Subject فصل ۱

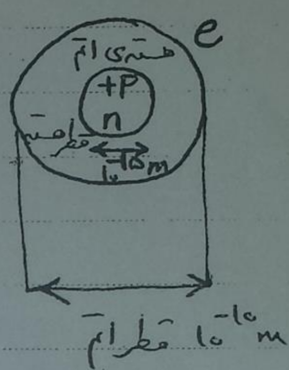
Date

«فیزیک ۲»

ساختار اتم و ویژگی های ذرات تشکیل دهنده ی اتم :

فقط بار را حفظ باشید.

	نماد	بار *	جرم
الکترون	e	-1.6×10^{-19}	$9.1\times10^{-31}\ kg$
پروتون	P	$+1.6\times10^{-19}$	$1.67262\times10^{-27}\ kg$
نوترون	n	0	$1.67492\times10^{-27}\ kg$



* جرم پروتون حدوداً ۱۸۰۰ بار از جرم الکترون سنگین تر است.

* جرم نوترون و پروتون به هم نزدیک است.

تقسیم بندی مواد از نظر الکتریکی:

۱) رسانا: اتم های رسانا دارای الکترون آزاد می باشند.

۲) نارسانا: تمام الکترون ها مقید به هسته ی اتم می باشند مثل پلاستیک و چوب.

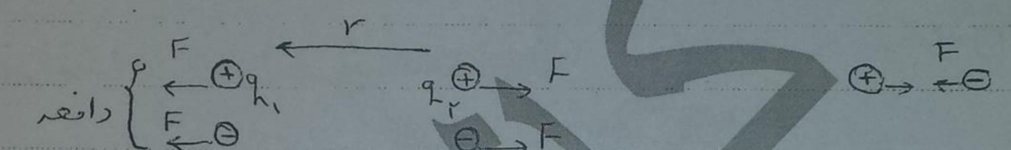
۳) نیمه رسانا: اتم های آن ها تحت شرایطی (میدان الکتریکی - گرما و...) می توانند به رسانا تبدیل شوند مثل سیلیسیم و ژرمانیم.

* اگر اتم الکترون از دست بدهد دارای بار مثبت و اگر الکترون اضافی بگیرد دارای بار منفی می‌شود.

* تجربه نشان می‌دهد که بارهای همنام یکدیگر را دفع و غیرهمنام یکدیگر را جذب می‌کنند.

قانون کولن = کولمب :

هرگاه دو بار نقطه‌ای به فاصله r از یکدیگر قرار داشته باشند نیرویی در راستای خط واصل به یکدیگر وارد می‌کنند که اندازه‌ی آن برابر است با:



$$F = K\frac{q_1 q_2}{r^2}$$

نیوتن ، کولن ، متر

$k = 9\times10^{9}\ \frac{N.m^2}{C^2}$ $\qquad K = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$

$\varepsilon_0 = 8{,}9\times10^{-12}\ \frac{C^2}{N.m^2}$

نکته: توجه داشته باشیم که قانون کولن برای بار نقطه‌ای می‌باشد. منظور از بار نقطه‌ای آن است که ابعاد جسم در برابر فاصله ناچیز باشد. پس نقطه‌ای به معنای ریز بودن جسم نیست.

بار الکتریکی کوانتیزه = کوانتیده است:

$q = \pm ne$ — n: عدد صحیح ، e: بار بنیادی

$|e| = 1{,}6\times10^{-19}$ کولمب

* بار الکتریکی دانه‌ای و قابل شمارش است.

پایستگی بار الکتریکی: کل باری که در جهان هستی می‌باشد مقداری ثابت است و ما فقط

می‌توانیم خنثی بودن بار را به هم بزنیم.

مثال ①: $U^{238}_{Z=92} \longrightarrow Th^{234}_{Z=90} + He^{4}_{Z=2}$

← جرم اتم ۲۳۸ ، ← تعداد پروتون $Z=92$

مثال ②: اشعه‌ی گاما e^{-} الکترون + e^{+} پوزیترون $\longrightarrow \gamma + \gamma$

(جرم) ← (انرژی)

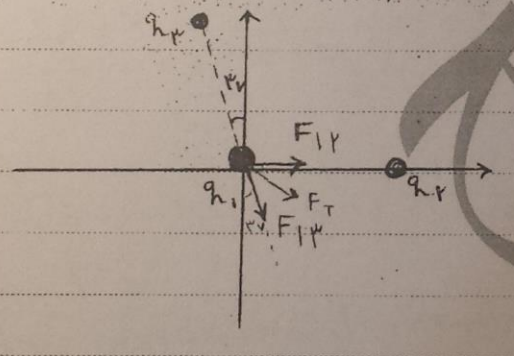
اشعه‌ی گاما جرم ندارد فقط انرژی دارد.

سه بار نقطه‌ای $q_1 = 1\mu C$ و $q_2 = 2\mu C$ و $q_3 = 3\mu C$ در فواصل داده شده مطابق

شکل در نظر بگیرید. نیروی برآیند وارد بر q_1 را به دست آورید.

$r_{12} = 15cm$

$r_{13} = 10cm \quad \sin 37 = 0.6 \quad \cos 37 = 0.8 \quad F = k\frac{q_1 q_2}{r^2}$



$F_{13} = k\frac{q_3 q_1}{r_{13}^2}$

$F_{13} = 9\times10^{9}\ \frac{1\times3\times10^{-12}}{(0.1)^2} = 2.7\ N$

$F_{12} = k\frac{q_2 q_1}{r_{12}^2} = 9\times10^{9}\ \frac{1\times2\times10^{-12}}{(0.15)^2} = 0.8\ N$

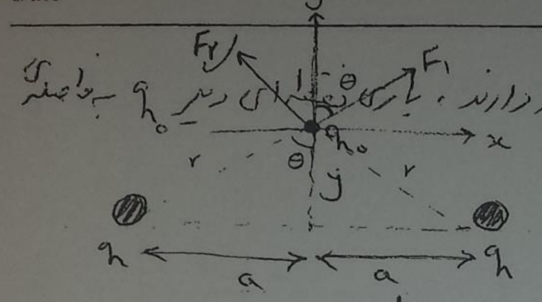
$F_x = F_{12} + F_{13}\sin 37^\circ = 0.8 + 2.7\times0.6 \simeq 2.4$

$|F_y| = F_{13}\cos 37^\circ = 2.7\times0.8 = 2.16$

$F_{\text{برآیند}} = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = \boxed{\ }$ $\quad \theta = \tan^{-1}\left(\frac{F_y}{F_x}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{2.16}{2.4}\right)$

جهت F برآیند

Subject
Date



دو بار نقطه‌ای مشابه q به فاصله‌ی 2a از یکدیگر قرار دارند. بار نقطه‌ای دیگر q_0 به فاصله‌ی y روی خط عمود منصف مطابق شکل قرار دارد.

$r = (a^2+y^2)^{\frac{1}{2}}$

الف) نیروی برآیند وارد بر q_0 چقدر است؟

ب) y چقدر باشد تا نیروی برآیند max شود؟

* طبق قرارداد: هر باری را به علامت مثبت در نظر بگیرید.

$|F_1| = |F_2| = k\frac{qq_0}{r^2}$

$F_x = 0$ تقارن

الف) $F_y = 2F_1\cos\theta = 2k\frac{qq_0}{r^2}\times\frac{y}{r} = \frac{2kqq_0y}{(a^2+y^2)^{\frac{3}{2}}}$

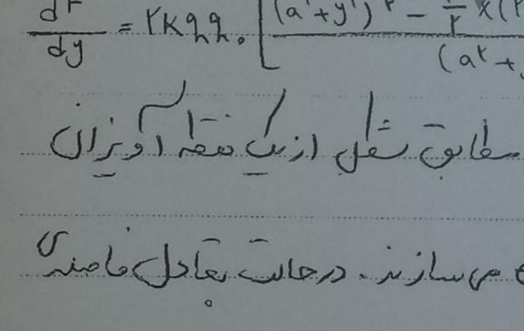
ب) در نقاط max و min مشتق صفر است. شرط F_{max} ← $\frac{dF}{dy} = 0$ رول مشتق کسر

$\frac{dF}{dy} = 2kqq_0\left[\frac{(a^2+y^2)^{\frac{3}{2}} - \frac{3}{2}\times(2y)(a^2+y^2)^{\frac{1}{2}}\times y}{(a^2+y^2)^3}\right] = 0$ صورت کسر $(a^2+y^2)^{\frac{1}{2}}(a^2+y^2-3y^2) = 0$

$\boxed{a^2-2y^2=0 \to y = \pm\frac{\sqrt{2}}{2}a}$

دو ذره به جرم‌های m و بار q به وسیله‌ی دو رشته مطابق شکل از یک نقطه آویزان شده‌اند. و هر کدام با راستای قائم زاویه‌ی کوچک θ می‌سازند. در حالت تعادل فاصله‌ی بین دو ذره (x) چقدر است؟

* برحسب رادیان $\sin = \tan = \theta$



شرط تعادل $\begin{cases}\sum F_x = 0 \longrightarrow T\sin\theta = F \\ \sum F_y = 0 \longrightarrow T\cos\theta = mg\end{cases}$ $\xrightarrow{\text{تقسیم}}$ $\tan\theta = \frac{k\frac{q^2}{x^2}}{mg}$ (1)

زاویه کوچک $\boxed{\tan\theta = \sin\theta = \frac{\frac{x}{2}}{L}}$ (2)

مقایسه‌ی (1), (2): $\frac{kq^2}{mgx^2} = \frac{x}{2L} \to x = \left(\frac{2kq^2L}{mg}\right)^{\frac{1}{3}}$

Subject
Date

یادآوری مطالب ریاضی ۱ که در فیزیک ۲ کاربرد دارند:

$$\left.\begin{array}{l} \underbrace{(1+x)^n}_{\text{بسط دوجمله‌ای}} = 1+nx+\dots \\ \ln(1+x) = x - \dfrac{x^2}{2} \end{array}\right\} \quad x \ll 1$$

$$I=\int x^n dx = \frac{1}{n+1}x^{n+1}$$

$$I=\int \frac{du}{u^2} = -\frac{1}{u}$$

$$I=\int \frac{dx}{x+a} = \ln(x+a)$$

$$I=\int \frac{dx}{\sqrt{x^2+a^2}} = \ln\left[x+\sqrt{x^2+a^2}\right]$$

$$I=\int u\,dv = uv - \int v\,du$$

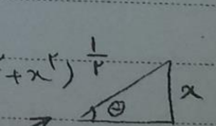
$$I=\int \sin\theta\, d\theta = -\cos\theta$$

$$I=\int \cos\theta\, d\theta = \sin\theta$$

$$I=\int \underbrace{\sin\theta}_{u}\,\underbrace{\cos\theta\, d\theta}_{du} = \frac{u^2}{2} = \frac{\sin^2\theta}{2}$$

$$\cos^2\theta - \sin^2\theta = \cos 2\theta$$

$$2\sin\theta\cos\theta = \sin 2\theta$$



مهم برای ... ★ $I=\int \dfrac{dx}{(x^2+a^2)^{\frac{3}{2}}}$ تغییر متغیر $\tan\theta = \dfrac{x}{a} \rightarrow x = a\tan\theta \rightarrow dx = a(1+\tan^2\theta)d\theta$

جای‌گذاری به جای x و dx:

$$I=\int \frac{a(1+\tan^2\theta)d\theta}{(a^2\tan^2\theta+a^2)^{\frac{3}{2}}}$$

PAPCO

$$=\int \frac{a(1+\tan^2\theta)d\theta}{a^3(1+\tan^2\theta)^{\frac{3}{2}}} = \frac{1}{a^2}\int \frac{d\theta}{(1+\tan^2\theta)^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{a^2}\int \frac{d\theta}{\left(1+\frac{\sin^2\theta}{\cos^2\theta}\right)^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{a^2}\int \frac{d\theta}{\left(\frac{\cos^2\theta+\sin^2\theta}{\cos^2\theta}\right)^{\frac{1}{2}}}$$

یادآوری مطالب ریاضی ۱ که در فیزیک ۲ کاربرد دارند:

$$\left.\begin{array}{l}(1+x)^n = 1+nx+\cdots \\ \text{بسط دوجمله‌ای} \\ \ln(1+x) = x - \dfrac{x^2}{2}\end{array}\right\} \quad x \ll 1$$

$$I=\int x^n dx = \frac{1}{n+1}x^{n+1}$$

$$I=\int \frac{du}{u^2} = -\frac{1}{u}$$

$$I=\int \frac{dx}{x+a} = \ln(x+a)$$

$$I=\int \frac{dx}{\sqrt{x^2+a^2}} = \ln\left[x+\sqrt{x^2+a^2}\right]$$

$$I=\int u\,dv = uv - \int v\,du$$

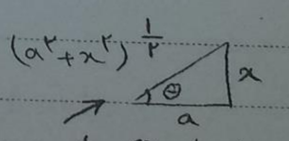
$$I=\int \sin\theta\, d\theta = -\cos\theta$$

$$I=\int \cos\theta\, d\theta = \sin\theta$$

$$I=\int \underbrace{\sin\theta}_{u}\,\underbrace{\cos\theta\, d\theta}_{du} = \frac{u^2}{2} = \frac{\sin^2\theta}{2}$$

$$\cos^2\theta - \sin^2\theta = \cos 2\theta$$

$$2\sin\theta\cos\theta = \sin 2\theta$$



$$\star\; I=\int \frac{dx}{(x^2+a^2)^{\frac{3}{2}}}$$

تغییر متغیر $\tan\theta = \frac{x}{a} \rightarrow x = a\tan\theta \rightarrow dx = a(1+\tan^2\theta)d\theta$

جای گذاری ~ جای x و dx:

$$I=\int \frac{a(1+\tan^2\theta)d\theta}{(a^2\tan^2\theta+a^2)^{\frac{3}{2}}}$$

$$=\int \frac{a(1+\tan^2\theta)d\theta}{a^3(1+\tan^2\theta)^{\frac{3}{2}}} = \frac{1}{a^2}\int \frac{d\theta}{(1+\tan^2\theta)^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{a^2}\int \frac{d\theta}{\left(1+\frac{\sin^2\theta}{\cos^2\theta}\right)^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{a^2}\int \frac{d\theta}{\left(\frac{\cos^2\theta+\sin^2\theta}{\cos^2\theta}\right)^{\frac{1}{2}}}$$

Subject
Date

$$\frac{1}{a^2}\int \frac{d\theta}{\left(\frac{1}{\cos^2\theta}\right)^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{a^2}\int \frac{d\theta}{\frac{1}{\cos}} = \frac{1}{a^2}\int \cos\theta\, d\theta$$

مثلث

$$= \frac{1}{a^2}\int \cos\theta\, d\theta = \frac{1}{a^2}\sin\theta = \frac{1}{a^2}\times\frac{x}{\sqrt{x^2+a^2}}$$

$$I = \int \frac{x\,dx}{(x^2+a^2)^{\frac{3}{2}}} \qquad x^2+a^2=u^2 \qquad 2x\,dx = 2u\,du$$

$$I = \int \frac{u\,du}{u^3} = \int \frac{du}{u^2} = -\frac{1}{u} = -\frac{1}{\sqrt{x^2+a^2}}$$

$$\underset{\text{کم نرار}}{I} = \int \frac{x^2\,dx}{(x^2+a^2)^{\frac{3}{2}}} = \int \overset{u}{x}\,\underbrace{\frac{x\,dx}{(x^2+a^2)^{3/2}}}_{dv} = uv - \int v\,du$$

جزء به جزء

$$v = \int \frac{x\,dx}{(x^2+a^2)^{\frac{3}{2}}} \quad \xrightarrow{\text{طبق حالت قبل}} \quad v = -\frac{1}{\sqrt{x^2+a^2}} \quad , du = dx$$

$$I = -\frac{x}{\sqrt{x^2+a^2}} - \int \frac{-1}{\sqrt{x^2+a^2}}\,dx = \frac{-x}{\sqrt{x^2+a^2}} + \ln\left[x+\sqrt{x^2+a^2}\right]$$

درسته ؟ α

$$\underset{\text{کم نرار}}{I} = \int \frac{\overset{u}{x}\,\overset{dv}{dx}}{x+a} = uv - \int v\,du$$

$$v = \int \frac{dx}{x+a} = \ln(x+a) \qquad , du = dx$$

$$I = x\ln(x+a) - \int \ln(x+a)\,dx$$

حل ؟ α

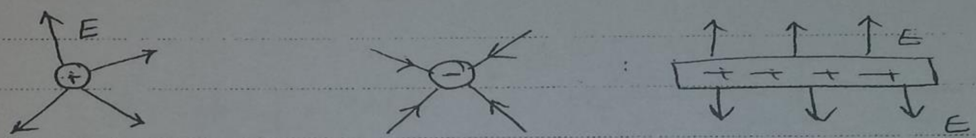
PAPCO

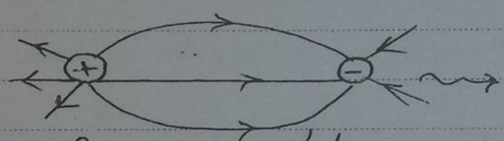
میدان الکتریکی: در فضای اطراف بار الکتریکی کمیتی برداری به نام میدان الکتریکی وجود دارد.

واحد میدان الکتریکی $\frac{N}{C}$ $\left(\frac{\text{نیوتن}}{\text{کولن}}\right)$ است. به عبارتی میدان الکتریکی برابر است با نیروی الکتریکی وارد بر واحد بار.

میدان $\vec{E} = \frac{F}{q}$ یا $\vec{E} = \lim_{q_0 \to 0} \frac{F}{q_0}$

قرار دادها:





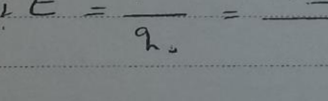
دوقطبی الکتریکی

میدان بار نقطه‌ای: اگر دو بار نقطه‌ای q و q_0 به فاصله‌ی r از یکدیگر قرار داشته باشند طبق قانون کولن نیروی $F = K\frac{qq_0}{r^2}$ به یکدیگر وارد می‌کنند. با توجه به تعریف میدان داریم:

$\vec{E}$ بار نقطه‌ای $= \frac{F}{q_0} = \frac{K\frac{qq_0}{r^2}}{q_0} = K\frac{q}{r^2}$

اگر میدان استوانه، کال و ... را خواست از این فرمول استفاده نمی‌شود.

دو بار نقطه‌ای $q_1 = 1\mu C$ و $q_2 = 4\mu C$ به فاصله‌ی $30cm$ از یکدیگر قرار دارند. در چه فاصله‌ای از بار q_1 میدان الکتریکی برآیند صفر است؟ x را فاصله‌ی آن نقطه از q_1 ، x گرفته و $(r-x)$ گرفته؟



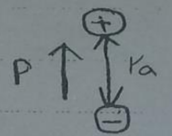
میدان برآیند صفر: $|E_1| = |E_2|$ $\quad \frac{Kq_1}{x^2} = \frac{Kq_2}{(r-x)^2} \to \frac{1}{x^2} = \frac{4}{(r-x)^2}$

$4x^2 = (r-x)^2 \to 2x = r-x \qquad \boxed{x = \frac{r}{3}}$

$r = 30 \to x = 10cm$ در فاصله‌ی $10cm$ میدان نیروی برآیند صفر است.

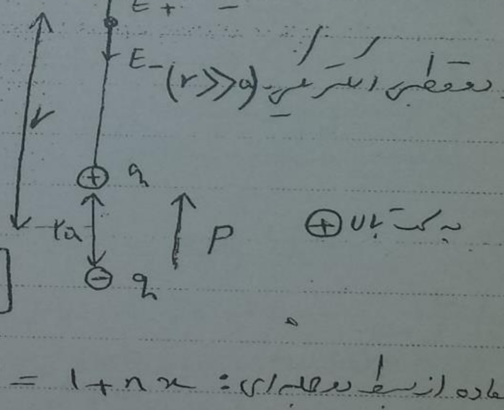
دو قطبی الکتریکی: اگر بار $+q$ و $-q$ به فاصله‌ی $2a$ از هم برقرار داشته باشند یک دو قطبی الکتریکی تشکیل می‌دهند. (اندازه‌ی دو بار باید برابر باشند) برای هر دو قطبی الکتریکی کمیتی برداری به نام گشتاور دو قطبی الکتریکی به صورت زیر تعریف می‌شود:

گشتاور دوقطبی الکتریکی $p = 2aq$



جهت $\vec{p}$ از بار منفی به سمت بار مثبت است.

میدان یک دوقطبی الکتریکی به فاصله‌ی r از مرکز آن روی خط واصل به دست آورید. برحسب گشتاور دوقطبی الکتریکی $(r \gg a)$



برای بار مثبت / برای بار منفی

$$E_{\text{برآیند}} = \frac{kq}{(r-a)^2} - \frac{kq}{(r+a)^2}$$

$$= \frac{kq}{r^2}\left[\frac{1}{(1-\frac{a}{r})^2} - \frac{1}{(1+\frac{a}{r})^2}\right]$$

$$= \frac{kq}{r^2}\left[\left(1-\frac{a}{r}\right)^{-2} - \left(1+\frac{a}{r}\right)^{-2}\right]$$

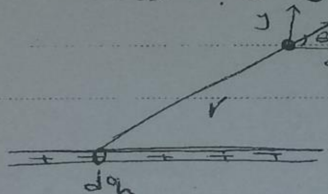
با استفاده از بسط دوجمله‌ای: $(1+x)^n = 1+nx$ داریم: در اینجا $x = \frac{a}{r}$

$$= \frac{kq}{r^2}\left[1+\frac{2a}{r} - 1 + \frac{2a}{r}\right] = \frac{2kq2a}{r^3} = \boxed{\frac{2kp}{r^3}}$$

میدان توزیع بار پیوسته: ۳ نوع توزیع بار پیوسته (غیرنقطه ای) داریم:

۱- خطی ۲- سطحی ۳- حجمی

هرگاه یک توزیع بار پیوسته داشته باشیم یک المان = جزء = عنصر بار dq از آن را انتخاب می‌کنیم و مشابه به بار نقطه ای، میدان آن المان را به صورت $dE = k\frac{dq}{r^2}$ می‌نویسیم



$dE = k\frac{dq}{r^2}$

منظور از المان این است که ضخامتش در مقابل طولش ناچیز باشد مثل حلقه و میله و کمان

برای به دست آوردن میدان کل، از آن به صورت برداری انتگرال می‌گیریم.

$$\vec{E} = \int d\vec{E} \quad \begin{cases} E_x = \int dE \cos\theta \\ E_y = \int dE \sin\theta \end{cases}$$

برای حل انتگرال فوق لازم است رابطه ای مناسب برای dq در نظر بگیریم که در هر یک از موارد به صورت زیر است:

۱- خطی: میله مستقیم $dq = \lambda dx$ یا کمان و ... $dq = \lambda dL$

المان بار
چگالی بار خطی
المان طول

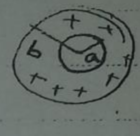
اگر توزیع بار یکنواخت باشد داریم
$$\lambda = \frac{q \text{ بار کل}}{L \text{ طول کل}}$$

طول کمان = شعاع × زاویه برحسب رادیان

۲- سطحی: $dq = \sigma \, dA \rightarrow$ المان سطح

زیگما — چگالی بار سطحی

اگر توزیع بار یکنواخت باشد داریم: $\sigma = \dfrac{q \text{ بار کل}}{A \text{ مساحت کل}}$

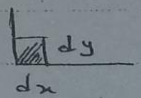


دایره $A = \pi R^2$ واشر $A = \pi (b^2 - a^2)$

مساحت دایره‌ی بزرگ منهای دایره‌ی کوچک

کره $A = 4\pi R^2$ جانبی استوانه $A = 2\pi R h$

در سیستم دکارتی: در این سیستم حل می‌کنیم $dA = dx\,dy$



در سیستم قطبی:
بیشتر در این سیستم مسائل را حل می‌کنیم $dA = 2\pi x\,dx$

۳- حجمی $dq = \rho \, dV \rightarrow$ المان حجم

چگالی بار حجمی

اگر توزیع بار یکنواخت باشد داریم: $\rho = \dfrac{q \text{ بار کل}}{V \text{ حجم کل}}$

کره $V = \frac{4}{3}\pi R^3$ استوانه $V = \pi R^2 h$

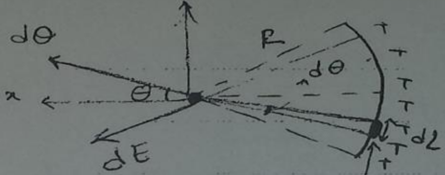
در سیستم دکارتی: در این سیستم حل می‌کنیم $dV = dx\,dy\,dz$

در سیستم کره‌ای (کروی): $dV = 4\pi r^2 dr$

در سیستم استوانه‌ای: $dV = 2\pi h r\,dr$

شرح: فصل ۱۱ ← ① - ۳ - ۴ - ۶ - ۱۰ - ⑪ - ⑫ - ۱۴ - ۱۵ - ⑰ - ⑳
حل شده یا شبیهش حل شده.

کمانی به شعاع R و بار یکنواخت q و زاویه‌ی 60°. میدان الکتریکی آن را در مرکز خمیدگی کمان به دست آورید.



طریقه‌ی رسم شکل: چرا dE را این طور رسم کردیم؟ dE را این طوری رسم کنیم و متقارن آن را نشان بده

جایی که تراکم میدان در آن جا کاسته شود بیشتر است میدان خطوط است باشد.

$$\lambda = \frac{q \ (\text{بار کل})}{R\frac{\pi}{3} \ (\text{طول کمان})} = \frac{3q}{\pi R}$$

$$dq = \lambda dL$$

$$dq = \frac{3q}{\pi R} R\, d\theta \rightsquigarrow \boxed{dq = \frac{3q\, d\theta}{\pi}} \quad ①$$

$E_y = 0$ (تقارن)

$$\boxed{E_x = \int dE \cos\theta = \int k \frac{dq}{R^2} \cos\theta} \quad ②$$

رابطه‌ی ① در ②:

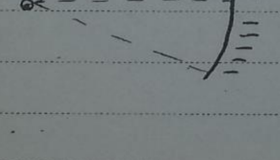
$$= \frac{3kq}{\pi R^2} \int_{-30}^{30^*} \cos\theta\, d\theta = \frac{3kq}{\pi R^2} \sin\theta = \frac{3kq}{\pi R^2}$$

* کل زاویه ۶۰ است برای حد انتگرال نصفش ۳۰ را می‌گذاریم.

چون زیر کسر π است

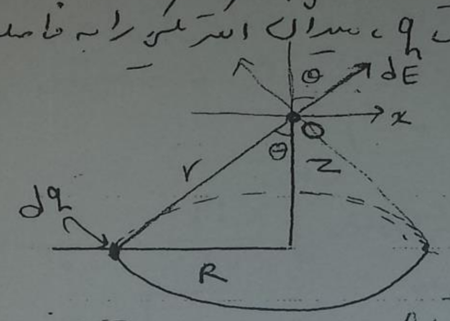
$$\frac{3kq}{\pi R^2} \sin\theta \Big|_{-30}^{30} = \frac{3kq}{\pi R^2}(\sin 30 - \sin(-30)) = \frac{3kq}{\pi R^2}\left(\frac{1}{2} - \left(-\frac{1}{2}\right)\right) = \frac{3kq}{\pi R^2}$$

در مسئله‌ی قبل اگر نیمه‌ی بالایی کمان دارای بار $+q$ و نیمه‌ی پایینی دارای بار $-q$ باشد میدان برایند را در نقطه‌ی O (مرکز خمیدگی کمان) به دست آورید.



حلقه‌ای دایره‌ای به شعاع R و بار یکنواخت q، میدان الکتریکی را به فاصله‌ی z از مرکز حلقه روی محور آن به دست آورید.

مسئله ۲



$r=(z^2+R^2)^{\frac{1}{2}}$ تقارن E_y نشان بده

در این مسئله چون θ ثابت و dq مستقل از نقطه‌ی مسئله است می‌توان نوشت $\int dq = q$ از کجا فهمیدید؟

$E = 0$ تقارن افقی

$E_y=\int dE\cos\theta = \int \frac{k\,dq}{r^2}\times\frac{z}{r}$ در همه‌ی این موارد نیست مثل مسئله‌ی قبل که چون θ ثابت نبود $\int dq \neq q$

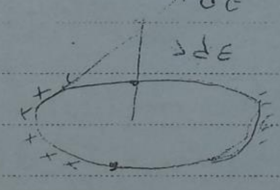
$= \frac{kz}{r^3}\int dq = \frac{kzq}{r^3}$

α از کجا فهمیدید θ در مسئله‌ی قبل ثابت نبود؟

$dq=\lambda\, dL$, $\lambda=\frac{q}{L}$ α در این مسئله چرا این کار را نمی‌کنید؟

نکته: در این مسئله چون dq مستقل از بقیه پارامترهای مسئله بود بنابراین می‌توان نوشت: $\int dq = q$

در مسئله‌ی قبل اگر نصف حلقه دارای بار $q_1=q$ و نصف دیگر دارای بار $q_2=-2q$ باشد میدان برآیند را در نقطه‌ی O به دست آورید. باید بیاید E_1 را به شود بیاید E_2 و دیگر تقارن ندارد



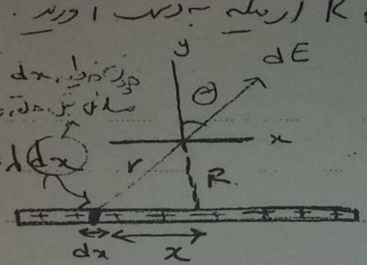
میله‌ای طویل با چگالی بار خطی λ میدان الکتریکی آن را به فاصله‌ی R از میله به دست آورید.

* سؤال مهم این فصل از شش حدوداً ۲۰ تا سؤال دیگر درمیاد.

مسئله ۳

[illegible]

$dq = \lambda dx$



$$r = (x^2 + R^2)^{\frac{1}{2}}$$

$E_x = 0$ تقارن

$$E_y = \int dE \cos\theta = \int \frac{k\,dq}{r^2} \times \frac{R}{r}$$

$$= kR\lambda \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{(R^2 + x^2)^{\frac{3}{2}}} \quad ①$$

$$\tan\theta = \frac{x}{R} \rightarrow x = R\tan\theta$$

$$dx = R(1 + \tan^2\theta)\, d\theta$$

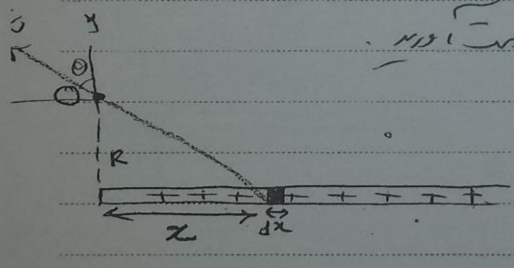
تغییر متغیر ②

رابطه‌ی ① و ②:

$$E_y = kR\lambda \int \frac{R(1+\tan^2\theta)\, d\theta}{(R^2 + R^2\tan^2\theta)^{\frac{3}{2}}} = \frac{k\lambda R^2}{R^3} \int \frac{d\theta}{(1+\tan^2\theta)^{1/2}}$$

$$= \frac{k\lambda}{R} \int \cos\theta\, d\theta = \frac{k\lambda}{R} \sin\theta \Big|_{-90}^{90} = \frac{2k\lambda}{R}$$

مسئله ۴: میله‌ای که از یک طرف محدود و از طرف دیگر نامحدود و چگالی بار خطی آن λ است. میدان الکتریکی آن را به فاصله‌ی R از یک انتهای میله در نقطه‌ی O به دست آورید.



$$E_x = \int_0^{\infty} dE \sin\theta$$

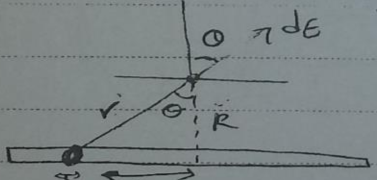
تقارن ندارد

$$E_y = \int_0^{\infty} dE \cos\theta$$

جواب آخر: $\frac{k\lambda}{R} \sin\theta \Big|_0^{90} = \frac{k\lambda}{R}$

مسئله ی ۵ : میله ای به طول L دارای بار یکنواخت q میدان الکتریکی را به فاصله ی R از میله روی خط عمود منصف آن به دست آورید.

مشابه مسئله ی ۳ با این تفاوت که حدود انتگرال $\int_{-\frac{L}{2}}^{+\frac{L}{2}}$ می باشد.



$$r = (x^2 + R^2)^{1/2}$$

تقارن $E_x = 0$

$$E_y = \int_{-\frac{L}{2}}^{+\frac{L}{2}} dE\cos\theta = \int k\frac{dq}{r^2} \times \frac{R}{r}$$

بقیه مشابه مسئله ی ۳

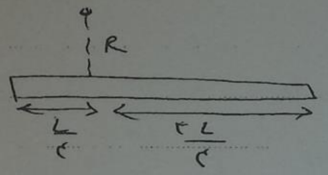
$$= k\frac{\lambda}{R}\sin\theta$$

۱۸ اسفند میان ترم

Subject

Date

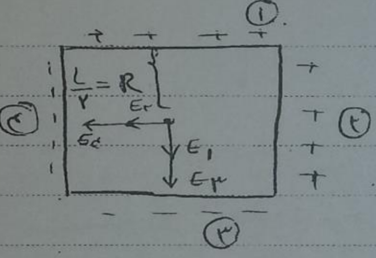
$$= \frac{K\lambda}{R} \times \frac{x}{\sqrt{x^2+R^2}} \Bigg|_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} = \frac{K\lambda L}{R\sqrt{\frac{L^2}{4}+R^2}} = \boxed{\frac{Kq}{R\sqrt{\frac{L^2}{4}+R^2}}}$$



چون رو محور عمود منصف نیست تقارن ندارد و $\int_{-\frac{L}{4}}^{\frac{3L}{4}}$ بقیه‌ش مثل قبل

۴ عدد میله که طول هر کدام L می‌باشد دو تای آنها دارای بار $+q$ و دو تای دیگر دارای بار $-q$ می‌باشد و مربعی را مطابق شکل تشکیل می‌دهند. میدان الکتریکی برآیند را در مرکز مربع به دست آورید.

توانستیم با حل کنیا تو سوال می‌دانیم که...



با توجه به مسئله قبل می‌دانیم که میدان یک میله روی محور عمود منصف برابر است با:

$$E_4 = E_3 = E_2 = E_1 = \frac{Kq}{R\sqrt{\frac{L^2}{4}+R^2}} = \frac{Kq}{\frac{L}{2}\sqrt{\frac{L^2}{4}+\frac{L^2}{4}}} = \frac{2\sqrt{2}Kq}{L^2}$$

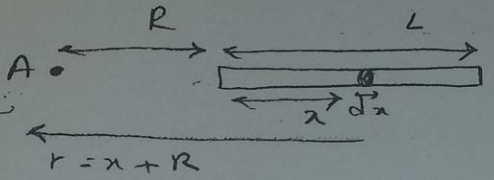
$$E_x = E_2 + E_4 = 4\sqrt{2}\,\frac{Kq}{L^2}$$

$$E_y = E_1 + E_3 = 4\sqrt{2}\,\frac{Kq}{L^2}$$

$$E_{\text{کل}} = \sqrt{E_x^2 + E_y^2} = 8K\frac{q}{L^2}$$

PAPCO

میله‌ای به طول L و بار یکنواخت q، الف) میدان الکتریکی به فاصله‌ی R از انتهای میله در
تفاوت با مسئله‌ی قبل در جای نقطه است،
راستای طول میله به دست آورید.



[illegible]

$$dq = \lambda\, dx = \frac{q}{L}\, dx$$

تغییر متغیر
$x + R = u$
$dx = du$

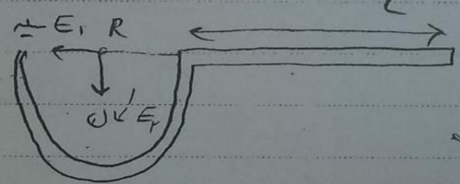
$$E = \int dE = \int K \frac{dq}{r^2} = \frac{Kq}{L} \int_0^L \frac{dx}{(x+R)^2}$$

$$= \frac{Kq}{L} \int \frac{du}{u^2} = \frac{Kq}{L}\left[-\frac{1}{u}\right] = \frac{Kq}{L}\left[-\frac{1}{x+R}\right]_0^L$$

$$= \frac{Kq}{L}\left[-\frac{1}{L+R} + \frac{1}{R}\right]$$

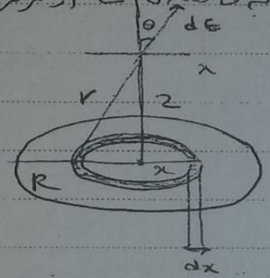
میله‌ای به طول L و بار یکنواخت q و نیم حلقه‌ای به شعاع R و بار یکنواخت q مطابق شکل در نظر بگیرید و میدان الکتریکی برآیند را در مرکز نیم حلقه به دست آورید.

میله و حلقه را جدا حل کن. میله جوابش مثل مسئله‌ی قبل است و حلقه‌ش مسئله‌ی ۱ است فقط الان جا زاویه‌اش ۱۸۰ است.



Subject
Date

صفحه‌ای دایره‌ای به شعاع R دارای بار یکنواخت q میدان الکتریکی را به فاصله‌ی z از مرکز صفحه روی محور آن به دست آورید.



$$\boxed{r = (x^2 + z^2)^{\frac{1}{2}}} \quad (1)$$

المان سطح $dA = 2\pi x\, dx$

چگالی سطحی $\sigma = \dfrac{q}{\pi R^2}$

$$\boxed{dq = \sigma\, dA = 2\pi \sigma x\, dx} \quad (2)$$

$E_x = 0$ تقارن

$$\boxed{E_y = \int dE \cos\theta = \int \frac{k\, dq}{r^2} \times \frac{z}{r}} \quad (3)$$

رابطه (۱) و (۲) در (۳):

$$E_y = k z 2\pi \sigma \int_0^R \frac{x\, dx}{(x^2+z^2)^{\frac{3}{2}}}$$

تغییر متغیر: $x^2 + z^2 = u^2$ ، $2x\, dx = 2u\, du$

$$E_y = \frac{2\pi \sigma z}{4\pi \varepsilon_0} \int \frac{u\, du}{u^3}$$

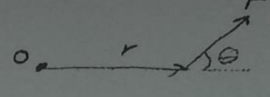
$$E_y = \frac{\sigma z}{2\varepsilon_0}\left[-\frac{1}{u}\right] = \frac{\sigma z}{2\varepsilon_0}\left[-\frac{1}{\sqrt{x^2+z^2}}\right]_0^R = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left[1 - \frac{z}{\sqrt{R^2+z^2}}\right]$$

با استفاده از نتیجه‌ی به دست آمده میدان در نزدیکی صفحه را به دست آورید:

نکته در نزدیکی صفحه: $z \to 0 \xrightarrow{\text{پس}} E_y = \dfrac{\sigma}{2\varepsilon_0}$

PAPCO

یادآوری از فیزیک ۱:



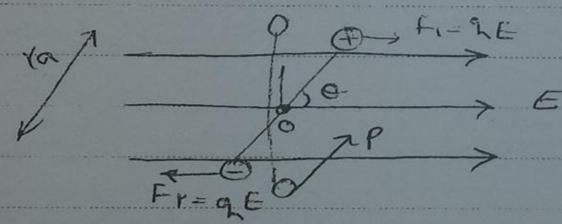
⊙ برون سو به τ گشتاور نیرو = نیرو × بازوی گشتاور

$\tau_0 = r\sin\theta F$

$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$ جهت τ با قاعده‌ی دست راست.

اگر ۴ انگشت دست راست را طوری در جهت بردار اول ($\vec{r}$) قرار دهیم که بردار دوم ($\vec{F}$) در این جا از کف دست خارج شود. در این صورت انگشت شست دست راست که عمود بر آن دو است جهت بردار حاصل ضرب را نشان می‌دهد.

گشتاور نیروی وارد بر یک دوقطبی الکتریکی در میدان الکتریکی را بر حسب گشتاور دوقطبی الکتریکی به دست آورید. می‌دانیم که به بار نقطه‌ای $+q$ نیروی $F = qE$ در جهت میدان و به بار $-q$ نیروی F در خلاف جهت میدان وارد می‌شود.



$\tau_0 = F_1 a\sin\theta + F_2 a\sin\theta = 2aqE\sin\theta = pE\sin\theta$

τ درونسو $\vec{\tau} = \vec{P} \times \vec{E}$ شکل برداری

اگر عامل خارجی، دوقطبی را در میدان الکتریکی از زاویه‌ی ۹۰° تا زاویه‌ی θ بچرخاند مقدار کار انجام شده برابر است با:

فرمول کار دورانی (فیزیک ۱)

$W = \int \tau d\theta = \int pE\sin\theta d\theta = -pE\cos\theta \Big|_{90}^{\theta} = -pE\cos\theta = -\vec{p}\cdot\vec{E}$

که این مقدار کار به صورت انرژی پتانسیل در سیستم ذخیره می‌شود.

$$U = -\vec{P}\cdot\vec{E}$$ انرژی پتانسیل دوقطبی - میدان

فصل ۳

قانون گاوس :

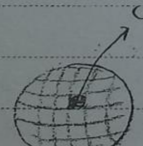
سطح : مساحت یک سطح اسکالر نیست. هر سطح را می‌توان با یک بردار نشان داد به طوری که بزرگی آن بردار برابر با مساحت آن سطح و جهت آن عمود بر سطح به سمت خارج آن می‌باشد

شار (فلو) الکتریکی : هرگاه صفحه‌ای یا قطعه‌ای با مساحت A در میدان الکتریکی یکنواخت E طوری قرار بگیرد ← خطوط میدان موازی
که بردار عمود بر سطح با میدان زاویه‌ی θ بسازد. در این صورت شار الکتریکی که از این سطح می‌گذرد برابر است با:

$$\varphi = EA\cos\theta$$
$$\varphi = \vec{E}\cdot\vec{A}$$
واحد : $\frac{Nm^2}{C}$

اگر میدان غیر یکنواخت باشد، سطح را به المان های کوچک dA تقسیم می‌کنیم. شاری که از یک المان
← خطوط میدان موازی هستند.
می‌گذرد برابر است با:

$$d\varphi = E\cdot dA$$



شار کل برابر است با:

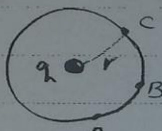
$$\varphi = \int E\cdot dA$$

اگر بخواهیم شاری که از سطح بسته می‌گذرد به دست آوریم به صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$\varphi = \oint E \cdot dA$$

نکته: انتگرال بسته جهت ندارد.

مثال: بار نقطه‌ای q در مرکز یک کره‌ی فرضی به شعاع R قرار دارد. شار الکتریکی که از این کره (سطح بسته) می‌گذرد به دست آورید. میدان در هر سه نقطه‌ی A، B، C یکسان است چون فاصله آنها تا مرکز یکسان است (تقارن دارند) و چون میدان ثابت است می‌توان آن را از انتگرال بیرون بیاید.



میدان بار نقطه‌ای $E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$

$$\boxed{\varphi = \oint E \cdot dA \underset{\text{تقارن}}{=} E \oint dA = E\,\underbrace{4\pi r^2}_{\text{مساحت کره}} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \times 4\pi r^2 = \frac{q}{\varepsilon_0}}$$

نتیجه ⇐ ملاحظه می‌شود که شاری که از سطح بسته می‌گذرد متناسب با بار داخل سطح بسته است که این بیانی از قانون گاوس می‌باشد.

$$\boxed{\oint E \cdot dA = \frac{q}{\varepsilon_0}}$$

q ← بار خالص داخل سطح بسته

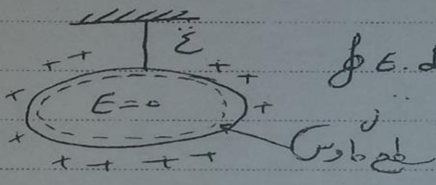
← قانون گاوس

نکته:

۱- میدان الکتریکی داخل رسانا صفر است. توضیح: اگر یک رسانا که عایق‌بندی شده در یک میدان الکتریکی خارجی قرار گیرد به الکترون‌های آزاد آن نیروی $F = qE$ در خلاف جهت میدان وارد می‌شود (q = بار الکترون). در نتیجه یک میدان الکتریکی در داخل رسانا و در خلاف جهت میدان اولیه ایجاد می‌شود بنابراین میدان برآیند صفر است.

۲) اگر به یک رسانای عایق‌بندی شده بار الکتریکی اضافه بدهیم. این بار الکتریکی فقط روی سطح خارجی آن توزیع می‌شود. توضیح:

یک سطح گاوسی متناسب با شکل جسم در داخل رسانا ولی هرچه نزدیک‌تر به سطح خارجی آن در نظر می‌گیریم با توجه به قانون گاوس سمت چپ رابطه صفر است (میدان داخل رسانا صفر است) پس لازم است سمت راست هم صفر باشد یعنی $q = 0$. در نتیجه همه‌ی بار روی سطح خارجی لزوماً جمع می‌شود.



$$\oint E \cdot dA = \frac{q_{in}}{\varepsilon_0}$$ بار داخلی

چون $E=0$ پس $q=0$

کاربردهای قانون گاوس:

در کاربردهای قانون گاوس از سه نوع تقارن استفاده می‌کنیم:

۱) تقارن کروی: کره‌ای نارسانا به شعاع R و چگالی بار حجمی $\rho = \rho_0 \frac{r}{R}$ در نظر بگیرید: (فاصله شعاعی (متغیر)، ثابت، ثابت)

الف) بار کل کره چقدر است؟ ب) میدان در خارج کره چقدر است؟

ج) میدان در داخل کره چقدر است؟

ثابت ρ:

$\lambda = \frac{q}{L}$

$\sigma = \frac{q}{A}$

$\rho = \frac{q}{V} \rightarrow q = \rho V \qquad q = \int \rho\, dV \qquad dV_{\text{استوانه}} = 2\pi h r\, dr$

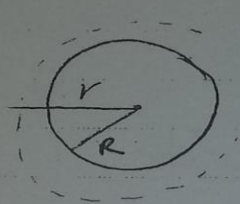
$dV_{\text{کره}} = 4\pi r^2 dr$

$\cancel{dV_{\text{کره}} = 4\pi R^2 dR}$

(چون ما R را ثابت گرفتیم)

Subject
Date

الف) $q=\int \rho\, dv = \int_0^R \frac{\rho_0 r}{R}\, 4\pi r^2 dr = \frac{4\pi\rho_0}{R}\,\frac{r^4}{4}\Big|_0^R = \pi\rho_0 R^3$



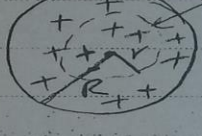
ب) خارج $r > R$

$$\oint E\cdot dA = \frac{q_{\text{بار داخل سطح گاوسی}}}{\varepsilon_0}$$

$$E_1\, \underbrace{4\pi r^2}_{\text{سطح کره گاوسی}} = \frac{\pi\rho_0 R^3}{\varepsilon_0}$$

در گاوسی همیشه E به خاطر تقارن از انتگرال بیرون میاید.

$$E_1 = \frac{\rho_0 R^3}{4\varepsilon_0 r^2}$$



ج) داخل $r < R$

$$q'_{\text{بار داخل سطح گاوسی}} = \int \rho\, dv = \int_0^r \frac{\rho_0 r}{R}\, 4\pi r^2 dr$$

$$q' = \frac{\pi\rho_0 r^4}{R}$$

$$\oint E\cdot dA = \frac{q'}{\varepsilon_0}$$

$$E_2\, \underbrace{4\pi r^2}_{\text{سطح کره گاوسی}} = \frac{\pi\rho_0 r^4}{\varepsilon_0 R} \rightarrow E_2 = \frac{\rho_0 r^2}{4\varepsilon_0 R}$$

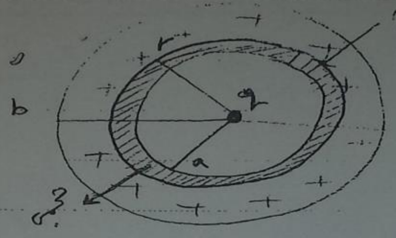
تمرین طلایی

پوسته‌ای کروی به شعاع داخلی a و خارجی b و چگالی بار حجمی ثابت $\rho = \frac{\overset{\text{ثابت}}{A}}{r}$ و یک بار نقطه‌ای q در مرکز این پوسته قرار دارد. الف) میدان الکتریکی را در فاصله‌ی شعاعی $a<r<b$ به دست آورید. ب) ثابت A چقدر باشد تا میدان در این فاصله‌ی شعاعی مقداری ثابت [باشد].

* شرط ثابت بودن هر چیزی آن است که مشتق آن نسبت [به r] صفر شود.

Subject
Date

سؤال . الف)



دقت * $\int_a^b$ غلط

بار داخل گاوس $Q = \overset{\text{نقطه‌ای}}{q} + \overset{\text{حجمی}}{\int \rho\, dv} = q + \int_a^r \frac{A}{r} 4\pi r^2 dr$

$Q = q + 2A\pi(r^2 - a^2)$

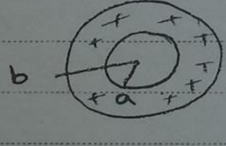
$\oint E \cdot dA = \frac{Q}{\varepsilon_0} \xrightarrow{E\ \text{ثابت و بیرون}} E\, 4\pi r^2 = \frac{q + 2A\pi(r^2 - a^2)}{\varepsilon_0}$

$E = \frac{q + 2A\pi(r^2 - a^2)}{4\pi r^2 \varepsilon_0}$ اینجا چون میدان به r بستگی دارد پس متغیر است.

ب) شرط ثابت بودن میدان آن است که $\frac{dE}{dr} = 0$ یعنی مشتق میدان صفر باشد.
فرمول مشتق است.

جواب آخر: $A = \frac{q}{2\pi a^2}$

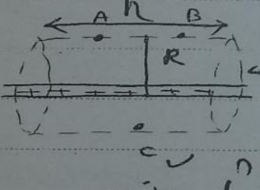
تمرین: کره‌ای توخالی به شعاع داخلی a و خارجی b و چگالی بار ثابت ρ. میدان الکتریکی را در
میدان مرکز چون بار وجود ندارد.
فواصل شعاعی $r < a$ ، $a < r < b$ و $r > b$ به دست آورید.



Subject
Date

۲) تقارن استوانه‌ای:

میله‌ای طویل با چگالی بار خطی ثابت λ. میدان الکتریکی را به فاصله‌ی R از میله به دست آورید.
جلسه‌ی قبل به روش انتگرال‌گیری حل شد.



استوانه‌ی گاوسی

بار داخل سطح گاوسی. $q = \lambda h$

* نقاط A، B و C میدان یکسان دارند چون فاصله‌ی آن‌ها تا میله یکسان است (تقارن)

$$\oint E \cdot dA = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

* از دو قاعده‌ی استوانه شاری عبور نمی‌کند به خاطر عمود بودن و فقط از سطح جانبی شار عبور می‌کند.

dA در مسائل قبلی: سطح کره   dA در این مسئله: مساحت جانبی استوانه.

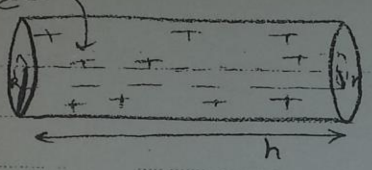
E بیاد بیرون $\longrightarrow E\, 2\pi h R = \frac{\lambda h}{\varepsilon_0} \longrightarrow E = \frac{\lambda}{2\pi R \varepsilon_0}$

* توجه داشته باشیم که اگر طول میله محدود باشد نمی‌توان از قانون گاوس استفاده کرد و باید از روش‌های فصل قبل استفاده کنیم. طول میله L باشد.

PAPCO

Subject
Date

استوانه‌ای توپر و نارسانا به شعاع R و چگالی بار حجمی ثابت ρ. میدان الکتریکی را در داخل و خارج آن به دست آورید.



داخل $r<R$

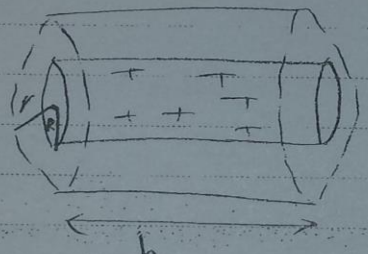
چون ρ ثابته

$$q_1 = \int \rho\, dv = \rho v = \rho \pi r^2 h$$

$$\oint E.dA = \frac{q_1}{\varepsilon_0} \qquad E_1\, 2\pi h r = \frac{\rho \pi r^2 h}{\varepsilon_0}$$

$$E_1 = \frac{\rho r}{2\varepsilon_0}$$ میدان داخل

خارج $r>R$



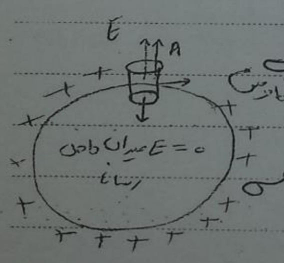
$$q_2 = \rho v = \rho \pi R^2 h$$

$$\oint E.dA = \frac{q_2}{\varepsilon_0} \qquad E_2\, 2\pi h r = \frac{\rho \pi R^2 h}{\varepsilon_0}$$

$$E_2 = \frac{\rho R^2}{2\varepsilon_0 r}$$ میدان خارج

۳) تقارن صفحه‌ای:

مطلوب است میدان الکتریکی در نزدیکی یک سطح رسانا با چگالی بار سطحی σ.



$$\oint E.dA = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

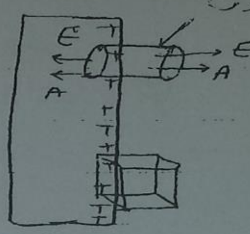
فقط از یک سطح شار داریم.

$$EA\cos 0 = \frac{\sigma A}{\varepsilon_0}$$

$$\boxed{E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}} \rightarrow$$ میدان در نزدیکی سطح رسانا.

فرمول ★

صفحه‌ای بزرگ و نارسانا با چگالی بار سطحی σ . میدان الکتریکی را در نزدیکی این صفحه به دست آورید.



$$\oint E\cdot dA = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

فقط از دو قاعده شار می‌گذرد.

$$EA\cos 0 + EA\cos 0 = \frac{\sigma A}{\varepsilon_0}$$

$$\boxed{E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}} \longrightarrow$$ فرمول — میدان در نزدیکی صفحه‌ی نارسانا.

مسئله‌ی صفحه ۱۷ با این فرمول هم حل می‌شود.

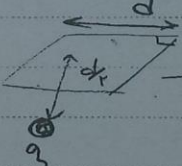
بار نقطه‌ای q به فاصله‌ی $\frac{d}{2}$ از یک صفحه مربع شکل به ابعاد d قرار دارد. شار الکتریکی
سطح بسته نیست تخته. سطح بسته شکل کره و مکعب
که از این صفحه می‌گذرد به دست آورید.

اگر بار نقطه‌ای را در مرکز مکعبی که هر وجه آن صفحه‌ای مربع شکل به ابعاد d می‌باشد در نظر بگیریم. در این صورت شاری که از این سطح بسته می‌گذرد برابر است با:

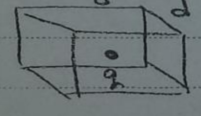
$$\Phi = \oint E\cdot dA = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

۶ مربع

$$\Phi_{\text{یک مربع}} = \frac{1}{6}\,\frac{q}{\varepsilon_0}$$



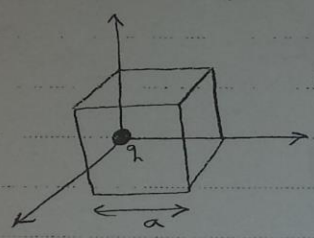
شکل سؤال



شکل کلی ما

بار نقطه‌ای q در گوشه‌ی مکعبی قرار دارد. شار الکتریکی که از این مکعب می‌گذرد و همچنین شار الکتریکی که از هر وجه این مکعب می‌گذرد به دست آورید.

$r=(x^2+y^2+z^2)^{\frac{1}{2}}$

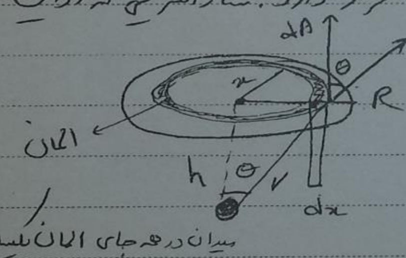


$$\varphi = \frac{1}{3}\times\frac{1}{8}\;\frac{q}{\varepsilon_0}$$

این بار ۸ تا مکعب می‌خواهد

از برخی وجوه می‌گذرد به خاطر همین در $\frac{1}{3}$ ضرب شده.

بار نقطه‌ای q به فاصله‌ی h از مرکز یک صفحه‌ی دایره‌ای به شعاع R قرار دارد. شار الکتریکی که از این صفحه می‌گذرد را به دست آورید.



میدان در همه جای المان یکسان است.

$dA = 2\pi x\,dx$

$\cos\theta = \frac{h}{r}$ $\qquad r=(x^2+h^2)^{\frac{1}{2}}$

$$\varphi = \int E\,dA\cos\theta = \int \frac{kq}{r^2}\,2\pi x\,dx\,\frac{h}{r} = kq\,2\pi h\int_0^R \frac{x\,dx}{(x^2+h^2)^{\frac{3}{2}}}$$

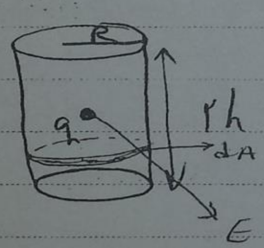
$x^2+h^2=u^2$
$2x\,dx=2u\,du$
تغییر متغیر

$$\varphi = kq2\pi h\int \frac{u\,du}{u^3} = \frac{2\pi q h}{4\pi\varepsilon_0}\left[-\frac{1}{u}\right]$$

$$\varphi = \frac{qh}{2\varepsilon_0}\left[-\frac{1}{\sqrt{x^2+h^2}}\right]_0^R$$

$$=\frac{q}{2\varepsilon_0}\left[1-\frac{1}{\sqrt{R^2+h^2}}\right]$$

بار نقطه‌ای q در مرکز یک استوانه‌ی فرضی به ارتفاع $2h$ و شعاع سطح قاعده‌ی R قرار دارد
مطلوب است. الف) شار الکتریکی که از هر قاعده می‌گذرد. ب) شار سطح جانبی؟
ج) شار کل را به دست آورید.

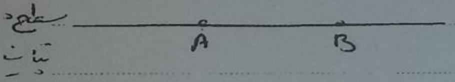


پتانسیل الکتریکی: همان طور که در فضای اطراف یک بار الکتریکی، میدان الکتریکی وجود دارد. کمیت دیگری به نام پتانسیل الکتریکی که اسکالر می باشد هم وجود دارد که اختلاف پتانسیل الکتریکی بین دو نقطه به صورت زیر تعریف می شود.

کار عامل خارجی — کار میدان جهت انتقال بار q_0 از A به B

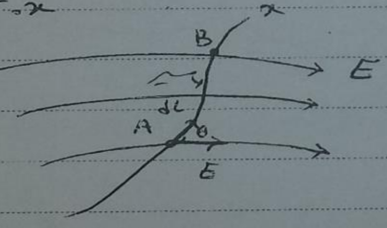
$$\underbrace{V_B - V_A}_{\text{ولت}} = \frac{W}{q_0} = \frac{-W}{q_0}$$

سطح هم پتانسیل: مکان هندسی نقاطی که دارای پتانسیل یکسان باشند. سطح هم پتانسیل می نامیم. میدان همواره بر سطح هم پتانسیل عمود می باشد.



رابطه بین میدان و پتانسیل: فرض کنید بار آزمون q_0 از نقطه A به نقطه B روی مسیری دلخواه توسط میدان جابجا شود. در این صورت کار انجام شده توسط میدان برابر است با:

$w = F \cdot x$



$$\text{کار میدان } W = \int F_0 \cdot dL = \int q_0 \underbrace{\vec{E} \cdot \vec{dL}}_{\text{ضرب داخلی}}$$

با توجه به تعریف پتانسیل:

$$V_B - V_A = \frac{-W}{q_0} = -\int_A^B \vec{E} \cdot \vec{dL}$$

نکته: جهت dl از حدود انتگرال مشخص می‌شود (از A به B یا از B به A).

حد پایین انتگرال با توجه به مبداء پتانسیل تعیین می‌شود. (حد پایین همان مبداء پتانسیل است)

در حالت خاص که میدان یکنواخت باشد، رابطه به صورت زیر خواهد بود.

$$V_B - V_A = \frac{-W}{q_0} = -\int_A^B \vec{E}\cdot d\vec{L} \xrightarrow{E\ \text{ثابت}} V = -\vec{E}\cdot\vec{d}$$

از انتگرال میاد بیرون.

پتانسیل مرجع که اینجا صفر در نظر بگیریم

مثال: پتانسیل بار نقطه‌ای q را به فاصله‌ی R از آن به دست آورید.

فرض می‌کنیم بار نقطه‌ای q_0 از نقطه‌ی A به بی‌نهایت جابه‌جا می‌شود. با توجه به تعریف اختلاف پتانسیل داریم:

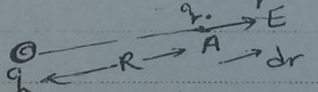
$$V_\infty - V_A = -\int_R^\infty E\cdot dr = -\int_R^\infty \frac{Kq}{r^2}\, dr \cos 0 = \frac{Kq}{r}\Big|_R^\infty = 0 - \frac{Kq}{R}$$

پتانسیل بی‌نهایت صفر است.

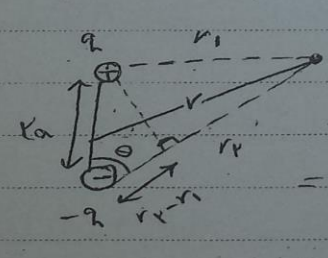
$$0 - V_A = -\frac{Kq}{r}$$

$$\boxed{V = \frac{Kq}{R}}$$

می‌دانیم میدان بار نقطه‌ای q برابر است با $E = \frac{Kq}{r^2}$



مثال: پتانسیل یک دوقطبی الکتریکی را به فاصله‌ی r از مرکز آن برحسب گشتاور دوقطبی الکتریکی به دست آورید (با فرض اینکه $r \gg a$).



$$V = \frac{Kq}{r_1} - \frac{Kq}{r_2}$$

$$= Kq\left[\frac{r_2-r_1}{r_1 r_2}\right] = \frac{Kq\, 2a\cos\theta}{r^2}$$

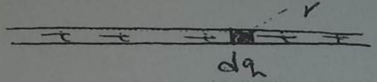
$$V = \frac{KP\cos\theta}{r^2}$$

$\cos\theta = \frac{r_2-r_1}{2a}$ *

$r_2 - r_1 = 2a\cos\theta$

$r_1 r_2 \simeq r^2$

پتانسیل یک توزیع بار پیوسته: هرگاه یک توزیع بار (خطی، سطحی، حجمی) داشته باشیم یک المان بار dq از آن را انتخاب می‌کنیم و مشابه بار نقطه‌ای، پتانسیل آن را در فاصله‌ی r از آن به صورت زیر می‌نویسیم: $dV = K\frac{dq}{r}$.



و برای محاسبه‌ی پتانسیل کل داریم: $V = \int K\frac{dq}{r}$ (۲)

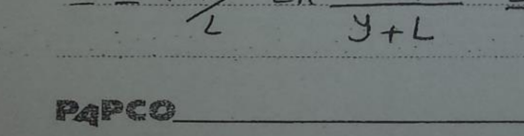
$$V = -\int E\cdot dr \quad (1)$$

هرگاه توزیع بار به طریقی باشد که به سادگی بتوان با قانون گاوس میدان الکتریکی را به دست آورد (توزیع کروی و استوانه‌ای). بهتر است از رابطه‌ی ۱ استفاده کنیم. پس تقارن‌های کروی و استوانه‌ای مورد استفاده قرار می‌گیرند و در موارد دیگر (حلقه، میله‌ی محدود، صفحه‌ی محدود، کمان) بهتر است از رابطه‌ی ۲ استفاده کنیم.

مثال: میله‌ای به طول L و بار یکنواخت q، پتانسیل الکتریکی آن را به فاصله‌ی y از یک انتهای میله در نقطه‌ی A به دست آورید.

r = فاصله‌ی المان تا نقطه‌ی مورد نظر

$$dq = \lambda dx = \frac{q}{L}dx$$



$$V = \int K\frac{dq}{r} = \frac{Kq}{L}\int_0^L \frac{dx}{y+L-x} = -\frac{Kq}{L}\ln(y+L-x)\Big|_0^L$$

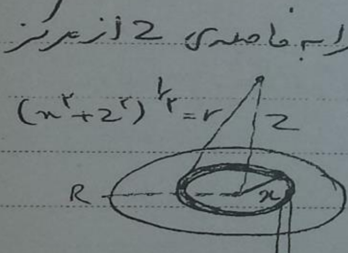
$$= -\frac{Kq}{L}\ln\frac{y}{y+L} = \frac{Kq}{L}\ln\frac{y+L}{y}$$

Subject
Date

در مسئله‌ی قبل اگر چگالی بار میله برابر $\lambda = \underset{\text{ثابت}}{a}\,\underset{\text{متغیر}}{x}$ باشد. پتانسیل را در نقطه‌ی A به دست آورید.

در اولی λ ثابت بود ولی اینجا متغیره و به جای λ سؤال قبل، ax رو قرار میدیم

صفحه‌ای دایره‌ای به شعاع R دارای بار یکنواخت سطحی q، پتانسیل الکتریکی را به فاصله‌ی z از مرکز صفحه به دست آورید.



$$dA = 2\pi x \, dx$$

$$\sigma = \frac{q}{\pi R^2}$$

$$\boxed{dq = \sigma dA = \frac{2qx\,dx}{R^2}} \quad (1)$$

$$V = \int k\frac{dq}{r} = \frac{2kq}{R^2}\int_0^R \frac{x\,dx}{(x^2+z^2)^{1/2}}$$

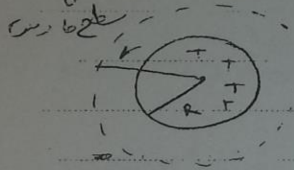
$$\begin{cases} x^2+z^2 = u^2 & \text{متغیر} \\ x\,dx = u\,du & \text{متغیر} \end{cases}$$

$$V = \frac{2kq}{R^2}\int \frac{u\,du}{u} = \frac{2kqu}{R^2} = \frac{2kq}{R}\sqrt{x^2+z^2}\,\Big|_0^R = \frac{2kq}{R^2}\left[\sqrt{R^2+z^2} - z\right]$$

Subject
Date

کره ای نارسانا به شعاع R و بار یکنواخت حجمی q : الف) میدان الکتریکی را در داخل و خارج کره بیابید

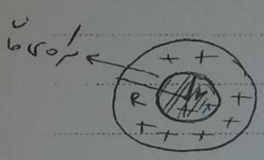
ب) با فرض اینکه مبدا پتانسیل در بی‌نهایت باشد. پتانسیل الکتریکی را در داخل و خارج آن بدست آورید.



خارج $r>R$ $\qquad \oint E\cdot dA = \frac{q}{\varepsilon_0}$

الف)

$$E_1 \underbrace{4\pi r^2}_{\text{سطح کره}} = \frac{q}{\varepsilon_0} \rightarrow E_1 = \boxed{\frac{kq}{r^2}}$$ میدان خارج کره *



داخل $r<R$ $\qquad \rho_{\text{حجمی}} = \frac{q}{\frac{4}{3}\pi R^3}$

$$q'_{\text{بار داخل سطح گاوسی}} = \rho v' = \frac{q}{\frac{4}{3}\pi R^3} \times \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{q r^3}{R^3}$$

$$\oint E\cdot dA = \frac{q'}{\varepsilon_0} \qquad E_2 4\pi r^2 = \frac{q r^3}{\varepsilon_0 R^3} \rightarrow E_2 = \boxed{\frac{kqr}{R^3}}$$ میدان داخل کره *

ب) خارج $r>R$

$$V = -\int_\infty^r E_1 dr = -\int_\infty^r \frac{kq}{r^2} dr = \frac{kq}{r}\Big|_\infty^r = \frac{kq}{r}$$

حالا پتانسیل در داخل کره $r<R$

چون $E_2 \neq E_1$ این طور می‌شود: *

$$V = -\int_\infty^r E\cdot dr = -\int_\infty^R E_1 dr - \int_R^r E_2 dr$$

$$= -\int_\infty^R \frac{kq}{r^2} dr - \int_R^r \frac{kqr}{R^3} dr = \frac{kq}{R} - \frac{kq}{R^3}\left(\frac{r^2-R^2}{2}\right)$$

پوسته ای کروی به شعاع داخلی a و خارجی b و چگالی بار حجمی ρ ثابت، پتانسیل الکتریکی را در فواصل شعاعی

$r<a$ ، $a<r<b$ و $r>b$ (با فرض اینکه مبدا پتانسیل بی‌نهایت باشد).

Subject
Date

محاسبه‌ی میدان با استفاده از پتانسیل: در فصل‌های قبل دو روش برای محاسبه‌ی میدان بررسی کرده‌ایم:

۱) روش انتگرال‌گیری مستقیم

$$E = \int d\vec{E} \quad \begin{cases} E_x = \int dE_x \\ E_y = \int dE_y \end{cases}$$

۲) قانون گاوس

$$dA = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

در روش سوم می‌خواهیم با استفاده از پتانسیل میدان را به دست آوریم:

سطوح هم‌پتانسیل را مطابق شکل در نظر می‌گیریم. میدان بر سطوح هم‌پتانسیل عمود است و جهت آن به سمت پتانسیل کمتر می‌باشد. فرض کنید بار آزمون q_0 از سطح هم‌پتانسیل V_1 به سطح هم‌پتانسیل V_2 در شکل مقابل جابه‌جا شود. در این صورت کار انجام شده توسط میدان برابر است با:

$$W = (V_2 - V_1)\, q_0 = (V - \Delta V - V)\, q_0 = \boxed{-\Delta V q_0} \quad (1)$$

$$W = F \cdot \Delta x = q_0 \vec{E} \cdot \vec{\Delta x} = \boxed{q_0 E \cos\theta \Delta x} \quad (2)$$

مقایسه‌ی (1) و (2):

$$E \cos\theta = -\frac{\Delta V}{\Delta x}$$

مؤلفه‌ی میدان روی محور x

$$E_x = -\frac{dV}{dx}$$

$$E_y = -\frac{dV}{dy}$$

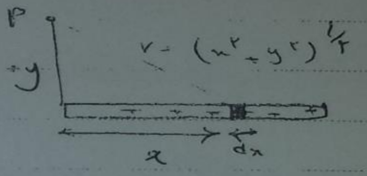
$$E_r = -\frac{dV}{dr}$$

مشتق پتانسیل = میدان

میله‌ای به طول L در طول آن بار متغیر $\lambda = ax$ الف) پتانسیل الکتریکی را به فاصله‌ی y از یک انتهای میله در نقطه‌ی P به دست آورید. ب) با استفاده از نتیجه‌ی به دست آمده، مؤلفه‌ی قائم میدان را در نقطه‌ی P به دست آورید. ج) به روش انتگرال‌گیری مستقیم مؤلفه‌ی قائم و افقی میدان را به دست آورید.

الف)

$$V = \int K \frac{dq}{r} = Ka \int_0^L \frac{x\,dx}{(x^2+y^2)^{1/2}}$$



چون پتانسیل اسکالر است و برداری نیست sin و cos ندارد.

تغییر متغیر $\begin{cases} x^2+y^2=u^2 \\ x\,dx = u\,du \end{cases}$

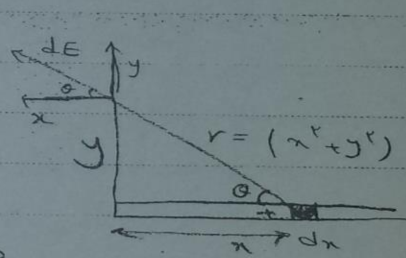
$$dq = \lambda\,dx = ax\,dx$$

$$V = Ka \int \frac{u\,du}{u} = Kau = Ka\sqrt{x^2+y^2}\Big|_0^L = Ka\left[\sqrt{L^2+y^2} - y\right]$$

ب) مؤلفه‌ی قائم میدان

$$E_y = -\frac{dV}{dy} = -Ka\left[\frac{y}{\sqrt{L^2+y^2}} - 1\right]$$

ج)



$$E_y = \int dE \sin\theta = \int K \frac{dq}{r^2} \times \frac{y}{r}$$

$$= Kay \int_0^L \frac{x\,dx}{(x^2+y^2)^{3/2}} =$$ جواب با قسمت ب.

$$E_x = \int dE \cos\theta = \int \frac{K\,dq}{r^2} \times \frac{x}{r} = Ka \int_0^L \frac{x^2\,dx}{(x^2+y^2)^{3/2}}$$

انتگرال را خودت حل کن.

Subject
Date

پتانسیل با انرژی پتانسیل فرق دارد!

انرژی پتانسیل الکتریکی: می‌دانیم که پتانسیل بار نقطه‌ای q برابر است با: $V = k\frac{q}{r}$

اگر عامل خارجی بخواهد بار q' را از بی‌نهایت به فاصله‌ی r از بار q قرار دهد، مقدار کار انجام شده برابر است با:

$$W = Vq' = k\frac{qq'}{r}$$

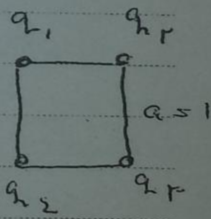
[illegible] $= \frac{W}{q}$

این مقدار کار به صورت انرژی پتانسیل در سیستم ذخیره می‌شود: $\underbrace{W}_{\text{کار عامل خارجی}} = \underbrace{U}_{\text{انرژی پتانسیل}}$

اگر سیستم چند ذره‌ای باشد، برای محاسبه‌ی انرژی پتانسیل کل باید انرژی دو به دوی ذرات را با یکدیگر جمع کنیم.

چهار بار نقطه‌ای $q_1 = 1\mu C$، $q_2 = -2\mu C$، $q_3 = 3\mu C$ و $q_4 = 4\mu C$، در گوشه‌های مربعی به ابعاد $1m$ قرار دارند. الف) انرژی پتانسیل سیستم چقدر است؟

ب) عامل خارجی چقدر کار انجام می‌دهد تا این بارها را از بی‌نهایت در گوشه‌ی مربع قرار دهد



$$U = U_{12} + U_{13} + U_{14} + U_{24} + U_{34} + U_{23}$$

$$U = \frac{kq_1q_2}{a} + \frac{kq_1q_3}{\sqrt{2}a} + \frac{kq_1q_4}{a} + \frac{kq_2q_4}{\sqrt{2}a} + \frac{kq_3q_4}{a} + \frac{kq_2q_3}{a}$$

$$U = \frac{9\times10^{9}\times10^{-12}}{a}\left[-2 + \frac{3}{\sqrt{2}} + 4 - \frac{8}{\sqrt{2}} + 12 - 6\right] \text{ ژول}$$

ب) $W = U$

Subject:
Year. Month. Date.

خازن: هرگاه دو صفحه‌ی رسانا در مقابل یکدیگر قرار گیرند یک خازن را تشکیل می‌دهند.

کاربردهای خازن: ۱) ذخیره کردن انرژی الکتریکی ۲) ایجاد میدان الکتریکی یکنواخت

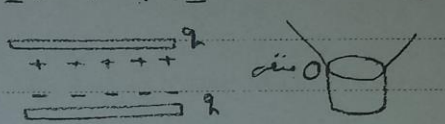
۳) تبدیل برق AC به DC.

برای هر خازن کمیتی به نام ظرفیت الکتریکی به صورت زیر تعریف می‌شود:

$C = \frac{|q|}{|V|}$ ظرفیت (فاراد)

$|q| \rightarrow$ اندازه‌ی بار هر صفحه

$|V| \rightarrow$ اختلاف پتانسیل بین ۲ صفحه



* ظرفیت خازن به شکل هندسی آن بستگی دارد. (اگر $q=0$ باشد، $C \neq 0$ نیست)

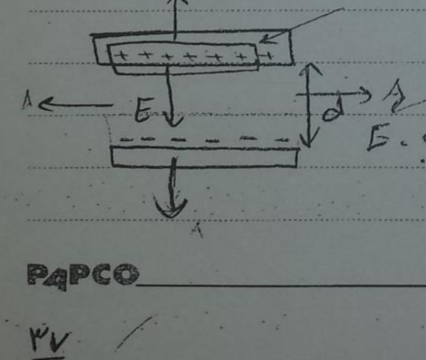
برای محاسبه‌ی ظرفیت هر خازن مراحل زیر را باید طی کنیم:

۱) با استفاده از قانون گوس میدان الکتریکی بین دو صفحه را به دست می‌آوریم $\oint E \cdot dA = \frac{q}{\varepsilon_0}$

۲) با استفاده از رابطه‌ی $|V| = \int_{-}^{+} E \cdot dl$ اختلاف پتانسیل بین دو صفحه را به دست می‌آوریم

۳) با استفاده از رابطه‌ی $C = \frac{|q|}{|V|}$ ظرفیت خازن را محاسبه می‌کنیم.

* ظرفیت خازن تخت که مساحت هر صفحه‌ی آن A و فاصله‌ی جدایی بین صفحات d می‌باشد را به دست آورید.



جهت میدان از + به −

سطح گوسی مکعبی

$\oint E \cdot dA = \frac{q}{\varepsilon_0}$

* به خاطر جهت میدان از ۴ وجه جانبی شار نمی‌گذرد. ($E \cdot dA$ ، ۹۰ درجه)

و چون شار داخل رسانا صفر است از وجه بالایی هم شار نمی‌گذرد.

پس فقط از وجه پایینی شار می‌گذرد.

PAPCO

$\frac{q_1}{\frac{q d}{\varepsilon_0 A}}$

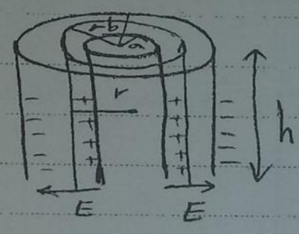
$E \cdot L = E \cdot d$

$E_A = \frac{q}{\varepsilon_0}$ $\quad E = \frac{q}{\varepsilon_0 A}$ $\quad |V| = \int_-^+ E \cdot dl = Ed = \frac{q d}{\varepsilon_0 A}$

$C = \frac{|q|}{|V|} = \boxed{\frac{\varepsilon_0 A}{d}}$ → فرمول محاسبه ظرفیت فقط برای خازن تخت

** ظرفیت خازن استوانه ای به شعاع داخلی a و خارجی b و ارتفاع h ($h >> b$) را به دست آورید

$\oint E \cdot dA = \frac{q}{\varepsilon_0}$



* از قاعده ها به خاطر عمود بودن شار نمی گذرد
فقط از سطح جانبی شار می گذرد.

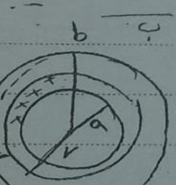
فرمول مساحت جانبی استوانه

$E \quad 2\pi h r = \frac{q}{\varepsilon_0}$

$E = \frac{q}{2\pi \varepsilon_0 h r}$ $\quad C = \frac{q}{V} = \frac{q}{\frac{q}{2\pi\varepsilon_0 h} \ln \frac{b}{a}}$

$|V| = \int_a^b E\, dr = \int_a^b \frac{q\, dr}{2\pi\varepsilon_0 h r}$ $\quad V = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0 h} \ln \frac{b}{a}$ $\quad C = \frac{|q|}{|V|} = \frac{2\pi\varepsilon_0 h}{\ln \frac{b}{a}}$

** ظرفیت خازن کروی به شعاع داخلی a و خارجی b را به دست آورید. با استفاده از نتیجه ی به دست آمده
ب) ظرفیت یک کره ی منفرد را حساب کنید.



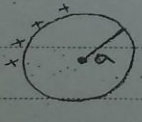
$\oint E \cdot dA = \frac{q}{\varepsilon_0}$

فرمول مساحت کره

$E\, 4\pi r^2 = \frac{q}{\varepsilon_0}$ $\quad E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$

$V = \int_a^b E\, dr = \int_a^b \frac{q\, dr}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = -\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}\Big|_a^b = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right]$

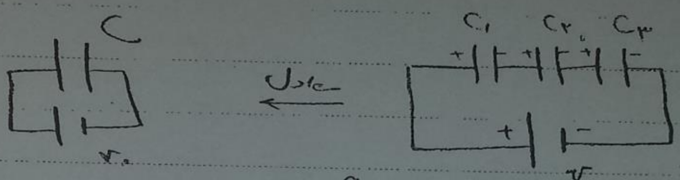
$C = \frac{|q|}{|V|}$ $\quad C = \frac{4\pi\varepsilon_0}{\frac{1}{a} - \frac{1}{b}}$ (الف



ب) اگر $b \to \infty$, $\frac{1}{b} \to 0$ $\Longleftarrow$ $C = 4\pi\varepsilon_0 a$

به هم بستن خازن ها: « اثبات ها لازم نیست »

الف) سری



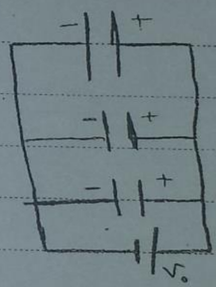
$$V_0 = V_1 + V_2 + V_3$$

$$\frac{q}{C} = \frac{q_1}{C_1} + \frac{q_2}{C_2} + \frac{q_3}{C_3}$$

چون خازن ها سری می باشند: $q = q_1 = q_2 = q_3$

سری $\boxed{\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}}$

ب) موازی:



اصل پایستگی بار $q = q_1 + q_2 + q_3$

$$CV_0 = C_1V_1 + C_2V_2 + C_3V_3$$

چون موازی اند پس:

$$V_0 = V_1 = V_2 = V_3$$

$\boxed{C = C_1 + C_2 + C_3}$ موازی.

* تو موازی همنام ها به هم وصل اند در سری ناهمنام ها.

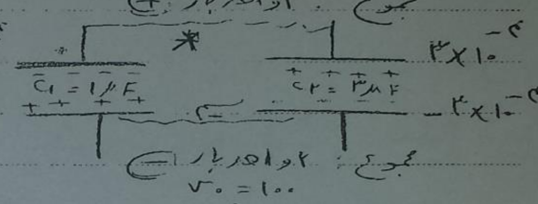
دو خازن که با ظرفیت های $C_1 = 1\mu F$ و $C_2 = 3\mu F$. هر کدام جداگانه با یک باتری ۱۰۰ ولتی شارژ

می کنیم. سپس باتری را قطع می کنیم و خازن ها را با قطبیت مخالف به هم وصل می کنیم. مطلوب

است اندازه ی بار نهایی صفحات هر خازن و اختلاف پتانسیل هر خازن؟

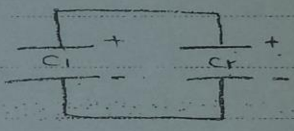
بار اولیه ی C_1 $\quad q_1 = C_1 V_0 = 1\times10^{-6}\times100 = 10^{-4}$ (C)

بار اولیه ی C_2 $\quad q_2 = C_2 V_0 = 3\times10^{-6}\times100 = 3\times10^{-4}$ (C)



پس از اتصال دو خازن موازی می شوند پس $V_1 = V_2$

بار نهایی $\quad \frac{q'_1}{C_1} = \frac{q'_2}{C_2} \longrightarrow \boxed{q'_2 = 3q'_1}$ (1)



اصل بقای بار برای صفحات بالایی *

$q_1 + q_2 = q'_1 + q'_2$ (2)

رابطه ی (1) در (2): $\quad -1\times10^{-4} + 3\times10^{-4} = q'_1 + 3q'_1$ *

$q'_1 = \frac{1}{2}\times10^{-4} \qquad q'_2 = \frac{3}{2}\times10^{-4}$

$V_1 = \frac{q'_1}{C_1} = \frac{\frac{1}{2}\times10^{-4}}{10^{-6}} = 50$ ولت

انرژی خازن:

یکی از کاربردهای خازن، ذخیره کردن انرژی الکتریکی است. می خواهیم رابطه ای مناسب

برای انرژی خازن به دست آوریم. فرض کنیم یکی از صفحات خازن دارای بار $+q'$ و صفحه ی

دیگر دارای بار $q'-$ باشد. در این صورت اختلاف پتانسیل بین دو صفحه برابر است با:

$$v' = \frac{q'}{c}$$

اکنون اگر عامل خارجی (باتری) بخواهد المان بار dq' را از یک صفحه به صفحه دیگر جابجا کند مقدار کاری که انجام می‌دهد برابر است با:

$$dw = v'dq' = \frac{q'}{c}\,dq'$$

و برای ساختن کامل خازن، مقدار کار لازم برابر است با:

$$w = \int dw = \int_0^q \frac{q'}{c}\,dq' = \frac{q'^2}{2c}\Big|_0^q \qquad w = \frac{q^2}{2c}$$

این مقدار کار به صورت انرژی پتانسیل در خازن ذخیره می‌شود

$$u = \frac{q^2}{2c}$$

$$u = \frac{1}{2}cv^2 \qquad \text{انرژی خازن}$$

$$u = \frac{1}{2}qv$$

چگالی الکتریکی: مقدار انرژی در واحد حجم را چگالی الکتریکی می‌گوییم در اینجا چگالی انرژی را برای یک خازن تخت بدست می‌آوریم. ولی در همه مواردی که میدان الکتریکی وجود داشته باشد می‌توان استفاده کنیم.

$$C = \varepsilon_0 \frac{A}{d} \qquad v = E.d \to E = \frac{v}{d}$$

انرژی کامل

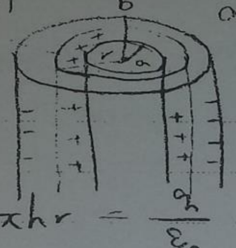
$$\text{چگالی انرژی الکتریکی} \quad u_E = \frac{u}{\text{حجم}} = \frac{\frac{1}{2}cv^2}{\underbrace{Ad}_{\text{حجم خازن تخت}}} = \frac{\frac{1}{2}\varepsilon_0\frac{A}{d}v^2}{Ad} = \frac{1}{2}\varepsilon_0\left(\frac{v}{d}\right)^2 = \boxed{\frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2}$$

از دو رابطه زیر هم می‌توان انرژی کل را بدست آورد.

$$u = (u_E)(\text{حجم}) \qquad \text{انرژی در حالت چگالی ثابت}$$

$$u = \int \underbrace{u_E}_{\text{چگالی}} \underbrace{dv}_{\text{المان حجم}} \qquad \text{در حالت چگالی متغیر}$$

خازنی استوانه‌ای به شعاع داخلی a و خارجی b دارای ارتفاع h $(h \gg b)$ اندازه‌ی بار هر صفحه q است:



$a < r < b$

الف) چگالی انرژی الکتریکی در خازن؟

$$\oint E\, dA = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

ب) انرژی کل ذخیره شده در خازن چقدر است؟

r فقط از جانب شعاعی تغییر می‌کند r

ج) نصف این انرژی که در چه فاصله‌ی شعاعی قرار دارد؟

$$E \cdot 2\pi h r = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

$$E = \frac{q}{2\pi \varepsilon_0 h r} \qquad u_E = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 = \frac{q^2}{8\pi^2 \varepsilon_0 h^2 r^2}$$

چگالی به r بستگی دارد و متغیر است.

انرژی کل $U = \int u_E\, dv = \int_a^b \frac{q^2\, 2\pi h r\, dr}{8\pi^2 \varepsilon_0 h^2 r^2}$

$$U = \frac{q^2}{4\pi \varepsilon_0 h} \ln \frac{b}{a}$$

$$\boxed{U' = \frac{1}{2} U = \frac{q^2}{8\pi \varepsilon_0 h} \ln \frac{b}{a}} \quad ①$$

نصف انرژی

نصف $U' = \int u_E\, dv = \int_a^{r=?} \frac{q^2\, 2\pi h r\, dr}{8\pi^2 \varepsilon_0 h^2 r^2} = \boxed{\frac{q^2}{4\pi \varepsilon_0 h} \ln \frac{r}{a}}$ ②

مقایسه‌ی ① و ②:

$$\ln \frac{r}{a} = \frac{1}{2} \ln \frac{b}{a} \qquad \ln \frac{r}{a} = \ln \left(\frac{b}{a}\right)^{\frac{1}{2}} \qquad \frac{r}{a} = \left(\frac{b}{a}\right)^{\frac{1}{2}} \qquad r = \sqrt{ab}$$

این مسئله را می‌توان برای یک خازن کروی هم حل کرد.

نکته: هرگاه در یک خازن تغییراتی ایجاد کنیم مقدار کار انجام شده برای این تغییرات توسط عامل خارجی برابر است با تفاضل انرژی‌های پتانسیل.

$$W = U_{\text{نهایی}} - U_{0\,\text{اولیه}}$$

خازنی تخت که مساحت هر صفحه‌ی آن A و فاصله‌ی صفحات آن d می‌باشد و اندازه‌ی بار هر صفحه q است:

یک برهٔ = قطعه‌ی مسی به ضخامت b داخل آن مطابق شکل قرار می‌دهیم. کار عامل خارجی چقدر است

شکل دارد

خازن و دی الکتریک: اگر بین صفحات یک خازن، دی الکتریک (نارسانا) قرار دهیم. ظرفیت خازن افزایش می‌یابد که این به علت بارهای قطبیده شده روی دی الکتریک است. این بارهای قطبیده شده باعث می‌شوند که بار بیشتری روی صفحات خازن قرار گیرد در نتیجه ظرفیت افزایش می‌یابد.

و اگر تمام فضای خازن از دی الکتریک پر شود، رابطه‌ی بین ظرفیت نهایی و اولیه به صورت زیر است: $K>1$ (دی الکتریک) و

ظرفیت نهایی → $C = K C_0$ ← ظرفیت اولیه

K: ضریب دی الکتریک

$K = 1$ خلاء

و اگر خازن را با اختلاف پتانسیل V_0 شارژ کنیم سپس باتری را قطع کنیم و یک دی الکتریک داخل آن قرار دهیم به طوری که تمام فضا را پر کند اختلاف پتانسیل نهایی برابر است با:

$$\boxed{V_f = \frac{V_0}{K}}$$

Subject :
Year . Month . Date .

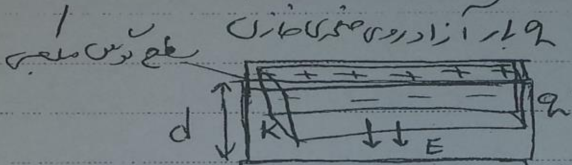
و رابطه‌ی بین میدان در خلاء و دی الکتریک به صورت زیر است :

میدان در دی الکتریک $E_d = \dfrac{E_0}{k}$ ← میدان خلاء

* برای استفاده از این رابطه لازم نیست حتماً دی الکتریک تمام فضا را پر کند ؟

قانون گوس و دی الکتریک :

خازن تختی را در نظر می‌گیریم که داخل آن یک قطعه دی الکتریک قرار دارد.



یک سطح گوسی مکعبی را در نظر می‌گیریم که بار داخل آن برابر است با : $q - q'$

$$\oint E\cdot dA = \frac{q-q'}{\varepsilon_0} \quad (*)$$

میدان داخل رسانا صفر است
فقط از وجه پایینی سطح گوسی شار می‌گذرد.

$$E_d A = \frac{q-q'}{\varepsilon_0} \rightarrow \boxed{E_d = \frac{q-q'}{\varepsilon_0 A}} \quad (1) \qquad \boxed{E_d = \frac{E_0}{k}} \quad (2)$$

از شکل یا فصل خازن‌ها می‌دانیم که میدان در یک خازن تخت بدون دی الکتریک به صورت زیر است :

$$\boxed{E_0 = \frac{q}{\varepsilon_0 A}} \quad (3) \rightarrow \boxed{E_d = \frac{q}{k\varepsilon_0 A}} \quad (4)$$

مقایسه‌ی (1) و (4) :

$$\frac{q-q'}{\varepsilon_0 A} = \frac{q}{k\varepsilon_0 A} \rightarrow \boxed{q - q' = \frac{q}{k}} \quad (5)$$

Subject :
Year . Month . Date .

رابطه‌ی ⑤ در ✱ قرار می‌دهیم :

$$\boxed{\oint E \cdot dA = \frac{q}{k\varepsilon_0}} \longrightarrow$$ قانون گوس در دی الکتریک

فقط این ۲ تا رابطه را باید باشی اثبات هم نیست.

از رابطه‌ی ⑤ داریم :

$$\underset{\text{بار القایی}}{q'} = \underset{\text{بار آزاد}}{q}\left(1 - \frac{1}{k}\right) \longrightarrow$$ رابطه‌ی بین بار آزاد و بار القایی

خازنی تخت که مساحت هر صفحه‌ی آن $100\ \text{cm}^2$ می‌باشد و فاصله‌ی جدایی بین صفحات یک سانتی متر است با یک باتری ۱۰۰ ولتی شارژ می‌کنیم سپس باتری را قطع می‌کنیم و یک قطعه دی الکتریک به ضخامت ۰٫۵ سانتی متر و ضریب $k = 7$ داخل آن قرار می‌دهیم. مطلوب است :

الف) ظرفیت اولیه‌ی خازن ؟ از مثال ۱ فصل خازن داریم که : $C_0 = \frac{\varepsilon_0 A}{d}$

$$C_0 = \frac{8{,}9\times10^{-12}\times100\times10^{-4}}{1\times10^{-2}} = 8{,}9\times10^{-12}$$ (الف) فاراد.

ب) بار آزاد روی صفحات خازن ؟

$$q = C_0 V_0 = 8{,}9\times10^{-12}\times100 = 8{,}9\times10^{-10}$$ (ب) کولن

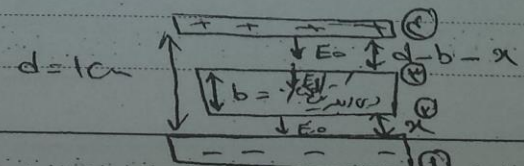
ج) میدان در ناحیه‌ی خلاء ؟

د) میدان در دی الکتریک ؟ (ج) از مثال ۱ فصل خازن داریم که : $E_0 = \frac{q}{\varepsilon_0 A}$

$$E_0 = \frac{8{,}9\times10^{-10}}{8{,}9\times10^{-12}\times100\times10^{-4}} = 10^{4}\ \text{N/C}$$

هـ) اختلاف پتانسیل نهایی ؟

و) ظرفیت نهایی ؟ (د) $E_d = \frac{E_0}{k} = \frac{10^4}{7}$



PAPCO

هـ) اگر دی‌الکتریک تمام فضای خازن را پر کرده بود اختلاف پتانسیل نهایی از رابطه‌ی $V = \frac{V_0}{k}$ به دست می‌آمد ولی در این مسئله چون بخشی از فضا با دی‌الکتریک پر شده با این از فرمول زیر استفاده می‌کنیم:

چرا ؟

$$V = -\int^{+} E \cdot dL = -\int_1^2 E_0 \cdot dL - \int_2^3 E_d \cdot dL - \int_3^4 E_0 \cdot dL$$

★

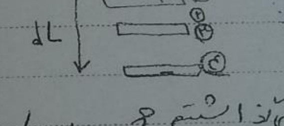
α چرا $\cos\pi$ گذاشته ؟

$$= -E_0\, x \cos\pi - E_d\, b \cos\pi - E_0 (d-b-x) \cos\pi = 57$$ ولت

و) اگر دی‌الکتریک تمام فضای خازن را پر کرده بود ظرفیت نهایی از رابطه‌ی $C = KC_0$ به دست می‌آمد ولی در این مسئله چون بخشی از فضا با دی‌الکتریک پر شده است از رابطه‌ی زیر استفاده می‌کنیم.

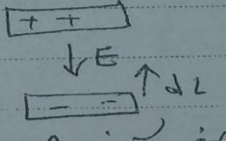
$$C = \frac{q}{V} = \frac{8.9\times10^{-10}}{57} = 16\times10^{-12}$$ پیکو فاراد.

★ جهت dL از حدود انتگرال مشخص می‌شود.



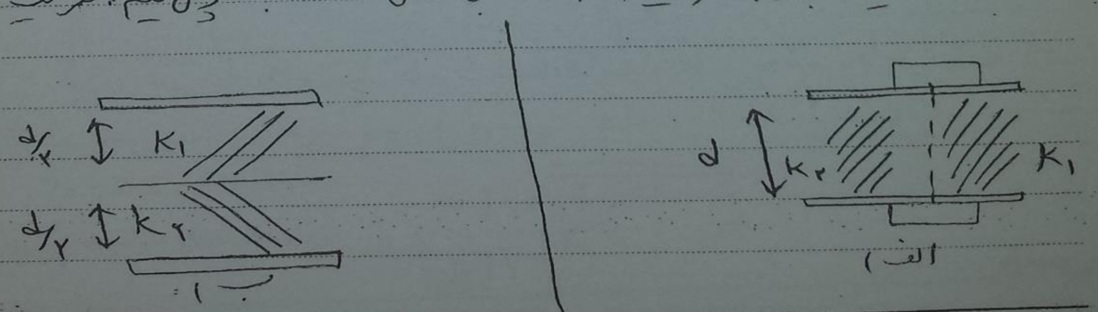
اگر اینجوری نگاه بگذاری می‌کردم:

$V \stackrel{?}{=} \int_{-}^{+} E.dL$ α



به جای $\cos\pi$ می‌بایست $\cos 0$ می‌گذاشتیم ؟

خازنی تخت که مساحت هر صفحه‌ی آن A و فاصله‌ی جدایی d می‌باشد نصف آن را با دی‌الکتریک K_1 و نصف دیگر را با دی‌الکتریک K_2 مطابق شکل الف و ب پر می‌کنیم. ظرفیت آن را به دست آورید.



Subject:
Year. Month. Date.

الف) $C_1 = k_1 \varepsilon_0 \frac{A/2}{d}$ و $C_2 = k_2 \varepsilon_0 \frac{A/2}{d}$

دو خازن موازیند چون صفحات هم‌نام به هم وصل هستند.

$$C = C_1 + C_2$$

$$C = (k_1 + k_2)\frac{\varepsilon_0 A}{2d}$$

ب) $C_1 = k_1 \varepsilon_0 \frac{A}{d/2}$ $C_2 = k_2 \varepsilon_0 \frac{A}{d/2}$

دو خازن سری هستند. $\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$

در مسئله‌ی قبل شکل الف اگر اندازه‌ی بار هر صفحه q باشد. عامل خارجی چقدر باید کار انجام دهد تا دی‌الکتریک k_1 را از خازن جدا کند؟

$W = U_{\text{ثانویه}} - U_0$ اولیه

$$W = \frac{q^2}{2C} - \frac{q^2}{2C_0} \xrightarrow{\text{مخرج مشترک}} \frac{q^2 C_0 - q^2 C}{2CC_0} = \frac{q^2(C_0 - C)}{2CC_0}$$

$$C_0 = (k_1 + k_2)\frac{\varepsilon_0 A}{2d} \quad = \frac{q^2\left(\frac{\varepsilon_0 A}{2d}\right)(k_1 + k_2 - 1 - k_2)}{2\left(\frac{\varepsilon_0 A}{2d}\right)^2 (k_1 + k_2)(1 + k_2)} \Rightarrow$$

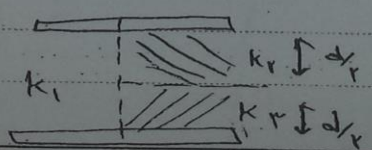
$$C_{\text{ثانویه}} = (1 + k_2)\frac{\varepsilon_0 A}{2d} \quad W = \frac{q^2(k_1 - 1)}{\frac{\varepsilon_0 A}{d}(k_1 + k_2)(1 + k_2)}$$

خلاء $k=1$

خازنی تخت که مساحت هر صفحه‌ی آن A و فاصله‌ی جدایی d می‌باشد. نصف آن را با دی‌الکتریک k_1

و $\frac{1}{4}$ مقدار را با دی‌الکتریک k_2 و $\frac{1}{4}$ دیگر را با دی‌الکتریک k_3 پر می‌کنیم. ظرفیت آن؟

ترکیب دو مسئله‌ی قبل.



C_2 و C_3 سری هستند

C_1 و $C_{2,3}$ موازی هستند.

Subject:

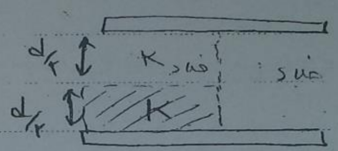
Year. Month. Date.

$$C_1=\frac{K_1\varepsilon_0 A}{2d},\quad C_2=\frac{K_2\varepsilon_0\frac{A}{2}}{\frac{d}{2}}=\frac{K_2\varepsilon_0 A}{d},\quad C_3=\frac{K_3\varepsilon_0 A}{d}\qquad \frac{1}{C'}=\frac{1}{C_2}+\frac{1}{C_3}=\frac{C_3+C_2}{C_2C_3}\rightarrow C'=\frac{C_2C_3}{C_3+C_2}$$

$$C'=\frac{\frac{K_2K_3(\varepsilon_0A)^2}{d^2}}{\frac{\varepsilon_0A(K_2+K_3)}{d}}=\frac{(K_2K_3)(\varepsilon_0A)}{K_2+K_3}\xrightarrow[\text{موازی}]{C_1,\,C'} C_T=C'+C_1\rightarrow C_T=\frac{(K_2K_3)(\varepsilon_0A)}{K_2+K_3}+\frac{K_1\varepsilon_0A}{2d}$$

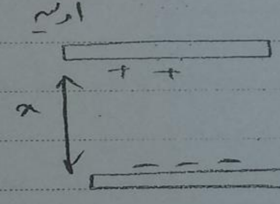
$$\boxed{C_T=\frac{[2d(K_2K_3)+K_1(K_2+K_3)]\varepsilon_0A}{2d(K_2+K_3)}}$$

ظرفیت خازنی تخت که $\frac{1}{2}$ فضای آن با دی‌الکتریک K پر شده است به دست آورید.



ثابت کنید که صفحات یک خازن تخت یکدیگر را با نیرویی برابر $F=\frac{q^2}{2\varepsilon_0A}$ جذب می‌کنند.

خازن تخت در نظر می‌گیریم که مساحت هر صفحه A و فاصله‌ی جدایی x و اندازه‌ی بار هر صفحه q باشد.

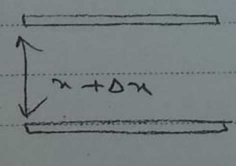


در نتیجه ظرفیت و انرژی خازن برابر است با:

$$C_{0\,\text{اولیه}}=\frac{\varepsilon_0A}{x}$$

$$\text{انرژی اولیه}\quad U_0=\frac{q^2}{2C}=\frac{q^2x}{2\varepsilon_0A}$$

اکنون اگر فاصله بین دو صفحه را به $x+\Delta x$ تغییر دهیم، ظرفیت و انرژی برابر است با:



$$C_{\text{نهایی}}=\frac{\varepsilon_0A}{x+\Delta x}$$

$$\text{انرژی نهایی}\quad U=\frac{q^2}{2C}=\frac{q^2(x+\Delta x)}{2\varepsilon_0A}$$

$$\text{کار عامل خارجی}\quad \boxed{W=U-U_0=\frac{q^2\Delta x}{2\varepsilon_0A}}\quad (1)$$

Subject :
Year . Month . Date .

تعریف کار $\boxed{W = F . \Delta x}$ ④

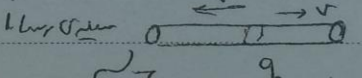
مقایسه ① و ② :

$$F = \frac{q^2}{2\varepsilon_0 A}$$

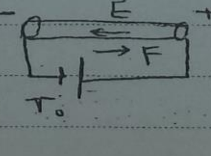
فصل **۱۶**

جریان و مقاومت :

الکترون های آزاد داخل رسانا ، مشابه مولکول های هوای داخل اتاق ، بصورت کاتوره‌ای در حال حرکت می باشند . اگر مقطعی از یک سیم رسانا در نظر بگیریم ، تعداد الکترون هایی که به یک جهت چپ و راست در حرکتند باید برابر باشند ، بنابراین با توجه به تعریف جریان الکتریکی هیچ گونه بار خالصی از رسانا نمی گذرد و جریان صفر است ولی اگر دو سر سیم رسانا به یک اختلاف پتانسیل وصل کنیم داخل سیم یک میدانی ایجاد می شود که این میدان به الکترون ها نیروی $F = qE = -eE$ ($E = \frac{F}{q}$) در خلاف جهت میدان وارد می کند الکترون ها در خلاف جهت میدان حرکت می کنند در نتیجه یک جریان الکتریکی در رسانا ایجاد می شود.

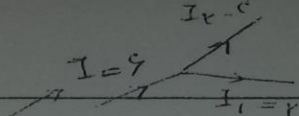


$$I = \frac{q}{t} \quad \text{آمپر} = \frac{\text{بار}}{\text{ثانیه}}$$



$$F = qE = -eE$$

Subject:
Year. Month. Date.



جریان الکتریکی کمیتی اسکالر است (چون از قوانین جمع برداری پیروی نمی‌کند) ولی چگالی جریان که به صورت زیر تعریف می‌شود کمیتی است برداری.

چگالی جریان $J = \dfrac{I}{A}$ ← مساحت سطح مقطع $A \leftarrow I$

$I = J \cdot A$ چگالی ثابت

$I = \int J \cdot dA$ چگالی متغیر

المان سطح

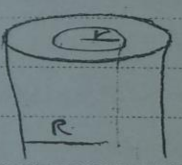
از میله‌ای با سطح مقطع دایره‌ای به شعاع R جریانی با چگالی متغیر $J = J_0 \dfrac{r}{R}$ (r فاصله شعاعی است) می‌گذرد مطلوب است جریانی که از میله می‌گذرد؟

چرا $\int_0^R$ چرا از صفر حد انتگرال شروع شده

$I = \int J \cdot dA = \int_0^R J_0 \dfrac{r}{R}\, \underbrace{2\pi r\, dr}$

المان سطح

$\boxed{\star\ A = \pi r^2 \rightarrow dA = 2\pi r\, dr}$



R ثابت

r متغیر

$= 2\pi \dfrac{J_0}{R} \dfrac{r^3}{3} \Big|_0^R = \dfrac{2}{3}\pi J_0 R^2$

★ اگر لوله بود مثل این حل می‌شد ولی حدود انتگرال فرق می‌کرد از b تا a (R تا r) می‌شد.

ثابت

سرعت سوق: یا سرعت رانش drift

سیمی به طول L با مساحت سطح مقطع A و n الکترون در واحد طول در نظر می‌گیریم در نتیجه تعداد الکترون‌هایی که در طول L از این سیم وجود دارد برابر است با:

تعداد الکترون در طول L $N = \underline{n A L}$ حجم

تعداد الکترون در واحد حجم

بار کل در طول L $q = Ne = \boxed{nALe}$ ①

A طول $L = v_d t$

چون $x = vt$ است.

$t = \dfrac{L}{v_d}$

PAPCO

۵۰

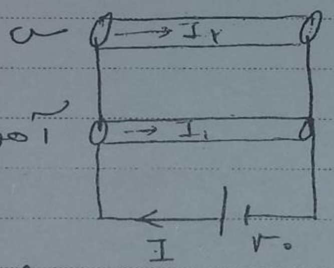
$$q = It = J.At = JA\frac{L}{v_d} \quad (2)$$

مقایسه ۱ و ۲:

$$nALe = \frac{JAL}{v_d} \rightarrow \boxed{v_d = \frac{J}{ne}} \quad *$$

مقاومت و مقاومت ویژه و قانون اهم:

اگر به دو سر دو میله‌ی رسانای مشابه، از دو رسانای مختلف، یک اختلاف پتانسیل ایجاد کنیم. از این دو میله جریان های متفاوتی می‌گذرد. به علت مقاومت متفاوت این دو رسانا.



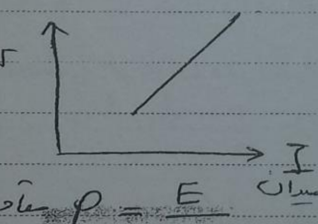
$R = \frac{V}{I}$

$V = RI$

ولت — اهم — آمپر

$R = \frac{V}{I}$

اگر نمودار V برحسب I برای رسانا به صورت خطی باشد آن رسانا از قانون اهم پیروی می‌کند.



* رسانا از قانون اهم پیروی می‌کند *

مقاومت ویژه (ρ): اهم متر $\Omega.m$

$\rho = \frac{E}{J}$ مقاومت ویژه (E: میدان، J: چگالی جریان)

عبارت است از مقاومت جسمی با سطح مقطع واحد و طول واحد.

Subject :
Year .   Month .   Date

رابطه بین مقاومت و مقاومت ویژه :

اختلاف پتانسیل $V = E.d$

$$\boxed{R = \frac{V}{I} = \frac{E.L}{\sigma . A} = \rho \frac{L}{A}}$$

(R : Ω ، ρ : Ωm ، L : طول ، A : سطح مقطع)

توان الکتریکی و انرژی الکتریکی :

انرژی لازم برای انتقال المان بار dq تحت اختلاف پتانسیل V برابر است با :

$$du = V\,dq = V I\,dt \xrightarrow{\text{مشتق}}$$

توان P ، $\frac{\text{انرژی}}{\text{زمان}} = \frac{u}{t}$

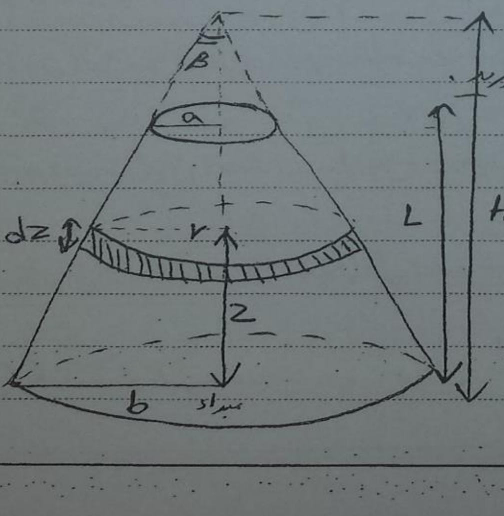
$$P \text{ توان (وات)} = \frac{du}{dt} = VI = RI^2$$

انرژی الکتریکی
$$\begin{cases} u = Pt \\ u = VIt \\ u = RI^2 t \end{cases}$$

انرژی الکتریکی
$$\begin{cases} u = \frac{q^2}{2C} \\ u = \frac{1}{2} C V^2 \\ u = \frac{1}{2} q V \end{cases}$$

مخروط ناقص به ارتفاع L و مقاومت ویژه ی ρ و مساحت های سطح قاعده ی a و b در نظر بگیرید. مقاومت الکتریکی بین دو قاعده ی آن را به دست بیاورید.

★ پرتکرار سوال ۶ تشریحی



مقاومت المان $dR = \rho \frac{dz}{\pi r^2}$

$$\boxed{R = \int dR = \frac{\rho}{\pi} \int \frac{dz}{r^2}} \quad (1)$$

$$\tan \beta = \frac{b}{H} = \frac{a}{H-L} = \boxed{\frac{r}{H-z}} \quad (2)$$

$R = \rho \frac{L}{A}$ $\boxed{L \quad a \quad b \quad \rho}$

از رابطه‌ی ② داریم:

$$b(H-z) = rH \xrightarrow{\text{دیفرانیل}} b(0-dz) = H\,dr$$

$$\boxed{dz = -\frac{H}{b}\,dr} \quad ③$$

رابطه‌ی ③ را در ① قرار میدهیم:

$$R = \frac{\rho}{\pi}\left(-\frac{H}{b}\right)\int_b^a \frac{dr}{r^2}$$

$$= \frac{\rho}{\pi}\left(-\frac{H}{b}\right)\left(-\frac{1}{r}\right)\Big|_b^a = \frac{\rho H}{\pi b}\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{b}\right) = \frac{\rho H}{\pi b}\left(\frac{b-a}{ab}\right) \quad ④$$

از رابطه‌ی ② داریم:

$$b(H-L) = aH$$

$$\boxed{H = \frac{bL}{b-a}} \quad ⑤$$

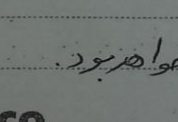
رابطه‌ی ⑤ را در ④ قرار میدهیم:

$$\boxed{R = \rho \frac{L}{\pi a b}}$$

فصل هفتم

مدار الکتریکی

منبع نیروی محرکه‌ی الکتریکی: وسیله‌ای است که می‌توانند بین دو نقطه از مدار اختلاف پتانسیل ایجاد کند. برای هر منبع (نیروی محرکه) (emF)، کمیتی به نام نیروی محرکه درنظر میگیریم که با ε نشان می‌دهیم. جهت ε از قطب منفی به قطب مثبت است. برای حل مسائل مدار دو قضیه به کار می‌بریم:

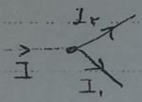


۱_ قضیه‌ی حلقه: مجموع اختلاف پتانسیل در یک حلقه، صفر است که این بیانی از قانون بقای انرژی است.

قضیه‌ی حلقه دو قاعده دارد: قاعده‌ی اول ← هرگاه مقاومت را در جهت جریان طی کنیم، اختلاف پتانسیل دو سر آن $IR-$ و اگر در خلاف جهت جریان طی کنیم اختلاف پتانسیل $IR+$ خواهد بود.

قاعده‌ی دوم ← هرگاه منبع نیروی محرکه را در جهت ε طی کنیم، اختلاف پتانسیل دو سر آن، $+\varepsilon$ و برعکس، $-\varepsilon$ خواهد بود.

۲) قاعده‌ی گره: قاعده‌ی گره از اصل پایستگی بار الکتریکی گرفته شده است. در هر گره جریان ورودی برابر جریان خروجی می‌باشد.



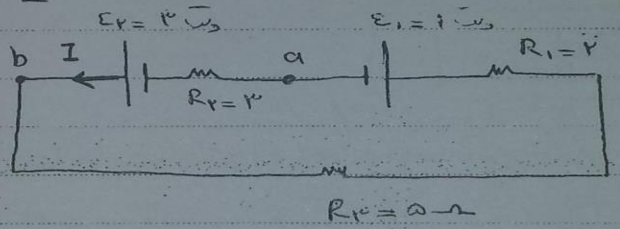
$$I = I_1 + I_2$$

گره از حداقل ۳ سیم تشکیل شده.

مثال: در مدار شکل مقابل، جریان مدار و اختلاف پتانسیل بین دو نقطه‌ی a و b چقدر است؟

در امتحان سؤال اینقدر ساده نمیاد.

$$\Sigma V_i = 0$$



شروع از نقطه‌ی a در جهت I تا نقطه‌ی a:

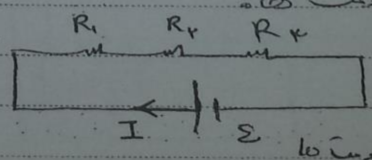
$$V_a - IR_2 + \varepsilon_2 - IR_3 - IR_1 - \varepsilon_1 = V_a$$

$$I = \frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}{R_1 + R_2 + R_3} = 0/2$$

$$V_a - IR_2 + \varepsilon_2 = V_b \to V_b - V_a = \varepsilon_2 - IR_2 = 3 - 0/2 \times 2 = \boxed{2/6\,(V)}$$

به هم بستن مقاومت‌ها:

الف) سری:

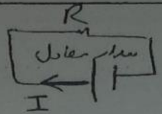


$$\varepsilon - IR_1 - IR_2 - IR_3 = 0$$

$$\boxed{I = \frac{\varepsilon}{R_1 + R_2 + R_3}} \quad (1)$$

«در سری از همه‌ی مقاومت‌ها جریان یکسان می‌گذرد»

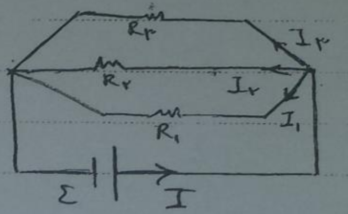
در مدار معادل ④ $\boxed{I = \frac{\varepsilon}{R}}$



مقایسه‌ی ۱ و ۲ : $\boxed{R = R_1 + R_2 + R_3 + \dots}$

ب) موازی : $I = I_1 + I_2 + I_3$

$$\frac{\varepsilon}{R} = \frac{V_1}{R_1} + \frac{V_2}{R_2} + \frac{V_3}{R_3}$$



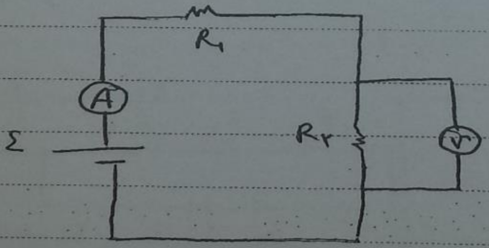
چون موازیند پس:

$$\varepsilon = V_1 = V_2 = V_3$$

$$\boxed{\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots}$$

آمپرمتر: وسیله‌ای است برای اندازه‌گیری جریان الکتریکی در مدار، به طور سری بسته می‌شود و مقاومت آن ناچیز است.

ولت‌متر: وسیله‌ای است برای اندازه‌گیری اختلاف پتانسیل و مقاومت آن خیلی بزرگ است و بین دو نقطه‌ای که می‌خواهیم اختلاف پتانسیل را اندازه‌گیری کنیم به طور موازی بسته می‌شود.

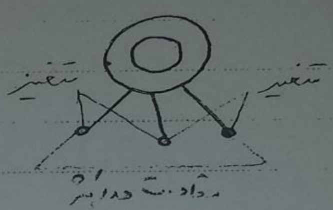


$R_A << R$

$R_V >> R_2$

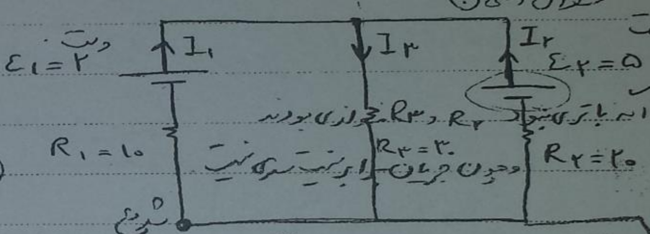
Subject:
Year. Month. Date. / /

پتانسیومتر: وسیله‌ای است دارای مقاومت متغیر، یکی از کاربردهای آن اندازه‌گیری نیروی محرکه مجهول میباشد.



در مدار شکل مقابل، جریان هر مقاومت چقدر است؟

سوال امتحان



گره $I_3 = I_1 + \boxed{I_2}$ (1)

حلقه چپ $\rightarrow -I_1R_1 + \varepsilon_1 - I_3R_3 = 0$

$\rightarrow I_1 = \frac{2 - 30 I_3}{10} = 0/2 - \boxed{3 I_3}$ (2)

حلقه راست $\rightarrow -I_3R_3 - I_2R_2 + \varepsilon_2 = 0 \rightarrow I_2 = \frac{5 - 30 I_3}{20} = \boxed{\frac{1}{4} - 1/5 I_3}$ (3)

رابطه (2) و (3) در (1):

$I_3 = 0/2 - 3I_3 + 0/25 - 1/5 I_3$

$I_3 = \frac{9}{11}$

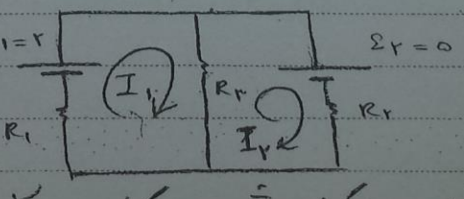
از رابطه (2) داریم:

$I_1 = 0/2 - \frac{27}{11} = -2/3$

از معادله (3) داریم:

$I_2 = \frac{1}{4} - 1/5\left(\frac{9}{11}\right)$

روش دوم (گاهی اوقات این راه ساده‌تر حل میشه):



* اگر دو حلقه داشتیم فرقی نداره از کدام روش حل کنیم ولی اگر سه حلقه داشتیم روش دوم بهتره

Subject:
Year. Month. Date.

چون در حلقه ۲ اول هستیم در جهت جریان ۲ باید حرکت میکردیم

حلقه چپ $\longrightarrow -I_1R_1 + \varepsilon_1 - R_3(I_1 - I_2) = 0$

شاخه مشترک

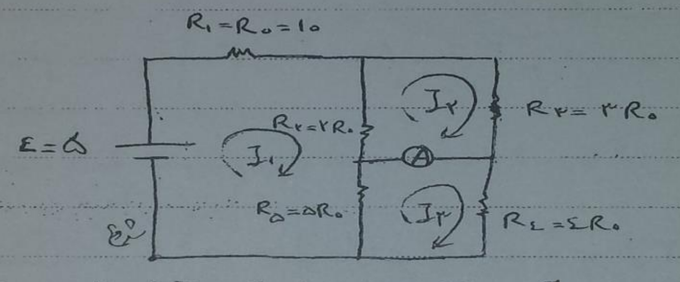
حلقه راست $\longrightarrow -\varepsilon_2 - I_2R_2 - R_3(I_2 - I_1) = 0$ حل ۲ معادله ۲ مجهول.

چون در حلقه ی دوم هستیم در جهت جریان حرکت میکنیم

* بهتر همیشه یا دو تا جریان را ساعتگرد یا پادساعتگرد بگیریم

در مدار شکل مقابل آمپرسنج چه عددی را نشان میدهد با فرض این که از مقاومت آمپرسنج صرف نظر کنیم.

* پرتکرار



① حلقه $\longrightarrow \varepsilon - I_1R_1 - R_2(I_1 - I_2) - R_5(I_1 - I_3) = 0$

② حلقه $\longrightarrow -R_3I_2 - R_2(I_2 - I_1) = 0$

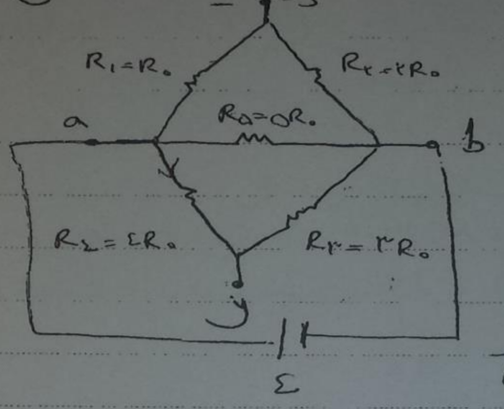
③ حلقه $\longrightarrow -R_4I_3 - R_5(I_3 - I_1) = 0$ حل ۳ معادله ۳ مجهول

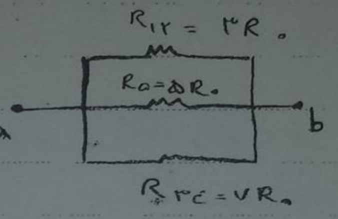
$I_A = |I_2 - I_3| = ?$ خواسته ی مسئله

Subject:
Year. Month. Date.

در مدار شکل مقابل، مقاومت معادل بین دو نقطه‌ی a و b و همچنین بین دو نقطه‌ی x و y را به دست آورید.

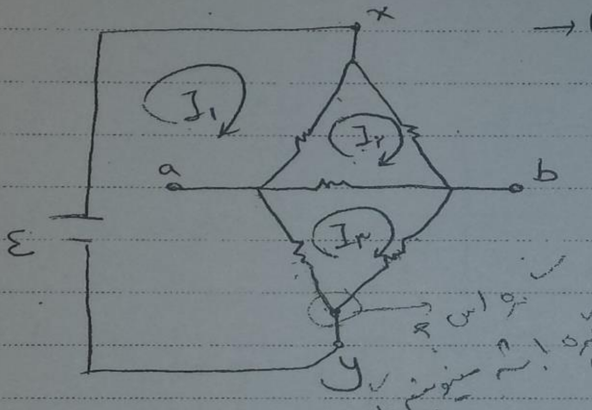
R_1, R_2 سری / R_3 و R_4 سری





$$\frac{1}{R_{ab}} = \frac{1}{3R_0} + \frac{1}{5R_0} + \frac{1}{7R_0}$$

$\rightarrow R_{ab} = \boxed{}$



برای x و y باتری فرضی می‌بندیم

چرا؟

در مواردی که نتوانیم از سری و موازی بودن استفاده کنیم بین دو نقطه‌ای که می‌خواهیم مقاومت معادل را به دست آوریم یک نیروی محرکه‌ی فرضی ε قرار می‌دهیم و قضیه‌ی حلقه را به کار می‌بریم.

حلقه ① $\rightarrow \varepsilon_1 - R_1(I_1 - I_2) - R_4(I_1 - I_3) = 0$

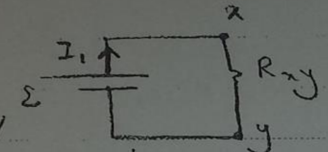
حلقه ② $\rightarrow -R_2 I_2 - R_5(I_2 - I_3) - R_1(I_2 - I_1) = 0$

حلقه ③ $\rightarrow -R_3 I_3 - R_4(I_3 - I_1) - R_5(I_3 - I_2) = 0$

حل سه معادله سه مجهول: $I_1, I_2, I_3 = ?$

در مدار معادل مقدار I_1 را که جواب آن ε است در معادله‌ی ① قرار می‌دهیم و دیگر مقاومت معادل به دست می‌آید.

Subject:
Year. Month. Date.



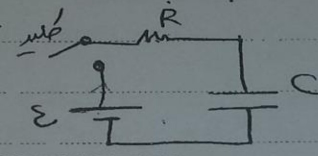
در مدار معادل

$$R_{xy} = \frac{\varepsilon}{I_1}$$

I_1 جریانی که از باتری خارج می‌شود.

مدار RC : هرگاه در مداری خازن وجود داشته باشه جریان نسبت به زمان تغییر می‌کند

می‌خواهیم رابطه‌ی جریان مدار با زمان و بار خازن نسبت به زمان را به دست آوریم.



تغییری حلقه:

$$\varepsilon - IR - \frac{q}{c} = 0$$

$$I = \frac{dq}{dt}$$

$$\boxed{\begin{array}{l} t_c = Rc \quad \text{ثابت زمانی مدار} \\ \text{واحد آن ثانیه است.} \end{array}}$$

$$\varepsilon - R\frac{dq}{dt} - \frac{q}{c} = 0$$

در c ضرب می‌کنیم،

$$q - c\varepsilon = -Rc\frac{dq}{dt}$$

جداسازی متغیرها:

$$\int_0^{q} \frac{dq}{q - c\varepsilon} = -\int_0^{t} \frac{dt}{Rc}$$

$$\ln(q - c\varepsilon)\Big|_0^{q} = -\frac{t}{Rc}$$

$$\ln\frac{q - c\varepsilon}{0 - c\varepsilon} = -\frac{t}{Rc}$$

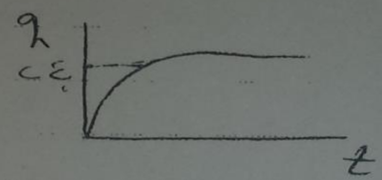
* می‌توان ln را حذف کرد و از e استفاده کرد

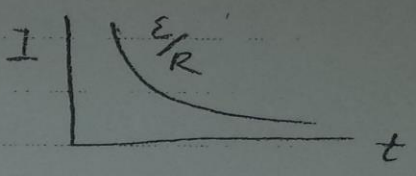
$$\star\ \frac{q - c\varepsilon}{-c\varepsilon} = e^{-t/Rc}$$

$$q = c\varepsilon\left(1 - e^{-t/Rc}\right)$$

$$I = \frac{dq}{dt} = \frac{\varepsilon}{R}e^{-t/RC}$$

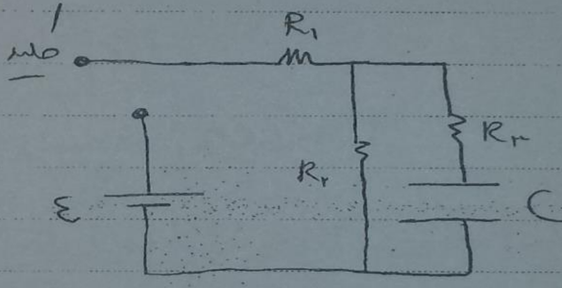
t	0 لحظه‌ی وصل کلید	∞ مدت زیاد پس از وصل کلید
q	0	$C\varepsilon$ حداکثر بار خازن
I	$\frac{\varepsilon}{R}$ حداکثر جریان	0



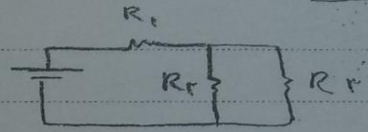


نکته: در لحظه‌ی وصل کلید ($t=0$)، خازن به صورت اتصال کوتاه عمل می‌کند و در $t=\infty$ از شاخه‌ای که خازن دارد جریان نمی‌گذرد و آن شاخه از مدار حذف می‌شود.

مثال: در مدار شکل مقابل، در لحظه‌ی $t=0$ و مدت زیادی بعد از وصل کلید مدار معادل را رسم کنید.

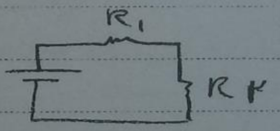


$t=0$



خازن به دلیل اتصال کوتاه حذف شده.

$t=\infty$



شاخه‌ای که خازن دارد حذف میشه.

مفهوم ثابت زمانی:

مثال: چند ثابت زمانی طول میکشد تا در یک مدار یک حلقه‌ای RC بار خازن به ۹۹٪ بار نهایی‌اش برسد؟

فرض شده $q = \frac{99}{100} C\mathcal{E}$

$\frac{99}{100} C\mathcal{E} = q = C\mathcal{E}\left(1-e^{-t/RC}\right)$

بار بدار یک حلقه‌ای

$$\frac{99}{100} C\mathcal{E} = C\mathcal{E}(1-e^{-t/RC})$$

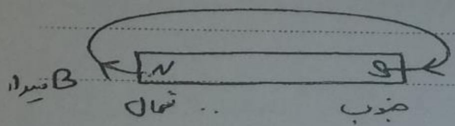
$$\frac{1}{100} = e^{-t/RC}$$

$$\ln\left(\frac{1}{100}\right) = -t/RC$$

$$t = -RC\ln\left(\frac{1}{100}\right) = 4.6RC \simeq 5RC$$

زمان بی‌نهایت، حدود 5RC است.

فصل مغناطیس:



میدان مغناطیسی و نیروی مغناطیسی:

واحد میدان تسلا (T) است و گوس $T=10^{4}G$.

به ذره‌ی بار دار متحرک در میدان مغناطیسی نیرویی وارد میشود که از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید:

نیوتن $F = q\,v\,B\,\sin\theta$ ← زاویه‌ی بین v و B

کولن، m/s، تسلا

شکل برداری: جهت F با قاعده‌ی دست راست. $\bar{F} = q\bar{v}\times\bar{B}$ ضرب خارجی

شست، 4 انگشت، از کف دست خارج میشود.

الکترونی با سرعت $v=2i+3j$ در میدان مغناطیسی $B=-i+2j+2k\,(T)$ در حرکت است. نیروی مغناطیسی وارد بر آن را به دست آورید. $(q=-e)$

چون زاویه را نداده از فرمولی استفاده می‌کنیم که شکل برداری دارد.

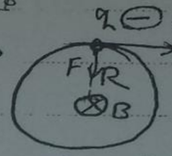
$$\bar{F} = q\bar{v}\times\bar{B}$$

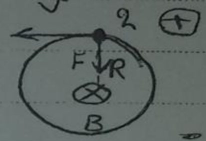
$$F=-e\begin{vmatrix} i & j & k\\ 2 & 3 & 0\\ -1 & 2 & 2\end{vmatrix} = -e\left[i(6-0)-j(4-0)+7k\right] = -1.6\times10^{-19}\left[6i-4j+7k\right]$$

ذره‌ای به جرم m و بار q، در میدان مغناطیسی ثابت B، مطابق شکل برابر دایره‌ای به شعاع R می‌چرخد. فرکانس دوران و دوره‌ی تناوب را به دست آورید.

همیشه در حرکت دایره‌ای نیرو به سمت مرکز است.

طبق قاعده‌ی دست راست مثبت، منفی بودن بار کشف می‌شود.





قانون دوم نیوتن $\Sigma F = m\frac{v^2}{R}$

$$qvB\sin 90 = m\frac{v^2}{R}$$

$$\boxed{\frac{qB}{m} = \frac{v}{R}} \quad (1)$$

ν (نو) = فرکانس یا بسامد

چون f خودمون :)

$$2\pi\nu = \omega = \frac{v}{R} \quad (2)$$

سرعت زاویه‌ای

مقایسه‌ی (1) و (2):

$$\frac{qB}{m} = \frac{2\pi\nu}{1}$$

$$\nu = \frac{qB}{2\pi m}$$ فرکانس = بسامد

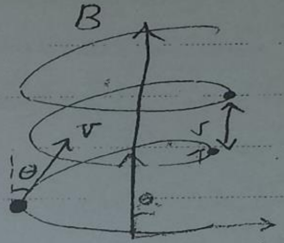
دوره‌ی تناوب $T = \frac{1}{\nu} = \frac{2\pi m}{qB}$

* اگر سرعت ذره‌ی باردار بر میدان مغناطیسی عمود باشد (مثل شکل بالا) در این صورت ذره بر روی دایره‌ای به شعاع ثابت R می‌چرخد ولی اگر سرعت ذره بر میدان عمود نباشد و زاویه‌ی θ بسازد در این صورت سرعت را به دو مؤلفه‌ی موازی با میدان و مؤلفه‌ی عمود بر میدان تجزیه

می‌گیریم:

$v_{\parallel} = v\cos\theta$ مؤلفه‌ی موازی با میدان

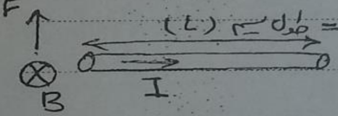
$v_{\perp} = v\sin\theta$ مؤلفه‌ی عمود بر میدان



مؤلفه‌ی عمودی باعث حرکت دایره‌ای می‌شود و مؤلفه‌ی موازی با میدان باعث حرکت مارپیچی می‌شود که

گام حرکت (فاصله‌ی دو دایره‌ی متوالی) از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید.

$$P = v_{\parallel} T = (v\cos\theta)\frac{2\pi m}{qB}$$



نیروی مغناطیسی وارد بر سیم حامل جریان در میدان مغناطیسی:
سیم مستقیم و راست.

$$F = qvB\sin\theta = I t v B\sin\theta = ILB\sin\theta$$

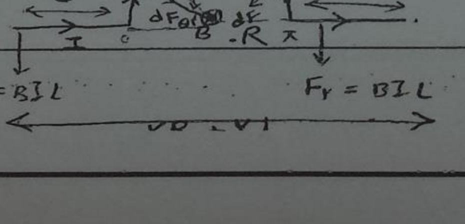
نیرو $\vec{F} = I\vec{L} \times \vec{B}$ جهت F با قاعده‌ی دست راست.

آمپر متر تسلا

قسمتی از یک مدار شامل دو قطعه سیم مستقیم به طول L و یک نیم حلقه به شعاع R حامل جریان I

مطابق شکل در میدان مغناطیسی قرار دارد. نیروی مغناطیسی وارد بر آن را به دست آورید.

$$d\vec{F} = I d\vec{L} \times \vec{B}$$



$$F_y = 2\int_0^{\pi/2} dF\sin\theta \quad \text{یا} \quad F_y = \int_0^{\pi} dF\sin\theta.$$

کمان: ۵ $\qquad$ تقارن $F_x = 0$ $\qquad$ متغیر از انتگرال بیرون نمیاد.

$$F_y = \int dF\sin\theta = \int IBdL\sin\theta = \int_0^{\pi} IBR\sin\theta\, d\theta$$

$$= -IBR\cos\theta \Big|_0^{\pi} = 2IBR$$

$$F_{کل} = F_1 + F_2 + F_y = IB(2L + 2R)$$

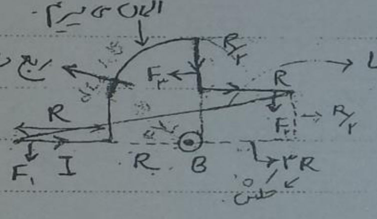
* ملاحظه می‌شود که نیرو فقط به فاصله‌ی بین دو انتهای سیم بستگی دارد. و نه به طول سیم.

در مدار شکل مقابل، نیروی مغناطیسی کل وارد بر سیستم را به دست آورید.

$$F_x = \int_0^{\pi} dF\cos\theta$$

شکل بالا فقط تقارن ندارد

۵. حل دوم؟ $\qquad$ راه دوم پیدا کردن L است.



فاصله‌ی بین دو انتهای سیم : L

$$F_x = \int dF\cos\theta = \int IBdL\cos\theta = \int_0^{90} IBR\cos\theta\, d\theta$$

$$= IBR\sin\theta \Big|_0^{90} = IBR$$

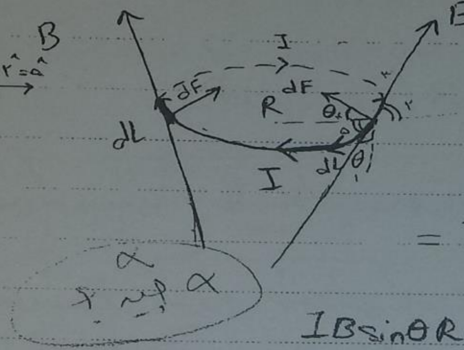
$$F_y = \int dF\sin\theta = \int IBdL\sin\theta = \int_0^{90} IBR\sin\theta\, d\theta = -IBR\cos\theta \Big|_0^{90}$$

$$F_y = IBR \rightarrow F_3 = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = \sqrt{(IBR)^2 + (IBR)^2} = \sqrt{2(IBR)^2} = \boxed{\sqrt{2}\, IBR}$$

$$F_{کل} = F_1 + F_2 + F_3 = IBR + IBR + \sqrt{2}\, IBR = \boxed{IB(2R + \sqrt{2}R)}$$

حلقه‌ای دایره‌ای به شعاع R، حامل جریان I. این حلقه در یک میدان مغناطیسی واگرای B قرار دارد. میدان مغناطیسی با راستای قائم زاویه‌ی ثابت θ می‌سازد. نیروی مغناطیسی وارد بر حلقه را به دست آورید.

$\hat{1} = \hat{3}$ متقابل به رأس
$\hat{2} = \hat{5}$ //
$\hat{2} + \hat{3} = 90$
$\hat{4} + \hat{5} = 90 \rightarrow \hat{2} = \hat{5}$
$\boxed{\hat{3} = \hat{4} = \theta}$



(حلقه در صفحه‌ی افق قرار دارد)

$F_x = 0$ تقارن

$F_y = \int dF \sin\theta = \int I B\, dl \sin\theta$

ثابت از انتگرال بیرون می‌آید

$= IB\sin\theta \int dl = IB\sin\theta \int_0^{2\pi} R\, d\alpha$

$IB\sin\theta R\alpha \Big|_0^{2\pi} = IB\sin\theta\,(2\pi R)$

چون محیط دایره‌ی حلقه

گشتاور دوقطبی مغناطیسی: اگر از حلقه‌ای (قاب یا پیچه) به مساحت A، جریان I عبور کند

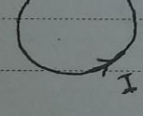
کمیتی برداری به نام گشتاور دوقطبی مغناطیسی به صورت زیر تعریف می‌شود خواهیم داشت.

گشتاور دوقطبی مغناطیسی $\mu = nIA$ ← مساحت (m^2)

جریان (آمپر) — تعداد حلقه

برای تعیین جهت μ، چهار انگشت دست راست را در جهت چرخش جریان قرار دهیم در این صورت

انگشت شست دست راست که عمود بر صفحه‌ی قاب است جهت μ را نشان می‌دهد.



به سمت بالا

گشتاور نیروی وارد بر قاب حامل جریان:

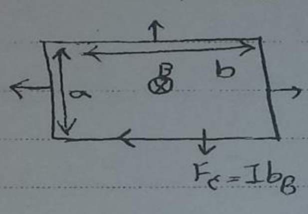
گشتاور نیرو = (بازو) (نیرو)

قاب مستطیل شکلی به ابعاد a و b حامل جریان I در میدان مغناطیسی B قرار دارد.

الف) اگر میدان عمود بر صفحه ی قاب باشد در این صورت به اضلاع این قاب نیروهای F_1 ، F_2 و F_3 و F_4 مطابق شکل وارد میشود این نیروها دو به دو با یکدیگر مساوی و مخالفند و چون امتدادهمی آنها از مرکز قاب میگذرد بنابراین گشتاوری ایجاد نمی کنند.

$F_2 = IbB$

$F_1 = IaB$



$F_3 = IaB$

$F_4 = IbB$

~~بر اساس ...~~

ب) وقتی دیگر قاب به این صورت در میدان قرار بگیرد که خط عمود بر صفحه ی قاب ($\hat{n}$) با میدان مغناطیسی زاویه ی θ بسازد. در این صورت دو نیروی F_1 و F_3 که مساوی و مخالفند ولی امتدادشان از مرکز قاب نمی گذرد بنابراین باعث دوران قاب میشود که گشاور نیرویی وارد بر آن برابر است با:

$$\tau = F_1 \frac{b}{2} \sin\theta + F_3 \frac{b}{2} \sin\theta = I \frac{ab}{2} B \sin\theta + I \frac{ab}{2} B \sin\theta$$

$$= I ab B \sin\theta = I A B \sin\theta = \mu B \sin\theta$$

شکل برداری آن: ؟

گشتاور نیروی وارد بر قاب $\leftarrow \tau = \vec{\mu} \times \vec{B}$ $\rightarrow$ گشتاور ممان مغناطیسی

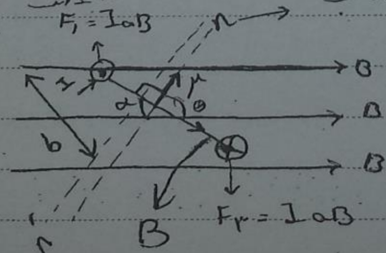
جهت τ با قاعده ی دست راست.

خط عمود بر صفحه ی قاب

که در این شکل τ درون سو است.

$\tau = 2 F \sin\theta$

α و θ چیست؟



اگر عامل خارجی بخواهد قاب حامل جریان را از زاویه ی 90° تا زاویه ی θ بچرخاند مقدار کار انجام شده برابر است با:

$$W = \int \tau \, d\theta = \int_{\pi/2}^{\theta} \mu B \sin\theta \, d\theta = -\mu B \cos\theta \Big|_{\pi/2}^{\theta} = -\mu B \cos\theta = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}$$

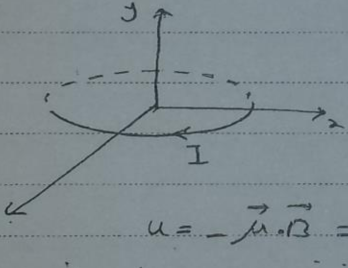
این مقدار کار به صورت انرژی پتانسیل ذخیره میشود:

$$U_{\text{انرژی پتانسیل دوقطبی}} = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}$$

مسئله ۶ تشریحی ص ۱۰۰ : پیچه ی شکل زیر حامل جریان معادل ۲ آمپر و موازی صفحه ی xz است.

تعداد دورهای سیم برابر ۳ و مساحت پیچه $4 \times 10^{-3}\ m^2$ و میدان مغناطیسی برابر $2i - 3j + 4k$ تسلا است.

انرژی پتانسیل مغناطیسی، گشتاور نیروی وارد بر سیستم را رسم کنید.



الف)

آمپرمتر مربع $|\mu| = nIA = 3 \times 2 \times 4 \times 10^{-3} = 0.024$

$\star$ جهت حرکت پاس ۱

$\star \vec{\mu} = -0.024 j$

$$U = -\vec{\mu} \cdot \vec{B} = -(-0.024 j) \cdot (2i - 3j + 4k) = -0.072 \text{ ژول}$$

در ضرب داخلی $\longrightarrow$ $i \cdot i = j \cdot j = 1$ $\quad i \cdot j = 0$ $\quad i \cdot k = 0$ $\quad$ مخالف ها $= 0$

ب)

$$\tau = \mu \times B = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 0 & -0.024 & 0 \\ 2 & -3 & 4 \end{vmatrix} = i(-0.096) - j(0) + k(0.048)$$

از صفحه ۹۸ مسائل آن: ۱-۲-۳-۵-۶-۸-۹-۱۰-۱۱-۱۲-۱۳ - ۱۵ ← نشانه ۱۲

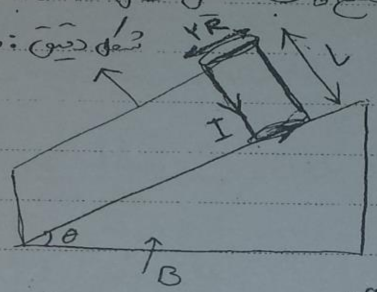
Subject :
Year . Month . Date .

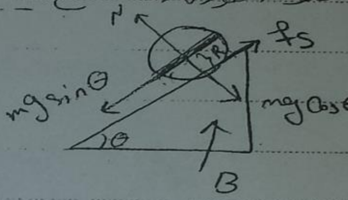
استوانه‌ای به شعاع R وجود دارد. n دور سیم در امتداد طول استوانه می‌پیچیم تا یک قاب مستطیل شکل ایجاد شود. میدان مغناطیسی عمود بر سطح افق و به طرف بالای سطح شیب دار است. چه جریانی از سیم پیچ عبور کند تا استوانه در حالت تعادل ایستا قرار گیرد؟ (n=۲۰، L=۰/۲۵m، θ=۳۰°، m=۲kg، B=۰/۵T)

* برقرار

استوانه طوری روی سطح شیب دار قرار دارد که سطح قاب مستطیل شکل موازی با سطح شیب دار باشد.

شکل دقیق: صفحه ۱۰۲ شرح ص ۸





شرط اول تعادل $\Sigma F = 0$

$$mg\sin\theta - f_s = 0 \rightarrow \boxed{f_s = mg\sin\theta} \quad ①$$

هر نیرویی که از مرکز بگذرد گشتاور ندارد. در اینجا فقط f_s گشتاور دارد و باعث دوران می‌شود.

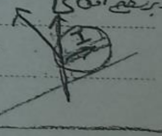
نیروی f_s تمایل به غلتاندن استوانه به سمت پایین دارد که گشتاور نیروی آن برابر است با:

$$\tau = (\text{بازو})(\text{نیرو})$$

$$\tau_1 = f_s \times R = mgR\sin\theta$$

گشتاور مغناطیسی تمایل به غلتاندن استوانه به سمت بالای سطح شیب دار دارد که اندازه‌ی آن برابر است با:

$$\tau_2 = \mu B\sin\theta = (nI\underbrace{A}_{\text{مساحت قاب}})B\sin\theta = nI\underbrace{2RL}_{\text{مساحت قاب}}B\sin\theta$$



$\mu = nIA$ گشتاور دو قطبی * یادآوری

$\tau = \mu \times B = \mu B\sin\theta$ گشتاور نیرو

گردش سیم به سمت بالا می‌غلتاند ⊗

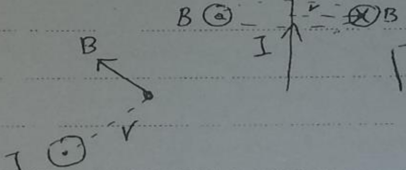
شرط دوم تعادل $\tau_1 = \tau_2$

$$nI\,2RLB\sin\theta = mgR\sin\theta \qquad I = \frac{mg}{2nLB} \rightarrow \boxed{I = 2A}$$

I : ۴ انگشت ، B : کف ، F : شست

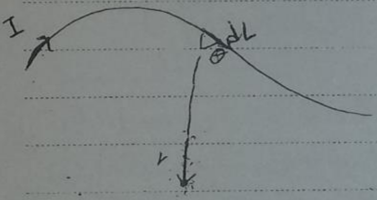
Subject:
Year.　Month.　Date.

قانون بیو و ساوار: هرگاه از سیمی جریان I عبور کند در اطراف آن یک میدان مغناطیسی ایجاد می‌شود. برای تعیین جهت میدان اگر انگشت شست دست راست را در جهت جریان قرار دهیم در این صورت انتهای چهار انگشت در هر نقطه جهت میدان را نشان می‌دهد.



$\boxed{B \perp r}$ → * میدان عمود بر شعاع دایره به مرکزیت سیم.

طبق قانون بیو و ساوار میدان ناشی از المان طول dl حامل جریان I به فاصله‌ی r از آن برابر است



$$dB = \frac{\mu_0 I dL \sin\theta}{4\pi r^2}$$

بیو ساوار ← کمان حلقه، محدود

μ_0 تراوایی مغناطیسی $= 4\pi \times 10^{-7} \frac{T.m}{A}$.

μ_0 به μ ربطی ندارد :)

سیم‌لوله ـ چنبره

dL: بردار المان طول در جهت جریان.

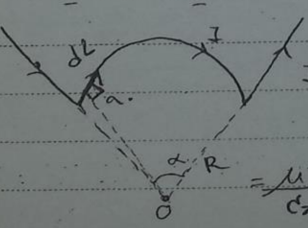
r: برداری است از المان طول dl به سمت نقطه‌ای که می‌خواهیم در آن میدان مغناطیسی را به دست آوریم.

θ: زاویه‌ی بین dl و r.

و برای به دست آوردن میدان کل از آن به صورت برداری انتگرال می‌گیریم. $\vec{B} = \int d\vec{B}$

نکته: میدان در امتداد سیم حامل جریان همواره صفر است. $B=0$ A' ——I——> A $B=0$

قسمتی از یک مدار شامل دو رشته سیم مستقیم و یک کمان به شعاع R و زاویه‌ی α، میدان مغناطیسی را در مرکز کمان به دست آورید. * θ در حلقه و کمان همیشه $90°$ است. I



$$B = \int dB = \int \frac{\mu_0 I dl \sin\theta}{4\pi R^2}$$ بر حسب رادیان

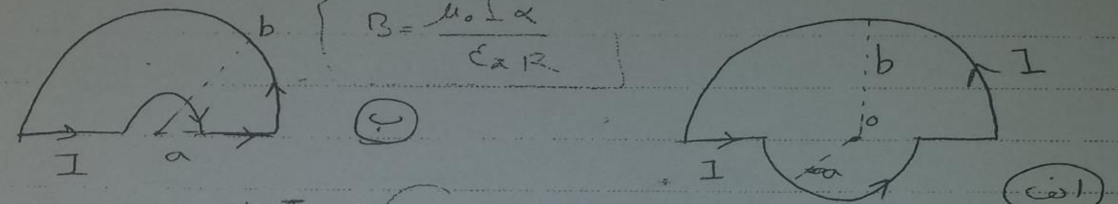
$$= \frac{\mu_0 I}{4\pi R^2} \int dL = \frac{\mu_0 I}{4\pi R^2} R\alpha = \frac{\mu_0 I \alpha}{4\pi R}$$

PAPCO

$\int dL = R\,d\theta$ ... dθ ... ~~$\int dL = R\alpha$~~

مداری شامل دو نیم حلقه و دو قطعه سیم مستقیم مطابق شکل A و B در نظر بگیرید و میدان مغناطیسی را در نقطه‌ی O فوق به دست آورید.

$$B=\frac{\mu_0 I \alpha}{4\pi R}$$



با توجه به مسئله‌ی قبل میدان نیم حلقه: $B=\frac{\mu_0 I}{4R}$ (α)

در نتیجه:

$B_a=\frac{\mu_0 I}{4a}$ $\qquad B_b=\frac{\mu_0 I}{4b}$

* چون میدان در a و b هم جهت است

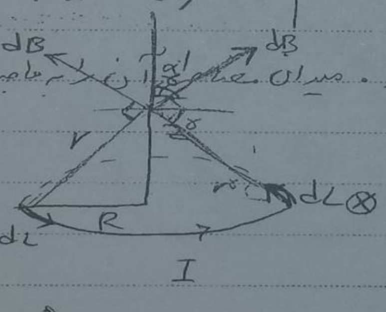
الف) $B=B_a+B_b$

$B=\frac{\mu_0 I}{4}\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)$

ب) $B=B_a-B_b$

$B=\frac{\mu_0 I}{4}\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{b}\right)$

حلقه‌ای دایره‌ای به شعاع R حامل جریان I. میدان مغناطیسی آن را در فاصله‌ی z از مرکز حلقه روی محور آن به دست آورید.



$B_x=0$ تقارن

$B_y=\int dB\cos\alpha$

$\cos\alpha=\frac{R}{r}$

$$=\int\frac{\mu_0 I\,dL\sin\theta}{4\pi r^2}\cos\alpha=\frac{\mu_0 I R}{4\pi r^3}\int dL$$

$\theta = 90^\circ$

$*\mu=nIA$

$$=\frac{\mu_0 I R}{4\pi r^3}(2\pi R)=\frac{\mu_0 I\pi R^2}{2\pi r^3}=\frac{\mu_0\mu}{2\pi r^3}$$

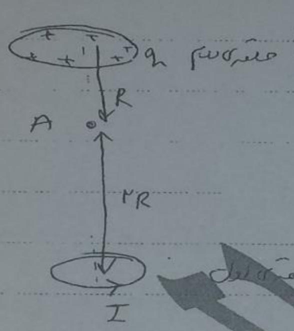
Subject :
Year . Month . Date .

حلقه‌ای دایره‌ای به شعاع R . از آن جریان I می‌گذرد . میدان مغناطیسی آن را به فاصله‌ی $z = 2R$ به دست آورید . (در استاد

پیش بینی تابش نقطه به جای z می‌گذاریم ۲R .

محور) . حلقه‌ی دیگری موازی با حلقه‌ی اول که بار آن q است در نظر بگیرید که فاصله‌ی مرکز این دو حلقه از یکدیگر ۳R

می‌باشد . حلقه‌ی دوم را با چه سرعت زاویه‌ای بچرخانیم تا میدان مغناطیسی برآیند در نقطه‌ی A ، صفر شود ؟

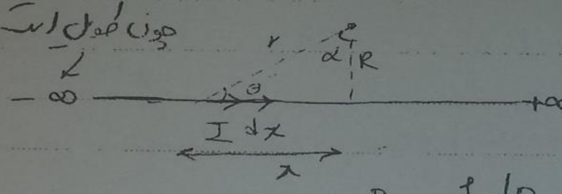


$$I'_{\text{حلقه‌ی دوم}} = \frac{q}{\underset{\text{دوره تناوب}}{T}} = \frac{q}{\frac{2\pi}{\omega}} = \frac{q\omega}{2\pi} =$$

Subject:
Year. Month. Date.

میدان سیم طویل حامل جریان I در فاصله R از سیم را بدست آورید.

در مسائل قبل θ ثابت بود ولی در اینجا متغیر.



$$r = (x^2+R^2)^{1/2}$$

$$\sin\theta = \frac{R}{r}$$

$$B = \int dB = \int \frac{\mu_0 I\, dx \sin\theta}{4\pi r^2}$$

$$= \frac{\mu_0 I R}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{(x^2+R^2)^{3/2}}$$

تغییر متغیر

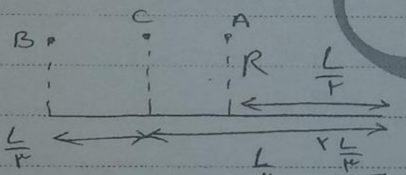
$$\tan\alpha = \frac{x}{R}$$
$$x = R\tan\alpha$$
$$dx = R(1+\tan^2\alpha)\,d\alpha$$

$$B = \frac{\mu_0 I R}{4\pi} \int \frac{R(1+\tan^2\alpha)\,d\alpha}{R^3(1+\tan^2\alpha)^{3/2}}$$

$$= \frac{\mu_0 I}{4\pi R} \int \frac{d\alpha}{(1+\tan^2\alpha)^{1/2}} = \frac{\mu_0 I}{4\pi R} \int \cos\alpha\, d\alpha$$

$$= \frac{\mu_0 I}{4\pi R} \sin\alpha \Big|_{-90}^{90} = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}$$

سیمی به طول L حامل جریان I. میدان مغناطیسی را به فاصله R از سیم روی عمود منصف آن و همچنین در نقاط B و C به دست آورید.



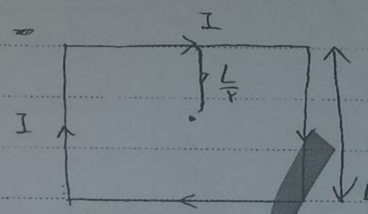
الف) مشابه مسئله قبل حل میشود با این تفاوت که حدود انتگرال از $-\frac{L}{2}$ تا $+\frac{L}{2}$ است:

عمود منصف: $B = \int dB = \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \frac{\mu_0 I\, dx \sin\theta}{4\pi r^2} = \text{---}$

$$= \frac{\mu_0 I}{4\pi R} \sin\alpha = \frac{\mu_0 I}{4\pi R} \times \left(\frac{x}{\sqrt{x^2+R^2}}\right)\Big|_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} = \frac{\mu_0 I L}{4\pi R\sqrt{\frac{L^2}{4}+R^2}}$$

مشابه قبل

۴ رشته سیم که طول هر کدام L می‌باشد مربعی را تشکیل می‌دهند و از آن جریان I می‌گذرد. میدان مغناطیسی را در مرکز مربع به دست آورید.



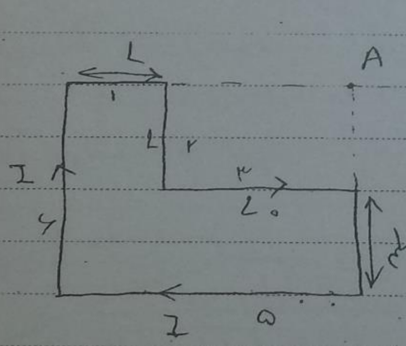
ابتدا میدان یک سیم روی محور منصف را به دست می‌آوریم که برابر است با:

$$B_1 = \frac{\mu_0 I L}{4\pi R\sqrt{\frac{L^2}{4}+R^2}}$$ ← مستقیم

$$B_1 = \frac{\mu_0 I L}{4\pi \frac{L}{2}\sqrt{\frac{L^2}{4}+\frac{L^2}{4}}} = \frac{\sqrt{2}}{2}\frac{\mu_0 I}{\pi L}$$

$$B_{کل} = 4B_1 = \frac{2\sqrt{2}\,\mu_0 I}{\pi L}$$

در مدار مطابق شکل زیر، از آن جریان I می‌گذرد. میدان مغناطیسی را در نقطه A به دست آورید.



$B_1 = B_4 = 0$ امتداد سیم.

$B_2 = B_3 = \int_0^{L} dB$ برونسو

$B_5 = B_6 = \int_0^{2L} dB$ درونسو

$$B_{کل} = 2B_2 - 2B_5$$

Subject:
Year. Mouth. Date.

قانون آمپر: با استفاده از قانون بیووساوار ملاحظه کردیم که میدان مغناطیسی ناشی از یک سیم طویل برابر است با:

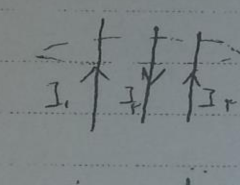
$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R} \rightarrow B\,2\pi R = \mu_0 I$$

قانون آمپر:

$$\boxed{\oint \vec{B}\cdot\vec{dL} = \mu_0 I}$$

جریان خالص داخل خط بسته آمپر

"قانون آمپر شبیه قانون گاوس است."



$$\text{جریان خالص} = I_1 - I_2 + I_3$$

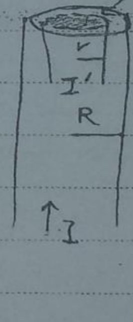
سیم طویل با مقطع دایره‌ای به شعاع R، از آن جریان I می‌گذرد. میدان مغناطیسی را در خارج و داخل آن به دست آورید. که اگر چگالی جریان را یکنواخت در نظر بگیرید.

روش حل: ۱) انتخاب خط بسته‌ی مناسب آمپر در این سؤال (سیم دایره‌ای)

۲) تعیین جریان داخل خط بسته.

مسیر بسته‌ی آمپر

داخل سیم: $r < R$



$$\frac{I}{\pi R^2} = \frac{I'}{\pi r^2} \rightarrow \boxed{I' = \frac{I r^2}{R^2}}$$

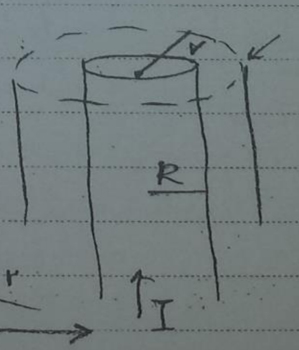
سطح مقطع

۳) کاربرد قانون آمپر

$$\oint B\cdot dL = \mu_0 I'$$

$$B_1\,2\pi r = \mu_0 \frac{I r^2}{R^2} \rightarrow \boxed{B_1 = \frac{\mu_0 I r}{2\pi R^2}}$$

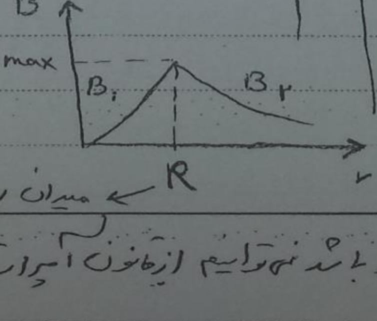
مسیر بسته‌ی آمپر



$$\oint B\cdot dL = \mu_0 I$$

$$B_2\,2\pi r = \mu_0 I$$

$$\boxed{B_2 = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}}$$



میدان روی سطح استوانه max است. ←

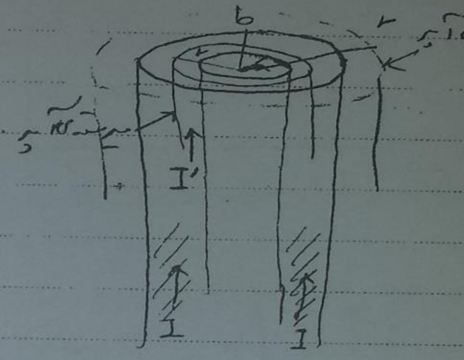
نکته: ★ توجه داشته باشیم اگر طول سیم محدود باشد نمی‌توانیم از قانون آمپر استفاده کنیم و باید از قانون بیووساوار استفاده ک

Subject :
Year . Month . Date .

لوله‌ای استوانه‌ای به شعاع داخلی a و خارجی b، جریان یکنواخت I از آن عبور می‌کند. میدان مغناطیسی را در فواصل شعاعی $r<a$ ، $a<r<b$ و $r>b$ به دست آورید.

$r<a \rightarrow I=0 \rightarrow \boxed{B_1=0}$

$a<r<b: \quad \dfrac{I}{\pi(b^2-a^2)}=\dfrac{I'}{\pi(r^2-a^2)}$ ← سطح مقطع



$\rightarrow I'=\dfrac{I(r^2-a^2)}{b^2-a^2}$

$\oint B \cdot dL=\mu_0 I'$

$B_2 2\pi r=\mu_0 \dfrac{I(r^2-a^2)}{b^2-a^2}$

$$\boxed{B_2=\frac{\mu_0 I(r^2-a^2)}{2\pi r(b^2-a^2)}}$$

$\oint B_3 \cdot dL=\mu_0 I$

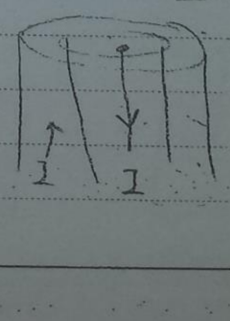
$B_3 2\pi r=\mu_0 I \rightarrow \boxed{B_3=\dfrac{\mu_0 I}{2\pi r}}$

در مسئله‌ی قبل اگر سیم طولی از مرکز استوانه به موازات استوانه قرار داشته باشد و جریان I در جهت عکس جریان استوانه از آن عبور کند در این صورت میدان مغناطیسی را در فواصل شعاعی $r>b$ و $a<r<b$ به دست آورید.

$r>b \rightarrow B=0$ چون برآیند $= I-I=0$

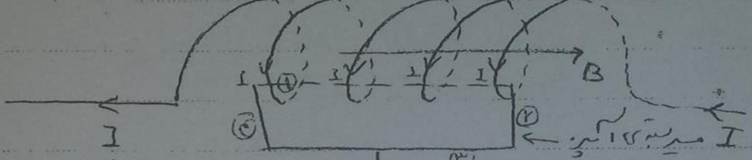
$a<r<b \rightarrow I''=I-I'$

(I' مثل مسئله‌ی قبل است) خودتان حل کنید.

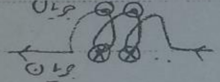


PAPCO

میدان سیملوله‌ای طویل که در واحد طول آن n سیم وجود دارد. در داخل و خارج آن محاسبه کنید.



نکته: میدان در خارج سیملوله‌ی طویل تقریباً صفر است چون میدان دو لایه‌ی سیم مقابل هم اثر یکدیگر را تقریباً خنثی می‌کنند.



B ← میدان ناشی از لایه‌ی بالایی

میدان ناشی از لایه‌ی پایینی B →

توضیح: یک مسیر بسته‌ی آمپر به شکل مستطیل به طول h طوری در نظر می‌گیریم که یک ضلع مستطیل داخل سیملوله و ضلع دیگر خارج سیملوله باشد. و قانون آمپر را در مورد آن بکار می‌بریم.

$N = nh$ تعداد دور سیم در طول h

(n: تعداد دور در واحد طول)

$\oint B\cdot dL = \mu_0 NI^*$ *جریان خالص کل $= NI$

زاویه‌ی ۹۰ و $\cos 90 = 0$

$$\int_{\text{مسیر }1} B\cdot dL + \int_{\text{مسیر }2} B\cdot dL + \int_{\text{مسیر }3} B\cdot dL + \int_{\text{مسیر }4} B\cdot dL = \mu_0 nhI$$

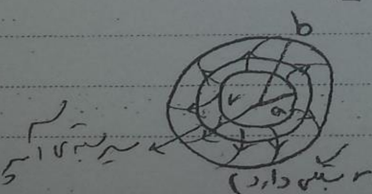
میدان خارج سیملوله

$$Bh\cos 0 + 0 + 0 + 0 = \mu_0 nIh \rightarrow \boxed{B = \mu_0 nI}$$

میدان داخل سیملوله (ثابت چون به r بستگی ندارد)

میدان مغناطیسی چنبره‌ای به شعاع داخلی a و خارجی b با N دور سیم که از آن جریان I می‌گذرد در داخل آن بدست آورید.

سیملوله‌ای که دو سر آن را به هم وصل کرده‌ایم.



$\oint B\cdot dL = \mu_0 NI$

$$B\,2\pi r = \mu_0 NI \rightarrow \boxed{B = \frac{\mu_0 NI}{2\pi r}}$$

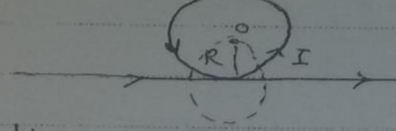
میدان داخل چنبره (متغیر چون به r بستگی دارد)

Subject :
Year . Month . Date .

سیم طویل حامل جریان I ، بخشی از این سیم را به شکل حلقه ای دایره ای به شعاع R شکل می دهیم .

الف) اگر حلقه و سیم در یک صفحه باشند میدان مغناطیسی را در مرکز حلقه به دست آورید .

ب) اگر حلقه را ۹۰° بچرخانیم ، میدان در مرکز حلقه را به دست آورید .



سیم طویل $\oint B.dL = \mu_0 I$

$B_1 2\pi R = \mu_0 I$

میدان سیم طویل $B_1 = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}$

بیو ساوار

حلقه $B_2 = \int dB = \int \frac{\mu_0 I dL \sin 90}{4\pi R^2} = \frac{\mu_0 I}{4\pi R^2} 2\pi R = \frac{\mu_0 I}{2R}$

هر دو برون سو

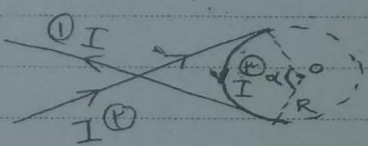
کل $B = B_1 + B_2 = \frac{\mu_0 I}{2R}\left(1 + \frac{1}{\pi}\right)$ (الف

با چرخش ۹۰ درجه ای B_1 و B_2 بر هم عمود می‌شوند

$B = \sqrt{B_1^2 + B_2^2}$ ب)

مداری مطابق شکل که از یک کمان به شعاع R و دو رشته سیم که از یک طرف محدود و از طرف دیگر نامحدود می باشند طویل نیمه ، نصف سیم طویل است .
در نظر بگیرید و از آن جریان I می گذرد . زاویه ی کمان (α) چقدر باشد تا میدان در نقطه ی O صفر شود ؟

$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}$: * میدانیم که میدان سیم طویل برابر است با



با توجه به اینکه دو رشته سیم از یک طرف محدود و از طرف دیگر نامحدود هستند
بنابراین میدان هر کدام از آن ها برابر نصف میدان سیم طویل می باشد

$B_1 = B_2 = \frac{\mu_0 I}{4\pi R}$

درون سو $B_{1,2} = B_1 + B_2 = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}$

کمان برون سو $B_3 = \int dB = \int \frac{\mu_0 I dL \sin 90}{4\pi R^2} = \frac{\mu_0 I}{4\pi R^2} R\alpha = \frac{\mu_0 I \alpha}{4\pi R}$

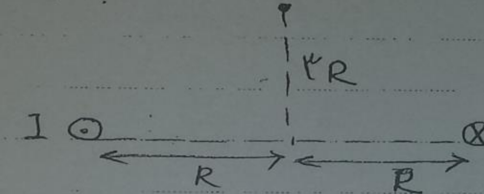
PAPCO

شرط صفر شدن $B_{1,2} = B_3 \rightarrow \boxed{\alpha = 2\ rad}$

Subject:
Year. Month. Date.

دو عدد سیم طویل که از آن ها جریان های مساوی و مخالف میگذرد و فاصله ی دو سیم از یکدیگر ۲R است .

میدان مغناطیسی برایند را به فاصله ی ۳R روی خط عمود منصف در شکل مقابل به دست آورید .



ابتدا میدان یک سیم طویل را با قانون آمپر به دست می آوریم.

$$\oint B \cdot dl = \mu_0 I$$

$$B\,2\pi r = \mu_0 I$$

$$B_1 \text{ سیم طویل} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

$$B_2 = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

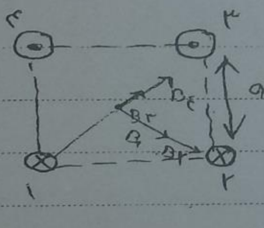
$$B_{\text{افقی}} = 0$$

$$B_{\text{قائم}} = 2B_1\cos\alpha = 2\,\frac{\mu_0 I}{2\pi r}\times\frac{R}{r} = \frac{\mu_0 I R}{2\pi(R^2+9R^2)} = \frac{\mu_0 I}{20\pi R}$$

۴ رشته سیم طویل که از آن ها جریان های مساوی و مخالف مطابق شکل میگذرد و مقطع آن ها مربع به ابعاد a تشکیل میدهد. میدان مغناطیسی را در مرکز مربع به دست آورید. با سؤال ۷۳ فرق دارد

متقارن مربع

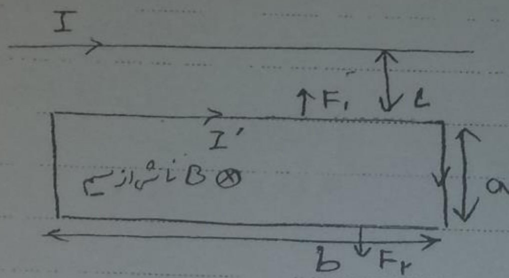
حل سؤال بالا .



Subject:
Year. Month. Date.

سیم طویل حامل جریان I و قاب مستطیل شکلی به ابعاد a و b و جریان I' مطابق شکل می‌دارد.

نیروی مغناطیسی برآیند که از طرف سیم به قاب وارد می‌شود، به دست آورید.



$$\oint B \cdot dL = \mu_0 I$$

$$B \, 2\pi r = \mu_0 I$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$ میدان سیم طویل

$$F_1 = I' b \times B_1 = I' b \times \frac{\mu_0 I}{2\pi L}$$

$$F_1 = \frac{\mu_0 I I' b}{2\pi L}$$

$$F_2 = I' b \times B_2 = I' b \times \frac{\mu_0 I}{2\pi (L+a)} = \frac{\mu_0 I I' b}{2\pi (L+a)}$$

$F_{برآیند} = F_1 - F_2 = \boxed{}$

نیروی وارد بر یک عرض مستطیل را به دست آورید.

که [illegible] باید انتگرال بگیری.

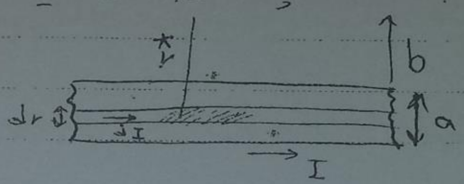
PCO

تسمه‌ای طویل به عرض a و از آن جریان I (یکنواخت) میدان مغناطیسی را به فاصله‌ی b از لبه‌ی بالایی تسمه

در نقطه‌ی تسمه به دست آورید. * تسمه را به صورت المان‌هایی به عرض dr که از آن جریان dI می‌گذرد

در نظر می‌گیریم با توجه به قانون آمپر می‌دانیم که میدان سیم طویل برابر است با: $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$

$$\rightarrow dB = \frac{\mu_0 dI}{2\pi r^*} \quad (1)$$



$$\frac{I}{a} = \frac{dI}{dr}$$

$$dI = \frac{I\,dr}{a} \quad (2)$$

رابطه‌ی ۲ در ۱:

$$dB = \mu_0 \frac{I\,dr}{2\pi a r}$$

$$B = \int dB = \frac{\mu_0 I}{2\pi a} \int_b^{b+a} \frac{dr}{r} = \frac{\mu_0 I}{2\pi a} \ln \frac{b+a}{b}$$

قانون فارادی:

۱- شار میدان ثابت و متغیر به زمان

$$\varphi = \vec{B} \cdot \vec{A} = BA\cos\theta$$

وبر — تسلا — متر مربع

۲- شار میدان متغیر به مکان

$$\varphi = \int B \cdot dA$$

المان سطح

تعریف قانون القای فارادی:

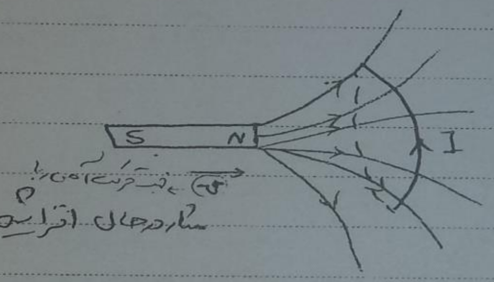
هرگاه شار مغناطیسی که از یک حلقه عبور می‌کند نسبت به زمان تغییر کند در این صورت در آن حلقه یک نیرو

محرکه‌ی القایی ایجاد می‌شود که از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید: نیروی محرکه‌ی القایی (ولت)

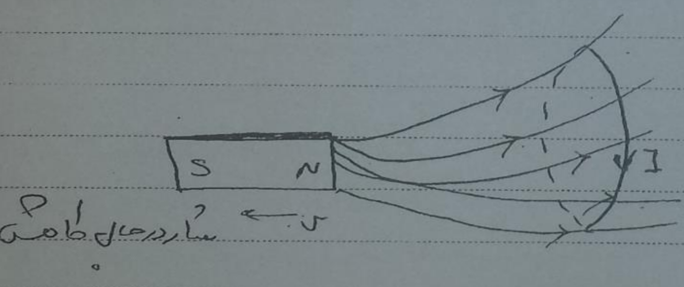
$$|\varepsilon| = N \frac{d\varphi}{dt} \quad \text{یا} \quad \varepsilon = -N \frac{d\varphi}{dt}$$

تعداد حلقه

قانون لنز (Lense): این قانون از اصل بقای انرژی گرفته شده است و برای تعیین جهت نیروی محرکه القایی و جریان القایی به کار برده میشود. قانون لنز بیان می‌کند که جهت جریان القایی طوری است که با تغییرات شار مغناطیسی مخالفت می‌کند یعنی اگر شار مغناطیسی در حال افزایش باشد (مطابق شکل الف). در این صورت جهت جریان القایی طوری است که میدانی ایجاد کند در جهت عکس میدان عقربه‌ای و اگر مطابق شکل ب که شار در حال کاهش است جهت جریان القایی طوری است که میدانی ایجاد کند در جهت ~~عکس~~ میدان عقربه‌ای



الف) جریان القایی باید میدانی خلاف جهت میدان آهن ربا ایجاد کند پس جریان به سمت بالا است.



ب) جریان القایی باید میدانی هم جهت میدان آهن ربا ایجاد کند پس جریان به سمت پایین است.

قاب مستطیل شکلی به عرض L و مقاومت الکتریکی R در یک میدان ثابت B مطابق شکل طوری قرار دارد

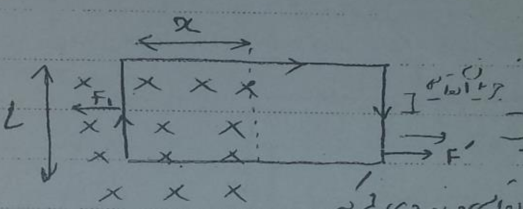
شرط: $\Sigma F = 0$ و شتاب صفر

که میدان عمود بر صفحه ی قاب می باشد. قاب توسط عامل خارجی با سرعت ثابت به سمت راست

حرکت می کند. الف) بزرگی و جهت جریان القایی؟ ب) نیروی مغناطیسی وارد بر قاب چقدر است؟

ج) نیرویی که عامل خارجی به قاب وارد می کند؟ د) با محاسبه ی توان الکتریکی و مکانیکی اصل پایستگی

انرژی را بررسی نمایید.



★ هر یک جهت از جریان القایی و نیروی محرکه شد اول باید شار را حساب کنیم.

$$\varphi = BA\cos\theta \rightarrow \theta = 0$$
$$\varphi = BLx$$
$$|\varepsilon| = \frac{d\varphi}{dt} = BL\frac{dx}{dt} = BLv$$

الف) هر چه قدر قاب به سمت راست می رود، x کم می شود پس شار هم کم می شود.

$$I = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{BLv}{R}$$

جهت I ساعتگرد است.

طبق اثر دو ضلع بالا و پایین هم را خنثی می کنند. ★ ضلع سمت راست میدان را در بر نمی گیرد نیرو ندارد

ب) $F_1 = IL \times B = \frac{B^2L^2v}{R}$ نیروی وارد بر ضلع سمت چپ.

ج) با توجه به فرض مسئله که قاب با سرعت ثابت حرکت می کند لازم است برآیند نیروها صفر باشد پس لازم است عامل خارجی نیرویی برابر F_1 در خلاف جهت آن به قاب وارد کند (F')

نیروی عامل خارجی $|F'| = |F_1| = \frac{B^2L^2v}{R}$

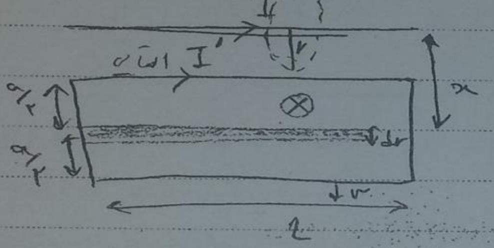
د) توان الکتریکی $P = RI^2 = R\left(\frac{BLv}{R}\right)^2 = \frac{(BLv)^2}{R}$

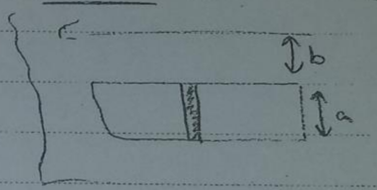
$P'_{\text{توان مغناطیسی}} = F' \cdot v = \frac{(BLv)^2}{R}$

ملاحظه شد که توان الکتریکی و توان مغناطیسی با هم برابرند پس اصل بقای انرژی برقرار است ✓

سیم طویل حامل جریان I و قاب مستطیل شکل ~~[illegible]~~ به ابعاد L و A . فاصله سیم تا مرکز قاب x میباشد. الف) شار مغناطیسی که از قاب میگذرد به دست آورید. ب) اگر قاب با سرعت ثابت v از سیم دور شود نیروی محرکه القایی و جریان القایی و جهت آن را در قاب به دست آورید:

(نه نیرو)





$\int_b^{a+b}$

$\oint B \cdot dL = \mu_0 I = B\,2\pi r = \mu_0 I \rightarrow B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$

میدان سیم طویل متغیر با مکان

$\varphi = \int B \cdot dA = \int_{x-a/2}^{x+a/2} \frac{\mu_0 I}{2\pi r} L\,dr = \frac{\mu_0 I L}{2\pi} \ln \frac{x+a/2}{x-a/2}$

$\boxed{(\ln u)' = \frac{u'}{u}}$

$|\varepsilon| = N \frac{d\varphi}{dt} = \frac{d\varphi}{dx} \overbrace{\frac{dx}{dt}}^{v} = \frac{\mu_0 I L v}{2\pi} \times \frac{(x-a/2 - x - a/2)/(x-a/2)^2}{\frac{x+a/2}{x-a/2}}$

x متغیر   a ثابت

$\varepsilon = -\mu_0 \frac{ILva}{x^2 - \frac{a^2}{4}}$ ساعتگرد

مداری شامل یک باتری ۲ ولتی و یک مقاومت ۲Ω مطابق شکل از یک نیم حلقه تشکیل شده است.

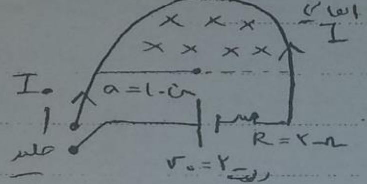
میدان متغیر با زمان

شعاع نیم حلقه 10cm و در ناحیه‌ی نیم حلقه میدان مغناطیسی از رابطه‌ی $B=t^2+5$ (در SI)

پیروی می‌کند. در لحظه‌ی $t=10s$ پس از وصل کلید الف) جریان القایی (اندازه و جهت) ؟

ساعتگرد

ب) جریان کل مدار ؟ $\varphi = BA$



$\star\ \varphi = (t^2+5)\left(\frac{\pi a^2}{2}\right)$

$|\varepsilon| = N\frac{d\varphi}{dt} = (2t)\left(\frac{\pi a^2}{2}\right)\Big|_{t=10s} = 0.3$ ولت

$I = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{0.3}{2} = 0.15$ آمپر جریان القایی پادساعتگرد.

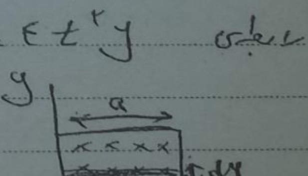
★ ساعتگرد است زیرا زیاد میشه با توجه به فرمولش.

چون I و I_0 خلاف جهت هم‌اند: $I_T = I_0 - I = 1 - 0.15 = 0.85$ آمپر

قاب مستطیل شکلی به ابعاد $a=2cm$ مطابق شکل در نظر بگیرید میدان مغناطیسی عمود بر صفحه‌ی قاب و از

رابطه‌ی $B=4t^2y$ پیروی می‌کند. نیروی محرکه‌ی القایی را در لحظه‌ی $t=2s$ به دست آورید.

چون تابعی از y است، المان را افقی می‌گیریم. اگر تابعی از x بود المان را عمودی می‌گرفتیم.



$\varphi = \int B\cdot dA$

$\varphi = \int 4t^2 y\, a\, dy = 2t^2 a y^2 \Big|_0^a = 2t^2 a^3$

$|\varepsilon| = N\frac{d\varphi}{dt} = 4ta^3 \xrightarrow{t=2s} \varepsilon = 4\times 2\,(2\times 10^{-2})^3 = 0.0064$ ولت

دو ریل موازی رسانا سطح شیب داری را تشکیل میدهند. پایین این دو ریل به وسیله‌ی سیمی به هم متصل است

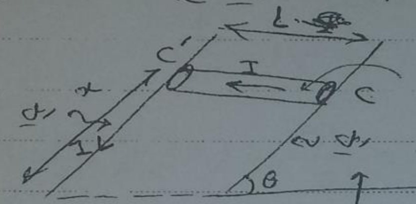
میله‌ای به جرم m و طول L و مقاومت R روی این دو ریل بدون اصطکاک به طرف پایین می‌لغزد. میدان

مغناطیسی ثابت B عمود بر سطح افق به طرف بالا می‌باشد. الف) اندازه و جهت جریان القایی در میله ؟

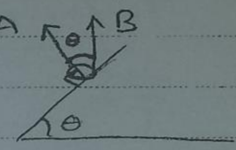
ب) نیروی مغناطیسی وارد بر میله را (اندازه و جهت) به دست آورید. ج) سرعت حد میله ؟

شکل های قبلی θ صفر بود ولی اینجا نیست.

A ← عمود بر سطح است. میله



دو بعدی

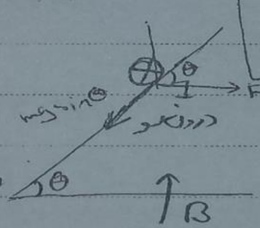


$\varphi = B \cdot A = BA\cos\theta = BLx\cos\theta$

$|\varepsilon| = N\dfrac{d\varphi}{dt} = (BL\cos\theta)\dfrac{dx}{dt} = BLv\cos\theta$

جریان القایی $I = \dfrac{\varepsilon}{R} = \dfrac{BLv}{R}\cos\theta$

$\boxed{\text{جهت } I \text{ از } c \text{ به } c'}$



میله سرعت پایین را همیشه یکسان کم میکنه.

ب) نیروی مغناطیسی $F = ILxB = \dfrac{B^2L^2v}{R}\cos\theta$

افقی به سمت راست.

د) سرعت حد (یعنی سرعت ثابت). شرط سرعت ثابت آن است که نیروی برایند صفر شود.

$\Sigma F = 0 \rightarrow mg\sin\theta - F\cos\theta = 0$

$mg\sin\theta - \dfrac{B^2L^2v\cos^2\theta}{R} = 0$

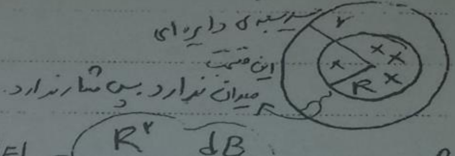
$v = \dfrac{mgR\sin\theta}{(BL\cos\theta)^2}$

درون فضای استوانه ای به شعاع R، میدان مغناطیسی نسبت به زمان در حال افزایش است. مطلوب است میدان الکتریکی القایی در خارج و در داخل این فضا؟

خارج $r>R$

$$\oint E\cdot dL = -N\frac{d\varphi}{dt}$$

$$\oint E_1\cdot dL = -\frac{d}{dt}(B\pi R^2)$$

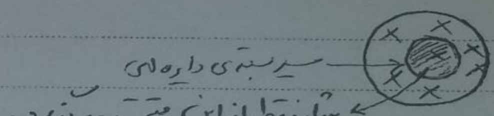


$$E_1 2\pi r = -\pi R^2\frac{dB}{dt} \qquad |E_1| = \frac{R^2}{2r}\frac{dB}{dt}$$

میدان در خارج متناسب با $\frac{1}{r}$

داخل $r<R$

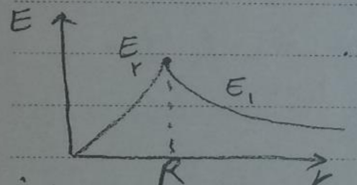
$$\oint E\cdot dL = -N\frac{d\varphi}{dt}$$



$$\oint E_2\cdot dL = -\frac{d}{dt}(B\pi R^2)$$

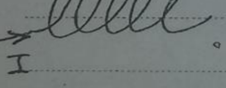
$$E_2 2\pi r = -\pi r^2\frac{dB}{dt} \qquad |E_2| = \frac{r}{2}\frac{dB}{dt}$$

میدان در داخل متناسب با r



برای رسم نمودار E_1، E_2 در واقع نمودار را رسم شود.

القاییدگی: شار مغناطیسی که از پیچه n دوری حامل جریان می گذرد متناسب است با جریانی که از آن می گذرد. ضریب تناسب آن را ثابت القاییدگی می نامیم.



$$\underbrace{N}_{\text{تعداد حلقه}}\ \underbrace{\varphi}_{\text{شار}} = \underbrace{L}_{\text{ثابت القاییدگی}} I$$

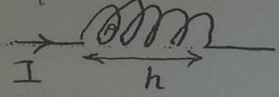
ثابت القاییدگی به شکل هندسی القاگر بستگی دارد. و واحد آن در SI، هانری است. و مفهوم آن مقاومتی است در مقابل تغییرات جریان هرچه قدر L بزرگتر باشد جریان کمتر می تواند تغییر کند.

- اگر میدان را از قانون آمپر بدست بیاوریم باید از انتگرال ببریم : [illegible] $= \int B \cdot dl$

Subject :
Year . Month . Date .

ثابت القایی سیم لوله ای به طول h که در واحد طول آن n دور سیم وجود دارد حساب کنید.

تعداد حلقه در واحد طول



$$\text{تعداد حلقه در طول } h \rightarrow N = n h$$

می‌دانیم که میدان در داخل سیملوله برابر است با : $B = \mu_0 n I$ ← فقط باشید*

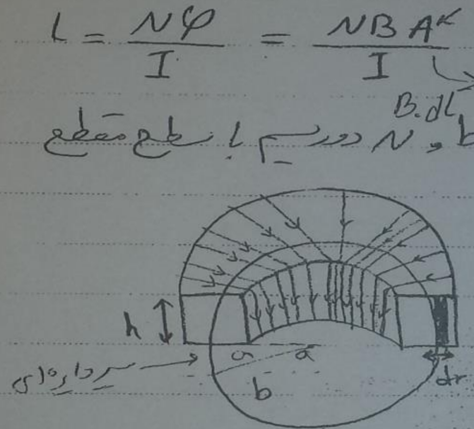
سطح

$$L = \frac{N\varphi}{I} = \frac{NBA}{I} = \frac{nh\,\mu_0 n I A}{I} = \mu_0 n^2 h A$$

$B.dl$ ← چون نسبت به زمان است ننوشته

ثابت القایی یک چنبره ای به شعاع داخلی a و خارجی b و N دور سیم با سطح مقطع مستطیلی به ارتفاع h را به دست آورید.

برش از نیمی چنبره :



قانون آمپر

$$\oint B \cdot dL = \mu_0 N I$$

$$B 2\pi r = \mu_0 N I$$

$$\boxed{B = \frac{\mu_0 N I}{2\pi r}}$$

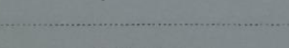
$a < r < b$

$$\varphi = \int B \cdot dA = \int_a^b \frac{\mu_0 N I}{2\pi r} h\, dr$$

$$= \frac{\mu_0 n I h}{2\pi} \ln \frac{b}{a}$$

$$\boxed{L = \frac{N\varphi}{I} = \frac{\mu_0 N^2 h}{2\pi} \ln \frac{b}{a}}$$

نیروی محرکه‌ی دو سر یک القاگر :



$$N\varphi = LI \qquad \frac{d}{dt}(N\varphi) = \frac{d}{dt}(LI)$$

$$\boxed{N\frac{d\varphi}{dt} = L\frac{dI}{dt}} \ (1) \qquad \boxed{\varepsilon = -N\frac{d\varphi}{dt}} \ (2)$$

PAPCO

نیروی محرکه‌ی القایی $\mathcal{E} = -L\dfrac{dI}{dt}$

مقایسه‌ی ① و ②:

یادآوری:

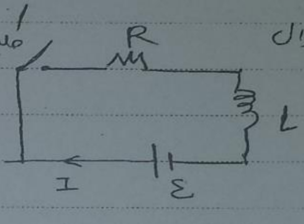
مدار R-L

$$V = RI$$
$$V = \frac{q}{C}$$
$$V = -L\frac{dI}{dt}$$

قضیه‌ی حلقه را در مورد مدار شکل مقابل به کار می‌بریم:

به عنوان سؤال می‌تواند باشد.

$$\varepsilon - IR - L\frac{dI}{dt} = 0$$



بر R تقسیم:

$$\frac{\varepsilon}{R} - I - \frac{L}{R}\frac{dI}{dt} = 0$$

$$I - \frac{\varepsilon}{R} = -\frac{L}{R}\frac{dI}{dt}$$

جداسازی متغیرها:

$$\int_0^I \frac{dI}{I-\frac{\varepsilon}{R}} = -\frac{R}{L}\int_0^t dt$$

$$\ln\frac{I-\varepsilon/R}{0-\varepsilon/R} = -\frac{R}{L}t$$

هرجا $\frac{L}{R}$ است بذار $\frac{R}{L}$

$$\frac{I-\varepsilon/R}{-\varepsilon/R} = e^{-Lt/R}$$

$$I = \varepsilon/R\,(1-e^{-Lt/R})$$

$$\frac{dI}{dt} = -\frac{\varepsilon}{L}\,e^{-Lt/R}$$

Subject:
Year. Month. Date.

ولتاژ دو سر القاگر: $|V_L| = L\frac{dI}{dt} = \varepsilon e^{-Lt/R}$

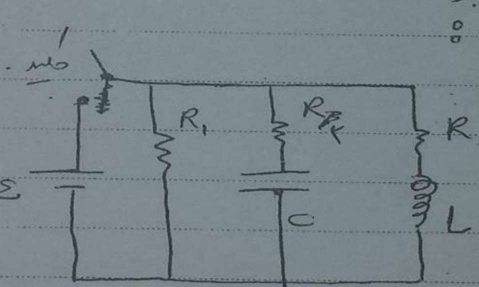
ثابت زمانی (ثانیه) $\frac{L}{R}$

t	لحظه ی وصل کلید	∞	مدت زیادی پس از وصل کلید
I	0	$\frac{\varepsilon}{R}$	

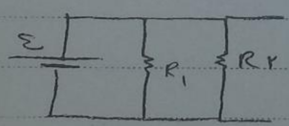
نکته:
در لحظه ی وصل کلید از شاخه ای که القاگر دارد جریان نمی گذرد (شاخه حذف می شود) و در $t=\infty$ القاگر نقش یک سیم عمل می کند.

مدار معادل را برای لحظه ی $t=0$ و $t=\infty$ رسم کنید.

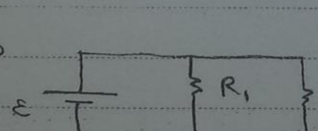
مدار R_C_L:



$t \to 0$

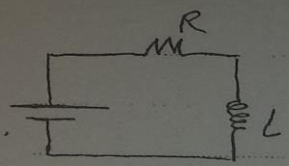


$t \to \infty$



R ← تنظیم جریان
L القاگر ← ذخیره ی انرژی مغناطیسی
C خازن ← ذخیره ی انرژی الکتریکی

Subject:
Year. Month. Date.



انرژی مغناطیسی : با استفاده از قاعده‌ی حلقه برای مدار مقابل داریم :

$$\mathcal{E} - RI - L\frac{dI}{dt} = 0$$

$$\mathcal{E} = RI + L\frac{dI}{dt}$$

طرفین در I ضرب میشوند :

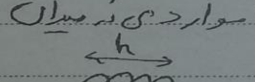
$$\underbrace{\mathcal{E}I}_{\text{انرژی که در واحد زمان از باتری گرفته میشود}} = \underbrace{RI^2}_{\text{انرژی که در واحد زمان در مقاومت به صورت گرما ظاهر میشود}} + \underbrace{LI\frac{dI}{dt}}_{\text{انرژی که در واحد زمان در القاگر به صورت میدان مغناطیسی ذخیره میشود}}$$

$$\frac{du}{dt} = LI\frac{dI}{dt} \qquad u = \int du = \int LI\,dI$$

$$\boxed{u = \frac{1}{2}LI^2}$$

چگالی انرژی مغناطیسی : مقدار انرژی در واحد حجم را چگالی انرژی مغناطیسی می‌نامیم در اینجا

چگالی انرژی مغناطیسی را برای یک سیملوله به دست می‌آوریم ولی در همه موارد که میدان



مغناطیسی وجود داشته باشد می‌توانیم از آن استفاده کنیم.

$$\text{چگالی انرژی مغناطیسی}\ u_B = \frac{\overset{\text{انرژی کل}}{u}}{\text{حجم}} = \frac{\frac{1}{2}LI^2}{\underset{\text{حجم سیملوله}}{Ah}} = \frac{\frac{1}{2}\mu_0 n^2 h A I^2}{Ah} = \frac{\mu_0 n^2 I^2}{2} \quad *$$

مثال اول ص ۸۸ ← $L = \mu_0 n^2 h A$

$B = \mu_0 n I$

Subject:
Year. Month. Date. ( )

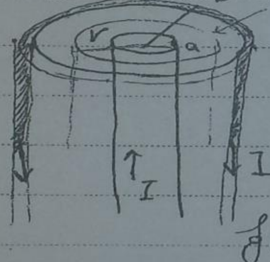
$$= \frac{(\mu_0 n I)^2}{2\mu_0} = \boxed{\frac{B^2}{2\mu_0}}$$

چگالی ثابت : $u = u_B$ (حجم)   انرژی

چگالی متغیر : $u = \int u_B \, dV$ → المان حجم   مغناطیسی

کابل هم محور (Coaxial ← هم محور) لایه‌ی داخلی به شعاع a، جهت بالا رفتن جریان و لایه‌ی خارجی به شعاع b، جهت برگشت جریان را ~~...~~ تأمین می‌کند. الف) انرژی چگالی مغناطیسی در داخل کابل؟ ب) انرژی مغناطیسی در طول h از این کابل چقدر است؟ ج) ثابت القاییدگی طول h این کابل چقدر است؟

فقط در این میدان داریم.



$$u_B = \frac{B^2}{2\mu_0}$$

$$a < r < b$$

الف)
$$\oint B \cdot dl = \mu_0 I$$
$$B \, 2\pi r = \mu_0 I \rightarrow B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

چگالی متغیر . چگالی $u_B = \frac{B^2}{2\mu_0} = \frac{\mu_0^2 I^2}{8\pi^2 r^2}$

ب)
$$u = \int u_B \, dr = \int_a^b \frac{\mu_0 I^2}{8\pi^2 r^2} 2\pi h r \, dr$$
$$= \boxed{\frac{\mu_0 I^2 h}{4\pi} \ln \frac{b}{a}} \quad 1$$

$$\boxed{U = \frac{1}{2} L I^2} \quad ②$$

ج)

مقایسه ① و ②:

$$\boxed{L = \frac{\mu_0 h}{2\pi} \ln \frac{b}{a}} \leftarrow \text{روش انرژی}$$

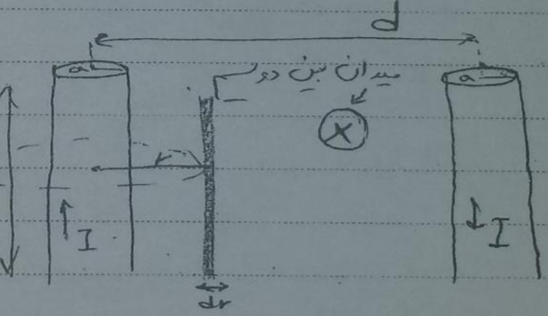
روش کاربری L: ۱- روش شار
۲- روش انرژی

دو رشته سیم طولی به شعاع مقطع a از آن‌ها جریان‌های مساوی و مخالف می‌گذرد. فاصله‌ی * [illegible]
مراکز سیم‌ها از یکدیگر d می‌باشد. با صرف نظر کردن از شار داخل سیم‌ها ثابت القایی
طول h از این زوج سیم را به دست آورید.

$$\oint B \cdot dl = \mu_0 I$$

$$B \, 2\pi r = \mu_0 I$$

میدان سیم ۱ $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$



شار ۱ $\varphi_1 = \int B \cdot dA = \int_a^{d-a} \frac{\mu_0 I}{2\pi r} h \, dr = \frac{\mu_0 I h}{2\pi} \ln \frac{d-a}{a}$

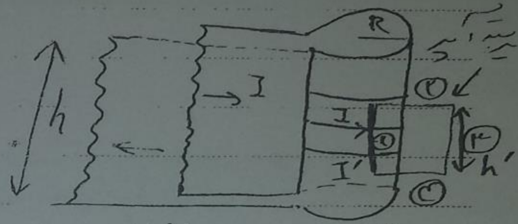
شار کل $\varphi = 2\varphi_1 = \frac{\mu_0 I h}{\pi} \ln \frac{d-a}{a}$

$$\boxed{L = \frac{N\varphi}{I} = \frac{\mu_0 h}{\pi} \ln \frac{d-a}{a}}$$

Subject:
Year. Month. Date. R به

صفحه‌ای به عرض h، بخشی از این صفحه را به شکل یک استوانه شکل میدهیم مطابق شکل از آن

جریان I می‌گذرد. الف) ~~ضریب خودالقایی~~ ثابت القایی این لوله‌ی تک دور را به دست بیاورید.



$$\frac{I}{h}=\frac{I'}{h'} \longrightarrow I'=I\,\frac{h'}{h}$$

$$\oint B\cdot dl=\mu_0 I'$$

$$Bh'+0+0+0=\mu_0 I\,\frac{h'}{h}$$

$$B_{\text{میدان داخل استوانه}}=\frac{\mu_0 I}{h}$$

$$L=\frac{N\varphi}{I}=B\,\frac{\pi R^2}{I}$$

$$L=\frac{\mu_0\pi R^2}{h}$$

سیم طویل حامل جریان I و دو ریل موازی و رسانا در یک سمت این ریل‌ها به وسیله‌ی سیمی به هم

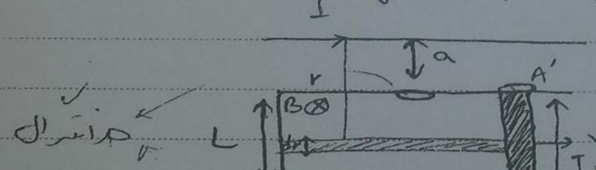
متصل شده است. مطابق شکل در نظر بگیرید. میله‌ای به طول L با سرعت ثابت v روی

این دو ریل می‌لغزد. نیروی محرکه‌ی القایی دو سر میله را به دست آورید.

$$\oint B\cdot dl=\mu_0 I \rightarrow B\,2\pi r=\mu_0 I \longrightarrow B=\frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$ میدان سیم طویل

$$\varphi=\int B\cdot dA=\int_a^{a+L}\frac{\mu_0 I}{2\pi r}\,x\,dr=\frac{\mu_0 I x}{2\pi}\ln\frac{a+L}{a}$$

به سوی داخل صفحه ←



ب)

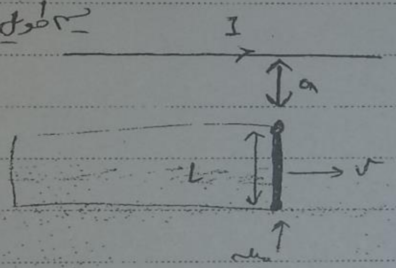
$$|\varepsilon|=N\frac{d\varphi}{dt}=\frac{\mu_0 I}{2\pi}\ln\left(\frac{a+L}{a}\right)\left(\frac{dx}{dt}\right)$$

شد دارد ز بار دیگر.

Subject :
Year . Month . Date . ( )

سیم طویل حامل جریان I مطابق شکل در نظر بگیرید، میله‌ای به طول L با سرعت ثابت v در حرکت است به طوری که انتهای بالای میله از سیم به اندازه‌ی a فاصله دارد. نیروی محرکه‌ی دو سر میله را به دست آورید.

شکل سوال متن حل میشه؟



میله که جریان نداره

فقط اشاره داره