

فهرست

فصل اول : مجموعه ، الگو و دنباله

درس نامه	۲
تست	۱۱
آزمون یک از فصل اول	۱۶

فصل دوم : مثلثات

درس نامه	۱۹
تست	۲۵
آزمون دو از فصل دو	۲۹

فصل سوم : توان های گویا و عبارتهای جبری

درس نامه	۳۲
تست	۴۲
آزمون سه از فصل سوم	۴۷

فصل چهارم : معادله ها و نامعادله ها

درس نامه	۵۰
تست	۵۸
آزمون چهار از فصل چهار	۶۲

فصل پنجم : تابع

درس نامه	۶۵
تست	۶۹
آزمون پنج از فصل پنج	۷۳

فصل ششم : شمارش ، بدون شمردن

درس نامه	۷۶
تست	۷۹
آزمون شش از فصل ششم	۸۳

فصل هفتم : آمار و احتمال

درس نامه	۸۶
تست	۸۸
آزمون هفت از فصل هفتم	۹۴
آزمون هشت کل کتاب	۹۷
آزمون نه کل کتاب	۱۱۲
آزمون ده کل کتاب	۱۱۲



برای دانلود جزوه های بیشتر
به کانال مراجعه کنید



Math.sampad



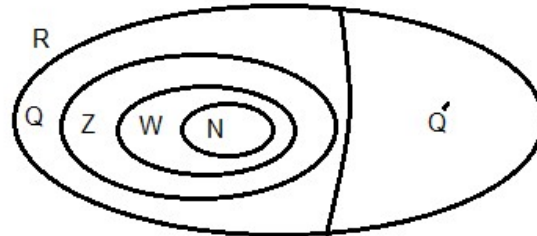
Math_sampad

فصل اول : مجموعه و الگو

مجموعه های N, W, Z, Q, R مجموعه های اصلی هستند.

نکته : مجموعه ی اعداد گویا و اعداد گنگ را مجموعه ی اعداد حقیقی می نامند. و با \mathbb{R} نشان می دهیم.

$$\begin{cases} N \subseteq W \subseteq Z \subseteq Q \subseteq R \\ \mathbb{Q} \subseteq R \end{cases}$$



نمودار ون

بازه (فاصله)

اگر a و b دو عدد حقیقی و $a < b$ باشد ، حالت های زیر را داریم :

نمایش هندسی	نمایش مجموعه ای	نمایش بازه
	$\{x a < x < b\}$	(a, b)
	$\{x a \leq x \leq b\}$	$[a, b]$
	$\{x a \leq x < b\}$	$[a, b)$
	$\{x a < x \leq b\}$	$(a, b]$
	$\{x x \leq a\}$	$(-\infty, a]$
	$\{x x > a\}$	$(a, +\infty)$
	\mathbb{R}	$(-\infty, +\infty)$

تست : در بازه ی $(-2, 3)$ چند عدد صحیح ، چند عدد حسابی و چند عدد طبیعی وجود دارد؟

(۱) ۵ و ۲ و ۳ (۲) ۳ و ۳ و ۲ (۳) ۵ و ۳ و ۲ (۴) ۴ و ۲ و ۳ و ۱

حل : گزینه ی ۳ . اعداد صحیح $2, \pm 1, 0$ در این بازه هستند پس ۵ عدد صحیح و ۳ عدد حسابی و ۲ عدد طبیعی



برای دانلود جزوه های بیشتر
به کانال مراجعه کنید

Math.sampad
 Math_sampad

اجتماع دو مجموعه: اجتماع دو مجموعه ی A و B را با نماد $A \cup B$ نشان می دهند.

اشتراک دو مجموعه: اشتراک دو مجموعه ی A و B را با نماد $A \cap B$ نشان می دهند

تفاضل دو مجموعه: مجموعه ی $A - B$ تفاضل دو مجموعه ی A و B است.

تعریف: مجموعه ای که تعداد اعضای آن برابر یک عدد حسابی باشد مجموعه ی متناهی می نامیم و مجموعه ای که متناهی نباشد نامتناهی است.

عدد اصلی یک مجموعه: تعداد اعضای یک مجموعه ی متناهی مانند A را عدد اصلی و با $n(A)$ نمایش می دهند.

مثال: $A = \{x \in \mathbb{R} | 0 < x < 1\}$ یک مجموعه ی نامتناهی است.

تعریف: در هر مبحث مجموعه ای که همه ی مجموعه های مورد بحث زیر مجموعه آن باشد مجموعه ی مرجع می نامند و با U نشان داده می شود.

تعریف: هرگاه U مجموعه ی مرجع باشد و $A \subseteq U$ ، آنگاه $U - A$ را متمم A می نامیم و آن را با نماد \bar{A} نشان می دهیم.

نکته: اگر مجموعه ی مرجع متناهی باشد تمام مجموعه ها و متمم آن ها نیز متناهی اند. وقتی مجموعه نامتناهی باشد نمی توان نظر داد.

قضایای بین مجموعه ها

۱- اگر $A \subseteq C, B \subseteq C$ آنگاه $A \cup B \subseteq C$

۲- برای هر سه مجموعه ی A, B, C داریم

الف) $A \cup \emptyset = A$ ب) $A \cup A = A$ پ) $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$

۳- اگر $A \subseteq B$ آنگاه $A \cup B = B$

۴- برای هر سه مجموعه ی A, B, C داریم

الف) $A \cap \emptyset = \emptyset$ ب) $A \cap A = A$ پ) $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$

۵- اگر $A \subseteq B$ آنگاه $A \cap B = A$

$$\begin{cases} A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C) \\ A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C) \end{cases}$$

۶- برای هر سه مجموعه ی A, B, C داریم:

۷- اگر A و B دو زیر مجموعه از U باشند داریم:

الف) $\bar{\emptyset} = U$ ب) $\bar{U} = \emptyset$ پ) $\bar{(\bar{A})} = A$

ث) $\bar{A} - \bar{B} = B - A$, $A - B = A \cap \bar{B}$ ث) اگر $A \subseteq B$ آنگاه $\bar{B} \subseteq \bar{A}$

ج) $A \cap \bar{A} = \emptyset$ ج) $A \cup \bar{A} = U$

ح) $(A \cup \bar{B}) = \bar{A} \cap \bar{B}$ خ) $(A \cap \bar{B}) = \bar{A} \cup \bar{B}$



برای دانلود جزوه های بیشتر
به کانال مراجعه کنید

Math.sampad
Math_sampad

تعریف: دو مجموعه ی نا تهی را که اشتراک آن ها مجموعه ی تهی است . دو مجموعه ی مجزا یا جدا از هم می نامند.

الف) برای هر دو مجموعه ی متناهی :

$$\begin{cases} n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) \\ n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) \end{cases}$$

ب) برای هر سه مجموعه ی متناهی :

$$n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C)$$

$$n((A \cap B) - C) = n(A \cap B) - n(A \cap B \cap C)$$

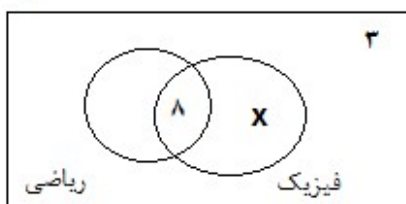
مثال: تعداد ارقام دو رقمی که بر ۷ بخش پذیرند ولی بر ۱۱ بخش پذیر نیستند چقدر است؟

$$n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) = \left[\left(\frac{99}{7} - \frac{9}{7} \right) \right] - \left[\left(\frac{99}{77} - \frac{9}{77} \right) \right] = (14 - 1) - (1 - 0) = 12$$

در مثال بالا برای پیدا کردن تعداد اعداد دو رقمی بخش پذیر بر ۷ باید خارج قسمت صحیح تقسیم عدد ۹۹ بر ۷ را بیابیم.

تست: از ۵۱ دانش آموز کلاس دهم ، ۸ نفر در دو کلاس تقویتی ریاضی و فیزیک و ۳۳ نفر در کلاس ریاضی ثبت نام کرده اند . اگر ۳ نفر در هیچ کلاسی نباشند ، تعداد نفرات کلاس فیزیک کدام عدد می تواند باشد؟

۵۱



۴۸ (۴)

۲۸ (۳)

۲۳ (۲)

۱۵ (۱)

حل: گزینه ی ۲ . نمودار ون مقابل را ببینید .

با توجه به شکل داوطلبان کلاس فیزیک برابر است با :

$$x = 51 - 8 - 25 - 3 = 15 \rightarrow \text{فیزیک} = x + 8 = 15 + 8 = 23$$

الگو و دنباله

تعریف: اگر در یک دنباله ، اختلاف هر دو جمله ی متوالی عدد ثابتی باشد آن را الگوی خطی می نامیم . جمله ی عمومی الگوی خطی به صورت $t_n = an + b$ می باشد .

$$1, \frac{1}{2}, 0, -\frac{1}{2}, \dots$$

مثال: جمله ی n ام دنباله مقابل را به دست آورید.

$$a = 1, d = -\frac{1}{2} : a_n = 1 + \left(-\frac{1}{2}\right)(n-1) = \frac{3}{2} - \frac{n}{2}$$

مثال: جمله ی عمومی دنباله ی $1, 3, 6, 10, \dots$ را به دست آورید.

این دنباله مثلثی است پس جمله ی عمومی آن برابر است با : $a_n = \frac{n(n+1)}{2}$



برای دانلود جزوه های بیشتر
به کانال مراجعه کنید

Math.sampad
Math_sampad

تعریف : اگر جمله ی عمومی یک الگو درجه دوم باشد ، آن را الگوی درجه دوم می نامیم . این الگو به صورت $t_n = an^2 + bn + c$ می باشد .

نکته : در یک دنباله ی درجه دوم ، اگر اختلاف هر دو جمله ی متوالی را بنویسیم ، یک دنباله ی حسابی با قدر نسبت $2a$ ایجاد می شود .

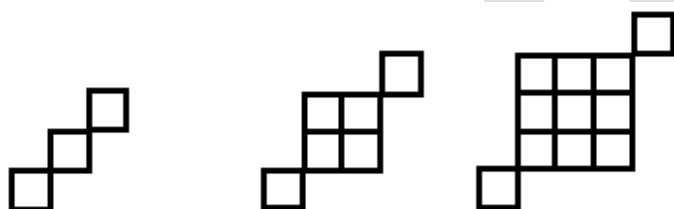
رابطه ی بازگشتی : اگر در یک دنباله مشاهده کنیم که بین هر جمله و با جملات قبل از آن رابطه ای برقرار است رابطه ی حاصله را رابطه ی بازگشتی می نامیم باید در نظر داشته باشیم که در رابطه های بازگشتی باید جمله ی اول یا گاهی ۲ جمله ی اول باید مشخص باشند.

تست : مجموع ۵۰ جمله ی اول دنباله با جمله ی عمومی $a_n = 1 + (-1)^n$ برابر است با :

۲۵ (۱) ۵۰ (۲) ۷۵ (۳) ۱۰۰ (۴)

حل : چون $(-1)^n = \begin{cases} 1, n \text{ زوج} \\ -1, n \text{ فرد} \end{cases}$ پس جمع هر دو جمله ی متوالی ۲ است که در ۵۰ جمله ۲۵ جفت جمله داریم و جواب ۵۰ خواهد بود.

تست : در الگوی زیر جمله ی عمومی تعداد مربع ها کدام است؟



$n^2 + n$ (۱)

$n^2 + 2$ (۲)

$n^2 - n$ (۳)

$n^2 - 2$ (۴)

حل : اگر تعداد مربع ها را بنویسیم داریم : $1+2, 4+2, 9+2, 16+2, \dots$ که با این استدلال گزینه ی ۲ درست است.

مجموع اعداد طبیعی از ۱ تا n برابر است با : $S_n = 1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$

مجموع اعداد طبیعی فرد از ۱ تا $2n-1$ برابر است با : $S_n = 1 + 3 + \dots + (2n-1) = n^2$

تعریف : دنباله هایی که هر جمله ی آن (غیر از جمله ی اول) از افزودن یک مقدار ثابت به جمله ی قبلی به دست می آید را دنباله ی حسابی می نامیم و به این مقدار ثابت قدر نسبت می گوئیم .

اگر اولین جمله ی یک دنباله ی حسابی a و قدر نسبت این دنباله d باشد . جملات این دنباله به شکل زیر خواهد بود :

$$a, a + d, a + 2d, a + 3d, \dots, a + (n-1)d$$

جمله ی n ام این دنباله $a + (n-1)d$ است.

نکته : در دنباله ی حسابی اگر قدر نسبت مثبت باشد جمله های دنباله به اندازه ی ثابتی افزایش می یابند و اگر قدر نسبت منفی باشد جمله های دنباله به اندازه ی ثابتی کاهش می یابند.

نکته: اگر a_m, a_n دو جمله ی دلخواه و $m > n$ فرض شود ، آن گاه قدر نسبت از رابطه ی روبه رو به دست می آید.

$$d = \frac{a_m - a_n}{m - n}$$



برای دانلود جزوه های بیشتر
به کانال مراجعه کنید

Math.sampad
Math_sampad

تست : جمله ی چهارم یک دنباله حسابی ۸ و جمله ی هفتم این دنباله ۱۴ می باشد ، قدر نسبت این دنباله کدام است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

$$d = \frac{a_m - a_n}{m - n} = \frac{a_7 - a_4}{7 - 4} = \frac{14 - 8}{3} = 2$$

حل :

نکته : اضافه یا کم کردن یک عدد ثابت به تمامی جملات یک دنباله ی حسابی ، تغییری را در قدر نسبت ایجاد نمی کند .

نکته : اگر جملات یک دنباله ی حسابی را در عددی غیر از صفر ضرب کنیم ، قدر نسبت در همان عدد ضرب می شود.

درج n واسطه ی حسابی بین دو عدد :

اگر بخواهیم بین دو عدد a و b ، n واسطه ی حسابی قرار دهیم که با آن ها تشکیل دنباله ی حسابی بدهند ، آن گاه قدر نسبت دنباله ی حاصل

$$d = \frac{b - a}{n + 1}$$

برابر خواهد بود با :

تست : اعداد $\frac{7}{4}, a, b, \frac{7}{4}, 2$ چهار جمله ی اول دنباله ی عددی اند . $a \times b$ کدام است ؟

$\frac{15}{2}$ (۴)

$\frac{15}{6}$ (۳)

$\frac{77}{7}$ (۲)

$\frac{77}{6}$ (۱)

$$d = \frac{b - a}{n + 1} = \frac{\frac{7}{4} - 2}{2 + 1} = \frac{1}{6} \Rightarrow 2, \frac{5}{6}, 3, \frac{7}{6}, \dots \Rightarrow a \times b = \frac{5}{6} \times 3 = \frac{15}{6}$$

حل : بین 2 و $\frac{7}{4}$ دو واسطه ی حسابی قرار خواهد گفت پس $\frac{7}{4}$

نکته : اگر سه عدد a, b, c تشکیل دنباله ی حسابی بدهند آن گاه $b = \frac{a + c}{2}$ یا $2b = a + c$

تست : اگر $a + 14, 21, a$ سه جمله ی متوالی یک دنباله ی حسابی با جمله ی اول a باشند جمله ی چهارم کدام است؟

۴۷ (۴)

۴۳ (۳)

۳۵ (۲)

۲۴ (۱)

$$2b = a + c \Rightarrow 2(21) = a + a + 14 \Rightarrow a = 14 \Rightarrow a_4 = 14 + 3 \times 7 = 35$$

حل :

مجموع جملات دنباله ی حسابی با جمله ی عمومی $a_n = a + (n - 1)d$ از جمله ی اول تا n ام برابر است با :

$$S_n = \frac{n}{2} (2a + (n - 1)d) = \frac{n}{2} (a_1 + a_n)$$

قسمت اول زمانی قابل استفاده است که جمله ی اول و قدر نسبت را داریم و قسمت دوم زمانی قابل استفاده است که جمله ی اول و آخر را داشته باشیم.

تست : در دنباله ی حسابی $\{a_n\}$ می دانیم $a_7 + a_{16} = 42$. مجموع ۲۲ جمله ی اول این دنباله کدام است؟

۵۲۴ (ت)



۵۴۲ (پ)

۴۵۶ (ب)

۴۶۲ (الف)



برای دانلود جزوه های بیشتر
به کانال مراجعه کنید

 Math.sampad
 Math_sampad

می دانیم : $a_n = a + (n - 1)d$ بنابراین :

$$a_7 + a_{16} = a_1 + 6d + a_1 + 15d = 2a_1 + 21d = 42$$

$$S_{22} = \frac{n}{2} (2a_1 + 21d) = 11 \times 42 = 462 \quad \text{از طرفی طبق نکته بالا :}$$

نکته : اگر فقط تعداد جملات یک تصاعد عددی فرد باشد ، در این صورت :

$$S_n = n \times (\text{جمله وسط}) \quad \text{یا} \quad S_{2n-1} = 2n - 1 \times a_n$$

تست : اگر $a_n = 3n + 1$ باشد ، مجموع ۱۵ جمله ی اول کدام است؟

$$370 \quad (1) \quad 373 \quad (2) \quad 377 \quad (3) \quad 375 \quad (4)$$

حل : چون تعداد جملات ۱۵ تا است پس از رابطه ی $S_{2n-1} = 2n - 1 \times a_n$ استفاده می کنیم :

$$S_{15} = S_{2 \times 8 - 1} = 15 \times (3 \times 8 + 1) = 375$$

نکته : در دنباله ی حسابی جمله ی عمومی از رابطه ی روبه رو نیز به دست می آید :

$$a_n = S_n - S_{n-1}$$

نتیجه : مجموع جکلات m ام تا n ام یک دنباله ی حسابی به شرط $(m < n)$ از رابطه ی $S_n - S_{m-1}$ به دست می آید.

نکته : در دنباله ی حسابی رابطه ی روبه رو برقرار است :

$$m + n = p + k \Rightarrow a_m + a_n = a_p + a_k$$

تست : در یک دنباله ی حسابی مجموع جملات ششم و چهاردهم ۱۰۰ می باشد . جمله ی دهم کدام است؟

$$50 \quad (1) \quad 100 \quad (2) \quad 70 \quad (3) \quad 60 \quad (4)$$

$$14 + 6 = 10 + 10 \Rightarrow a_{14} + a_6 = a_{10} + a_{10} = 100 \Rightarrow a_{10} = 50 \quad \text{حل :}$$

نکته : اگر مجموع n جمله ی اول به صورت $S_n = An^2 + Bn$ بیان شده باشد برای یافتن a_1 کفایت که $n=1$ قرار دهیم و $d=2A$

تست : اگر $S_n = \frac{n(9n-5)}{12}$ باشد قدر نسبت دنباله ی حسابی کدام است؟

$$\frac{5}{4} \quad (1) \quad \frac{4}{5} \quad (2) \quad \frac{3}{4} \quad (3) \quad \frac{3}{2} \quad (4)$$

تعریف : در دنباله ی هندسی هر جمله (غیر از جمله ی اول) با ضرب یک مقدار ثابت مانند q در جمله ی قبلی به دست می آید q را قدر نسبت این دنباله می نامند . اگر اولین جمله ی یک دنباله ی هندسی a و قدر نسبت آن q باشد جملات این دنباله به شکل روبه رو

$$a, aq, aq^2, aq^3, \dots, aq^{(n-1)} \quad \text{خواهند بود :}$$



برای دانلود جزوه های بیشتر
به کانال مراجعه کنید

Math.sampad
Math_sampad

جمله ی n ام این دنباله $aq^{(n-1)}$ است .

نکته : قدر نسبت دنباله ی هندسی از تقسیم هر جمله بر جمله ی قبلی به دست می آید.

تست: جمله ی پنجم دنباله ی هندسی ای که جمله ی سوم آن ۳۶ و جمله ی ششم آن ۹۷۲ باشد کدام است؟

۳۲۷ (۱) ۳۳۴ (۲) ۳۲۴ (۳) ۳۳۶ (۴)

حل: $\frac{a_6}{a_3} = \frac{aq^5}{aq^2} = \frac{972}{36} \Rightarrow q^3 = 27 \Rightarrow q = 3, a = 4 \Rightarrow aq^4 = 324$

نکته : اگر قدر نسبت بیشتر از یک باشد دنباله هندسی افزایشی و اگر قدر نسبت بین صفر و یک باشد دنباله کاهش است.

درج n واسطه ی هندسی : اگر بخواهیم بین دو عدد a و b ، n عدد چنان درج کنیم که این n عدد با a و b تشکیل دنباله ی هندسی بدهند قدر

نسبت این دنباله از رابطه ی مقابل به دست می آید :

$$q = \sqrt[n+1]{\frac{b}{a}}$$

تذکر : اگر $n+1$ زوج باشد ، آنگاه $q = \pm \sqrt[n+1]{\frac{b}{a}}$

تست : بین دو عدد ۲ و ۱۶۲ ، ۳ عدد چنان درج کرده ایم که ۵ جمله ی حاصل تشکیل دنباله ی هندسی دهند . قدر نسبت این دنباله کدام است؟

±۳ (۱) -۲ (۲) ±۱ (۳) ۴ (۴)

حل : $q = \sqrt[n+1]{\frac{b}{a}} = \sqrt[4]{\frac{162}{2}} = 81 \Rightarrow q = \pm 3$

نکته : اگر am, ap, aq سه جمله از یک دنباله ی هندسی باشند ، به شرطی که $2p=mq$. آن گاه $2ap=am.aq$

واسطه ی هندسی دو عدد : اگر a, b, c سه جمله ی متوالی یک دنباله ی هندسی باشند b را واسطه ی هندسی دو عدد a و c می نامیم و

داریم : $b^2 = ac$

مثال : x را چنان تعیین کنید که ۳ جمله ی $12x+1, 5x, 12x^4$ به ترتیب سه جمله ی متوالی یک دنباله ی هندسی باشند؟

$$b^2 = ac \Rightarrow (5x)^2 = (12x - 4)(2x + 1) \Rightarrow x = 2$$

نکته : دنباله ای که هم حسابی و هم هندسی باشد ، دنباله ی ثابت است.

نکته : اگر a^k, a^p, a^m سه جمله ی متوالی یک دنباله ی هندسی باشند در این صورت توان های این اعداد یعنی k, p, m سه جمله ی

متوالی یک دنباله ی حسابی هستند و می توان نوشت :

$$2p = m + k$$



برای دانلود جزوه های بیشتر
به کانال مراجعه کنید

Math.sampad
 Math_sampad

تست : اگر $4, 2^x, 64$ سه جمله ی متوالی دنباله ی هندسی باشند مقدار x کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۴ (۳) ۲ (۴) ۳

حل : $4, 2^x, 64 \Rightarrow 2^2, 2^x, 2^6$

چون این اعداد با پایه های مساوی تشکیل دنباله ی هندسی داده اند پس می توان آن ها را در رابطه ی $2p = m + k$ قرار داد.

$$2x = 2 + 6 \Rightarrow x = 4$$

نکته : اگر در یک دنباله ی هندسی تعداد جملات فرد باشد و جمله ی وسط a_k باشد حاصل ضرب جملات برابر :

$$p_n = (a_k)^n$$

تست : هرگاه جمله ی پنجم یک دنباله ی هندسی ۳ باشد حاصل ضرب ۹ جمله ی اول کدام است؟

- (۱) 2^{10} (۲) 3^{10} (۳) 3^9 (۴) 2^9

حل : چون ۵ وسط ۱ و ۹ است پس :

$$p_9 = (a_5)^9 = 3^9$$

در دنباله ی هندسی با جمله ی اول a و قدر نسبت q مجموع n جمله اول برابر است با :

$$S_n = a \frac{q^n - 1}{q - 1}$$

تست : در یک دنباله ی هندسی مجموع شش جمله ی اول $\frac{19}{27}$ برابر مجموع سه جمله ی اول آن است . قدر نسبت کدام است؟

- (الف) $-\frac{4}{3}$ (ب) $-\frac{2}{3}$ (پ) $\frac{2}{3}$ (ت) $\frac{3}{4}$

حل : طبق فرض $S_6 = \frac{19}{27} S_3$ حال داریم :

$$a_1 \frac{q^6 - 1}{q - 1} = \frac{19}{27} \times a_1 \frac{q^3 - 1}{q - 1} \rightarrow q^6 - 1 = \frac{19}{27} (q^3 - 1) \xrightarrow{q^3 = x} 27x^2 - 27 = 19x - 19$$

$$x_1 = -\frac{1}{27}, x_2 = 1 \text{ که } x_1 = -\frac{1}{27} \text{ قابل قبول است پس } q = -\frac{1}{27} \text{ و گزینه ۲ درست است.}$$

نکته : اگر در یک دنباله ی هندسی مجموع n جمله ی اول را با نماد S_n نمایش دهیم داریم :

$$\frac{S_{2n}}{S_n} = q^n + 1$$

تست : در یک دنباله ی هندسی مجموع ۸ جمله ی اول $\frac{5}{4}$ برابر مجموع چهار جمله ی اول است جمله ی ششم چند برابر جمله ی اول است؟

- (۱) $\frac{\sqrt{2}}{13}$ (۲) $\frac{\sqrt{2}}{16}$ (۳) $\frac{\sqrt{2}}{19}$ (۴) $\frac{\sqrt{2}}{18}$

$$S_8 = \frac{5}{4} S_4 \Rightarrow \frac{S_8}{S_4} = \frac{5}{4} \Rightarrow q^4 + 1 = \frac{5}{4} \Rightarrow q = \pm \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \frac{a_8}{a_1} = q^{7} \Rightarrow \frac{a_8}{a_1} = q^5 \Rightarrow \frac{a_8}{a_1} = \left(\pm \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^5 \Rightarrow \frac{a_8}{a_1} = \frac{\sqrt{2}}{16}$$



برای دانلود جزوه های بیشتر
به کانال مراجعه کنید

Math.sampad

Math_sampad

حد مجموع

در حالت کلی اگر دنباله ی هندسی $\{a_n\}$ با شرط $|q| < 1$ را در نظر بگیریم در مجموع $S_n = a_1 \times \frac{1-q^{n+1}}{1-q}$ وقتی n بسیار بزرگ می شود به جای q^n می توانیم عدد صفر را قرار دهیم. به این ترتیب مجموع همه ی جملات دنباله به دست می آید.

قضیه: مجموع همه ی جملات دنباله ی هندسی $\{a_n\}$ با تعریف $q_n = a_1 a^{n-1}$ به شرط اینکه $|q| < 1$ برابر است با: $S = \frac{a_1}{1-q}$

مثال: عدد گویای بسط اعشاری ... 0.666 را به شکل $\frac{p}{q}$ بنویسید که p و q دو عدد طبیعی نسبت به هم اول اند.

حل: بسط را می توانیم به این صورت به شکل مجموع جملات یک دنباله ی هندسی بنویسیم.

$$a = 0.6 + 0.06 + 0.006 + \dots = \frac{6}{10} + \frac{6}{100} + \frac{6}{1000} + \dots$$

یعنی دنباله ی هندسی با جمله ی اول $\frac{6}{10}$ و قدر نسبت $\frac{1}{10}$ پس مجموع همه ی جملات برابر است با:

$$a = \frac{0.6}{1-0.1} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3} \rightarrow p = 2, q = 3$$

مجموع اعداد مربع کامل متوالی یعنی 1^2 و 2^2 و 3^2 و ... دنباله ای حسابی یا هندسی تشکیل نمی دهند ولی لازم است فرمول مجموع آن ها بدانید که در بعضی از مسائل ظاهر می شوند. با توجه به این که $k^2 = k + k + \dots + k$ می توانیم مجموع اعداد مربع کامل متوالی از 1 تا n^2 را به تعدادی مجموع دنباله ی حسابی تبدیل کنیم

$$S_n = 1^2 + 2^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(n+2)}{6}$$

مجموع اعداد مربع کامل از 1 تا n^2 برابر است با:

مثال حاصل مجموع زیر را به دست آورید.

$$S = \frac{1}{6} + \frac{1}{6}(1^2 + 2^2) + \frac{1}{12}(1^2 + 2^2 + 3^2) + \frac{1}{20}(1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2) + \dots + \frac{1}{360}(1^2 + 2^2 + \dots + 6^2)$$

حل: اگر قرار دهیم $a_n = \frac{1}{n(n+1)}(1^2 + 2^2 + \dots + n^2)$ آنگاه مجموع بالا همان S است داریم:

$$a_n = \frac{1}{n(n+1)} \times \frac{n(n+1)(n+2)}{6} = \frac{n+2}{6}$$

$$S_n = a_1 + a_2 + \dots + a_6 = \frac{2 \times 1 + 1}{6} + \frac{2 \times 2 + 1}{6} + \dots + \frac{2 \times 6 + 1}{6} = 620$$



برای دانلود جزوه های بیشتر
به کانال مراجعه کنید

 Math.sampad
 Math_sampad

تست های فصل اول

۱- اگر A مجموعه ی اعداد طبیعی مضرب ۳ و B مجموعه ی اعداد صحیح با قدر مطلق کم تر از ۱۰۰ باشد ، کدام مجموعه در \mathbb{Z} باپایان است؟

$$A \cap B \quad (۱) \quad A \cup B \quad (۲) \quad A \cap B \quad (۳) \quad A \cup B \quad (۴)$$

۲- تعداد اعضای کدام مجموعه کم تر است؟

$$(۱) \text{ اعداد اول کم تر از } ۲۰ \quad (۲) \text{ اعداد طبیعی مربع کامل کم تر از } ۷۰$$

$$(۳) \text{ مقسوم علیه های صحیح } ۶ \quad (۴) \text{ کسر های بین } ۰ \text{ و } ۱ \text{ با مخرج } ۷$$

۳- کدام مجموعه نامتناهی است؟

$$(۱) \text{ مثلث های با مساحت } ۶ \quad (۲) \text{ مربع های با مساحت } ۶ \text{ و یک راس روی مبدا}$$

$$(۳) \text{ خط های با شیب } ۲ \text{ و گذرنده از مبدا} \quad (۴) \text{ خط های گذرنده از مبدا}$$

۴- کدام جمله درست است؟ (\mathbb{N} مجموعه ی مرجع است)

$$(۱) \text{ اگر } A \text{ نامتناهی باشد } \bar{A} \text{ حتما متناهی است.} \quad (۲) \text{ اگر } A \subseteq B \text{ و مجموعه } B \text{ نامتناهی باشد } A \text{ هم متناهی است.}$$

$$(۳) \text{ اگر } A \text{ و } B \text{ نامتناهی باشد } A \cup B \text{ برابر با } \mathbb{N} \text{ است.} \quad (۴) \text{ اگر } A \subseteq B \text{ و مجموعه } A \text{ نامتناهی باشد } B \text{ هم متناهی است.}$$

۵- کدام مجموعه دارای بزرگ ترین عضو است؟

$$\mathbb{Z} \quad (۱) \quad (۲, +\infty) \quad (۲) \quad \{x \in \mathbb{Q} | x \leq ۴\} \quad (۳) \quad \{x \in \mathbb{Q} | x < ۳\} \quad (۴)$$

۶- اشتراک دو مجموعه ی $\mathbb{Z} - \mathbb{W}$ و $[-۵, ۴]$ چند عضوی است؟

$$(۱) ۴ \quad (۲) ۷ \quad (۳) ۳ \quad (۴) ۵$$

۷- اگر $A = (-۳, ۱]$ و $B = (۰, ۴)$ و $C = (-۲, ۲)$ ، آنگاه $(A \cup C) - B$ دارای چند عضو صحیح است؟

$$(۱) ۴ \quad (۲) ۳ \quad (۳) ۲ \quad (۴) ۱$$

۸- اگر هیچ یک از مجموعه های $A \cap (-۱, ۲)$ و $A - (-۱, ۲)$ تهی نباشند ، کدام باره به عنوان A مورد قبول است؟

$$(۱) (۰, ۳) \quad (۲) (۰, ۲) \quad (۳) (-۱, ۱) \quad (۴) (۲, ۳)$$

۹- اگر A مجموعه ی اعداد دو رقمی و $B = \{vk : k \in A\}$ باشد ، آن گاه مجموعه ی $A \cap B$ چند عضو دارد؟

$$(۱) ۶ \quad (۲) ۳ \quad (۳) ۴ \quad (۴) ۵$$

۱۰- اگر $A = \{ab, \{a\}, \{a, b\}\}$ و $B = \{a, b\}$ باشد مجموعه ی $A - \{B\}$ چند عضو دارد؟ (کنکور ۸۹)

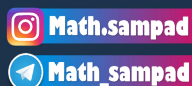
$$(۱) ۳ \quad (۲) ۷ \quad (۳) ۳۱ \quad (۴) ۱۵$$

۱۱- متمم مجموعه ی $A - (B - A)'$ ، نسبت به مجموعه ی جهانی کدام است؟

$$A \cup B \quad (۱) \quad A \cap B \quad (۲) \quad A \quad (۳) \quad B \quad (۴)$$



برای دانلود جزوه های بیشتر
به کانال مراجعه کنید



۱۲- اگر مجموعه ی مرجع دارای ۲۲ عضو و دو زیر مجموعه ی A و B در آن دارای ۱۷ و ۱۲ عضو باشند، $A-B$ حداکثر چند عضو دارد؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۱۰ (۳) ۱۷ (۴) ۷

۱۳- اگر A و B دو مجموعه ی غیر تهی باشند، $(A \cap B) - (B - A)$ برابر کدام مجموعه است؟

- (۱) \bar{B} (۲) \emptyset (۳) $A \cap B$ (۴) $A - B$

۱۴- متمم مجموعه ی $[A - (A - B)] \cup (A \cap B)$ کدام است؟

- (۱) A (۲) \bar{B} (۳) $\bar{A} \cup \bar{B}$ (۴) \emptyset

۱۵- اگر A و B دو مجموعه ی غیر تهی باشند، مجموعه ی $[A \cup (A \cap B)]' \cap [(B \cap A) \cup (B - A)]$ برابر کدام است؟

- (۱) $\bar{A} - \bar{B}$ (۲) $(A - B)'$ (۳) \bar{A} (۴) \emptyset

۱۶- اگر مجموعه A دارای ۵ عضو، مجموعه B دارای ۶ عضو و مجموعه $A \cap B$ دارای ۲ عضو باشد، مجموعه ی $(A \cap \bar{B}) \cup (A \cup \bar{B})'$ چند عضو دارد؟

- (۱) ۷ (۲) ۹ (۳) ۸ (۴) ۱۰

۱۷- مجموعه A دارای ۱۴ عضو، مجموعه B دارای ۱۷ عضو و مجموعه $A \cap B$ دارای ۵ عضو است. چند عضو فقط در یکی از این دو مجموعه هستند؟ (کنکور ۸۱)

- (۱) ۱۹ (۲) ۲۰ (۳) ۲۱ (۴) ۲۲

۱۸- اجتماع دو مجموعه ی A و B دارای ۴ عضو است. مجموعه های $(A - B)$ ، $(B - A)$ به ترتیب دارای ۱۲ و ۱۸ عضو هستند. اگر از هر یک از مجموعه های A و B ، ۹ عضو برداشته شود، از مجموعه ی اشتراک آن ها ۴ عضو کم می شود. تعداد عضوهای اجتماع دو مجموعه ی جدید کدام است؟

- (۱) ۲۲ (۲) ۲۳ (۳) ۲۴ (۴) ۲۶

۱۹- جملات دوم و سوم یک الگوی خطی ۳ و ۷ هستند. جمله ی هشتم چند برابر جمله ی پنجم است؟

- (۱) $1/9$ (۲) $1/8$ (۳) $1/7$ (۴) $1/6$

۲۰- اگر $S_n = \frac{1+2+3+\dots+n}{n^2}$ باشد، آن گاه جمله ی صدم دنباله با جمله ی عمومی S_n چگونه است؟

- (۱) $0/0.2$ (۲) $0/0.5$ (۳) $0/50.5$ (۴) $0/5$

۲۱- در آرایه ی لوزی مقابل، تعداد صفرهای توپر در جمله ی یازدهم کدام است؟

- (۱) ۶۱ (۲) ۶۲

- (۳) ۶۳ (۴) ۶۴

۲۲- در دنباله ی اعداد $1, a_1, a_2, \dots, a_n, a_{n+1}$ ، جمله ی بیست و سوم کدام است؟

- (۱) ۴۸۴ (۲) ۵۱۷ (۳) ۵۲۹ (۴) ۵۷۶



برای دانلود جزوه های بیشتر
به کانال مراجعه کنید



۲۳- اعداد فرد طبیعی را طوری دسته بندی می کنیم که تعداد جملات هر دسته برابر شماره ی آن باشد :

((... (۱۱و۹و۷) : دسته ی سوم (۵و۳) : دسته ی دوم (۱) : دسته ی اول)) مجموع جملات در دسته دهم کدام است؟

(۱) ۱۰۰۰ (۲) ۷۲۹ (۳) ۱۳۳۱ (۴) ۱۲۹۶

۲۴- بزرگ ترین و کوچک ترین جمله ی دنباله ی $a_n = \frac{(-1)^n}{n}$ چه قدر اختلاف دارند؟

(۱) ۱ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) ۲

$$\begin{array}{r} 1^2 - 2^2 + 3^2 \\ 2^2 - 3^2 + 4^2 \\ \dots \end{array}$$

۲۵- بر طبق الگوی مقابل ، حاصل سطر چهارم کدام است؟ (کنکور ۸۴)

(۱) ۲۷ (۲) ۲۸ (۳) ۲۹ (۴) ۳۰

۲۶- اعداد طبیعی را به طریقی دسته بندی می کنیم که آخرین جمله ی هر دسته ، مجذور کامل باشد : ... (۵,۶,۷,۸,۹), (۲,۳,۴), (۱), اختلاف جملات آخر و اول در دسته ی دهم کدام است؟

(۱) ۱۹ (۲) ۱۷ (۳) ۱۸ (۴) ۲۱

۲۷- در یک دنباله ی حسابی اگر جمله ی سوم ۸ و قدر نسبت برابر $\frac{1}{5}$ باشد ، جمله ی سیزدهم کدام است؟

(۱) ۲۴/۵ (۲) ۲۳ (۳) ۲۲/۵ (۴) ۲۱

۲۸- در ۲۰ جمله ی اول از دنباله ی حسابی ، مجموع جملات اول و سوم و پنجم و ... برابر ۱۳۵ و مجموع جملات دوم و چهارم و ششم و ... برابر ۱۵۰ می باشد . قدر نسبت کدام است؟

(۱) $\frac{1}{5}$ (۲) $\frac{0}{75}$ (۳) ۲ (۴) ۱

۲۹- در دنباله ی حسابی $a_1 = 3 + \sqrt{2}$ و $a_2 = 5 + \sqrt{2}$ ، مجموع چهار جمله ی چهارم چقدر از مجموع چهار جمله ی دوم بیشتر است؟

(۱) ۸ (۲) ۶۴ (۳) ۱۶ (۴) ۳۲

۳۰- در دنباله ی حسابی $a_1 = 5$ و $d=3$ ، جمله ی n ام چقدر از جمله ی n ام دنباله ی حسابی دو با $a_1 = 4$ و $d=3$ بزرگ تر است؟

(۱) ۱ (۲) $n+1$ (۳) n (۴) $n-1$

۳۱- در یک دنباله ی حسابی $a_5 + a_6 = 3$ و $a_8 + a_9 = -2$ است . حاصل $a_{13} + a_{15}$ چقدر است؟

(۱) $\frac{-55}{6}$ (۲) $\frac{-37}{6}$ (۳) $\frac{-5}{6}$ (۴) $\frac{-67}{6}$

۳۲- در یک دنباله ی حسابی بین جملات رابطه ی $8 = 2a_1 + 3a_2 - 5a_3$ برقرار است . حاصل $5a_1 - 3a_2 - 2a_3$ کدام است؟

(۱) -۸ (۲) $-\frac{8}{7}$ (۳) $\frac{8}{7}$ (۴) ۸

۳۳- در یک دنباله ی حسابی اگر $a_1 = 5$ و $a_3 = 9$ ، آنگاه $a_7 + a_8 + a_9$ چقدر است؟ (کنکور خارج از کشور ۸۶)

(۱) ۱۹ (۲) ۳۸ (۳) ۵۷ (۴) ۷۵



برای دانلود جزوه های بیشتر
به کانال مراجعه کنید

Math.sampad
Math_sampad

۳۴- در دنباله ی حسابی $a_1 = 1$ و $a_2 = \frac{5}{3}$ ، حاصل $\frac{a_{15}+a_{17}+a_{19}}{a_{33}+a_{35}+a_{37}}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{35}{71}$ (۲) $\frac{105}{71}$ (۳) $\frac{7}{17}$ (۴) $\frac{21}{17}$

۳۵- در یک دنباله ی حسابی مجموع جملات اول ، دوم و سوم برابر ۱۳ و مجموع جملات هفتم ، هشتم و نهم برابر ۴۸ است . قدر نسبت دنباله چقدر است؟

- (۱) ۱۷۱ (۲) ۱۸۹ (۳) ۱۶۹ (۴) ۱۴۴

۳۶- ده عدد ، جملات متوالی از دنباله ی حسابی اند . مجموع ۵ جمله ی اول ۵۵ و مجموع ۵ جمله ی آخر ۱۳۰ است . کوچک ترین این اعداد کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

۳۷- در یک دنباله ی عددی ، مجموع ۴ جمله ی اول ۱۵ و مجموع پنج جمله ی بعدی آن ۳۰ می باشد . جمله ی یازدهم این دنباله کدام است؟ (نکته خارج از کشور ۸۵)

- (۱) $\frac{7}{5}$ (۲) ۸ (۳) $\frac{8}{5}$ (۴) ۹

۳۸- در دنباله ی حسابی ... , $-20, x, -26$ بزرگ ترین جمله ی منفی کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) -۲ (۳) -۳ (۴) -۴

۳۹- در یک مثلث قائم الزاویه ، طول اضلاع دنباله ی حسابی می سازند . وتر چند برابر محیط است؟

- (۱) $\frac{5}{7}$ (۲) $\frac{5}{8}$ (۳) $\frac{5}{12}$ (۴) $\frac{5}{13}$

۴۰- در یک دنباله ی هندسی جمله ی سوم ۱۰ و جمله ی هفتم ۴۰ است . جمله ی اول کدام است؟

- (۱) $\sqrt{5}$ (۲) ۲۵ (۳) ۵ (۴) $\frac{5}{4}$

۴۱- در یک دنباله ی هندسی $a_1 a_2 a_3 a_4 = 8$ ، حاصل $a_1 a_5$ کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۸ (۳) ۲ (۴) ۱۶

۴۲- در یک دنباله ی هندسی قدر نسبت برابر $\frac{1}{p}$ است . مجموع جملات پنجم و هفتم چند برابر مجموع جملات هشتم و دهم است؟

- (۱) $\frac{1}{8}$ (۲) ۸ (۳) ۲ (۴) $\frac{1}{2}$

۴۳- در دنباله ی هندسی $\frac{1}{p}, \dots, 2$ مجموع پنج جمله ی اول چند برابر مجموع پنج جمله ی دوم است؟

- (۱) 2^{10} (۲) 2^2 (۳) ۲ (۴) 2^5



۴۴- در یک دنباله ی هندس حاصل ضرب جملات هشتم و بیستم برابر ۱۰۸ است . اگر جمله ی سیزدهم ۹ باشد ، جمله ی یازدهم کدام است؟

- (۱) $6/75$ (۲) ۷ (۳) $7/25$ (۴) $7/5$

۴۵- در یک دنباله ی هندسی ۶ جمله ای ، مجموع دو جمله ی اول ۸۱ و مجموع دو جمله ی آخر ۱۶ می باشد . جمله ی اول کدام است؟

- (۱) $48/6$ (۲) $44/6$ (۳) $33/6$ (۴) $21/6$

۴۶- در یک دنباله ی هندسی با قدر نسبت $q=2$ ، مجموع شش جمله اول ، چند برابر مجموع ۳ جمله ی اول است؟

- (۱) ۶ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴) ۹

۴۷- اعداد $2^a, 4\sqrt{2}, 2^b$ سه جمله ی متوالی از دنباله ی هندسی اند . واسطه ی حسابی بین a و b کدام است؟

- (۱) $2/5$ (۲) ۲ (۳) $1/5$ (۴) $\sqrt{2}$

۴۸- در یک دنباله ی هندسی مجموع سه جمله ی متوالی ۱۹ و حاصل ضرب آن ها ۲۱۶ است . تفاضل کوچک ترین و بزرگ ترین این ۳ عدد کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۷

۴۹- در یک دنباله ی هندسی مثبت به صورت $4, a, 9, b, \dots$ مجموع ۴ جمله ی اول کدام است؟

- (۱) $31/5$ (۲) $32/5$ (۳) $33/5$ (۴) $34/5$

۵۰- بین دو عدد ۳۲۴ و ۴ ، سه عدد چنان درج شده است که پنج عدد حاصل تشکیل یک دنباله ی هندسی دهند . مجموع این سه عدد مثبت کدام است؟

- (۱) ۱۸۲ (۲) ۱۸۴ (۳) ۱۵۶ (۴) ۱۴۸

۵۱- در دو دنباله ی حسابی به صورت های $2, 7, 12, \dots$ و $8, 11, 14, \dots$ ، چند عدد سه رقمی مشترک وجود دارد؟

- (۱) ۵۸ (۲) ۵۹ (۳) ۶۰ (۴) ۶۱

۵۲- اگر S_n مجموع n جمله ی اول یک دنباله ی حسابی و سه جمله ی اول دنباله ی S_n به صورت $3, \frac{3}{2}, \frac{1}{2}$ باشد ، جمله ی چهارم دنباله ی S_n کدام است؟

- (۱) $\frac{7}{2}$ (۲) ۴ (۳) $\frac{9}{2}$ (۴) ۵

۵۳- به ازای یک مقدار x ، اعداد $12+x, x, 8-x$ ، به ترتیب سه جمله ی اول دنباله ی هندسی مثبت هستند . جمله ی بعدی این دنباله کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{4}{3}$ (۴) $\frac{1}{2}$

۵۴- در یک دنباله ی حسابی ، جملات سوم ، هفتم و نهم می توانند سه جمله ی متوالی از یک دنباله ی هندسی باشند ، چندمین جمله ی این دنباله صفر است؟

- (۱) ۹ (۲) ۱۰ (۳) ۱۱ (۴) ۱۲



برای دانلود جزوه های بیشتر
به کانال مراجعه کنید

Math.sampad
Math_sampad

آزمون آمادگی فصل اول

۱- مجموع تعداد زیر مجموعه $n+5$ و $n+3$ عضوی از مجموع تعداد زیر مجموعه های دو مجموعه $n+1$ و $n+2$ عضوی ۲۱۷۶ واحد بیشتر است . مقدار n کدام است؟

۷(۴)

۶(۳)

۵(۲)

۴(۱)

۲- اگر $(B-A) \subseteq (A-B)$ باشد، کدام حکم لزوما در مورد B و A درست است؟

$B' \subseteq A'$ (۴)

$A \subseteq B'$ (۳)

$A = \{ \}$ (۲)

$A = B$ (۱)

۳- دو مجموعه $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ و $B = \{k, k+1, k+2, \dots, 14, 15, 16\}$ دارای ۲۰ زیر مجموعه مشترک ۳ عضوی هستند . مقدار k چقدر است؟

۵(۴)

۷(۳)

۸(۲)

۶(۱)

۴- اگر $A_1 = \{1\}, A_2 = \{2, 3\}, A_3 = \{4, 5, 6\}, \dots$ مجموعه هایی باشند که کم ترین عضو هر مجموعه یک واحد بیشتر از بزرگترین عضو مجموعه A_n و مجموعه A_n ام دارای n عضو باشد . در این صورت مجموع اعضای A_{21} کدام است؟

۵۳۳۶(۴)

۵۰۸۲(۳)

۴۶۴۱(۲)

۱۱۱۳(۱)

۵- تمام زیر مجموعه های مجموعه $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ را نوشته ایم. سپس مجموع اعضای هر مجموع را حساب می کنیم و تمام این مقادیر را باهم جمع می کنیم. حاصل جمع به دست آمده چند است؟

۱۹۵۶(۴)

۱۷۹۲(۳)

۳۵۸۴(۲)

۳۲۳۰(۱)

۶- در مسابقات ریاضی ، سه مسئله A, B, C داده شده است . ۲۵ نفر دانش آموز حداقل یکی از مسئله ها را حل کرده اند . از بین کسانی که مسئله ها را حل نکرده بودند ، تعداد دانش آموزانی که مسئله b را حل کرده بودند ، دو برابر تعداد دانش آموزانی بودند که مسئله C شده بودند . تعداد دانش آموزانی که فقط مسئله A را حل کرده بودند یک نفر بیش تر از بقیه دانش آموزانی بود که مسئله A را حل کرده بودند . اگر به اندازه نیمی از کسانی که تنها یک مسئله را حل کرده اند ، موفق به حل مسئله A نشده باشند ، چند نفر مسئله B را حل کرده اند؟

۶(۴)

۵(۳)

۳(۲)

۲(۱)

۷- اگر $A = \{x \in \mathbb{Z} | \sqrt{x} \leq 4, \sqrt{x} \in \mathbb{N}\}$ و $B = \{2x | x \in \mathbb{Z}\}$ باشد، آن گاه $A \cap B$ چند عضو دارد؟

۶ (۴)

۵(۳)

۳(۲)

۴(۱)



برای دانلود جزوه های بیشتر
به کانال مراجعه کنید

Math.sampad
Math_sampad

۸- مجموعه A تعداد ۹۶ زیر مجموعه بیشتر از مجموعه $B = \{a, e, i, o, u\}$ زیر مجموعه دارد. مجموعه A چند عضو دارد؟

۷(۴)

۸(۳)

۹(۲)

۱۰(۱)

۹- مجموعه ی روبه رو چند عضو دارد؟ (روبو کاپ ۸۹)

$$\{6k + 1 | k \in \mathbb{Z}, 1 \leq k \leq 1000\} \cup \{7k + 5 | k \in \mathbb{Z}, 1 \leq k \leq 800\}$$

۱۶۶۷(۴)

۱۶۶۶(۳)

۱۲۵۱(۲)

۱۲۵۰(۱)

۱۰- اگر مجموعه های D و C، B، A به صورت زیر تعریف شده باشند، کدام گزینه دارای بزرگ ترین عضو است؟ (المپیاد ریاضی ایران ۸۳)

$$A = \left\{ \sqrt{2} - \frac{1}{n} \mid n \in \mathbb{N} \right\}, \quad B = \left\{ 1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{n} \mid n \in \mathbb{N} \right\}, \quad C = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 \leq 2\}, \quad D = \left\{ \frac{m}{n} \mid m, n \in \mathbb{N} \right\}$$

R-D(۴)

$C \cup A$ (۳)

$A \cup B$ (۲)

$C \cap D$ (۱)

۱۱ - دنباله ی جمله کدام $u_n = \frac{(-1)^n \cdot n^2}{2n^2 + 5n + 6}$ برابر $\frac{1}{3}$ است؟

۷(۴)

۶(۳)

۸(۲)

۵(۱)

۱۲ - دنباله جملات $a_n = \frac{2^{n+1} + 3^{n+1}}{2^n + 3^n}$ به چه عددی نزدیک میشوند؟

۴(۴) به عدد خاصی نزدیک نمیشود.

۲(۳)

۶(۲)

۳(۱)

۱۳- جمله عمومی دنباله حسابی a_n به صورت $a_n = \frac{an^3 + 2n^2 + bn + c}{n+1}$ می باشد. اگر $a_6 = 17$ باشد مقدار $a+b+c$ کدام است؟

۱۳(۴)

۱۲(۳)

۱۱(۲)

۱۰(۱)

۱۴- حاصل عبارت روبرو کدام است؟

$$K = \frac{1}{\sqrt{1} + \sqrt{4}} + \frac{1}{\sqrt{4} + \sqrt{9}} + \frac{1}{\sqrt{9} + \sqrt{16}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{97} + \sqrt{100}}$$

۴(۴)

۱(۳)

۲(۲)

۳(۱)

۱۵- جملات دوم، چهارم و صد و سی و دوم یک دنباله ی غیرثابت، جملات دوم، پنجم و هشتم یک دنباله هندسی می باشد. قدر نسبت دنباله هندسی

کدام هست؟

۵(۴)

۴(۳)

۳(۲)

۲(۱)



برای دانلود جزوه های بیشتر
به کانال مراجعه کنید

Math.sampad
Math_sampad

۱۶- در دنباله a_n ، $a_1 = 1$ و به ازای $n \geq 1$ داریم: $a_n = \frac{2a_n}{\sqrt{4+a_n^2}}$ اولین جمله از این دنباله که مقدار آن کوچک تر از $\frac{1}{5}$ باشد کدام است؟

a_{100} (۴)

a_{99} (۳)

a_{98} (۲)

a_{97} (۱)

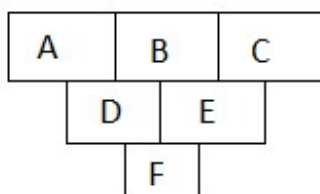
۱۷- جملات چهارم و k ام و سیزدهم یک دنباله حسابی صعودی به ترتیب با جملات دوم و n ام و هشتم یک دنباله صعودی دیگر برابرند. $n+k$ چند مقدار متمایز دارد؟ ($2 < n < 8, 4 < k < 13$)

(۴) بی شمار

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)



۱۸- سه مجموعه A, B, C دلخواه هستند و از سطر دوم به بعد، هر مجموعه، تفاضل دو

مجموعه A بالای سر خودش است. (سمت چپ منهای سمت راست) مثلاً $D = A - B$. کدام

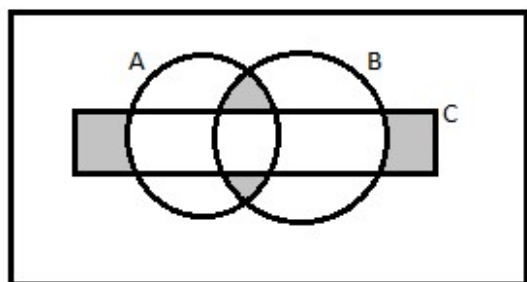
گزینه حتما درست است؟

$F \cap C \subseteq$ (۴)

$F \subseteq A \cap C$ (۳)

$B \subseteq F$ (۲)

$F \subseteq C$ (۱)



۱۹- قسمت رنگی در شکل مقابل، توصیف کدام یک از مجموعه های زیر است.

الف) $((A \cup B) - C) \cap (A \cap B)$

ب) $((A \cap B) - C) \cup ((A - B) - C)$

پ) $((A \cap B) - C) \cup ((A \cup B) - C)$

ت) $(C - (A \cup B)) \cup ((A \cap B) - C)$

۲۰- سه عدد $2^x - 1$ و 2^{x+1} و $2^{2x} - 3$ به ترتیب جملات سوم و هشتم و سیزدهم یک دنباله حسابی می باشند. مجموع این سه جمله کدام است؟

۳۲ ۴۹

۲۴ (۳)

۱۶ (۲)

۲ (۱)



برای دانلود جزوه های بیشتر
به کانال مراجعه کنید

Math.sampad
Math_sampad