} \quad \boxed{?}$$

۶۲ ④

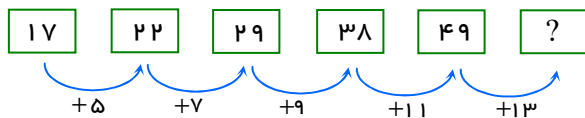
۶۵ ③

۶۰ ②

۵۵ ①

گزینه ۴:

با کمی دقت متوجه نظم عددها می شویم:



پس باید عدد ۴۹ با ۱۳ جمع گردد:

$$49 + 13 = 62$$

تست: با توجه به الگوی عددی، عدد بعدی چیست؟ (تیزهوشان ۹۳-۹۲)



۱۷۵ ④

۷۱۵ ③

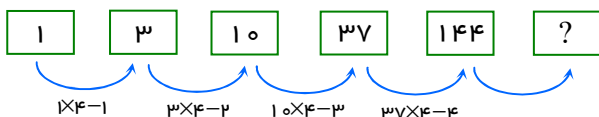
۵۷۱ ②

۱۵۳ ①

گزینه ۲:

به عددها از چپ به راست نگاه کنید:

- در اولین مرحله، عدد ۱ در ۴ ضرب شده و از آن ۱ واحد کم شده است: $1 \times 4 - 1 = 4 - 1 = 3$
- در دومین مرحله، عدد ۳ در ۴ ضرب شده ولی از آن ۲ واحد کم شده است: $3 \times 4 - 2 = 12 - 2 = 10$
- در سومین مرحله، عدد ۱۰ در ۴ ضرب شده و از آن ۳ واحد کم شده است: $10 \times 4 - 3 = 40 - 3 = 37$
- در مرحله‌ی بعدی هم می‌بینید نظم بالا ادامه دارد:



پس در مرحله‌ی آخر باید عدد ۱۴۴ در ۴ ضرب شده و عدد ۵ از آن کم شود:

$$144 \times 4 - 5 = 576 - 5 = 571$$

در ادامه چند نوع الگوی استاندارد (یعنی: معروف و پر تکرار) را می‌آوریم:

نکته ۳:

عددهای زوج: عددهایی هستند که بر ۲ بخش پذیرند. رقم یکان این عددها ۰ یا ۲ یا ۴ یا ۶ یا ۸ است و بویژه:

الگوی عددهای زوج به صورت $2 \times n$ است!

بقیه عددهای طبیعی فرد هستند و چون با عددهای زوج یک عدد تفاوت دارند:

الگوی عددهای فرد به صورت $2 \times n - 1$ است!

نکته:

به چند مورد توجه کنید:

▪ حاصل جمع دو عدد زوج همیشه عددی زوج خواهد شد. نمونه‌ها را ببینید:

$$۲+۴=۶ \quad \text{و} \quad ۱۰+۶=۱۶$$

همچنین: حاصل جمع هر دو عدد فرد، باز هم زوج خواهد بود:

$$۷+۵=۱۲ \quad \text{و} \quad ۳+۷=۱۰$$

▪ اگر یک عدد زوج با یک عدد فرد جمع شود، حاصل عددی فرد خواهد بود. چند نمونه ببینید:

$$۹+۱۴=۲۳ \quad \text{و} \quad ۷+۱۲=۱۹$$

بعلاوه: خاصیت تفریق هم مانند جمع است.

▪ اگر دو عدد فرد باشند، ضرب آن‌ها هم فرد است. ولی اگر یکی از عددها هم زوج باشد، ضرب آن‌ها زوج است.

$$۴ \times ۴۲ = ۱۶۸ \quad \text{و} \quad ۶ \times ۳ = ۱۸ \quad \text{و} \quad ۹ \times ۵ = ۴۵$$

مثال: جاهای خالی را با کلمه مناسب کامل کنید:

(الف) حاصل جمع هر عدد با خودش است.

(ب) عدد ۳۹ را با عددی جمع کرده و حاصل زوج شده است. آن عدد بوده است.

پاسخ: توبه کنید:

(الف) زوج: چه عدد زوج و چه فرد باشد، جمع آن با خودش همیشه زوج است.

(ب) فرد: چون ۳۹ فرد است، باید با عدد فرد جمع شود تا حاصل زوج شود.

تست: اگر عدد ∇ فرد باشد، کدام یک از عددهای زیر حتماً زوج است؟

④ $\nabla \times \nabla \times \nabla$

③ $۳ \times \nabla + \nabla$

② $۲ \times \nabla - ۱$

① $\frac{\nabla}{۲}$

گزینه ۳:

چون عددهای ∇ و ۳ هر دو فرد هستند، حاصل ضرب $۳ \times \nabla$ نیز فرد است. در نتیجه عبارت $۳ \times \nabla + \nabla$ که جمع دو عدد فرد است، عددی زوج خواهد شد.

نکته ۴:

الگوی مضرب‌های هر عددی، مشابه الگوی عددهای زوج (مضرب ۲) است. مثلاً:

▪ الگوی عددهای مضرب ۳، یعنی عددهایی که بر ۳ بخش‌پذیر هستند، به صورت $۳ \times n$ است.

▪ الگوی مضرب‌های ۴، یعنی عددهایی که بر ۴ بخش‌پذیر هستند، به صورت $۴ \times n$ است.

به همین ترتیب:

▪ الگوی عددهای مضرب ۷، به صورت $۷ \times n$ است.

مثال: سه عدد بعدی در زیر را بنویسید:

۸, ۱۶, ۲۴, , ,

الف) چه الگویی برای عددها در این رشته وجود دارد؟

ب) عدد صدم در این رشته چیست؟

پاسخ:

پون عدد ۸ تا ۸ تا زیاد شده اند می نویسیم:

۸, ۱۶, ۲۴, ۳۲, ۴۰, ۴۸

الف) این عددها را می توان به صورت زیر نوشت:

$۸ \times ۱, ۸ \times ۲, ۸ \times ۳, ۸ \times ۴, ۸ \times ۵, ۸ \times ۶$

پس: الگوی عددها $۸ \times n$ فوهر شد.

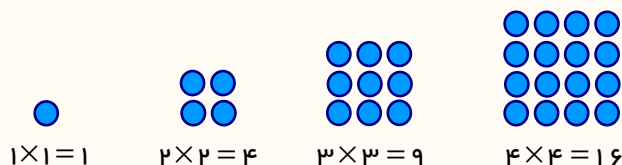
ب) برای به دست آوردن عدد صدم، جای n در الگو عدد ۱۰۰ را قرار می دهیم:

$$۸ \times ۱۰۰ = ۸۰۰$$



نکته ۵:

عددهای مربعی: الگوی این عددها به صورت زیر است:



پس در الگوی مربعی، شماره‌ی هر شکل در خودش ضرب می شود: $n \times n$.

تست: کدام دسته از عددهای زیر همگی مربعی هستند؟

۲۵, ۴۹, ۵۶ **۲**

۲۵, ۴۲, ۳۶ **۱**

۱۵, ۴۹, ۸۱ **۴**

۹, ۶۴, ۸۱ **۳**

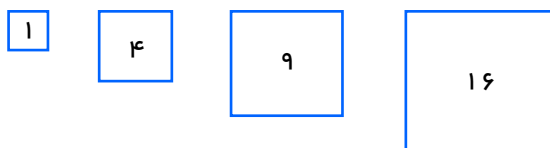
گزینه ۳:

فقط در مورد سوم تمام عددها از ضرب یک عدد در خودش بدست می آیند:

$$۳ \times ۳ = ۹ \quad \text{و} \quad ۸ \times ۸ = ۶۴ \quad \text{و} \quad ۹ \times ۹ = ۸۱$$



تست: با توجه به الگو، مساحت پنجاهمین مربع چیست؟ (تیزهوشان ۹۲-۹۳)



- ۱ ۲۵۵۰
- ۲ ۲۰۰۰
- ۳ ۲۵۵۳
- ۴ ۲۵۰۰

گزینه ۴:

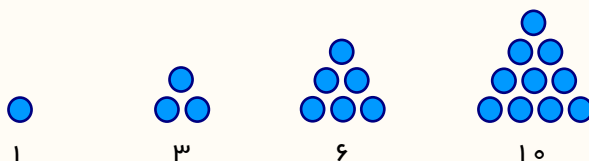
مساحت در شکل اول $1 \times 1 = 1$ و در شکل دوم $2 \times 2 = 4$ و در شکل سوم $3 \times 3 = 9$ است. پس عددها مربعی بوده و مساحت در شکل پنجاهم چنین است:

$$50 \times 50 = 2500$$



نکته ۶:

عددهای مثلثی: الگوی این عددها به صورت زیر است:



چنان که می‌بینید: در الگوی مثلثی، اولین عدد ۱، دومین عدد $1 + 2 = 3$ ، سومین عدد $1 + 2 + 3 = 6$ و ... است.

توجه کنید:

جمع‌های منظم مانند نمونه زیر حساب می‌شوند:

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = \frac{6 \times 7}{2} = 42 \div 2 = 21$$

یعنی: عدد آخر را در یک عدد بیشتر از آن ضرب کرده و جواب بر ۲ تقسیم می‌شود. پس عددهای مثلثی را از این روش می‌توان حساب کرد: مثلاً عدد بیستم مثلثی:

$$(20 \times 21) \div 2 = 420 \div 2 = 210$$

نتیجه:

اگر یک عدد مثلثی در عدد ۲ ضرب شود، حاصل آن را می‌توان به صورت ضرب دو عدد پشت سرهم نوشت!

تست: کدام عدد مثلثی است؟

۳۱ ④

۲۳ ③

۱۸ ②

۲۱ ①

گزینه ۱:

توجه کنید: دو برابر عدد ۲۱ برابر $۲ \times ۲۱ = ۴۲$ است و آن را می‌توان به صورت ۶×۷ نوشت. دو برابر ۱۸ مساوی ۳۶، دو برابر ۲۳ مساوی ۴۶ و دو برابر ۳۱ مساوی ۶۲ است. هیچکدام از سه عدد ۳۶ و ۴۶ و ۶۲ را به صورت ضرب دو عدد پشت سرهم نمی‌توان نوشت!

نکته ۷:

الگوی حسابی: در این الگو فاصله‌ی عددها همیشه یکسان است. مانند:

$$۲, ۷, ۱۲, ۱۷, ۲۲, \dots$$

$$+۵ \quad +۵ \quad +۵ \quad +۵$$

می‌بینید که در الگوی بالا فاصله‌ی عددها همیشه برابر ۵+ است. روش حساب کردن عددهای حسابی:

■ از شماره n عدد ۱ را کم کرده و در فاصله‌ی عددها ضرب می‌کنیم:

$$\text{فاصله} \times (n - 1)$$

■ جواب مرحله‌ی قبل را با اولین عدد جمع می‌کنیم.

مثلاً در الگوی $۲, ۷, ۱۲, ۱۷, ۲۲, \dots$ عدد بیست و هفتم برابر است با:

$$۱۳۰ + ۲ = ۱۳۲ \Rightarrow ۱۳۰ \times ۵ = ۶۵ \times ۵ = ۳۲۵ \Rightarrow (۲۷ - ۱) \times ۵$$

تست: در الگوی عددی زیر، عدد صد و سی و یکم کدام است؟

$$۱۱ \rightarrow ۱۵ \rightarrow ۱۹ \rightarrow ۲۳ \rightarrow \dots$$

۵۲۱ ④

۵۳۱ ③

۵۳۴ ②

۵۲۴ ①

گزینه ۳:

چون فاصله‌ی عددها همیشه برابر ۴ است، برای برست آوردن عدد صد و سی و یکم:

● حاصل $۱۳۰ - ۱ = ۱۳۱$ را در فاصله ضرب می‌کنیم:

$$۱۳۰ \times ۴ = ۵۲۰$$

● جواب را با اولین عدد جمع می‌کنیم:

$$۵۲۰ + ۱۱ = ۵۳۱$$

برای خواندن عددهای بزرگ با حروف، ارقام را از سمت راست «سه رقم سه رقم» جدا کرده، به ارزش مکانی رقم‌ها توجه کرده و عدد را می‌خوانیم:



حتی می‌توانیم رقم‌ها را در جدول ارزش مکانی قرار دهیم:

میلیارد			میلیون			هزار					
ص	د	ی	ص	د	ی	ص	د	ی	ص	د	ی
	۲	۱	۰	۳	۵	۴	۹	۴	۰	۹	۶

اکنون می‌توانیم این عدد را با حروف بنویسیم:

بیست و یک میلیارد و سی و پنج میلیون و چهارصد و نود و چهار هزار و نود و شش

نکته ۸:

مقایسه عددها: این کار در دو مرحله انجام می‌شود:

- عددی که تعداد رقم‌های بیشتری دارد، بزرگ‌تر است.
- اگر تعداد ارقام برابر باشد، رقم‌ها را یکی از چپ به راست مقایسه می‌کنیم. در اولین جایی که رقم‌های دو عدد تفاوت کند، عدد بزرگ‌تر معلوم می‌شود.

مثال: عددهای زیر را با هم مقایسه کرده و بین آن‌ها علامت $<$ $=$ $>$ قرار دهید:

الف) چهار میلیارد و نود و پنج میلیون و هفتصد و سی هزار ۴۵۰۷۹۰۱۲۰۱۳

ب) ۲۳۳۲۰۲۲۰۰۹ ۲۳۳۲۰۲۳۰۰۲

پاسخ:

الف) عدد سمت راست دارای ۱۰ رقم و عدد سمت چپ دارای ۱۱ رقم است و بنابراین:

$$۴۵,۰۷۹,۰۱۲,۰۱۳ > ۴,۰۹۵,۷۳۰,۰۰۰$$

ب) این دو عدد تعداد ارقام برابر دارند و بنابراین باید رقم‌ها از سمت چپ با هم مقایسه شوند:

$$۲,۳۳۲,۰۲۲,۰۰۹ < ۲,۳۳۲,۰۲۳,۰۰۲$$

رقم هزارگان در عدد سمت راست برابر ۳ ولی رقم هزارگان در عدد سمت چپ برابر ۲ است.





نکته ۹:

نوشتن بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین عدد (وقتی تکرار رقم‌ها آزاد باشد):

- برای نوشتن بزرگ‌ترین عدد، از رقم ۹ استفاده می‌کنیم، مگر این‌که عدد خواسته شده شرط دیگری داشته باشد.
- برای نوشتن کوچک‌ترین عدد، از رقم‌های ۰ و ۱ استفاده می‌کنیم و اگر شرطی داده شده بود، آن را رعایت می‌کنیم.

تست: تفاوت بزرگ‌ترین عدد سه رقمی مضرب ۵ و کوچک‌ترین عدد چهار رقمی فرد کدام است؟

۴ ④

۲ ③

۸ ②

۶ ①

گزینه ۱:

بزرگ‌ترین عدد سه رقمی مضرب ۵ برابر ۹۹۵ و کوچک‌ترین عدد چهار رقمی فرد برابر ۱۰۰۱ است. اختلافشان:

$$1001 - 995 = 6$$



نکته ۱۰:

نوشتن بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین عدد (وقتی تکرار رقم‌ها آزاد نباشد):

- بزرگ‌ترین عدد: از سمت چپ با رقم ۹ شروع کرده و برای رقم‌های بعدی ۸ و ۷ ... استفاده می‌کنیم و اگر شرطی داشتیم، رعایت می‌کنیم.
- کوچک‌ترین عدد: از رقم‌های ۰ و ۱ شروع کرده و برای رقم‌های بعدی ۲ و ۳ ... استفاده می‌کنیم و اگر شرطی داده شده بود، آن را رعایت می‌کنیم.

مورد بعد را ببینید:

مثال: بزرگ‌ترین عدد ده رقمی با شرایط خواسته شده زیر را بنویسید:

فرد باشد، رقم تکراری نداشته باشد، از پنج میلیارد کوچک‌تر باشد.

پاسخ:

باید رقم سمت چپ ۴ باشد و رقم سمت راست فرد باشد:

میلیارد			میلیون			هزار		
ص	د	ی	ص	د	ی	ص	د	ی
		۴	۹	۸	۷	۶	۵	۳
						۲	۰	۱

توجه کنید:

- رقم‌ها را به ترتیب از بزرگ به کوچک می‌نویسیم.
- چون رقم ۴ در سمت چپ به کار رفته است، بعد از رقم ۵ نباید تکرار شود.

پس عدد مورد نظر ۴,۹۸۷,۶۵۳,۲۰۱ است.



تست: با جایجا کردن رقم‌های عدد ۸۲۵۰۳، کوچک‌ترین عدد پنج رقمی فرد و بزرگ‌ترین عدد زوج پنج رقمی را نوشته‌ایم. جمع این دو عدد کدام است؟

۹۹۷۰۷ ④

۹۹۷۰۵ ③

۱۰۳۷۰۷ ②

۱۰۵۷۰۵ ①

گزینه ۱:

کوچک‌ترین عدد فرد: ۲۰۳۸۵

بزرگ‌ترین عدد زوج: ۸۵۳۲۰

جمع این دو عدد برابر $۸۵۳۲۰ + ۲۰۳۸۵ = ۱۰۵۷۰۵$ است.



بخش پذیری

<http://www.darsamoz.com>

مفهوم بخش پذیری:

نکته ۱۱:

عدد ۱۲ بر ۴ بخش پذیر است، زیرا اگر ۱۲ را بر ۴ تقسیم کنید، باقی مانده صفر می‌شود. به بیان دیگر:

عدد ۱۲ را می‌توان به صورت ۳×۴ نوشت: $۱۲ = ۳ \times ۴$ ولی:

عدد ۱۲ بر ۵ بخش پذیر نیست، زیرا اگر آن را بر ۵ تقسیم کنیم، باقی مانده خواهیم داشت.

در ادامه، قوانین بخش پذیری مهم را خواهیم دید:

بخش پذیری بر ۲:

همان‌طور که در بخش اول دیدیم، عددهای زوج بر ۲ بخش پذیر هستند. بنابراین:

عددی بر ۲ بخش پذیر است که رقم یکان آن ۰، ۲، ۴، ۶ یا ۸ باشد!

بخش پذیری بر ۵:

مضرب‌های ۵ به صورت $۵ \times n$ هستند:

۵، ۱۰، ۱۵، ۲۰، ۲۵، ...

مشاهده می‌کنید که:

عددی بر ۵ بخش پذیر است که رقم یکان آن ۰ یا ۵ باشد!

بخش پذیری بر ۳ و ۹:

بخش پذیری بر این دو عدد شبیه یکدیگر است:

- یک عدد وقتی بر ۳ بخش پذیر است که جمع رقم‌های آن بر ۳ بخش پذیر باشد و
 - یک عدد وقتی بر ۹ بخش پذیر است که جمع رقم‌های آن بر ۹ بخش پذیر باشد.
- مثلاً:

عدد ۲۴ بر ۳ و عدد ۴۷۷ بر ۹ بخش پذیر است، زیرا:

$$۴ + ۷ + ۷ = ۱۸ \quad \text{و} \quad ۲ + ۴ = ۶$$

مثال: به موارد زیر پاسخ دهید:

- الف) کوچک‌ترین عدد سه رقمی که بر ۳ بخش پذیر باشد، چیست؟
 ب) بزرگ‌ترین عدد بخش پذیر بر ۵ را بنویسید که از ۲۰۰ کوچک‌تر باشد.

پاسخ:

- الف) شروع عدد‌های سه رقمی به صورت ۱۰۰ و ۱۰۱ و ۱۰۲ است که اولین عدد بخش پذیر بر ۳ عدد ۱۰۲ است.
 ب) عدد‌های کوچک‌تر از ۲۰۰ به صورت ۱۹۹ و ۱۹۸ و ... هستند که اولین عدد بخش پذیر بر ۵ در بین آن‌ها ۱۹۵ است.

تست: عدد سه رقمی $۵ \square ۲$ بر ۳ بخش پذیر است. اختلاف بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین عدد مورد قبول کدام است؟

۶۰ **۴**

۵۰ **۳**

۵۵ **۲**

۶۵ **۱**

گزینه ۴:

- چون $۲ + ۵ = ۷$ است، کمترین و بیشترین عدد که در جای خالی می‌توان قرار داد به ترتیب ۲ و ۸ است. پس، کوچک‌ترین عدد ۲۲۵ و بزرگ‌ترین عدد ۲۸۵ بوده و اختلاف آن‌ها برابر $۲۸۵ - ۲۲۵ = ۶۰$ است.

بخش پذیری بر ۱۱:

از سمت راست عدد داده شده شروع می‌کنیم:

- **مرحله ۱:** رقم‌های اول و سوم و پنجم و ... را با هم جمع می‌کنیم. سپس:
- **مرحله ۲:** رقم‌های دوم و چهارم و ششم و ... را با هم جمع می‌کنیم.
- دو عدد بدست آمده در دو مرحله‌ی بالا را از هم کم می‌کنیم. اگر جواب بر ۱۱ بخش پذیر باشد، عدد اولیه بر ۱۱ بخش پذیر است.

مثال: بخش پذیری عدد ۱۳۱۷۷ بر ۱۱ را بررسی کرده و باقی‌مانده تقسیم آن بر ۱۱ را بدست آورید.

پاسخ:

مرحله ۱: رقم‌های مشخص شده: $۱۳ \underline{۱} \underline{۷} \underline{۷}$ جمع می‌شوند:

$$۷ + ۱ + ۱ = ۹$$

مرحله ۲: رقم‌های مشخص شده: $\underline{۱} \underline{۳} \underline{۱} \underline{۷} \underline{۷}$ جمع می‌شوند:

$$7 + 3 = 10$$

چون $10 - 9 = 1$ بر ۱۱ بخش پذیر نیست، پس عدد ۱۳۱۷۷ هم بر ۱۱ بخش پذیر نبوده و باقی مانده برابر ۱ است.



به یک تکنیک مهم توجه کنید:

نکته ۱۲:

بخش پذیری بر عدد ۶:

چون اولاً: $6 = 2 \times 3$ است و ثانياً: عددهای ۲ و ۳ مقسوم علیه مشترک غیر از ۱ ندارند:

یک عدد فقط وقتی بر ۶ بخش پذیر است که هم بر ۲ و هم بر ۳ بخش پذیر باشد!

به صورت مشابه: چند مورد بیان می شوند:

- چون $12 = 3 \times 4$ است و عددهای ۳ و ۴ مقسوم علیه مشترک غیر از ۱ ندارند، یک عدد فقط وقتی بر ۱۲ بخش پذیر است که هم بر ۳ و هم بر ۴ بخش پذیر باشد!
- یک عدد فقط وقتی بر ۱۰ بخش پذیر است که هم بر ۲ و هم بر ۵ بخش پذیر باشد، یعنی باید رقم یکان آن صفر باشد. مانند:

۱۰, ۵۰, ۲۱۰, ...

- یک عدد فقط وقتی بر ۱۵ بخش پذیر است که هم بر ۳ و هم بر ۵ بخش پذیر باشد!
 - یک عدد فقط وقتی بر ۱۸ بخش پذیر است که هم بر ۲ و هم بر ۹ بخش پذیر باشد!
- ولی غلط است بگوئیم:
- یک عدد فقط وقتی بر ۱۸ بخش پذیر است که هم بر ۳ و هم بر ۶ بخش پذیر باشد!
- چون: عددهای ۳ و ۶ مقسوم علیه مشترک غیر از ۱ دارند. (عدد ۳)

تست: کدام عبارت صحیح است؟ (نمونه دولتی ۹۳-۹۲)

- ① عددی بر ۱۸ بخش پذیر است که هم بر ۳ و هم بر ۶ بخش پذیر باشد.
- ② عددی بر ۱۲ بخش پذیر است که هم بر ۳ و هم بر ۴ بخش پذیر باشد.
- ③ عددی بر ۱۲ بخش پذیر است که هم بر ۲ و هم بر ۶ بخش پذیر باشد.
- ④ عددی بر ۸ بخش پذیر است که هم بر ۲ و هم بر ۴ بخش پذیر باشد.

گزینه ۲:

توجه کنید: در گزینه‌ی دوم دو شرط لازم درست هستند:

- عدد ۱۲ همان 3×4 است.
 - عددهای ۳ و ۴ مقسوم علیه مشترک غیر از ۱ ندارند.
- پس عبارت داده شده در گزینه‌ی ۲ صحیح است. در گزینه‌های دیگر، عددها مقسوم علیه مشترک غیر از ۱ دارند و همه نادرستند.



در ادامه، چند قانون دیگر بخش پذیری را می آوریم:

بخش پذیری بر ۴:

فقط به یکان و دهگان عدد نگاه می کنیم. باید حاصل:

$$\text{یکان} + (\text{دهگان}) \times ۲$$

بر ۴ بخش پذیر باشد. مثلاً: عدد ۳۷۵۶ بر ۴ بخش پذیر است، زیرا:

$$\text{حاصل } ۱۶ = ۶ + ۱۰ = ۶ + ۲ \times ۵ \text{ بر عدد } ۴ \text{ بخش پذیر است.}$$

بخش پذیری بر ۸:

فقط به یکان و دهگان و صدگان عدد نگاه می کنیم. باید حاصل:

$$\text{یکان} + (\text{دهگان}) \times ۲ + (\text{صدگان}) \times ۴$$

بر ۸ بخش پذیر باشد. مثلاً: عدد ۳۷۵۶ بر ۸ بخش پذیر نیست، زیرا:

$$\text{حاصل } ۴۴ = ۶ + ۱۰ + ۲۸ = ۶ + ۲ \times ۵ + ۴ \times ۷ \text{ بر عدد } ۸ \text{ بخش پذیر نیست.}$$

تست: افراد شرکت کننده در یک همایش به تعداد برابر در ۸ ساختمان جای داده شده اند. تعداد کل این افراد کدام عدد بوده است؟

۱۵۵۶ ④

۳۴۲ ③

۷۷۶ ②

۵۲۶ ①

گزینه ۲:

باید تعداد افراد بر ۸ بخش پذیر باشد. تمام عددها را بررسی می کنیم:

گزینه ۱: $۴ \times ۵ + ۲ \times ۲ + ۶ = ۳۰$

گزینه ۲: $۴ \times ۷ + ۲ \times ۷ + ۶ = ۴۸$

گزینه ۳: $۴ \times ۳ + ۲ \times ۴ + ۲ = ۲۲$

گزینه ۴: $۴ \times ۵ + ۲ \times ۵ + ۶ = ۳۶$

فقط عدد ۴۸ قابل قبول است.

چند مورد دیگر:

بخش پذیری بر ۷: در دو مرحله:

- رقم یکان عدد را حذف می کنیم.
 - یکان حذف شده را در ۲ ضرب کرده و از عدد مرحله ی قبل کم می کنیم.
- این کار را آن قدر ادامه می دهیم تا عدد کوچکی داشته باشیم و بخش پذیری مشخص گردد. مثلاً: عدد ۴۷۶ بر ۷ بخش پذیر است، زیرا:

با حذف یکان، عدد ۴۷ را داریم و $۳۵ = ۴۷ - ۶ \times ۲$ بر ۷ بخش پذیر است.

بخش پذیری بر ۱۳: در دو مرحله:

- رقم یکان عدد را حذف می‌کنیم.
 - یکان حذف شده را در ۴ ضرب کرده و با عدد مرحله‌ی قبل جمع می‌کنیم.
- این کار را آنقدر ادامه می‌دهیم تا عدد کوچکی داشته باشیم و بخش‌پذیری مشخص گردد. مثلاً: عدد ۴۷۶ بر ۱۳ بخش‌پذیر نیست، زیرا:
- با حذف یکان، عدد ۴۷ را داریم و $۴۷ + ۶ \times ۴ = ۷۱$. حالا روش بالا را برای عدد ۷۱ تکرار می‌کنیم:
- با حذف یکان، عدد ۷ را داریم و حاصل $۷ + ۱ \times ۴ = ۱۱$ بر ۱۳ بخش‌پذیر نیست.

دو مورد بعدی اهمیت کمتری دارند، می‌توانید از آن‌ها عبور کنید:

بخش پذیری بر ۱۷: در دو مرحله:

- رقم یکان عدد را حذف می‌کنیم.
 - یکان حذف شده را در ۵ ضرب کرده و از عدد مرحله‌ی قبل کم می‌کنیم.
- این کار را آنقدر ادامه می‌دهیم تا عدد کوچکی داشته باشیم و بخش‌پذیری مشخص گردد. مثلاً: عدد ۱۳۹۴ بر ۱۷ بخش‌پذیر است، زیرا:
- طبق روش بالا: $۱۳۹ - ۴ \times ۵ = ۱۱۹$ و ۱۱۹ بر ۱۷ بخش‌پذیر است.

بخش پذیری بر ۱۹: در دو مرحله:

- رقم یکان عدد را حذف می‌کنیم.
 - یکان حذف شده را در ۲ ضرب کرده و با عدد مرحله‌ی قبل جمع می‌کنیم.
- مثلاً: عدد ۲۲۸ بر ۱۹ بخش‌پذیر است، زیرا:
- طبق روش بالا: $۲۲ + ۸ \times ۲ = ۳۸$ و این عدد بر ۱۹ بخش‌پذیر است.

تست: حاصل ضرب خارج‌قسمت در باقی‌مانده‌ی تقسیم کدام عدد بر ۷، برابر با صفر خواهد بود؟

④ ۴۴۹

③ ۵۹۵

② ۳۹۳

① ۴۵۷

گزینه ۳:

توجه کنید؛ چون خارج قسمت صفر نمی‌شود، باید باقی‌مانده تقسیم صفر باشد تا ضرب آن‌ها صفر شود. یعنی؛ باید عدد بر ۷ بخش‌پذیر باشد. روش بخش‌پذیری بر ۷ را در مورد هر گزینه امتحان می‌کنیم:

$$۴۵ - ۲ \times ۷ = ۳۱$$

$$۳۹ - ۲ \times ۳ = ۳۳$$

$$۵۹ - ۲ \times ۵ = ۴۹$$

$$۴۴ - ۲ \times ۹ = ۲۶$$

پس عدد ۴۹ بر ۷ بخش‌پذیر است، فقط عدد ۵۹۵ بر ۷ بخش‌پذیر است.



تست: عدد چهار رقمی $\Delta ۱۳۷$ بر ۱۴ بخش پذیر است. اگر یکان را در ۵ ضرب کنیم، حاصل کدام است؟

۱۰ ④

۳۰ ③

۲۰ ②

۵ ①

گزینه ۴: 

$$\begin{array}{r} ۱۳۷ \overline{) ۷} \\ - ۷ \\ \hline ۶۷ \\ - ۶۳ \\ \hline ۴ \end{array}$$

چون $۱۴ = ۲ \times ۷$ است، باید اولاً رقم Δ زوج باشد و ثانیاً عدد بر ۷ بخش پذیر باشد، یعنی لازم است $\Delta ۱۳۷ - ۲ \times \Delta$ بر ۷ بخش پذیر باشد. عدد ۱۳۷ را بر ۷ تقسیم می‌کنیم:

چون باقی مانده تقسیم برابر ۴ است، باید $۲ \times \Delta = ۴$ باشد تا عبارت $\Delta ۱۳۷ - ۲ \times \Delta$ بر ۷ بخش پذیر شود.

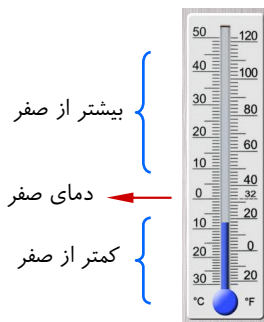
$$۲ \times \Delta = ۴ \Rightarrow \Delta = ۲$$

حالا آن را در ۵ ضرب می‌کنیم:

$$۲ \times ۵ = ۱۰$$



عددهای صحیح ۴

<http://www.darsamoz.com>


به دماسنج روبرو نگاه کنید:

- وقتی هوا بسیار سرد است، دمای هوا آنقدر پایین می‌آید که آب یخ می‌زند. اندازه دمای هوا در این حالت برابر صفر است.
- در بعضی شهرها، دمای هوا از این هم سردتر می‌شود. دمای هوا وقتی از صفر هم پایین‌تر باشد با -۱ ، -۲ ، -۳ و ... نشان داده می‌شود.

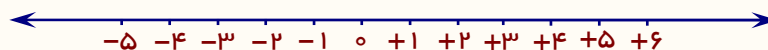
نکته ۱۳:

عددهای صحیح: عددهای صحیح توسط عددهای طبیعی که مثبت هستند و عدد صفر و عددهای منفی به صورت زیر تشکیل می‌شوند:

$$\dots, -۳, -۲, -۱, ۰, +۱, +۲, +۳, +۴, \dots$$

بویژه:

عددهای صحیح را روی محور هم می‌توان نمایش داد:



توجه کنید:

روی محور عددهای صحیح:

- هر قدر به سمت چپ برویم عددها کوچک‌تر و

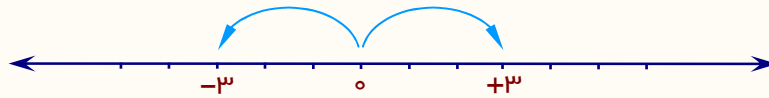
■ هر قدر به سمت راست برویم، عددها بزرگ تر می شوند.

به عنوان نمونه:

$$-۲ < +۳ \quad \text{و} \quad -۵ < +۱ \quad \text{و} \quad -۴ < -۱$$

نکته ۱۴:

قرینه اعداد: به دو عدد -۳ و $+۳$ روی محور نگاه کنید. این دو عدد به فاصله یکسان از عدد صفر در سمت چپ و راست آن قرار دارند:



به همین دلیل، عددهای -۳ و $+۳$ قرینه یکدیگر هستند.

مثال: هر مورد را کامل کنید:

الف) بزرگ ترین عدد صحیح منفی برابر است.

ب) کوچک ترین عدد صحیح مثبت برابر است.

ج) قرینه -۷۱ برابر است.

د) کوچک ترین عدد صحیح منفی برابر است.

پاسخ:

به آسانی می نویسیم:

الف) -۱ ب) $+۱$ ج) $+۷۱$

د) چون روی محور هر قدر به سمت چپ برویم، عددهای کوچک تری خواهیم داشت، پس کوچک ترین عدد منفی وجود ندارد.



در این بخش پایانی، چند نکته‌ی تکمیلی بیان شده و برخی تست‌های قوی‌تر آزمون‌های تیزهوشان را بررسی می‌کنیم.

نکته ۱۵:

فرض کنید: حاصل جمع دو عدد \diamond و حاصل تفریق همان دو عدد Δ را بدهند و ما خود آن دو عدد را نیاز داشته باشیم. چنین عمل کنید:

▪ اگر \diamond و Δ را با هم جمع کرده و بر ۲ تقسیم کنیم، عدد بزرگ‌تر بدست می‌آید.

$$\text{عدد بزرگ‌تر} = (\diamond + \Delta) \div 2$$

▪ اگر \diamond و Δ را از هم کم کرده و بر ۲ تقسیم کنیم، عدد کوچک‌تر بدست می‌آید.

$$\text{عدد کوچک‌تر} = (\diamond - \Delta) \div 2$$

تست: حاصل جمع دو عدد ۵۲۴ و حاصل تفریق آن‌ها ۲۳۸ است. عدد بزرگ‌تر بر و عدد کوچک‌تر بر بخش‌پذیر است.

② به ترتیب: ۳ و ۱۱

① به ترتیب: ۹ و ۱۱

④ به ترتیب: ۳ و ۹

③ به ترتیب: ۳ و ۳

گزینه ۲: 

دو عدد را مشخص می‌کنیم:

$$\text{عدد بزرگ‌تر} = (524 + 238) \div 2 = 762 \div 2 = 381$$

$$\text{عدد کوچک‌تر} = (524 - 238) \div 2 = 286 \div 2 = 143$$

در عدد بزرگ‌تر، جمع رقم‌ها برابر $1 + 8 + 3 = 12$ بوده و عدد بر ۳ بخش‌پذیر است.

عدد کوچک‌تر بر ۳ یا ۹ بخش‌پذیر نیست، ولی بر ۱۱ بخش‌پذیر هست:

$$\underline{\underline{143}} \rightarrow \begin{cases} 1 + 3 = 4 \\ 4 \end{cases} \quad \text{و} \quad 4 - 4 = 0$$

توجه کنید:

عدد صفر بر تمام عددها بخش‌پذیر است.



تست: مجموع سه عدد ۵۵ است. اگر عدد اول ۱۵ باشد و اختلاف و مجموع عدد دوم و سوم به ترتیب ۸ و ۴۰ باشد، حاصل ضرب آن سه عدد چقدر است؟

(آزمون تیزهوشان ۹۳-۹۲)

④ ۵۷۶۰

③ ۸۲۵

② ۶۰۰۰

① ۴۸۰

گزینه ۴:

مانند بالا، دو عدد دوم و سوم معلوم می‌شوند:

$$\text{عدد بزرگتر} = (۴۰ + ۸) \div ۲ = ۴۸ \div ۲ = ۲۴$$

$$\text{عدد کوچکتر} = (۴۰ - ۸) \div ۲ = ۳۲ \div ۲ = ۱۶$$

پس ضرب سه عدد برابر است با:

$$۱۵ \times ۲۴ \times ۱۶ = ۳۶۰ \times ۱۶ = ۵۷۶۰$$

نکته ۱۶:

مقلوب عدد: به عدد ۳۷ نگاه کنید؛ اگر رقم‌ها جابجا شوند عدد ۷۳ بدست می‌آید که مقلوب عدد ۳۷ است. خاصیت مقلوب:

■ حاصل تفریق $۷۳ - ۳۷ = ۳۶$ بر ۹ بخش‌پذیر است. این مطلب همیشه درست است:

اختلاف یک عدد دو رقمی و مقلوبش همیشه بر ۹ بخش‌پذیر است!

به صورت مشابه:

■ اختلاف یک عدد سه رقمی و مقلوبش همیشه بر ۹۹ بخش‌پذیر است. مثلاً:

مقلوب عدد ۸۴۲ برابر ۲۴۸ بوده و اختلافشان $۸۴۲ - ۲۴۸ = ۵۹۴$ بر ۹۹ بخش‌پذیر است.

تست: عُمر درخت (۱) عددی دو رقمی است و اگر جای یکان و دهگان آن عوض شود، عمر درخت (۲) بدست می‌آید. اختلاف عمر این دو درخت، کدام عدد نمی‌تواند باشد؟

۱۸ ④

۷۲ ③

۷۹ ②

۶۳ ①

گزینه ۲:

پون عمر دو درخت عددی دو رقمی و مقلوب هم‌رنگ هستند، باین اختلافشان بر ۹ بخش‌پذیر باشد و بنابراین عدد ۷۹ نمی‌تواند جواب باشد.

نکته ۱۷:

الگوی فیبوناچی: این الگو با دو عدد ۱ شروع می‌شود. ... ، ۱ ، ۱ ، سپس:

هر دو عدد از الگو با هم جمع می‌شوند تا عدد بعدی الگو بدست آید!

$$۱ + ۱ = ۲ \Rightarrow \text{عدد سوم} = ۲$$

۱ ، ۱ ، ۲ ، ...

$$۱ + ۲ = ۳ \Rightarrow \text{عدد چهارم} = ۳$$

۱ ، ۱ ، ۲ ، ۳ ، ...

$$۲ + ۳ = ۵ \Rightarrow \text{عدد پنجم} = ۵$$

۱ ، ۱ ، ۲ ، ۳ ، ۵ ، ...

$$۳ + ۵ = ۸ \Rightarrow \text{عدد ششم} = ۸$$

۱ ، ۱ ، ۲ ، ۳ ، ۵ ، ۸ ، ...

با ادامه دادن، عددهای بیشتری از این الگو بدست خواهد آمد.

تست: در الگوی زیر، حاصل $\Delta - \nabla$ چیست؟

$$\Delta, ۸۹, ۵۵, \nabla, ۲۱, ۱۳, ۸$$

۱۱۰ ④

۱۰۰ ③

۱۲۳ ②

۱۴۴ ①

گزینه ۴:

با قدری توجه می‌فهمید که هر عدد از جمع دو عدد قبلی فوراً بدست آمده است، یعنی الگوی فیبوناچی. پس:

$$\Delta = ۵۵ + ۸۹ = ۱۴۴ \quad \text{و} \quad \nabla = ۱۳ + ۲۱ = ۳۴$$

در نتیجه:

$$\Delta - \nabla = ۱۴۴ - ۳۴ = ۱۱۰$$

نکته ۱۸:

عدد اول: به عددی گفته می‌شود که از ۱ بزرگ‌تر است و:

غیر از عدد ۱ و خودش، بر هیچ عددی بخش پذیر نباشد!

مانند عددهای ۲ و ۳ و ۵ و ۷ و ... توجه کنید:

- عددهای اول تمام نمی‌شوند و تا بی‌نهایت ادامه دارند.
- تنها عددی که هم اول و هم زوج است، عدد ۲ می‌باشد. بقیه عددهای اول، همگی فرد هستند.

توجه کنید:

چند مطلب درباره عددهای اول:

- عدد اول ۱۳ فقط دو مقسوم علیه ۱ و ۱۳ را دارد. در کل: هر عدد اول فقط دو مقسوم علیه دارد: عدد ۱ و خودش.
- عدد $۳۵ = ۵ \times ۷$ را در نظر بگیرید. چون هر دوی ۵ و ۷ اول هستند، مقسوم علیه‌های عدد ۳۵ فقط عددهای ۱ و ۵ و ۷ و ۵×۷ هستند؛ یعنی تمام ترکیب‌های ضرب مختلف ۵ و ۷ و همچنین عدد ۱. تست بعد را ببینید:

تست: عددی را به صورت ضرب $۲ \times ۳ \times ۱۳ \times ۲۳ \times ۳۱$ نوشته‌ایم. این عدد چند مقسوم علیه دو رقمی دارد؟

۹ ④

۷ ③

۸ ②

۱۰ ①

گزینه ۱:

اولاً: عددهای ۱۳ و ۲۳ و ۳۱ سه مقسوم علیه دو رقمی هستند. **ثانیاً:** ترکیب‌های ضرب که جوابی دو رقمی بدهند هم قبول می‌شوند:

$$۲ \times ۱۳ = ۲۶$$

$$۲ \times ۲۳ = ۴۶$$

$$۲ \times ۳۱ = ۶۲$$

$$۳ \times ۱۳ = ۳۹$$

$$۳ \times ۲۳ = ۶۹$$

$$۳ \times ۳۱ = ۹۳$$

$$۲ \times ۳ \times ۱۳ = ۷۸$$

بقیه‌ی ترکیب‌های ضرب، مقسوم علیه یک رقمی یا سه رقمی و یا چهار رقمی شده و مورد قبول نیستند. پس در کل $۳ + ۷ = ۱۰$ مقسوم علیه دو رقمی وجود دارد.



در پایان، بررسی چند تست برگزیده از دوره‌های قبل آزمون‌ها را ببینید:

تست: در مربع‌های عبارت $\square + \square + \square + \square + \square + \square$ می‌توانیم عددهای صفر، ۳، ۴ یا ۵ قرار دهیم. حاصل این جمع چند عدد متفاوت خواهد بود؟

(آزمون تیزهوشان ۹۴-۹۳)

۲۴ ④

۲۸ ③

۲۹ ②

۳۰ ①

گزینه ۲: 

توجه کنید، پندر قاصیت وجود دارد:

• اگر همه‌ی مربع‌ها را صفر قرار دهیم، عدد صفر بدست می‌آید و غیر از آن، کوچک‌ترین عددی که می‌توان ساخت ۳ است:

$$۳ + ۰ + ۰ + ۰ + ۰ + ۰ = ۳$$

• چون رقم‌های ۳ و ۴ و ۵ با هم یک واحد اختلاف دارند، با جایگزین کردن آن‌ها، عددهای ۴ و ۵ و ۶ و ۷ و ... را نیز می‌توان توسط جمع شش رقم ساخت.

• اگر تمام مربع‌ها را ۵ قرار دهیم، بزرگ‌ترین عدد ممکن $۵ \times ۶ = ۳۰$ است. قرار دهیم، بزرگ‌ترین عدد ممکن $۵ + ۵ + ۵ + ۵ + ۵ + ۵ = ۳۰$ بدست می‌آید. پس تمام عددهای ۰ و ۳ و ۴ و ۵ و ... از جمع بالا بدست می‌آیند که تعدادشان $۲۸ + ۱ = ۲۹$ است.



تست: شخصی قصد دارد یک خبر فوری را بین ۹۹۹ نفر از دوستان خود پخش کند. همه‌ی این ۱۰۰۰ نفر شماره‌ی تماس یکدیگر را دارند. اگر بعد از گذشت هر دقیقه، هر شخص بتواند خبر را به دو نفر اطلاع دهد، حداقل چند دقیقه نیاز است تا همه مطلع شوند؟

(آزمون تیزهوشان ۹۵-۹۴)

۵۰۰' ④

۱۰' ③

۳۳' ②

۷' ①

گزینه ۱: 

از دقیقه اول شروع به بررسی می‌کنیم:

- بعد از گذشت ۱ دقیقه، آن شخص و ۲ نفر از دوستان مطلع می‌شوند: $۱ + ۲ = ۳$.
 - بعد از گذشت ۲ دقیقه، آن ۳ نفر به ۳×۲ نفر از دوستان اطلاع داده و در کل افراد مطلع شده برابرند با: $۳ + ۳ \times ۲ = ۹$.
- این الگو را برای دقائق بعد ادامه می‌دهیم تا به ۱۰۰۰ برسیم:

$$\text{بعد از ۳ دقیقه} : ۹ + ۹ \times ۲ = ۲۷$$

$$\text{بعد از ۴ دقیقه} : ۲۷ + ۲۷ \times ۲ = ۸۱$$

$$\text{بعد از ۵ دقیقه} : ۸۱ + ۸۱ \times ۲ = ۲۴۳$$

$$\text{بعد از ۶ دقیقه} : ۲۴۳ + ۲۴۳ \times ۲ = ۷۲۹$$

$$\text{بعد از ۷ دقیقه} : ۷۲۹ + ۷۲۹ \times ۲ = ۲۱۸۷$$

پس در پایان دقیقه هفتم، تمام افراد از خبر اطلاع دارند.



تست: حسین ۴۸ ریال سکه دارد. سکه‌ها ۵ ریالی و ۲ ریالی هستند و تعداد تمام آن‌ها ۱۲ تا است. چند تا از سکه‌ها ۲ ریالی است؟

(آزمون تیزهوشان ۹۳-۹۲)

۱۰ ④

۷ ③

۶ ②

۴ ①

گزینه ۱:

باید گزینه‌ها را آزمایش کنیم:

• **گزینه ۱:** اگر سکه‌های ۲ ریالی ۴ تا باشند، جمعشان $4 \times 2 = 8$ ریال است و در نتیجه باید $48 - 8 = 40$ ریال آن‌ها سکه ۵ ریالی باشند. در این حالت تعدادشان برابر است با:

$$40 \div 5 = 8$$

چون با این حساب، تعداد سکه‌ها $4 + 8 = 12$ فواهر شرکه در سؤال داده شده، پس جواب همین گزینه‌ی اول است!



تست: علی در یک برج مسکونی زندگی می‌کند. اگر این برج را به صورت یک محور اعداد و طبقه وسط را صفر در نظر بگیریم و علی از طبقه +۱ سوار آسانسور شود، و ابتدا ۵ طبقه بالا، سپس ۷ طبقه پایین و بعد ۴ طبقه بالا برود و در نهایت ۹ طبقه‌ی دیگر بالا برود و به پشت بام برسد، این برج چند طبقه است؟

۲۵ ④

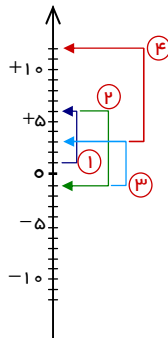
۲۳ ③

۱۳ ②

۱۲ ①

گزینه ۳:

بهترین روش این است که حرکت‌ها را در شکل نشان دهیم:



• حرکت‌ها و شماره‌ی مراحل را در شکل دنبال کنید.

• در آخرین مرحله به عدد +۱۲ که سقف است، رسید. پس:

برج ۱۱ طبقه داشته است!

• چون ۰ طبقه وسط است، پس ۱۱ طبقه هم در پایین داشته و با طبقه صفر در کل:

$$11 + 11 + 1 = 23$$

طبقه داریم.



تست: بیست نفر به صورت دایره‌ای نشسته‌اند و به ترتیب و به نوبت از یک شروع به شمارش می‌کنند. هر کس که مضرب ۳ را می‌گوید، اگر نشسته است، می‌ایستد و اگر ایستاده است، می‌نشیند. وقتی به عدد هزار می‌رسند، چند نفر ایستاده‌اند؟

(آزمون تیزهوشان ۹۷-۹۶)

۲۰ ④

۱۳ ③

۱۰ ②

۷ ①

گزینه ۳:

افراد را به شماره‌های ۱ تا ۲۰ در نظر بگیرید:

• در پایان دور اول شماره‌های زیر می‌ایستند:

۳ ۶ ۹ ۱۲ ۱۵ ۱۸

• در شروع دور دوم، نفر ۱ عدد ۲۱ را خوانده، نفر ۴ عدد ۲۴ و ... و این شماره‌ها خواهند ایستاد.

• در شروع دور سوم، نفر ۲ عدد ۴۲ را خوانده، نفر ۵ عدد ۴۵ و ... و در پایان که به ۶۰ می‌رسیم، همه افراد ایستاده‌اند.

وضعیت را در جدول می‌بینید:

شماره فرد	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰
پایان دور اول			✓			✓			✓			✓			✓			✓		
پایان دور دوم	✓		✓	✓		✓	✓		✓	✓		✓	✓		✓	✓		✓	✓	
پایان دور سوم	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓

دقیقاً از شماره‌ی ۶۱ تا ۱۲۰ سه دور دیگر بازی ادامه پیدا کرده و با همان ترتیب همگی می‌نشینند. پس:

در هر ۱۲۰ عدد که بشمریم، به نقطه‌ی شروع می‌رسیم!

عدد ۱۰۰۰ را بر ۱۲۰ تقسیم کنیم فواید داشت $۸ \times ۱۲۰ + ۴۰ = ۱۰۰۰$. پس ۸ دور بی اثر داریم و فقط ۴۰ شماره‌ی آخر مؤثر است. یعنی پایان دور دوم که در جدول می‌بینید ۱۳ نفر ایستاده‌اند.



تست: در انتخابات ریاست جمهوری، اگر هیچ یک از نامزدهای انتخابات نتواند حداقل پنجاه درصد آرا را کسب کند، دو نامزد دارای بیشترین رأی به مرحله‌ی دوم انتخابات می‌روند. (در هر مرحله، هر رأی دهنده فقط به یک نفر رأی می‌دهد.) اگر فهرست ترجیح یک رأی دهنده به این صورت باشد:

«د > ج > ب > الف»

بدین معنی است که آن رأی دهنده، نامزد «الف» را به «ب»، «ب» را به «ج» و «ج» را به «د» ترجیح می‌دهد. اگر «فهرست ترجیح» جامعه به صورت زیر باشد، کدام نامزد در انتخابات پیروز خواهد شد؟

۱۰ میلیون نفر دارای فهرست ترجیح: «د > ج > الف > ب»

۶ میلیون نفر دارای فهرست ترجیح: «ب > د > الف > ج»

۵ میلیون نفر دارای فهرست ترجیح: «ب > ج > د > الف»

(آزمون تیزهوشان ۹۶-۹۷)

۴ د

۳ ج

۲ ب

۱ الف

گزینه ۳:

توجه کنید:

• دور اول: کل افراد $۵ + ۶ + ۱۰ = ۲۱$ میلیون نفر هستند و چون نصف آن $۱۰/۵$ میلیون نفر می‌شود، هیچ نامزدی در دور اول برنده نمی‌شود:

میلیون ۰ = رأی «د» میلیون ۶ = رأی «ج» میلیون ۱۰ = رأی «ب» میلیون ۵ = رأی «الف»

پس: دو نفر «ب» و «ج» وارد مرحله دوم می‌شوند.

• در دور دوم: ۵ میلیون نفری که در دور اول به «الف» رأی داده‌اند، «ج» را نسبت به «ب» ترجیح داده و رأی «ج» به $۵ + ۶ = ۱۱$ میلیون نفر رسیده و برنده فواید شد.



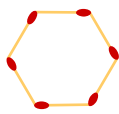
تمرینات:



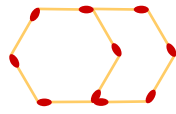
(حل تمرینات بخش مهمی از فرآیند یادگیری است؛ انجام دقیق آن‌ها باعث تکمیل و عمیق شدن یادگیری خواهد شد!)

(سؤالات تشریحی)

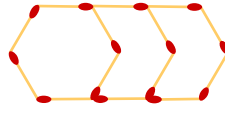
۱- ابتدا الگوی مربوط به شکل‌های زیر را بنویسید، سپس تعداد چوب کبریت‌های شکل دویستم را به دست آورید.



(۱)



(۲)



(۳)

.....

۲- ابتدا سه عدد بعدی هر مورد را نوشته و سپس الگوی کلی آن را به دست آورید.

الف) $\frac{6}{3}, \frac{7}{6}, \frac{8}{9}, \frac{9}{12}, \dots, \dots, \dots$

ب) $3, 11, 19, 27, \dots, \dots, \dots$

ج) $11, 20, 29, 38, \dots, \dots, \dots$

۳- زهرا نفر وسط در یک صف است که پشت سر او ۱۷ نفر ایستاده‌اند.

الف) زهرا نفر چندم صف است؟

ب) صف از چند نفر تشکیل شده است؟

۴- در هر مورد عدد را با رقم و حروف بنویسید:

<input type="text"/>	بزرگ‌ترین عدد فرد شش رقمی بدون تکرار رقم‌ها با حروف:
<input type="text"/>	بزرگ‌ترین عدد زوج ده رقمی با حروف:
<input type="text"/>	کوچک‌ترین عدد فرد هفت رقمی بدون تکرار رقم‌ها با حروف:

۵- با کارت‌های ۵ و ۱ و ۳ و ۴ و ۶ و ۷ هر یک از اعداد خواسته شده را با رقم و حروف بنویسید.

الف) بزرگ‌ترین عدد زوج سه رقمی بین ۲۰۰ و ۷۰۰.

ب) کوچک‌ترین عدد شش رقمی و فرد با رقم دهگان هزار ۴ و رقم صدگان ۱.

۶- کوچک‌ترین عدد چهار رقمی بخش‌پذیر بر ۳ بدون رقم‌های تکراری را بنویسید.

۷- هر یک از جمله‌های زیر را با یک عدد یا کلمه مناسب کامل کنید.

الف) عدد ۳۰- از قرینه‌اش است.

ب) صفر از هر عدد صحیح منفی است.

ج) بزرگ‌ترین عدد صحیح منفی دو رقمی برابر است.

د) بزرگ‌ترین عدد صحیح منفی عدد است.

ه) کوچک‌ترین عدد صحیح مثبت برابر است.

و) عددهای صحیح سه دسته هستند: صحیح مثبت، و صحیح منفی.

ز) تنها عدد صحیح که قرینه‌اش با خودش برابر است، عدد است.

ح) کوچک‌ترین عدد صحیح منفی است.

(سوالات چهار گزینه‌ای)

۱- پدری چند میلیون پول خود را طبق یک الگو بین چهار فرزند خود تقسیم کرد. به کوچک‌ترین فرزند ۷ میلیون، به فرزند سوم ۱۲ میلیون و به فرزند دوم خود هم ۱۸ میلیون داد. اگر ۱۶ میلیون هم به مادر آن‌ها داده باشد، پول پدر کلاً چقدر بوده است؟

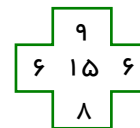
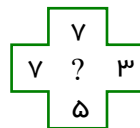
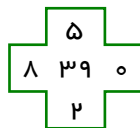
۶۷ ④

۶۸ ③

۷۷ ②

۷۸ ①

۲- با توجه به رابطه‌ی منطقی موجود در شکل‌های زیر، به جای علامت سؤال کدام عدد قرار می‌گیرد؟



۳۸ ④

۲۸ ③

۲۷ ②

۳۷ ①

۳- با توجه به الگوی زیر، عدد بعدی کدام است؟



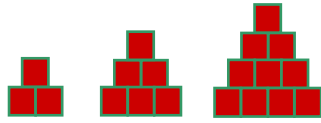
۱۰۹۳۳ ④

۹۱۹۳ ③

۹۰۹۳ ②

۱۰۱۸۳ ①

۴- با توجه به الگوی داده شده، ثلث مربع‌های شکل دهم کدام است؟



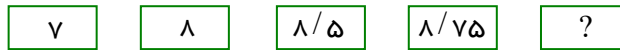
۳۸ ④

۲۲ ③

۴۳ ②

۱۸ ①

۵- جای علامت سؤال در الگوی زیر کدام عدد مناسب است؟



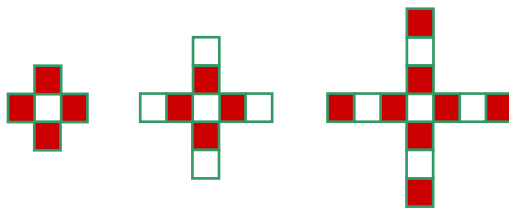
۸/۸۲۵ ④

۸/۸۷۵ ③

۸/۸۵ ②

۸/۲۵ ①

۶- با توجه به الگوی داده شده در شکل زیر، کسر $\frac{\text{خانه‌های سیاه}}{\text{خانه‌های سفید}}$ در مرحله‌ی دهم کدام است؟



۴۱ ①

۳۷

۲۰ ②

۲۱

۳۷ ③

۴۱

۲۱ ④

۲۰

۷- کدام مورد صحیح نیست؟

① $۱۹۸۷۶۵ =$ کوچک‌ترین عدد شش رقمی + بزرگ‌ترین عدد پنج رقمی غیر تکراری

② $۱۲۰۰۰۰۰ <$ کوچک‌ترین عدد پنج رقمی + بزرگ‌ترین عدد شش رقمی

③ $۲۲۰۰۰ >$ کوچک‌ترین عدد پنج رقمی + کوچک‌ترین عدد پنج رقمی غیر تکراری

④ $۲۰۰۰۰۰ <$ کوچک‌ترین عدد پنج رقمی + بزرگ‌ترین عدد چهار رقمی غیر تکراری

متن زیر را بخوانید:

به هر یک از عددهای ردیف زیر، یک عدد «فیب» می‌گوئیم. در ردیف عددهای فیب، هر دو عدد پشت سر هم را «همسایه» می‌نامیم. برای مثال، پنجمین عدد فیب برابر ۸ و یکی از دو همسایه‌ی آن، ششمین عدد فیب برابر ۱۳ است:

۱ ۲ ۳ ۵ ۸ ۱۳ ۲۱ ۳۴ ...

به راحتی می‌توان دید که برای بدست آوردن هر عدد فیب (بزرگ‌تر از ۲)، باید دو عدد فیب قبلی‌اش را با هم جمع کرد.

برای مثال، هفتمین عدد فیب از جمع ششمین و پنجمین عددهای فیب بدست می‌آید. یعنی: $۲۱ = ۸ + ۱۳$

بعضی از اعداد را می‌توان به صورت حاصل جمع دو یا چند عدد فیب غیر تکراری غیر همسایه نوشت. به این اعداد، «زکند» می‌گوئیم.

برای مثال، محاسبه‌ی زیر نشان می‌دهد که عدد ۲۰ یک عدد زکند است:

$$۲۰ = ۱۳ + ۵ + ۲$$

با توجه به متن بالا، به سه سؤال زیر پاسخ دهید:

۸- کدام یک از محاسبات زیر نشان می‌دهد که عدد سمت چپ تساوی، یک عدد زکند است؟

(آزمون تیزهوشان ۹۵-۹۴)

$$۴۰ = ۳۶ + ۳ + ۱ \quad ②$$

$$۳۰ = ۲۱ + ۵ + ۳ + ۱ \quad ①$$

$$۶۰ = ۵۵ + ۳ + ۲ \quad ④$$

$$۵۰ = ۳۴ + ۱۳ + ۳ \quad ③$$

۹- تقریباً چند درصد از اعداد فیب کوچک‌تر از ۱۰۰۰۰۰ زوج هستند؟

(آزمون تیزهوشان ۹۵-۹۴)

$$۵۰ \quad ④$$

$$۴۰ \quad ③$$

$$۳۳ \quad ②$$

$$۲۵ \quad ①$$

۱۰- چند تا از اعداد ۷۰ و ۸۰ و ۹۰ زکند هستند؟

(آزمون تیزهوشان ۹۵-۹۴)

$$\text{هر سه تا} \quad ④$$

$$\text{فقط دو تا} \quad ③$$

$$\text{فقط یکی} \quad ②$$

$$\text{هیچ کدام} \quad ①$$

۱۱- در جمع زیر، هر کدام از شکل‌های مربع، دایره و مثلث، جای یک رقم گذاشته شده است. اگر این سه رقم با هم متفاوت باشند، دایره کدام عدد است؟

(آزمون تیزهوشان ۹۳-۹۲)

$$\begin{array}{r} \square \quad \square \quad \square \\ \square \quad \square \quad \bullet \\ + \quad \square \quad \triangle \quad \triangle \\ \hline ۱ \quad ۳ \quad ۵ \quad ۹ \end{array}$$

$$۵ \quad ①$$

$$۷ \quad ②$$

$$۹ \quad ③$$

$$۸ \quad ④$$

۱۲- اگر \diamond عددی زوج و Δ عددی فرد باشد، کدام عدد زیر ممکن است زوج باشد؟

$$\frac{\diamond - \Delta}{۲} \quad ④$$

$$\frac{\diamond}{۲} + ۳ \times \Delta \quad ③$$

$$\frac{\Delta}{۲} + \diamond \quad ②$$

$$\diamond + \Delta \quad ①$$

۱۳- باقی مانده‌ی تقسیم کدام عدد بر ۴ از بقیه کمتر است؟

$$۷۱۳ \quad ④$$

$$۹۰۲ \quad ③$$

$$۴۰۳۰ \quad ②$$

$$۳۴۳ \quad ①$$

۱۴- کدام عدد بر ۶ بخش‌پذیر است؟

$$۶۹۰۲ \quad ④$$

$$۱۹۰۲ \quad ③$$

$$۴۰۳۰ \quad ②$$

$$۴۸۶۳ \quad ①$$

۱۵- حاصل ضرب خارج قسمت و باقی مانده تقسیم کدام عدد بر ۷ برابر صفر است؟

$$۵۱۹ \quad ④$$

$$۲۶۰ \quad ③$$

$$۷۳۵ \quad ②$$

$$۳۵۹ \quad ①$$

۱۶- عددی پنج رقمی به صورت $\Delta ۱ \diamond ۴ ۸$ بر ۹۰ بخش‌پذیر است. حاصل $\diamond + \Delta$ کدام است؟

$$۷ \quad ④$$

$$۵ \quad ③$$

$$۶ \quad ②$$

$$۴ \quad ①$$

۱۷- عدد سه رقمی $\Delta ۳۱$ بر ۱۵ و عدد دو رقمی $\diamond ۹$ بر ۷ بخش پذیر است. حاصل $\Delta \times \diamond$ کدام است؟

- ۱ ۰ ۲ ۱۰ ۳ ۵ ۴ ۲۰

۱۸- جای علامت سؤال در الگوی زیر کدام عدد مناسب است؟

$$\frac{1}{4} \rightarrow \frac{2}{12} \rightarrow \frac{1}{2} \rightarrow \frac{2}{6} \rightarrow ?$$

- ۱ $\frac{2}{9}$ ۲ $\frac{1}{3}$ ۳ ۱ ۴ $\frac{1}{2}$

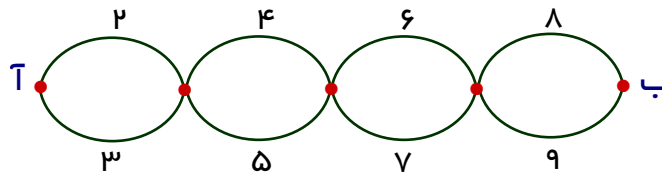
۱۹- قورباغه‌ای از یک پلکان بالا می‌رود. روی هر پله یکی از عددهای ۱، ۲، ۳ یا ۴ نوشته شده است. قورباغه از روی هر پله، یک جهش به اندازه عددی که روی پله نوشته شده است، بالا یا پایین می‌جهد. (اگر مثبت باشد به سمت بالا و اگر منفی باشد، به سمت پایین می‌جهد.) وقتی قورباغه ۱۰۰ پله بالاتر از پله شروع قرار داشته باشد، مجموع اعدادی که روی آن‌ها بوده است، چقدر است؟

(آزمون تیزهوشان ۹۵-۹۶)

- ۱ صفر ۲ ۵۰ ۳ ۱۰۰ ۴ ۲۰۰

۲۰- در شکل زیر، مدت زمان عبور از هر مسیر مشخص شده. در هر تقاطع، برای آن‌که وارد یک مسیر جدید شویم، باید مجموع زمان مسیری که تا به حال آمده‌ایم، با زمان آن مسیر، از نظر زوج و فرد بودن یکسان باشند. در لحظه‌ی شروع، هیچ محدودیتی برای انتخاب مسیر وجود ندارد. چند روش برای رسیدن از نقطه‌ی «آ» به «ب» وجود دارد؟ (فقط حرکت از چپ به راست مجاز است.)

(آزمون تیزهوشان ۹۶-۹۷)



- ۱ ۱ ۲ ۲ ۳ ۸ ۴ ۱۶

۲۱- بیست نفر به صورت دایره‌ای نشسته‌اند و به ترتیب و به نوبت از یک شروع به شمارش می‌کنند. هر کس که مضرب ۳ را می‌گوید، اگر نشسته است، می‌ایستد و اگر ایستاده است، می‌نشیند. وقتی به عدد هزار می‌رسند، چند نفر ایستاده‌اند؟

(آزمون تیزهوشان ۹۶-۹۷)

- ۱ ۷ ۲ ۱۰ ۳ ۱۳ ۴ ۲۰

۲۲- در انتخابات ریاست جمهوری، اگر هیچ یک از نامزدهای انتخابات نتواند حداقل پنجاه درصد آرا را کسب کند، دو نامزد دارای بیشترین رأی به مرحله‌ی دوم انتخابات می‌روند. (در هر مرحله، هر رأی دهنده فقط به یک نفر رأی می‌دهد.) اگر فهرست ترجیح یک رأی دهنده به این صورت باشد:

«د > ج > ب > الف»

بدین معنی است که آن رأی دهنده، نامزد «الف» را به «ب»، «ب» را به «ج» و «ج» را به «د» ترجیح می‌دهد. اگر «فهرست ترجیح» جامعه به صورت زیر باشد، کدام نامزد در انتخابات پیروز خواهد شد؟

۱۰ میلیون نفر دارای فهرست ترجیح: «د > ج > الف > ب»

۶ میلیون نفر دارای فهرست ترجیح: «ب > د > الف > ج»

۵ میلیون نفر دارای فهرست ترجیح: «ب > ج > د > الف»

(آزمون تیزهوشان ۹۷-۹۶)

د ④

ج ③

ب ②

الف ①



ارتباط از طریق تلگرام یا پیامک یا تلفن!



۰۹۳۵ ۶۰۰ ۸۴۵۴

