Statistical Physics-3

درس سوم: قانون دوم ترمودینامیک.

Note Title 20/02/2009

☐ تبدیل کار به گرما با بازدهی صد در صد: ۱- مالش دو قطعه سنگ در زیر آب ۲- عبور الکتریسیته از یک مقاومت و تولید گرما دادن

۳- هر نوع عمل اتلافی شبیه به عمل در بالا. ← اهمیت از نظر مهندسی / اهمیت از نظر علم.

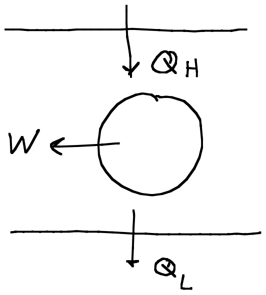
☐ آیا فرآیند معکوس یعنی تبدیل گرما به کار با بازدهی صد در صد امکان پذیر است؟ ← یک کاندیدای احتمالی: انبساط هم‌دمای گاز

چون T ثابت است ← ΔU = 0 ← Q = W ← در این فرآیند گرما به طور کامل تبدیل به کار می‌شود.

اشکال این روش: نمی‌توان آن را به یک چرخه انجام داد و به ترتیب کار را تکرار کرد. ←

We need a cycle or a series of cycles.

$$\eta = \frac{W}{Q_H} = \frac{Q_H - Q_L}{Q_H} \leftarrow$$ یک حد مشخص و عملی



موتورهای احتراق خارجی: ماده‌ای که در چرخه حرکت می‌کند، از بیرون گرم می‌شود، مثل توربین بخار.

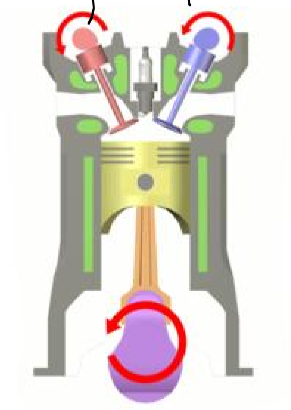
موتورهای احتراق خارجی: احتراق در درون ماده‌ی موتور صورت می‌گیرد. مثل موتور ماشین و اتومبیل.

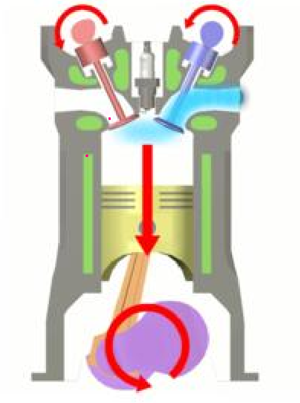
در توصیف مثال (ها)ی زیر از اثرات جنبی مثل اصطکاک، تلاطم، هدایت گرما از دیواره‌ها و نظایر آن که تحلیل دقیق و کیفی را دگرگون ساخته صرف نظر می‌کنیم.

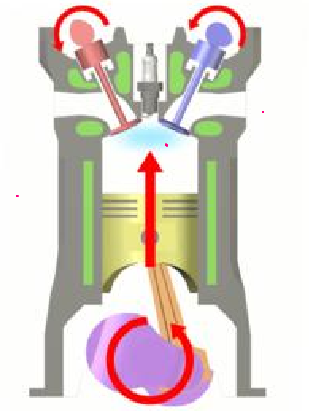
A) موتور گازولینی Otto cycle. (1876).

سوپاپ خروج دود

سوپاپ ورود بنزین هوا

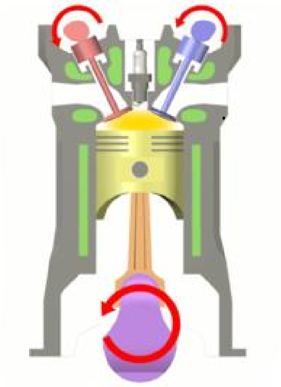


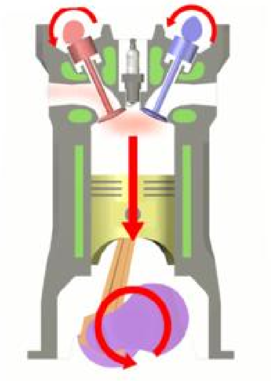


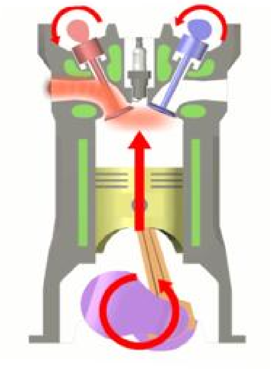


① Intake

② Compression.



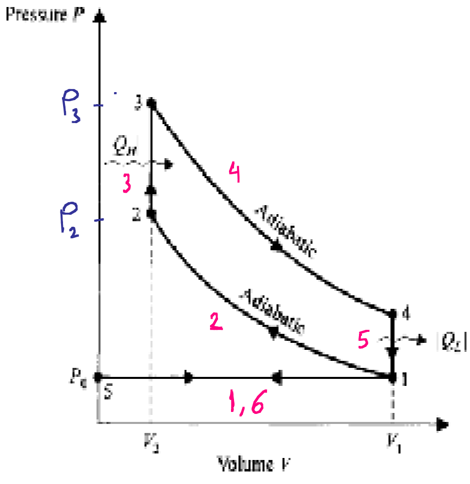




3) Combustion

4) power (انجام کار)

6) Exhaust.



1) intake ورود هوا و بنزین به داخل سیلندر

2) Compression تراکم (افزایش دما، فشار) به دلیل کاهش حجم بودن
به حرکت.

3) Combustion انفجار و افزایش به هم بیشتر فشار

4) power stroke (Doing work).

5) افت فشار و سرد شدن همزمان باز شدن
سوپاپ و خروج کمی از گاز

6) خارج کردن تمام گاز توسط پیستون

محاسبه بازده موتور گازولین.

① مسیر منحنی

② مسیر "

④ مسیر "

دلیل : $P_0 V_1 = nRT_1$

$$T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_2^{\gamma-1} \quad ①$$

$$T_3 V_2^{\gamma-1} = T_4 V_1^{\gamma-1} \quad ②$$

در مسیرها Q_H , Q_L را پیدا کنیم. ←

$$Q_H = \int_{T_2}^{T_3} C_v \, dT = C_v (T_3 - T_2).$$

$$Q_L = \int_{T_1}^{T_4} C_v \, dT = C_v (T_4 - T_1).$$

$$\rightarrow \eta = 1 - \frac{Q_L}{Q_H} = 1 - \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2}$$

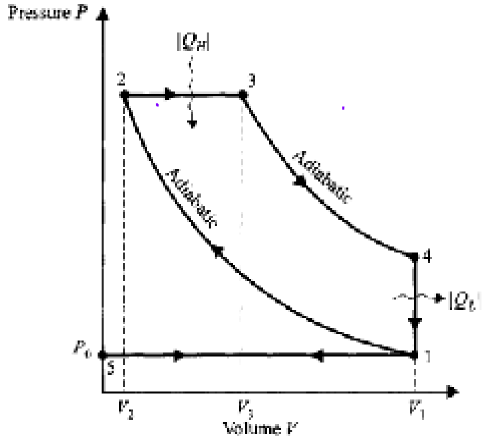
but ①,② $\rightarrow \dfrac{T_1}{T_4} = \dfrac{T_2}{T_3}$

$$\rightarrow \eta = 1 - \frac{T_1}{T_2} \rightarrow$$

در یک موتور گازولین با دمای $T_1 = 300$, $T_2 = 580$ ← $\eta = 48\%$.

B) موتور دیزلی

در موتور دیزلی در فاز ① تنها هوا (Intake) وارد سیلندر می‌شود و این هوا به طور بی‌دررو فشرده می‌شود تا جایی که دما آنقدر بالا رود که سوخت انفجار آماده شود. گازوئیل به تدریج با سرعتی در هوای فشرده وارد پاشیده می‌شود که در مرحله انبساط فشار ثابت باشد. بقیه مراحل مثل موتور گازولین است.



$$Q_H = \int_{T_2}^{T_3} C_p\, dT = C_p(T_3 - T_2).$$

محاسبه بازده برای سیکل دیزل.

$$Q_L = \int_{T_1}^{T_4} C_v\, dT = C_v(T_4 - T_1).$$

$$\rightarrow \eta = 1 - \frac{C_v}{C_p}\,\frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2}.$$

از بی دررویی :

$$\begin{cases} T_2 V_2^{\gamma-1} = T_1 V_1^{\gamma-1} \\ T_3 V_3^{\gamma-1} = T_4 V_1^{\gamma-1} \end{cases} \quad ①$$

$\leftarrow$ برای استفاده از این دو رابطه باید بین V_2, V_3

رابطه پیدا کنم. $\leftarrow$ چون فشار ثابت است $\leftarrow$

$$\frac{T_2}{V_2} = \frac{T_3}{V_3} \quad ②$$

$$①, ② \rightarrow \frac{T_2}{T_3}\left(\frac{V_2}{V_3}\right)^{\gamma-1} = \frac{T_1}{T_4} \longrightarrow \left(\frac{T_2}{T_3}\right)^{\gamma} = \frac{T_1}{T_4} =: \lambda^{-1}$$

$$\rightarrow \eta = 1 - \frac{1}{\gamma}\,\frac{\lambda T_1 - T_1}{(\lambda^{1/\gamma} - 1)\,T_2} \rightarrow \eta = 1 - \frac{1}{\gamma}\,\frac{(\lambda - 1)}{(\lambda^{1/\gamma} - 1)}\,\frac{T_1}{T_2}.$$

$$\rightarrow \lambda = \left(\frac{V_3}{V_2}\right)^{\gamma} \longrightarrow \lambda^{1/\gamma} = \frac{V_3}{V_2} =: r_E$$

$$\boxed{\eta = 1 - \frac{1}{\gamma}\,\frac{(r_E^{\gamma} - 1)}{(r_E - 1)}\,\frac{T_1}{T_2}.}$$

در مثال بالا از این استفاده کرده‌ایم که برای گاز ایده‌آل $\frac{C_p}{C_v}$ برابر با γ است. اکنون این موضوع را ثابت می‌کنیم. می‌دانیم که:

$$C_p = \left(\frac{\partial E}{\partial T}\right)_p + P\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p \quad \text{و}$$

$$C_v = \left(\frac{\partial E}{\partial T}\right)_v .$$

با استفاده از این دو رابطه می‌توانیم رابطه‌ی C_p ، C_v را پیدا کنیم. ←

$$C_p = \left(\frac{\partial E}{\partial T}\right)_V + \left(P + \left(\frac{\partial E}{\partial V}\right)_T\right)\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P$$

با توجه به این که برای گاز ایده‌آل $PV=nRT$ و $E = E(T)$ است ←

$$C_p = C_v + nR.$$

فرض کنید برای گاز ایده‌آل داشته باشیم: $E(T) = \alpha nRT$ که در آن α ضریبی است که با توجه به نوع گاز تعیین می‌شود. در این صورت خواهیم داشت:

$$C_v = \alpha nR, \quad C_p = (1+\alpha)nR$$

که از آن نتیجه می‌گیریم:

$$\frac{C_p}{C_v} = \frac{1+\alpha}{\alpha} =: \gamma .$$

C) ماشین بخار Steam Engine.

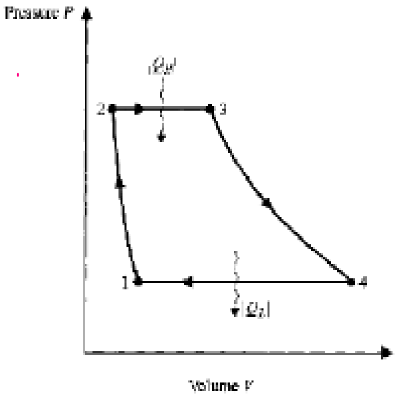
Thomas Newcomen 1712 اولین ماشین بخار

James Watt 1764 ترسیم ماشین بخار توسط جیمز وات

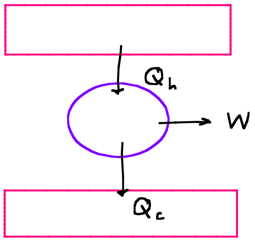
William Rankine 1859 اولین توصیف تئوری کامل از ماشین بخار

اولین کاربرد ماشین بخار . پمپاژ آب از معادن زغال سنگ در انگلستان

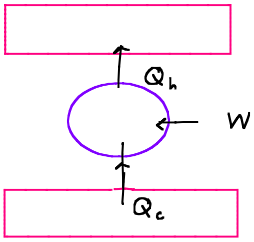
کاربردهای امروزی نیروگاه‌های برق، نیروگاه‌های اتمی، زیردریایی ...



قانون دوم ترمودینامیک، شکل کلی یک موتور ←



$$\eta = \frac{W}{Q_h} = \frac{Q_h - Q_c}{Q_h} = 1 - \frac{Q_c}{Q_h} .$$



$$\eta = \frac{Q_c}{W} = \frac{Q_c}{Q_h - Q_c} .$$

روح قانون ترمودینامیک: جهت طبیعی انتقال گرما از جسم گرم به جسم سرد است.

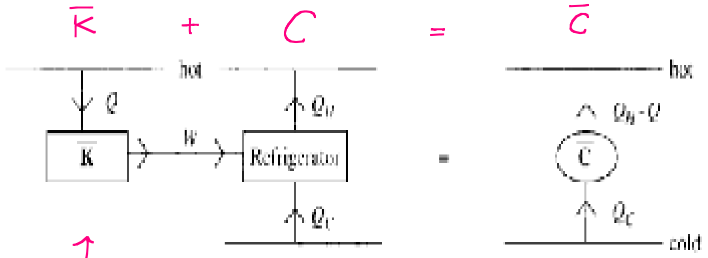
صورت‌بندی کلوین: هیچ چرخه‌ای وجود ندارد که تنها اثر آن گرفتن گرما از یک منبع گرم و تبدیل تمام آن به کار باشد.

صورت‌بندی کلازیوس: هیچ چرخه‌ای وجود ندارد که تنها اثر آن گرفتن گرما از یک منبع سرد و انتقال تمام آن به یک منبع گرم باشد.

در این جا نشان می‌دهیم که بیان‌های کلوین-پلانک و کلازیوس از قانون دوم ترمودینامیک هم معادل هستند. برای این کار بیان کلوین-پلانک را با K و بیان کلازیوس را با C نشان می‌دهیم، ثابت می‌کنیم که هرگاه K نقض شود C نیز نقض خواهد شد و بالعکس. یعنی نشان می‌دهیم که

$$\bar{C} \longrightarrow \bar{K} \ , \ \bar{K} \longrightarrow \bar{C}.$$

راحت‌ترین راه برای اثبات این روابط کمک گرفتن از شکل‌های زیر است که در زیر نشان داده شده است. هر شکل به خودی خود گویا است. مثلاً به شکل زیر فرض کرده‌ایم که یک چرخه وجود داشته باشد که K را نقض کند. هرگاه این چرخه را با یک چرخه مناسب از نوع C ترکیب کنیم، چرخه مرکبی به وجود می‌آید که C را نقض خواهد کرد.



این ماشین تمام گرمای Q را به کار W تبدیل می‌کند.

$W = Q.$

این یک یخچال معمولی است.

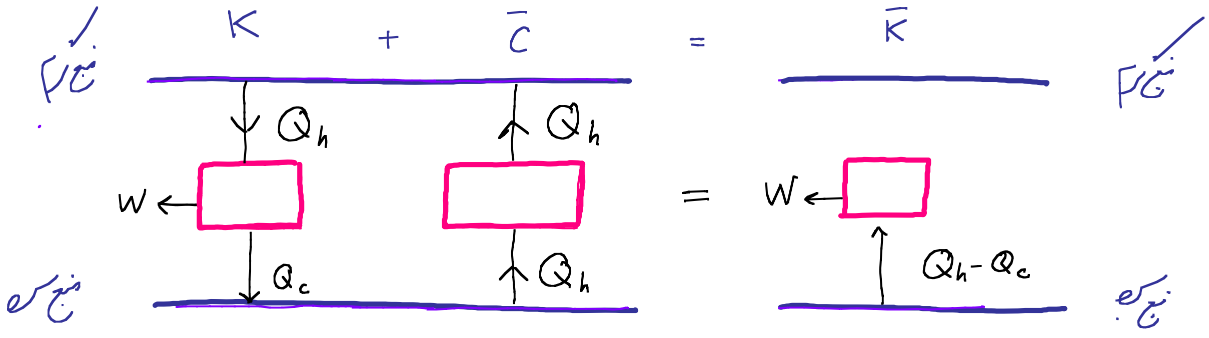
$W + Q_c = Q_H.$

$Q_H > Q.$

از ترکیب $\bar{K}$ و C یخچالی به دست آمده است که بدون انجام کار خارجی، انرژی Q_c را از منبع سرد به منبع گرم منتقل می‌کند.

بنابراین ثابت کرده‌ایم که $\bar{K} \longrightarrow \bar{C}$.

به طریق مشابهی می‌توان نشان داد که $\bar{C} \to \bar{K}$. برای این کار شکل زیر را در نظر بگیرید:



توضیحات مربوط به این شکل مانند شکل قبل است. دقت کنید هیچ‌کدام از ماشین‌های ۴ قانون اول ترمودینامیک یعنی بقای انرژی را نقض نمی‌کنند.

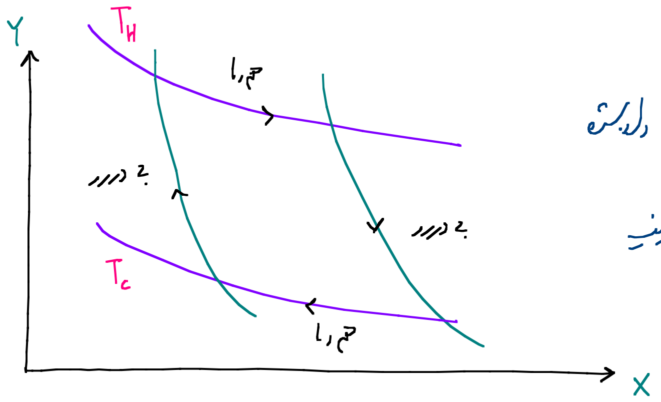
حال سوال مهم این است از بین تمام ماشین‌های دیگر بین دو منبع گرم که کار می‌کنند و باید در منبع گرما را بگیرند، کدام ماشین بازده بیشتری دارد.

پاسخ این سوال همان چیزی است که انتظار داریم، ماشینی است که هیچ گونه اتلافی نداشته باشد، به این معنا که فرآیندهای اتلافی نظیر اصطکاک، گرانروی (viscosity) و نظایر آن به صفر رسیده باشند. چنین ماشینی یک ماشین کارنو خوانده می‌شود.

بیان دیگری که این ماشین هیچ گونه اتلافی نداشته باشد، این است که فرآیندهای آن به صورت برگشت‌پذیر انجام شوند، زیرا می‌دانیم که فرآیندهای اتلافی برگشت‌ناپذیرند.

بنابراین، سوال فوق که پاسخ کاملاً طبیعی دارد، و آن این است که برای حداکثر بازدهی باید تمام فرآیندهای اتلافی را به صفر رسانده و چرخه‌ها را به صورت برگشت‌پذیر انجام دهیم. روشن است که ماشین کارنو فقط به صورت ایده‌آل وجود دارد.

اگر بخواهیم چرخه‌ی کارنو را به کمک دیاگرام به مختصات ترمودینامیکی X و Y نشان دهیم، واضح است که شکل چرخه‌ی آن به صورت زیر خواهد بود:



این که منحنی‌های چرخه‌ی کارنو می‌بایست به صورت نشان داده شده به شکل روبرو باشند کاملاً بدیهی است زیرا منبع بنابر تعریف دمایش تغییر نمی‌کند و بنابر تعریف، در جاهای دیگر بی‌درروها

مبادله نمی‌کنند. بنابراین به نظر می‌رسد که چرخه‌ی کارنو هیچ چیز جالب و هیچ ویژگی‌ای ندارد و بدیهی‌ترین پاسخ به سوال این است که در مورد ماشینی عمل کننده بین دو منبع وجود دارد. اما دو نکته‌ی خیلی مهم در اینجا وجود دارد. نخست آنکه با استدلالی مبتنی بر قانون دوم و نه فقط مبتنی بر احساس غریزی خود در مسابقه‌ای نشان می‌دهیم که واقعاً بازده ماشین کارنو از هر ماشین دیگری که بین آن دو منبع عمل می‌کند بیشتر است.

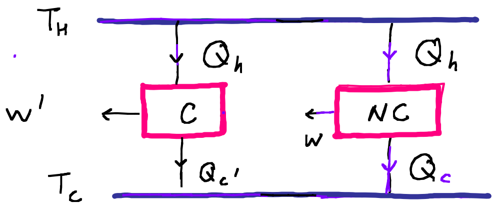
دوم آنکه نشان می‌دهیم بازده ماشین‌های کارنو هیچ بستگی به نوع ماشین‌ها و مواد به کار برده شده در آنها ندارد و فقط به دمای دو منبع بستگی دارد.

این دو نکته را در دو قضیه نشان می‌دهیم:

قضیه ۱) بازده ماشین‌های کارنو از بازده هر ماشین دیگری (نوع ساخت، ماده، چرخه ...) که بین آن دو منبع عمل می‌کند بیشتر است.

اثبات: ماشین کارنو را با C و ماشین غیرکارنو را با NC نشان می‌دهیم.

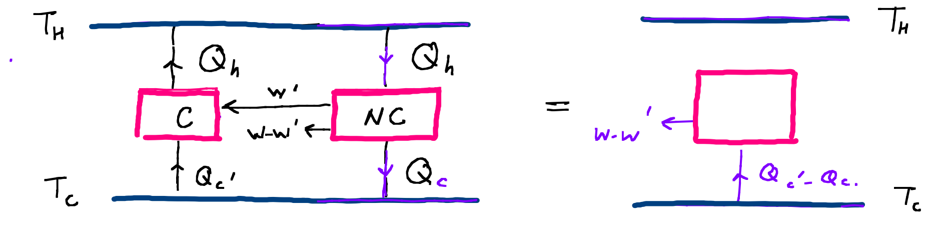
فرض کنید که $\eta_C < \eta_{NC}$ باشد:



$W' < W$

که معادل این است که $Q_c < Q_c'$.

حال ماشین C را به طور معکوس با ماشین NC ترکیب می‌کنیم.



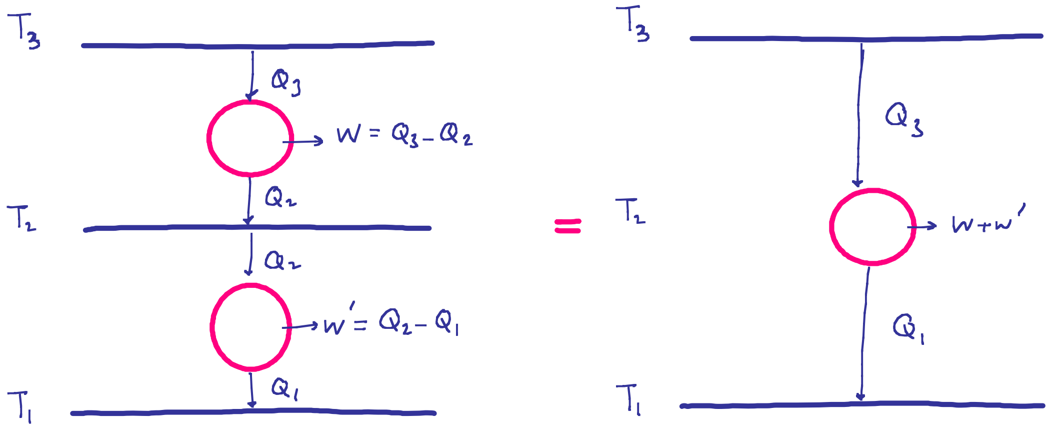
از کار W که ماشین NC تولید می‌کند، مقدار W' آن را برای راندن ماشین C در جهت معکوس استفاده می‌کنیم، و بقیه آن یعنی $W-W'$ را به بیرون می‌دهیم.

اما این ماشین قانون دوم ترمودینامیک را نقض می‌کند.

پس اگر $\eta_{NC} > \eta_C$ باشد، قانون دوم ترمودینامیک نقض می‌شود و این قضیه را ثابت می‌کند. با همین نوع استدلال می‌توان ثابت کرد که هیچ یخچالی نمی‌تواند بازدهی بیشتر از یخچال کارنو داشته باشد. به همین ترتیب می‌توان ثابت کرد که بازده تمام ماشین‌های کارنو که بین دو منبع کار می‌کنند یکسان است زیرا می‌توان ماشینی را که بازده کمتری دارد به طور معکوس با ماشین دیگر به کار برد که به نقض قانون دوم ترمودینامیک برسیم.

نکته خیلی مهم: اگر بازده ماشین کارنو به هیچ کدام از ثابت‌ها و دیگر خواص ماشین بستگی ندارد، پس به چه بستگی دارد؟ ← پاسخ: $\eta = \eta(T_H, T_C)$. این مسئله باعث می‌شود که ما بتوانیم یک مقیاس دما بسازیم که کاملاً مستقل از هر نوع ماده باشد. این مقیاس، مقیاس ترمودینامیکی دما خوانده می‌شود.

نخست خاصیتی را در مورد تابع $\eta(T_H, T_C)$ به دست می‌آوریم. برای این کار، شکل‌های زیر را در نظر بگیرید:



$$\eta(T_3, T_2) = \frac{Q_3 - Q_2}{Q_3}, \quad \eta(T_2, T_1) = \frac{Q_2 - Q_1}{Q_2}, \quad \eta(T_3, T_1) = \frac{Q_3 - Q_1}{Q_3}$$

$$\rightarrow \quad \frac{Q_2}{Q_3} = 1 - \eta(T_3, T_2), \quad \frac{Q_1}{Q_2} = 1 - \eta(T_2, T_1), \quad 1 - \eta(T_3, T_1) = \frac{Q_1}{Q_3}$$

$$\rightarrow \quad [1 - \eta(T_3, T_2)][1 - \eta(T_2, T_1)] = 1 - \eta(T_3, T_1)$$

$$\rightarrow \quad 1 - \eta(T_2, T_1) = \frac{f(T_1)}{f(T_2)} \longrightarrow \text{کلوین} \rightarrow = \frac{T_1}{T_2}$$

$$\rightarrow \quad \eta(T_2, T_1) = 1 - \frac{T_1}{T_2} = \frac{T_2 - T_1}{T_2}. \quad \rightarrow \quad \text{Since} \quad 1 - \eta(T_2, T_1) = \frac{Q_1}{Q_2} \Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \frac{Q_1}{Q_2}$$

در تمرین ۲ نشان خواهید داد که مقیاس دمای ترمودینامیکی با مقیاس دمای گاز کامل یکی است.

این رابطه دمای کلوین را برای منفی مجاز نمی‌داند.
