



به نام خدا

درسنامه آموزشی حسابان ۲

مبحث : مثلثات (صفحات ۳۵ تا ۴۴)

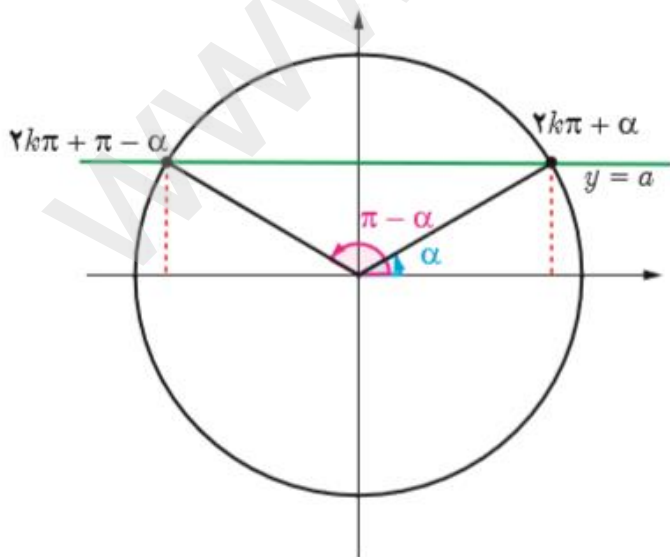
ویژه آزمون ۱۶ آذر

به قلم مهدی غفاری – ارشد برق صنعتی شریف

درس ۲ : معادلات مثلثاتی

به معادله ای که در آن نسبت های مثلثاتی وجود داشته باشند **معادلات مثلثاتی** گفته می شود. در زیر به بررسی معادلات مثلثاتی ساده می پردازیم.

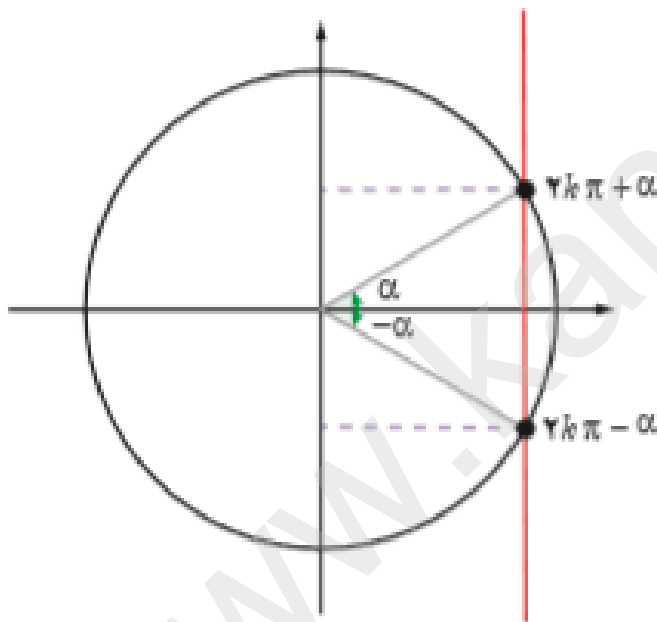
۱. معادلات سینوسی : معادلاتی که بعد از حل آن ها به عبارتی مثل $\sin x = \sin \alpha$ می رسند.



در این صورت دو دسته جواب به صورت زیر خواهیم داشت:

جواب‌های کلی معادله $\sin x = \sin \alpha$ به صورت $x = 2k\pi + \alpha$ و $x = (2k+1)\pi - \alpha$ می‌باشد که $k \in \mathbb{Z}$.

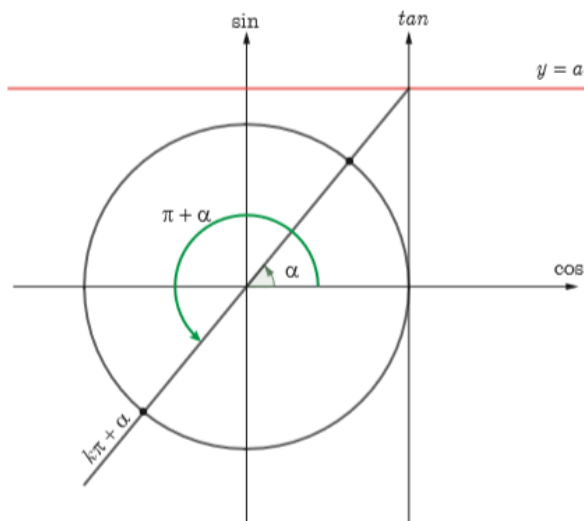
۲. معادلات کسینوسی: معادلاتی که بعد از حل آنها به عبارتی مثل $\cos x = \cos \alpha$ می‌رسیم.



و جواب کلی در این حالت به صورت زیر است:

جواب‌های کلی معادله $\cos x = \cos \alpha$ به صورت $x = 2k\pi \pm \alpha$ می‌باشند که $k \in \mathbb{Z}$.

۳. معادلات تانژانت و کتانژانت : معادلاتی که با حل آن ها به عبارات $\tan x = \tan \alpha$ و $\cot x = \cot \alpha$ می رسیم.



و در این صورت جواب ها یک دسته خواهند بود که به صورت زیر می باشد.

جواب های کلی معادله $\tan x = \tan \alpha$ به صورت $x = k\pi + \alpha$ می باشد که k یک عددی صحیح است.

معادلات خاص

در حل برخی معادلات مثلثاتی به معادلات زیر می رسیم :

۱. معادلات با یک طرف ۰ .

$$\sin x = 0 \Rightarrow x = k\pi$$

$$\cos x = 0 \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{2}$$

$$\tan x = 0 \Rightarrow x = k\pi$$

$$\cot x = 0 \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{2}$$

۲. معادلات با یک طرف ۱.

4

$$\sin x = 1 \Rightarrow x = 2k\pi + \frac{\pi}{2}$$

$$\cos x = 1 \Rightarrow x = 2k\pi$$

۳. معادلات با یک طرف -۱.

$$\sin x = -1 \Rightarrow x = 2k\pi - \frac{\pi}{2}$$

$$\cos x = -1 \Rightarrow x = 2k\pi + \pi$$

معادلات مثلثاتی پیچیده تر

اگر معادلاتی را داشته باشیم که در طرفین آن نسبت های مثلثاتی x وجود داشته باشد در این صورت یا باید :

۱- اگر طرفین دارای نسبت های مثلثاتی مشابه باشند مثل $\sin x = \sin 3x$ در این صورت فرض می کنیم زاویه طرف دوم یک زاویه ثابت است و با همان معادلات مثلثاتی ساده حل می کنیم.

۲- اگر دو طرف مشابه نباشند مثل $\sin x = \cos x$ در این صورت باید یا از تغییر زوایا استفاده بکنیم مثل $\sin x = \sin \frac{\pi}{2} - x$ یا با استفاده از اتحاد های مثلثاتی به معادلات ساده مثلثاتی تبدیل کنیم مثل $\tan x = 1$. $\frac{\sin x}{\cos x} = 1$ تبدیل کنیم.

پایان