

شريف جزوه



@sharifjozve96

به نام خدا

آزمون نهایی ریاضی عمومی ۱

تاریخ: ۱۳۷۹ دی ۲۹

وقت: ۳ ساعت

۱- انتگرال زیر را بیدا کنید.

$$I = \int \frac{\sin(\ln x)}{x^4} dx$$

(۲ نمره)

۲- در همگرایی یا واگرایی انتگرال زیر بحث کنید:

$$\int_1^{+\infty} \frac{dx}{1 - \cos \sqrt{x}}$$

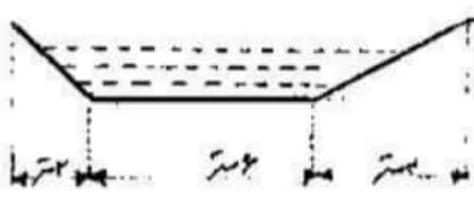
(۲ نمره)

۳- فرض کنید

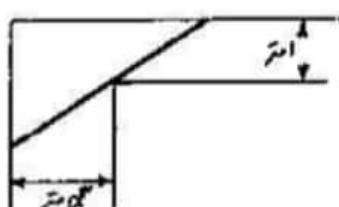
$$L(x) = \int_1^x \frac{dt}{\ln t} \quad F(x) = \int_{\ln \sqrt{2}}^x \frac{e^{t^2}}{t} dt$$

تابع F را بر حسب تابع L بیان کنید. (۲ نمره)

۴- دایره $x^2 + (y - a)^2 = r^2$ را حول محور x ها دوران می‌دهیم، انداره سطح بدین جسم حاصل را محاسبه کنید. (۳ نمره)

۵- ب). استخر مستطیل شکل ۱۲ متر طول و ۶ متر عرض دارد و

 گودترين قسمت آن ۲ متر عرض دارد. مقطع استخر مطابق شکل رو به رو است. استخر را با سرعت ۲۰ متر مکعب در دقیقه با آب پر می‌کنیم. سرعت افزایش ارتفاع آب در لحظه‌ای که ارتفاع آب از گودترين قسمت استخر برابر $1/5$ متر است را بیدا کنید. (۲ نمره)

ع). طول بزرگترین تبر چوبی را (بر حسب ۵) چنان بیدا کنید که از یک راهرو L شکل (مطابق شکل مقابل) قابل عبور باشد (از گلتفت تبر صرف نظر می‌شود). (۲ نمره)



۷- بازه همگرایی سری زیر را به دست آورید (با ذکر دلیل):

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n x^n$$

(۲ نمره)

۸- الف) بسط مکرّر تابع $(x+1)\ln(x+1)$ را به دست آورید. (۰/۵ نمره)

ب) به کمک قسمت الف مقدار $\left(\frac{1}{x}\right) \ln\left(\frac{1}{x}\right)$ را با خطای کمتر از $10^{-2} \times 5$ بیدا کنید. (۱/۵ نمره)

۹- مجموع سری زیر را

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!(n+2)}$$

حساب کنید (۲ نمره)