

سبحان الله العظيم

# مبانی مهندسی برق ۱

فهرست مطالب:

(۱) مبانی مدارهای الکتریکی

الف) مقاومت و انواع منابع

ب) قوانین KVL و KCL

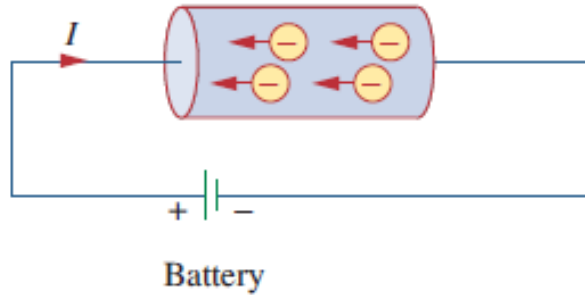
ج) روش های تحلیل مدارهای مقاومتی      د) مدارهای معادل تونن و نورتن

(۲) مدارهای مرتبه اول (تحلیل مدار RL و RC)

(۳) مدارهای مرتبه دوم (تحلیل مدار RLC)

(۴) تجزیه و تحلیل حالت دائمی سینوسی (فازور)

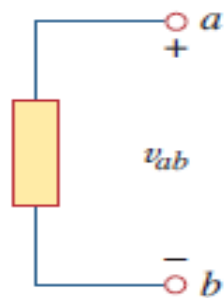
## مبانی مدارهای الکتریکی



$$i \triangleq \frac{dq}{dt}$$

**Figure 1.3**

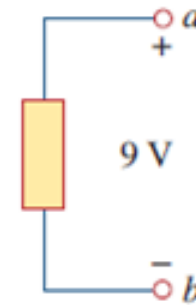
Electric current due to flow of electronic charge in a conductor.



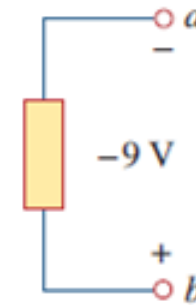
$$v_{ab} \triangleq \frac{dw}{dq}$$

**Figure 1.6**

Polarity of voltage  $v_{ab}$ .



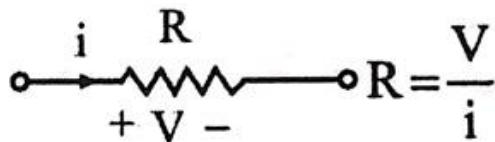
(a)



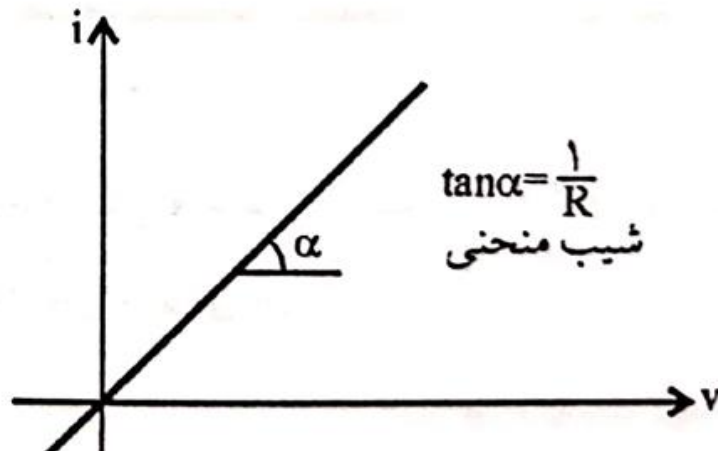
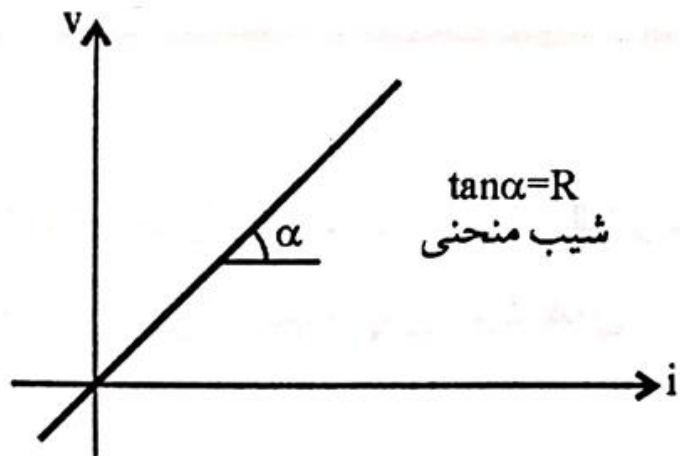
(b)

# مقاومت

## مقاومت خطی تغییر ناپذیر با زمان

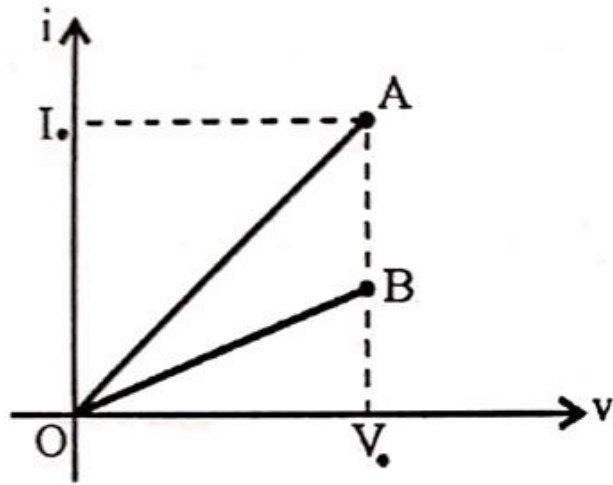

$$R = \frac{V}{i}$$

(به جهت قراردادی جریان و ولتاژ دقت کنید، در مقاومت جریان از سر مثبت ولتاژ وارد می شود)



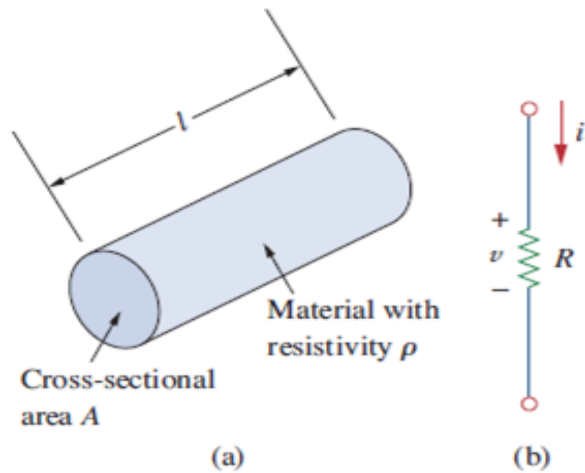
## مقاومت خطی تغییر ناپذیر با زمان

**مثال ۱:** اگر منحنی A مربوط به مقاومت  $R_A$  بوده و منحنی B مربوط به مقاومت  $R_B$  باشد کدام عبارت صحیح است؟



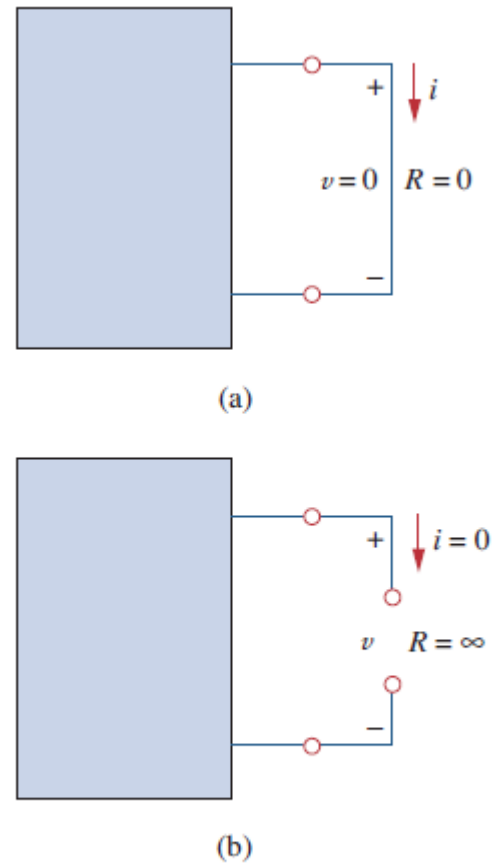
$$i-v \text{ نمودار} \rightarrow \tan \alpha_A > \tan \alpha_B \rightarrow \frac{1}{R_A} > \frac{1}{R_B} \rightarrow R_A < R_B$$

## مقاومت خطی تغییر ناپذیر با زمان



**Figure 2.1**  
(a) Resistor, (b) Circuit symbol for resistance.

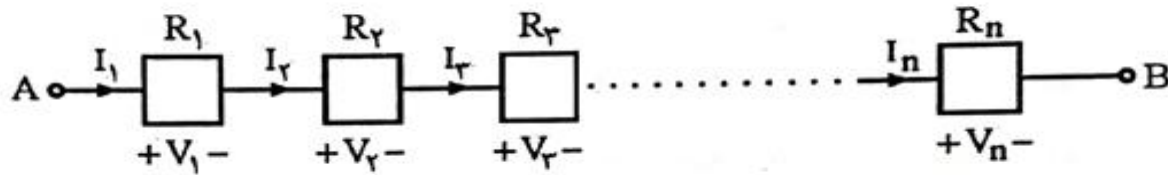
$$R = \rho \frac{\ell}{A}$$



**Figure 2.2**  
(a) Short circuit ( $R = 0$ ), (b) Open circuit ( $R = \infty$ ).

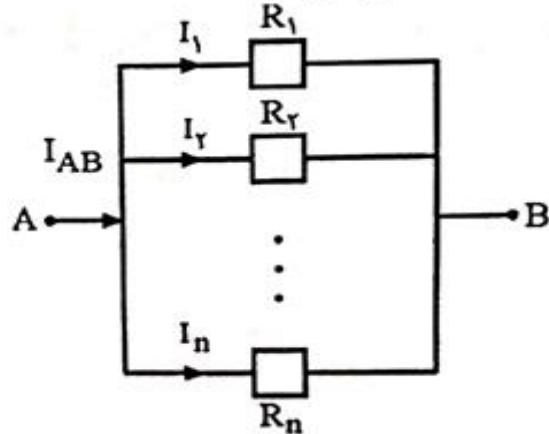
## انواع اتصال مقاومت ها

الف) اتصال سری مقاومت‌ها: اتصال سری چند مقاومت را در شکل زیر مشاهده می‌کنید.



$$\begin{cases} I_{AB} = I_1 = I_2 = I_3 = \dots = I_n \\ V_{AB} = V_1 + V_2 + V_3 + \dots + V_n \end{cases} \rightarrow R_{AB} = R_1 + R_2 + R_3 + \dots + R_n$$

ب) اتصال موازی مقاومت‌ها: اتصال موازی چند مقاومت را در شکل زیر مشاهده می‌کنید.



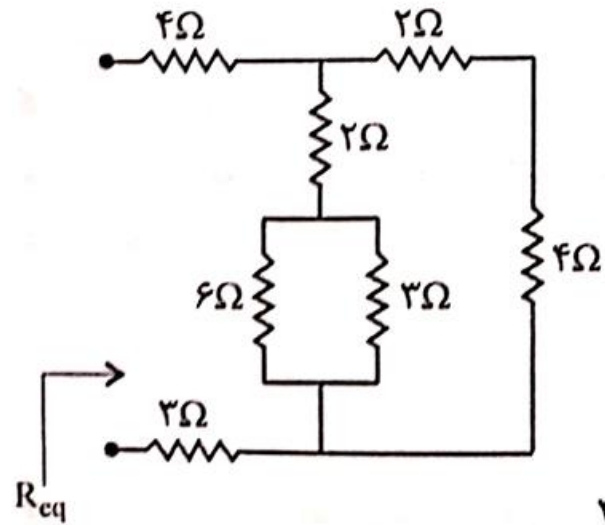
$$\begin{cases} I_{AB} = I_1 + I_2 + I_3 + \dots + I_n \\ V_{AB} = V_1 = V_2 = V_3 = \dots = V_n \end{cases}$$

$$\rightarrow \frac{1}{R_{AB}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n}$$

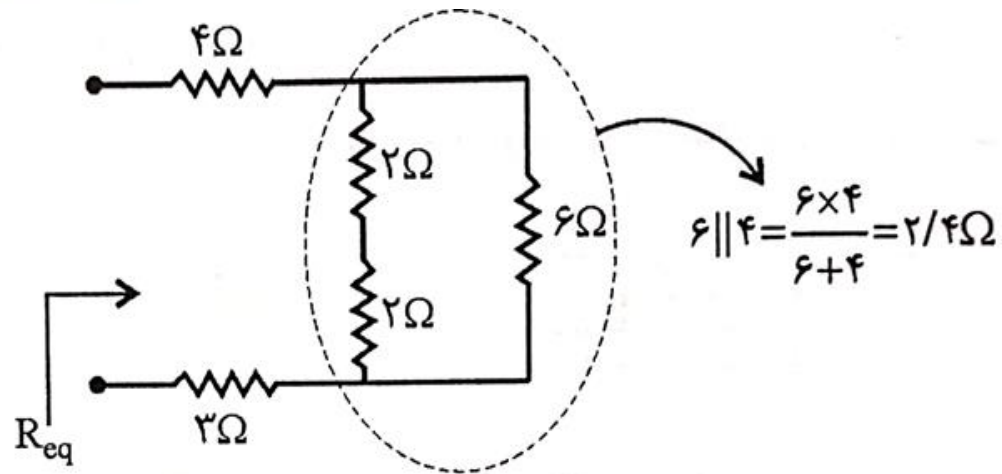
حالت خاصی: اگر دو مقاومت  $R_1$  و  $R_2$  موازی شوند مقاومت هادی به صورت  $R_{eq} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$

## انواع اتصال مقاومت ها

مثال ۲: مقاومت معادل مدار شکل زیر چند اهم است؟



مقاومت ۶ و ۳ اهم با هم موازی هستند  $(6 \parallel 3 = \frac{6 \times 3}{6 + 3} = 2\Omega)$



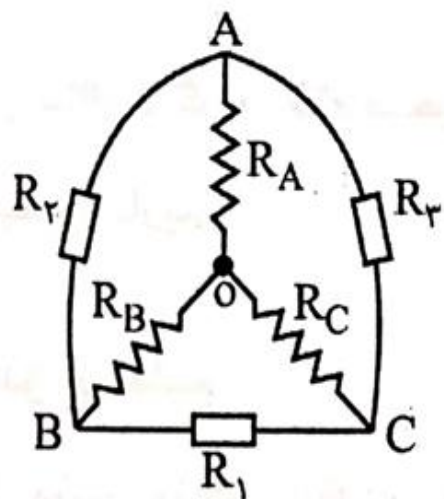
$$6 \parallel 4 = \frac{6 \times 4}{6 + 4} = 2.4\Omega$$

پس مقاومت‌های ۴ و ۲ و ۲/۴ اهمی با هم سری هستند:

$$R_{eq} = 4 + 2 + 2/4 = 9/4\Omega$$



## تبدیل روابط ستاره به مثلث و برعکس



تبدیل ستاره به مثلث

$$\begin{cases} R_1 = \frac{R_A R_B + R_A R_C + R_C R_B}{R_A} \\ R_2 = \frac{R_A R_B + R_A R_C + R_C R_B}{R_C} \\ R_3 = \frac{R_A R_B + R_A R_C + R_C R_B}{R_B} \end{cases}$$

تبدیل مثلث به ستاره

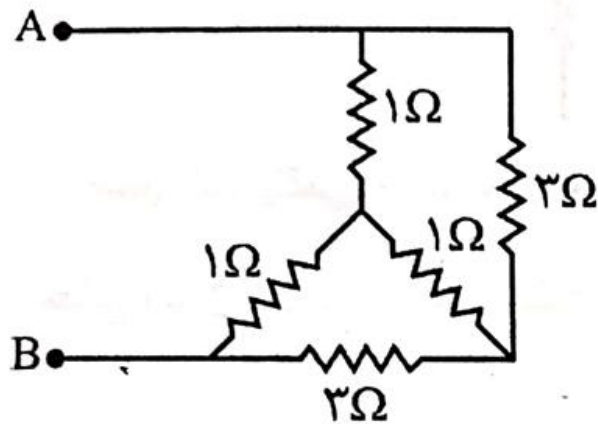
$$\begin{cases} R_A = \frac{R_2 R_3}{R_1 + R_2 + R_3} \\ R_B = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2 + R_3} \\ R_C = \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_2 + R_3} \end{cases}$$

در صورتی که  $R_A = R_B = R_C = R$  باشد آنگاه  $R_1 = R_2 = R_3 = 3R$  و اگر  $R_1 = R_2 = R_3 = R$  باشد

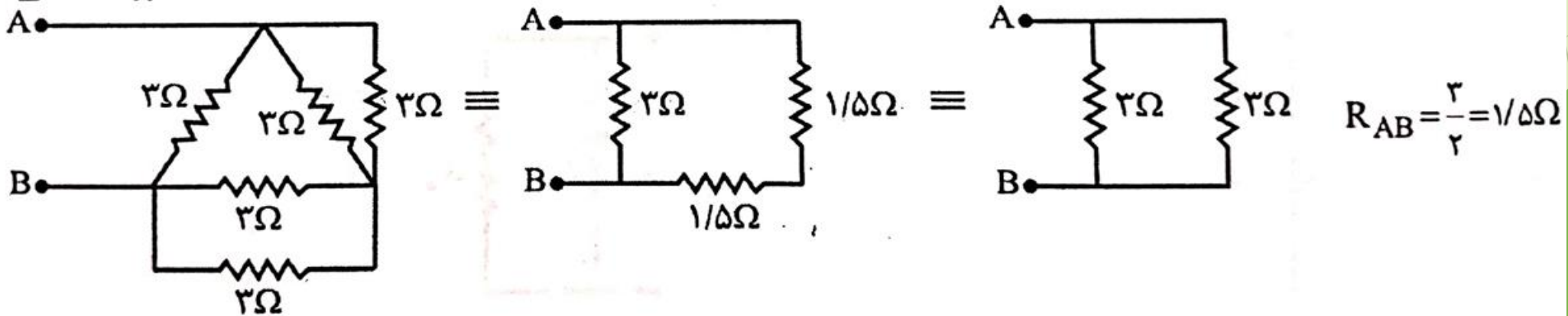
آنگاه  $R_A = R_B = R_C = \frac{R}{3}$  می باشد. (در مقاومت های برابر  $R_{\Delta} = 3R_{\lambda}$  می باشد)

## تبدیل روابط ستاره به مثلث و برعکس

مثال ۴: مقاومت معادل مدار شکل زیر از دو پایانه A و B چند اهم است؟

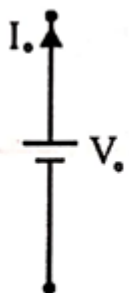


$$R_{\Delta} = 3R_{\lambda} = 3 \times 1 = 3\Omega$$

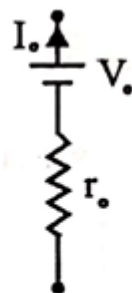


# انواع منابع

منبع ولتاژ مستقل:



منبع ولتاژ مستقل تئوری

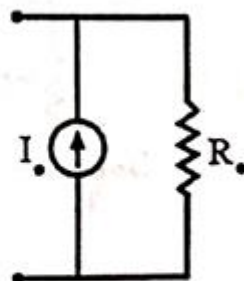


منبع ولتاژ واقعی، مقاومت  $r_0$  با منبع  $V_0$  سری شده است.

منبع جریان مستقل:



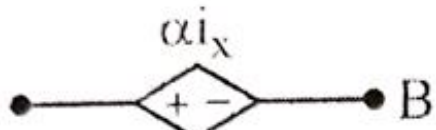
منبع جریان مستقل تئوری



منبع جریان واقعی، مقاومت  $R_0$  یا منبع جریان موازی است.

## انواع منابع

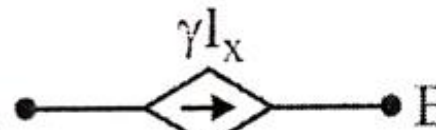
### منابع وابسته

A  B  $V_{AB} = \alpha i_x$

۱- منبع ولتاژ وابسته به جریان:

A  B  $V_{AB} = \beta V_x$

۲- منبع ولتاژ وابسته به ولتاژ

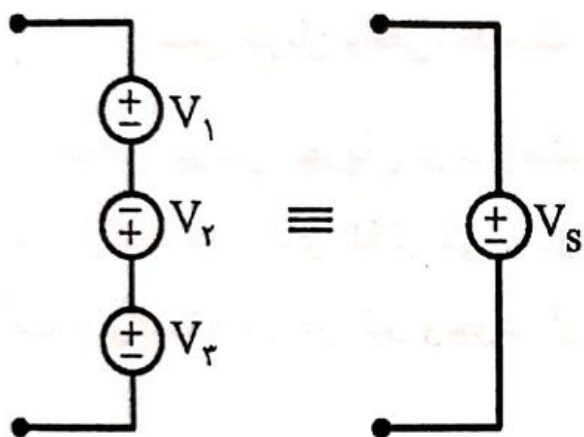
A  B  $I_{AB} = \gamma I_x$

۳- منبع جریان وابسته به جریان

A  B  $I_{AB} = \zeta V_x$

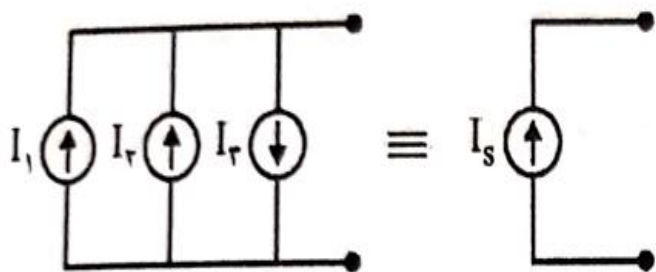
۴- منبع جریان وابسته به ولتاژ

## اتصال منابع



$$V_S = V_1 - V_2 + V_3$$

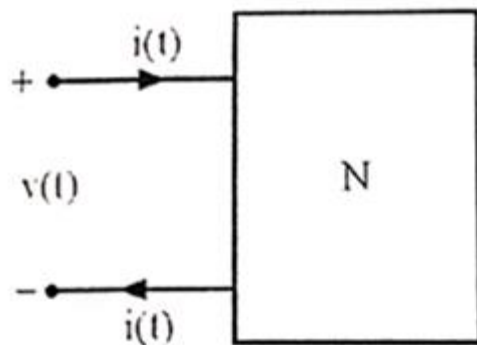
**نکته ۱:** هرگاه چند منبع ولتاژ به یکدیگر به صورت سری متصل شده باشند، منبع معادل آنها از جمع جبری منابع می‌باشد. (به جهت پلاریته‌ها دقت شود)



$$I_S = I_1 + I_2 - I_3$$

**نکته ۲:** هرگاه چند منبع جریان به صورت موازی با یکدیگر متصل شده باشند می‌توان معادل آنها را با جمع جبری منابع به دست آورد. (به جهت منابع جریان دقت شود)

## توان و انرژی



به جهت‌های ولتاژ و جریان دقت کنید.

$$p \triangleq \frac{dw}{dt}$$

$$p = \frac{dw}{dt} = \frac{dw}{dq} \cdot \frac{dq}{dt} = vi$$

$$p = vi$$

چون انرژی (بر حسب ژول) انتگرال توان می‌باشد نتیجه می‌شود که انرژی گرفته شده به وسیله المان

$$w(t_0, t) = \int_{t_0}^t p(\tau) d\tau = \int_{t_0}^t v(\tau) i(\tau) d\tau$$

فوق از زمان  $t_0$  تا زمان  $t$  عبارت است از:



## توان و انرژی

در فرمول توان اگر  $p(t) > 0$  باشد یعنی شبکه به دنیای خارج توانی تحویل نمی‌دهد بلکه خود مصرف کننده توان است ولی اگر  $p(t) < 0$  باشد یعنی شبکه فوق به دنیای خارج توان تحویل می‌دهد.

توان مصرفی در مقاومت: اگر جریان و ولتاژ دو سر مقاومت DC باشد، توان مصرفی در یک مقاومت از

$$P = V.I = RI^2 = \frac{V^2}{R}$$

فرمول‌های روبرو محاسبه می‌گردد.

ولی اگر جریان و ولتاژ دو سر مقاومت به صورت سینوسی باشند آن گاه توان مصرفی در یک

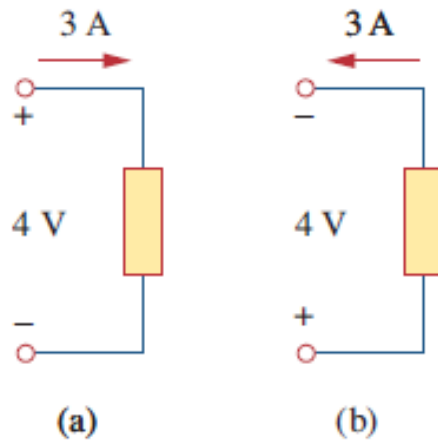
$$P = V_{rms} \cdot I_{rms} = R I_{rms}^2 = \frac{V_{rms}^2}{R}$$

مقاومت به صورت روبرو است:

انرژی مصرفی در مقاومت خطی تغییرناپذیر با زمان: در یک مقاومت خطی تغییرناپذیر با زمان، حاصلضرب توان در زمان را انرژی مصرف شده در مقاومت می‌نامیم و خواهیم داشت:

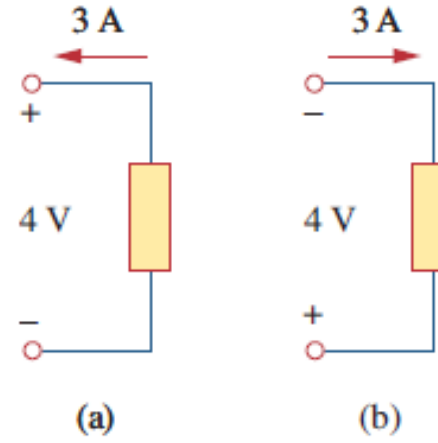
$$W = p \times t = VIt = RI^2 t = \frac{V^2}{R} t$$

## توان و انرژی



**Figure 1.9**

Two cases of an element with an absorbing power of 12 W: (a)  $p = 4 \times 3 = 12$  W, (b)  $p = 4 \times 3 = 12$  W.

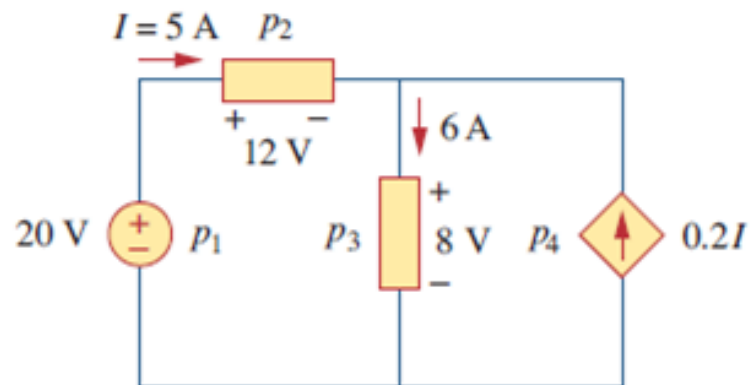


**Figure 1.10**

Two cases of an element with a supplying power of 12 W: (a)  $p = -4 \times 3 = -12$  W, (b)  $p = -4 \times 3 = -12$  W.



## توان و انرژی



$$p_1 = 20(-5) = -100 \text{ W} \quad \text{Supplied power}$$

$$p_2 = 12(5) = 60 \text{ W} \quad \text{Absorbed power}$$

$$p_3 = 8(6) = 48 \text{ W} \quad \text{Absorbed power}$$

**Figure 1.15**

For Example 1.7.

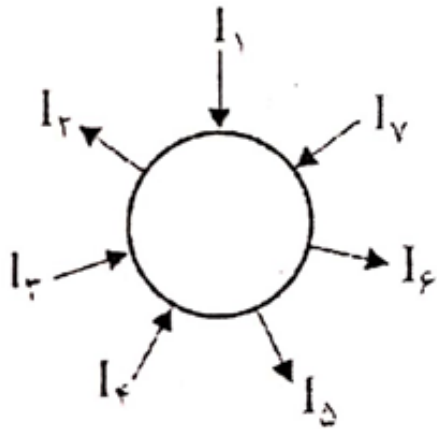
$$p_4 = 8(-0.2I) = 8(-0.2 \times 5) = -8 \text{ W} \quad \text{Supplied power}$$

$$p_1 + p_2 + p_3 + p_4 = -100 + 60 + 48 - 8 = 0$$

# قوانین KCL و KVL

## قانون جریان (KCL)

مجموع جریان‌های وارد شده به یک گره با مجموع جریان‌های خارج شده از آن برابر است:

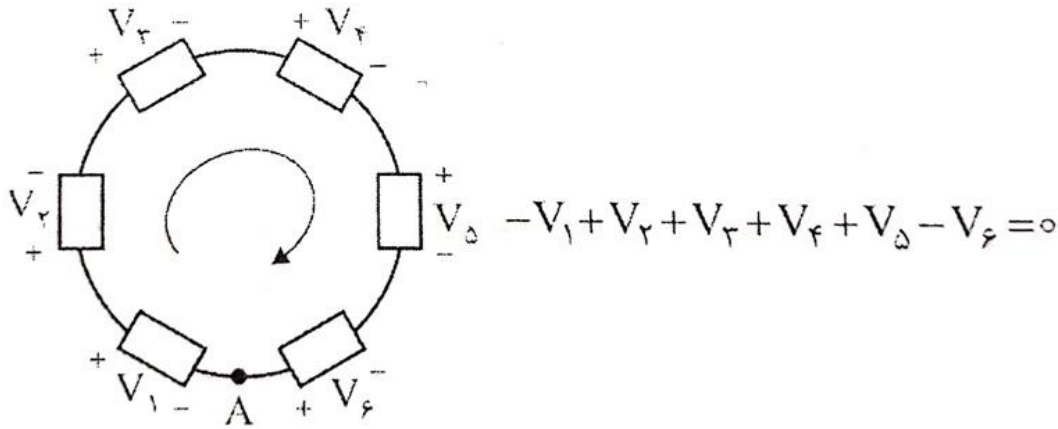


$$I_1 + I_3 + I_4 + I_7 = I_2 + I_5 + I_6$$

# قوانین KVL و KCL

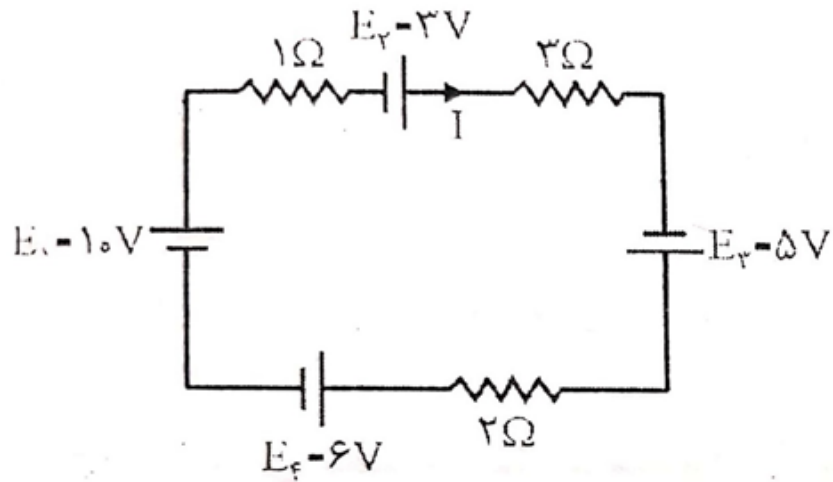
## قانون ولتاژ (KVL)

برطبق این قانون جمع جبری ولتاژها در هر مسیر بسته‌ای از مدار صفر است.



## قوانین KCL و KVL

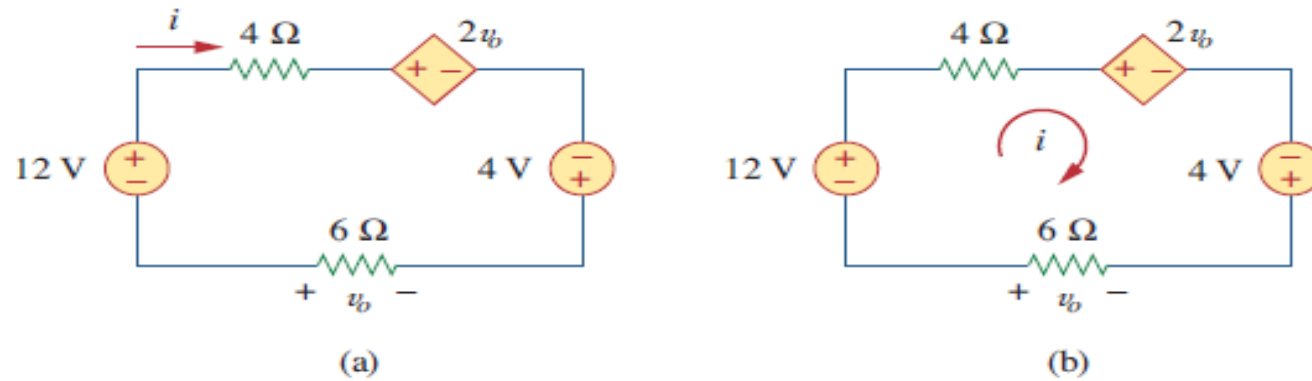
مثال ۸: در مدار زیر I چند آمپر است؟



$$-E_1 + 1 \times I - E_r + 3 \times I - E_r + 2 \times I + E_f = 0 \rightarrow -10 + I - 3 + 3I - 5 + 2I + 6 = 0$$

$$6I = 12 \rightarrow I = \frac{12}{6} = 2A$$

## قوانين KCL و KVL



**Figure 2.23**  
For Example 2.6.

### **Solution:**

We apply KVL around the loop as shown in Fig. 2.23(b). The result is

$$-12 + 4i + 2v_o - 4 + 6i = 0 \quad (2.6.1)$$

Applying Ohm's law to the 6-Ω resistor gives

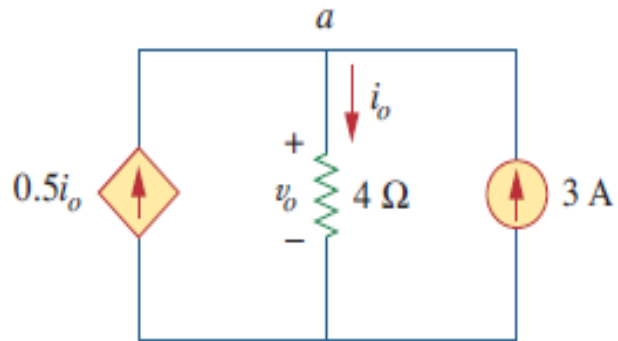
$$v_o = -6i \quad (2.6.2)$$

Substituting Eq. (2.6.2) into Eq. (2.6.1) yields

$$-16 + 10i - 12i = 0 \quad \Rightarrow \quad i = -8 \text{ A}$$

and  $v_o = 48 \text{ V}$ .

## قوانين KCL و KVL



**Figure 2.25**  
For Example 2.7.

### Solution:

Applying KCL to node  $a$ , we obtain

$$3 + 0.5i_o = i_o \Rightarrow i_o = 6 \text{ A}$$

For the  $4\text{-}\Omega$  resistor, Ohm's law gives

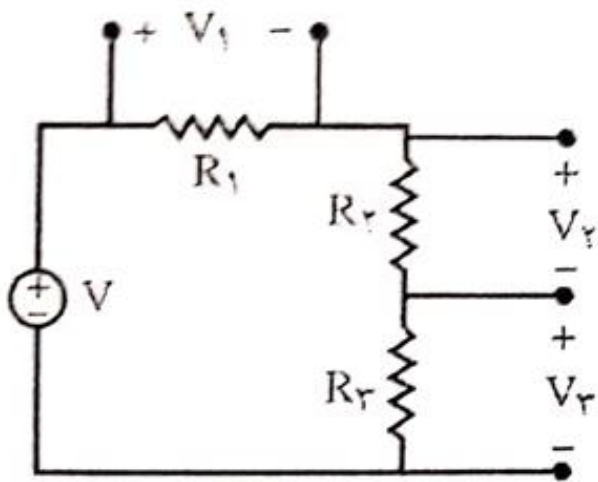
$$v_o = 4i_o = 24 \text{ V}$$

# روش های تحلیل مدارهای مقاومتی

۱. روش تحلیل با استفاده از قاعده تقسیم جریانی و قاعده تقسیم ولتاژی
۲. روش تبدیل منابع
۳. روش تحلیل گره
۴. روش تحلیل مش
۵. قضیه جمع آثار
۶. روش ترکیبی KVL با KCL

## قاعده تقسیم ولتاژ

قانون تقسیم ولتاژی در مدار به صورت زیر است.



$$V_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_2 + R_3} V$$

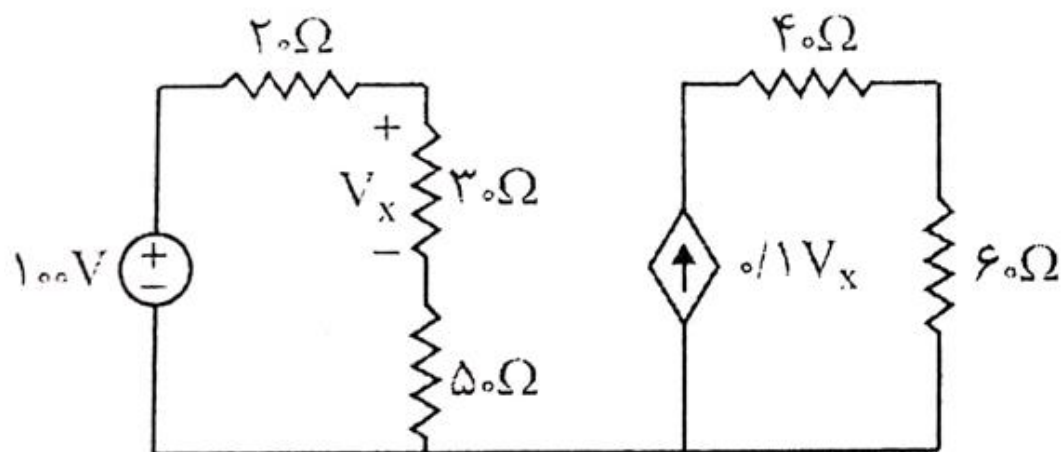
$$V_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2 + R_3} V$$

$$V_3 = \frac{R_3}{R_1 + R_2 + R_3} V$$



## قاعده تقسیم ولتاژ

مثال ۱۱: توان مقاومت ۴۰ اهمی کدام است؟

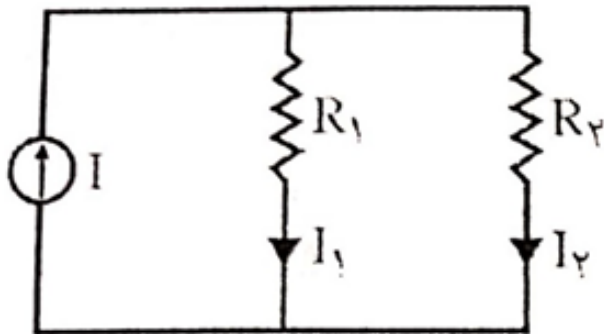


$$V_x = \frac{3}{3+2+5} \times 10 = 3 \text{ V}$$

$$P_{4\Omega} = 4 \cdot (I)^2 \xrightarrow[\substack{I = 0.1V_x \\ V_x = 3.}}{I = 0.1 \times 3.} P_{4\Omega} = 4 \cdot (0.1 \times 3.)^2 = 4 \cdot 9 = 36 \text{ W}$$

## قاعده تقسیم جریان

قانون تقسیم جریانی در مدار بصورت زیر است:

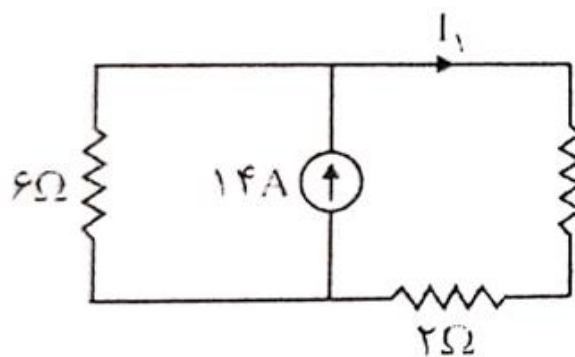
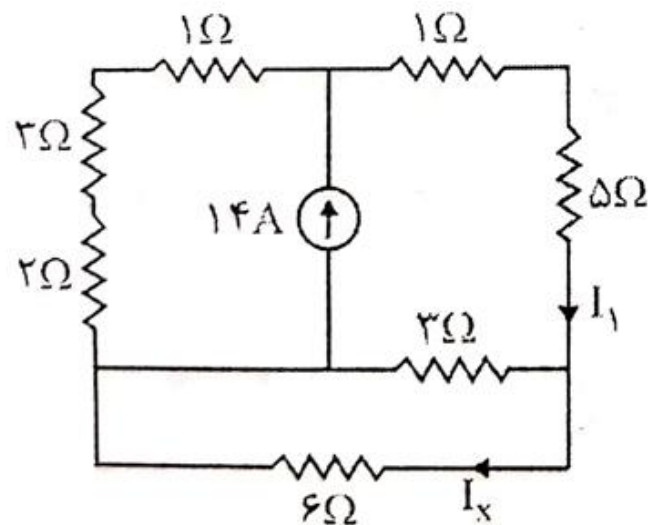


$$I_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} I$$

$$I_2 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} I$$

## قاعده تقسیم جریان

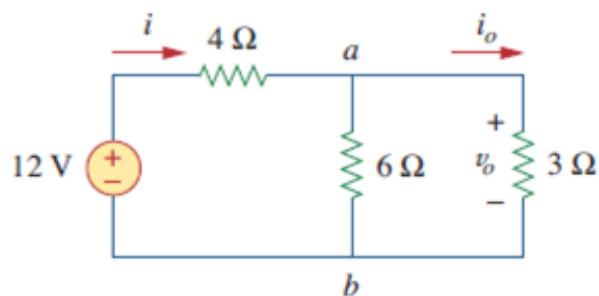
مثال ۱۳: مقدار جریان  $I_x$  کدام است؟



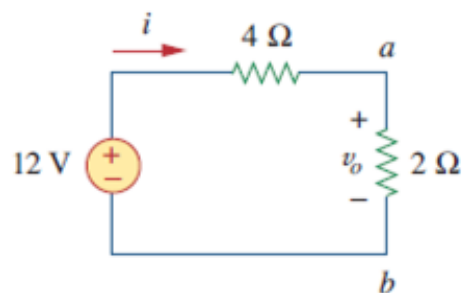
$$I_1 = \frac{6}{6+6+2} \times 14 = 6A$$

$$I_x = \frac{3}{3+6} \times 6 = \frac{18}{9} = 2A$$

## قاعده تقسیم جریان



(a)



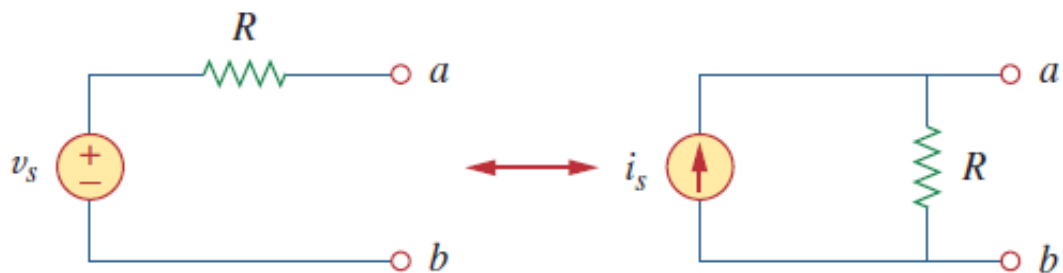
$$v_o = \frac{2}{2 + 4} (12 \text{ V}) = 4 \text{ V}$$

$$v_o = 3i_o = 4 \quad \Rightarrow \quad i_o = \frac{4}{3} \text{ A}$$

$$i_o = \frac{6}{6 + 3} i = \frac{2}{3} (2 \text{ A}) = \frac{4}{3} \text{ A}$$

$$p_o = v_o i_o = 4 \left( \frac{4}{3} \right) = 5.333 \text{ W}$$

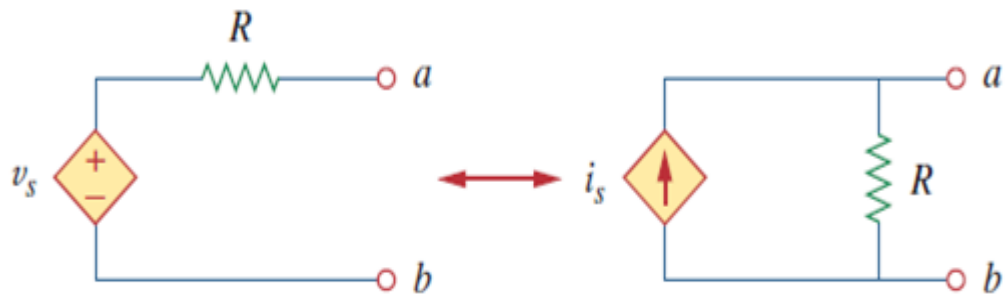
## قانون تبدیل منابع



**Figure 4.15**

Transformation of independent sources.

$$v_s = i_s R \quad \text{or} \quad i_s = \frac{v_s}{R}$$

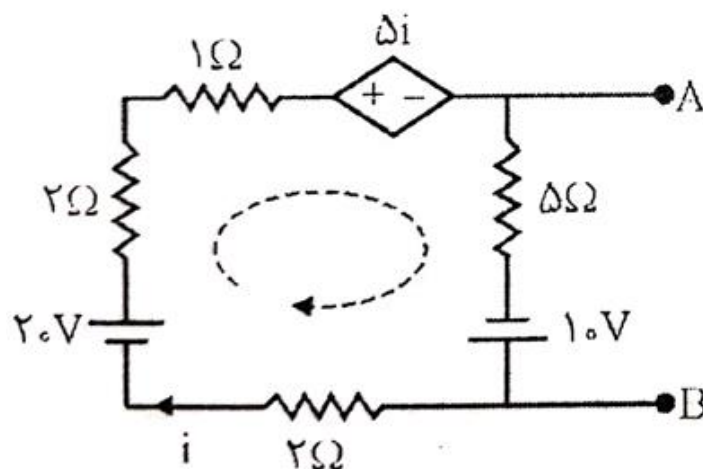
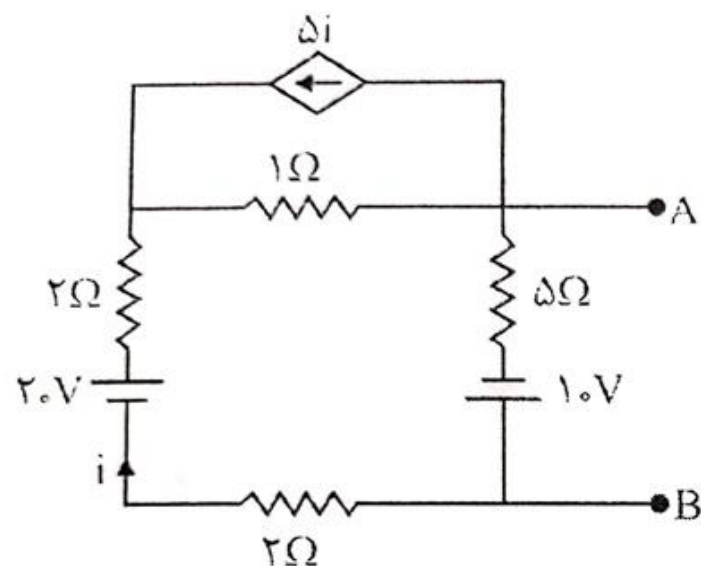


**Figure 4.16**

Transformation of dependent sources.

## قانون تبدیل منابع

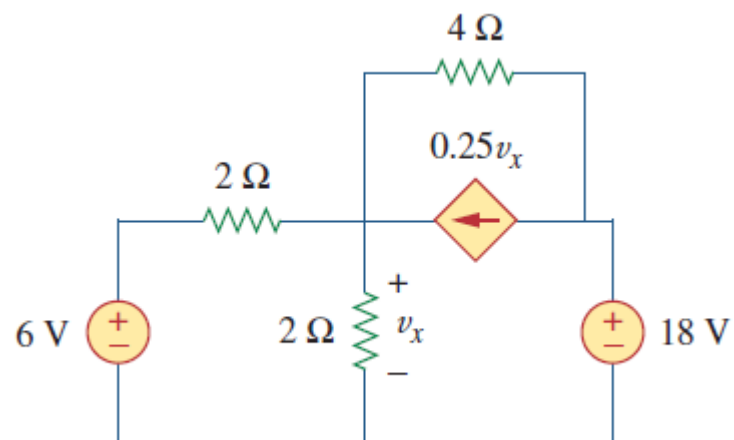
مثال ۱۷: در مدار زیر  $i$  و  $V_{AB}$  به ترتیب کدام اند؟



$$\text{KVL} = i + \Delta i + \Delta i - 1 + 2i - 2 + 2i = 0 \rightarrow i = 2A$$

$$V_{AB} = \Delta i - 1 \xrightarrow{i=2} V_{AB} = 1 - 1 = 0$$

## قانون تبدیل منابع

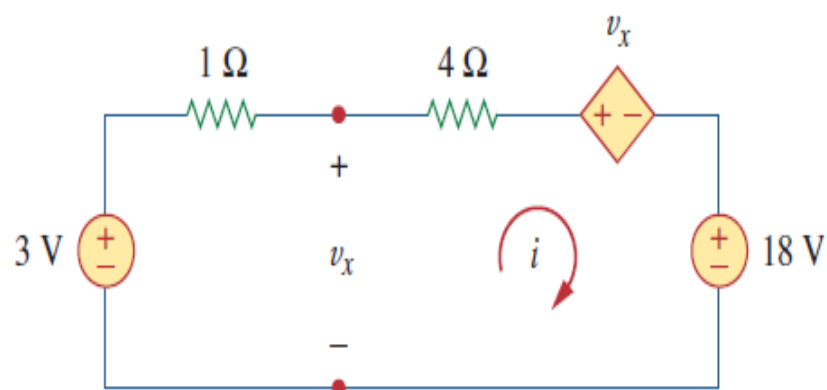
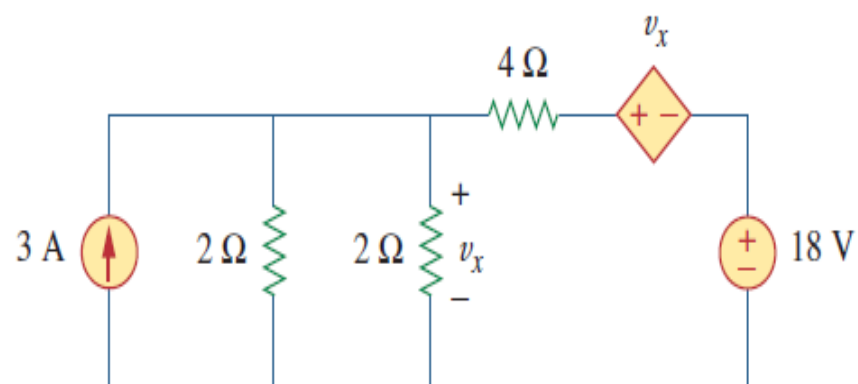


$$-3 + 5i + v_x + 18 = 0$$

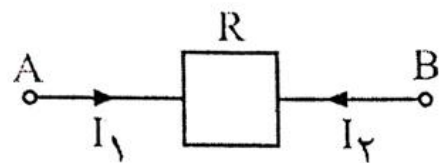
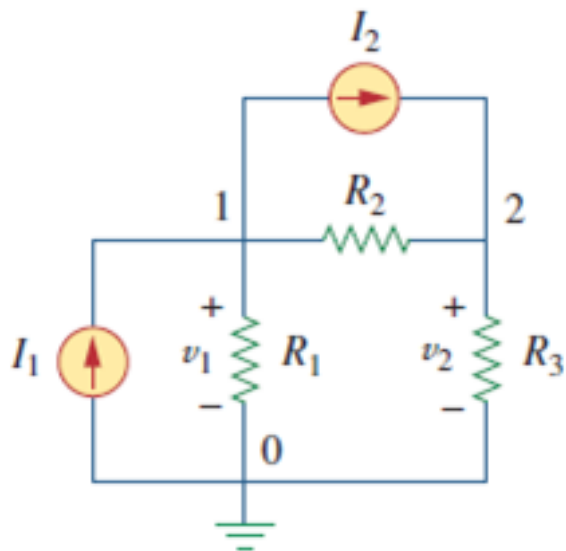
$$-3 + 1i + v_x = 0 \quad \Rightarrow \quad v_x = 3 - i$$

$$15 + 5i + 3 - i = 0 \quad \Rightarrow \quad i = -4.5 \text{ A}$$

$$v_x = 3 - i = 7.5 \text{ V.}$$



## روش تحلیل گره

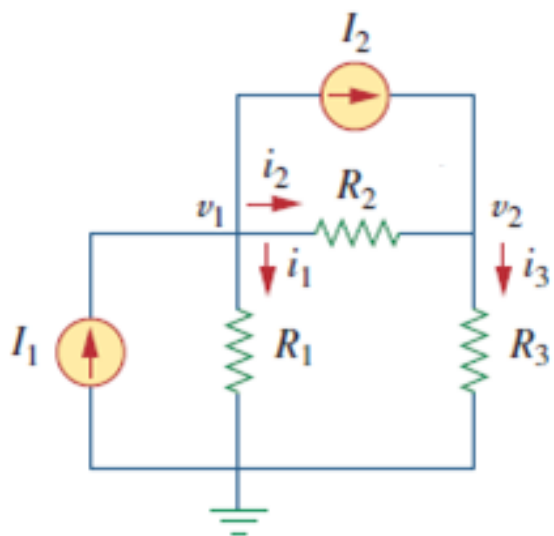


$$I_1 = \frac{V_A - V_B}{R}$$

$$, I_2 = \frac{V_B - V_A}{R}$$

$$I_1 = I_2 + i_1 + i_2$$

$$I_2 + i_2 = i_3$$



$$i_1 = \frac{v_1 - 0}{R_1}$$

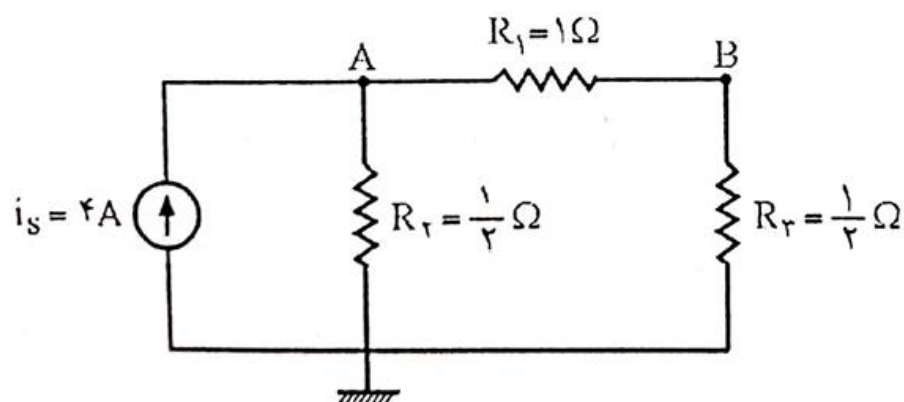
$$i_2 = \frac{v_1 - v_2}{R_2}$$

$$i_3 = \frac{v_2 - 0}{R_3}$$



## روش تحلیل گره

مثال ۱۱: در مدار شکل مقابل  $V_A$  و  $V_B$  کدامند؟



$$i_s = \frac{V_A}{R_r} + \frac{V_A - V_B}{R_1} \Rightarrow 4 = \frac{V_A}{\frac{1}{2}} + \frac{V_A - V_B}{1} \Rightarrow 3V_A - V_B = 4$$

و

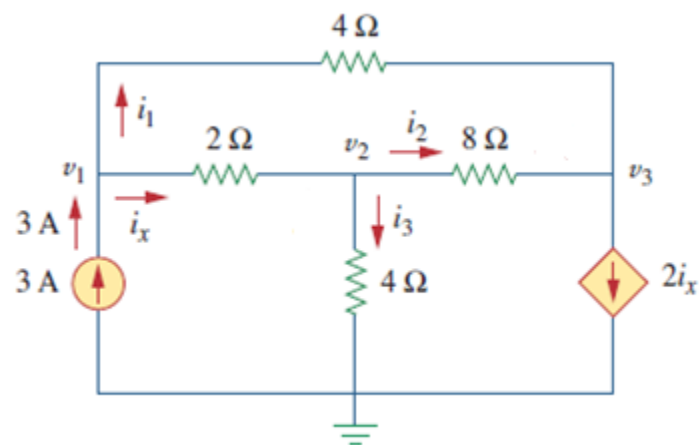
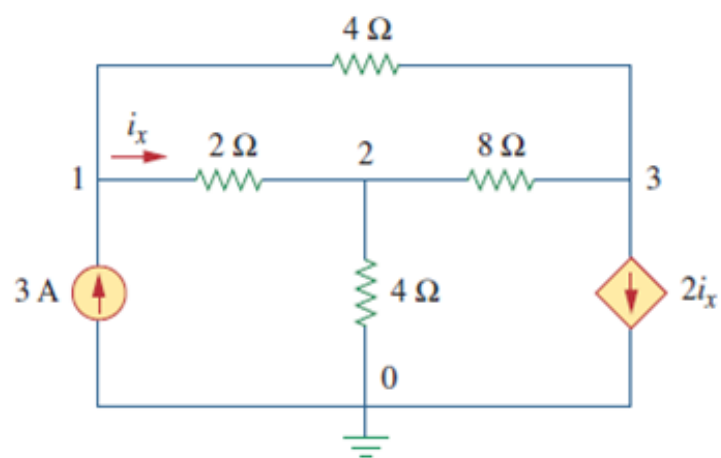
$$\frac{V_B}{\frac{1}{2}} + \frac{V_B - V_A}{1} = 0$$

$$\begin{cases} 3V_A - V_B = 4 \\ -V_A + 3V_B = 0 \end{cases} \rightarrow V_A = \frac{\begin{vmatrix} 4 & -1 \\ 0 & 3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3 & -1 \\ -1 & 3 \end{vmatrix}} = 1/5V$$

$$V_B = \frac{\begin{vmatrix} 3 & +4 \\ -1 & 0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3 & -1 \\ -1 & 3 \end{vmatrix}} = 0/5V$$

## روش تحلیل گره

مثال: مقادیر ولتاژ در گره های ۱ و ۲ و ۳ به دست آورید



## روش تحلیل گره

$$3 = i_1 + i_x \Rightarrow 3 = \frac{v_1 - v_3}{4} + \frac{v_1 - v_2}{2}$$

$$3v_1 - 2v_2 - v_3 = 12$$

$$i_x = i_2 + i_3 \Rightarrow \frac{v_1 - v_2}{2} = \frac{v_2 - v_3}{8} + \frac{v_2 - 0}{4}$$

$$-4v_1 + 7v_2 - v_3 = 0$$

$$i_1 + i_2 = 2i_x \Rightarrow \frac{v_1 - v_3}{4} + \frac{v_2 - v_3}{8} = \frac{2(v_1 - v_2)}{2}$$

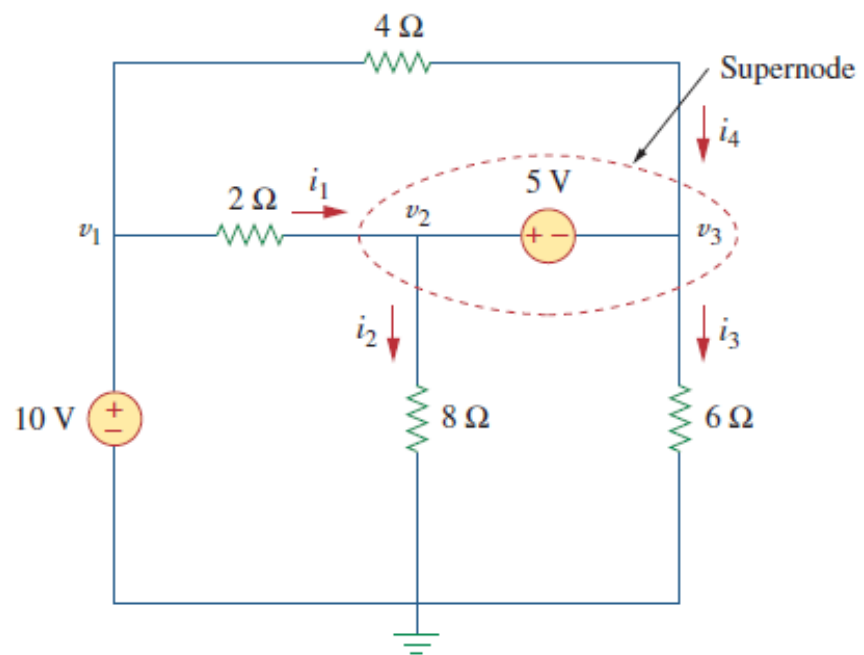
$$2v_1 - 3v_2 + v_3 = 0$$

$$\begin{bmatrix} 3 & -2 & -1 \\ -4 & 7 & -1 \\ 2 & -3 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$v_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{48}{10} = 4.8 \text{ V}, \quad v_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{24}{10} = 2.4 \text{ V}$$

$$v_3 = \frac{\Delta_3}{\Delta} = \frac{-24}{10} = -2.4 \text{ V}$$

## روش تحلیل گره



$$v_1 = 10 \text{ V}$$

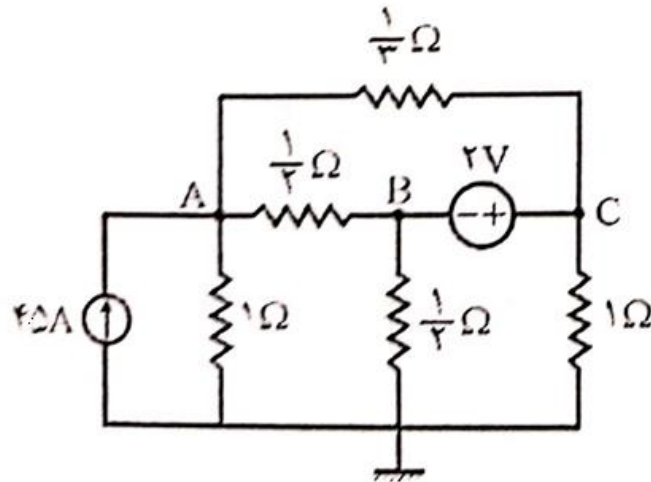
$$i_1 + i_4 = i_2 + i_3$$

$$\frac{v_1 - v_2}{2} + \frac{v_1 - v_3}{4} = \frac{v_2 - 0}{8} + \frac{v_3 - 0}{6}$$

$$v_2 - v_3 = 5$$

## روش تحلیل گره

مثال ۲۶: در مدار زیر پتانسیل گره‌ها را محاسبه کنید.



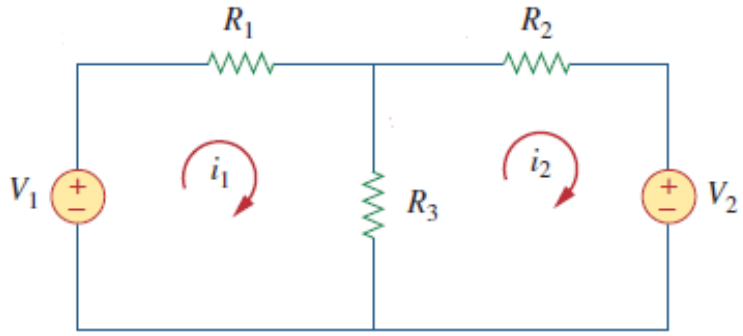
$$\begin{cases} 6V_A - 2V_B - 3V_C = 45 \\ -5V_A + 4V_B + 4V_C = 0 \\ V_C - V_B = 2 \end{cases} \quad \begin{aligned} V_A &= 16V \\ V_B &= 9V \\ V_C &= 11V \end{aligned}$$

$$2V_B + 2(V_B - V_A) + \frac{V_C}{1} + 3(V_C - V_A) = 0 \rightarrow -5V_A + 4V_B + 4V_C = 0$$

$$45 = \frac{V_A}{1} + 2(V_A - V_B) + 3(V_A - V_C) \rightarrow 6V_A - 2V_B - 3V_C = 45$$

$$V_C - V_B = 2$$

## روش تحلیل مش



**Figure 3.17**

A circuit with two meshes.

$$-V_1 + R_1 i_1 + R_3(i_1 - i_2) = 0$$

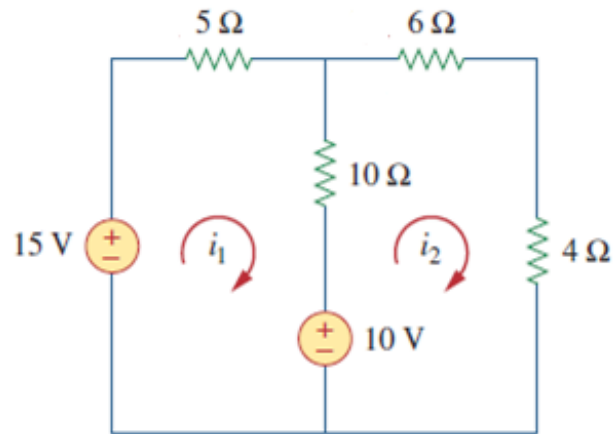
$$(R_1 + R_3)i_1 - R_3 i_2 = V_1$$

$$R_2 i_2 + V_2 + R_3(i_2 - i_1) = 0$$

$$-R_3 i_1 + (R_2 + R_3)i_2 = -V_2$$

$$\begin{bmatrix} R_1 + R_3 & -R_3 \\ -R_3 & R_2 + R_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_1 \\ -V_2 \end{bmatrix}$$

## روش تحلیل مش



$$-15 + 5i_1 + 10(i_1 - i_2) + 10 = 0$$

$$3i_1 - 2i_2 = 1$$

$$6i_2 + 4i_2 + 10(i_2 - i_1) - 10 = 0$$

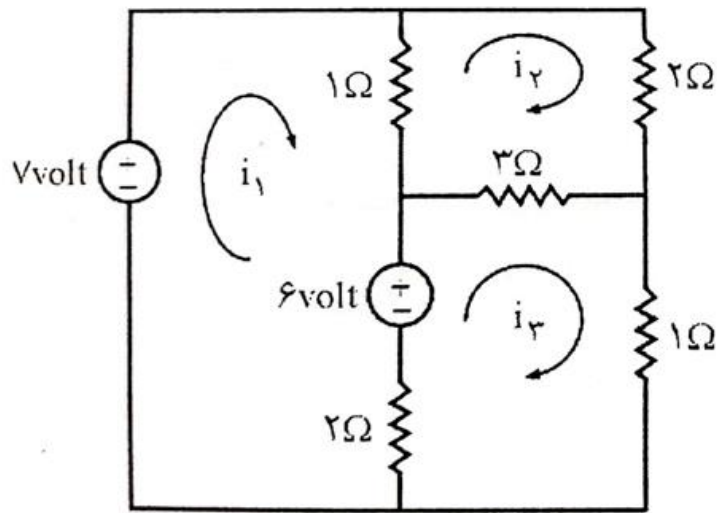
$$i_1 = 2i_2 - 1$$

$$\begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$i_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = 1 \text{ A}, \quad i_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta} = 1 \text{ A}$$

## روش تحلیل مش

**مثال ۲۸:** با استفاده از تحلیل مش جریانهای  $i_1, i_2, i_3$  را به دست آورید.



$$-7 + 1(i_1 - i_2) + 6 + 2(i_1 - i_3) = 0$$

$$1(i_2 - i_1) + 2i_2 + 3(i_2 - i_3) = 0$$

$$2(i_3 - i_1) - 6 + 3(i_3 - i_2) + 1i_3 = 0$$

با اعمال KVL در حلقه (۱) داریم:

با اعمال KVL در حلقه (۲) داریم:

با اعمال KVL در حلقه (۳) داریم:

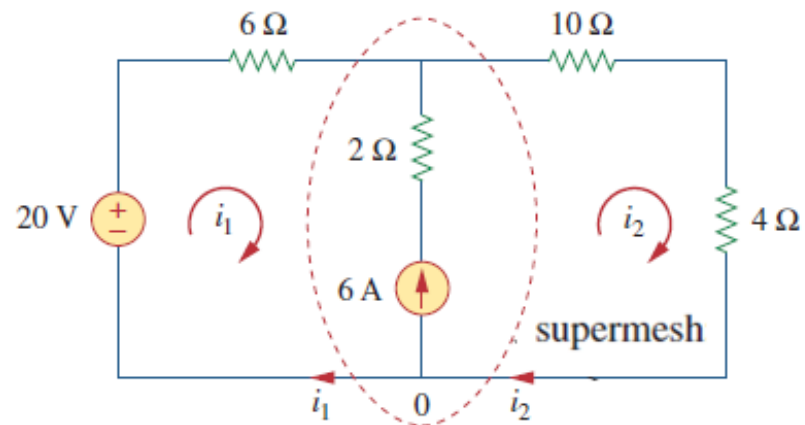


## روش تحلیل مش

$$\begin{cases} 3i_1 - i_2 - 2i_3 = 1 \\ -i_1 + 6i_2 - 3i_3 = 0 \\ -2i_1 - 3i_2 + 6i_3 = 6 \end{cases} \rightarrow \begin{bmatrix} 3 & -1 & -2 \\ -1 & 6 & -3 \\ -2 & -3 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 6 \end{bmatrix} \rightarrow i_3 = \frac{\begin{vmatrix} 3 & -1 & 1 \\ -1 & 6 & 0 \\ -2 & -3 & 6 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3 & -1 & -2 \\ -1 & 6 & -3 \\ -2 & -3 & 6 \end{vmatrix}} = \frac{117}{39} = 3A$$

$$\rightarrow i_1 = 3A, i_2 = 2A$$

## روش تحلیل مش



$$-20 + 6i_1 + 10i_2 + 4i_2 = 0$$

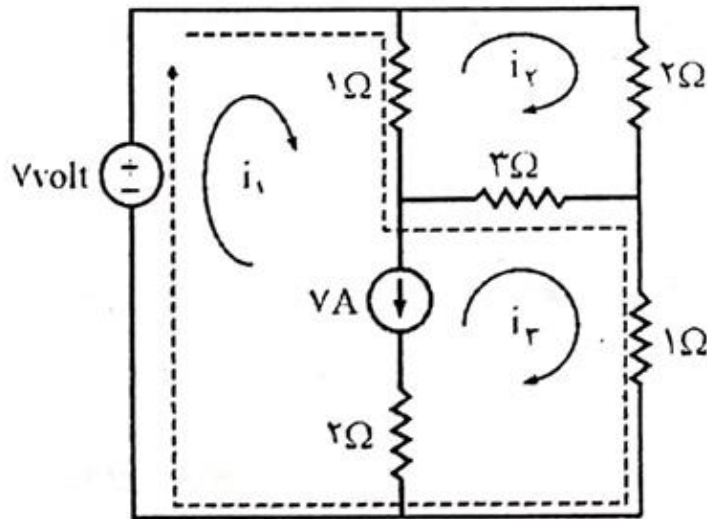
$$6i_1 + 14i_2 = 20$$

$$i_2 = i_1 + 6$$

$$i_1 = -3.2 \text{ A}, \quad i_2 = 2.8 \text{ A}$$

## روش تحلیل مش

مثال ۳۱: با استفاده از تحلیل مش جریان‌های  $i_1$  و  $i_2$  و  $i_3$  را محاسبه کنید.



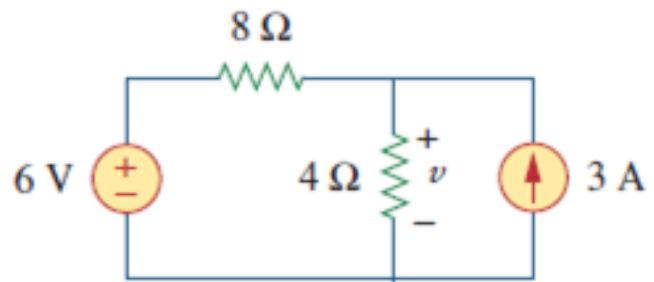
$$-V + 1(i_1 - i_2) + 3(i_3 - i_2) + 1i_3 = 0 \rightarrow i_1 - 4i_2 + 4i_3 = V$$

$$1(i_2 - i_1) + 2i_2 + 3(i_2 - i_3) = 0 \rightarrow -i_1 + 6i_2 - 3i_3 = 0$$

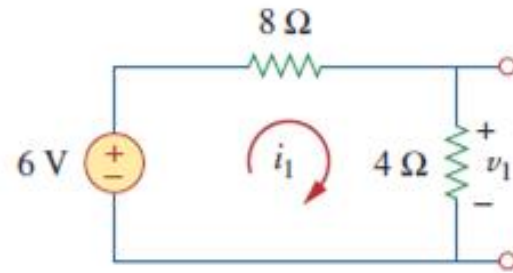
$$i_1 - i_3 = 7A$$

$$\rightarrow i_1 = 9A, i_2 = 2/5A, i_3 = 2A$$

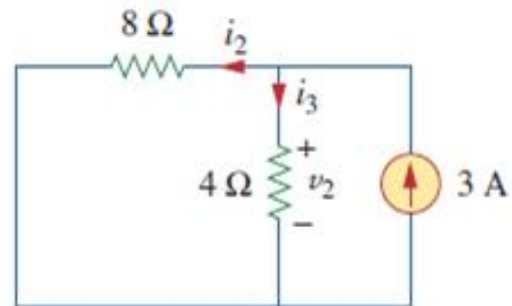
## قضيه جمع آثار



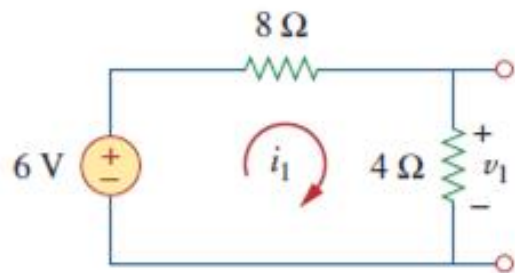
$$v = v_1 + v_2$$



(a)



## قضيه جمع آثار

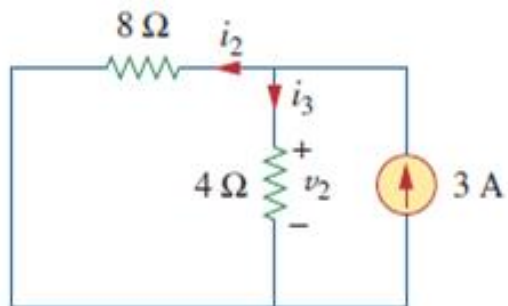


(a)

$$12i_1 - 6 = 0 \quad \Rightarrow \quad i_1 = 0.5 \text{ A}$$

$$v_1 = 4i_1 = 2 \text{ V}$$

$$v_1 = \frac{4}{4 + 8}(6) = 2 \text{ V}$$

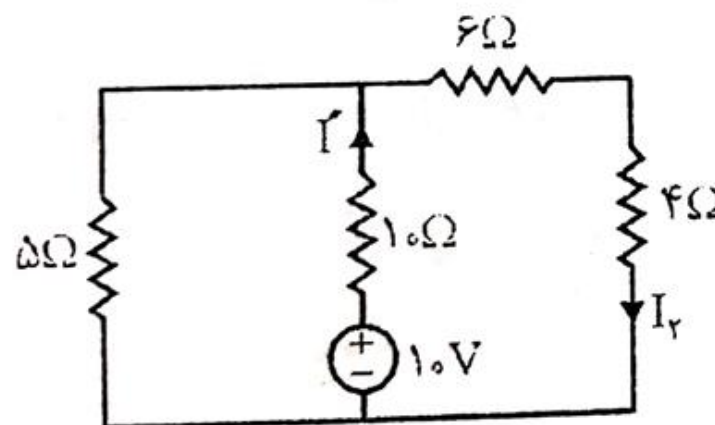
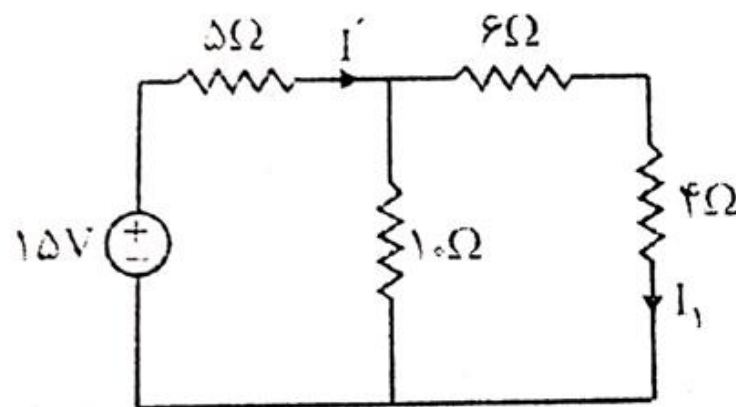
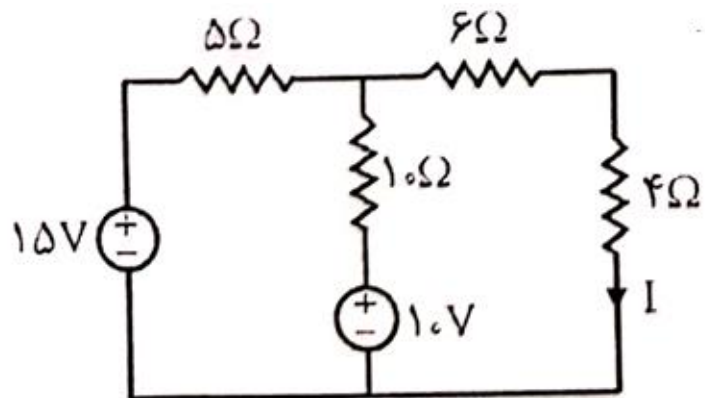


$$i_3 = \frac{8}{4 + 8}(3) = 2 \text{ A} \quad v_2 = 4i_3 = 8 \text{ V}$$

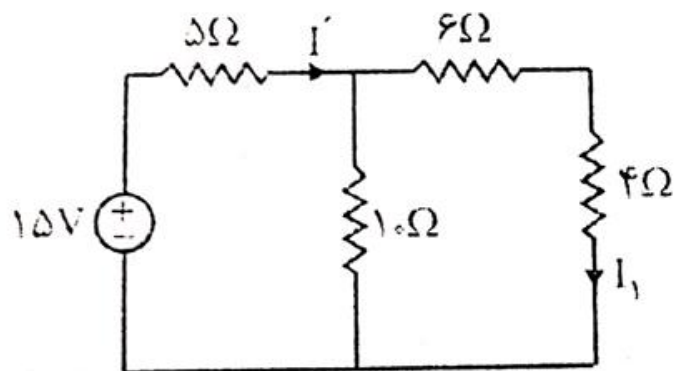
$$v = v_1 + v_2 = 2 + 8 = 10 \text{ V}$$

## قضیه جمع آثار

مثال ۳۴: در مدار زیر توان تلف شده در مقاومت ۴ اهمی کدام است؟

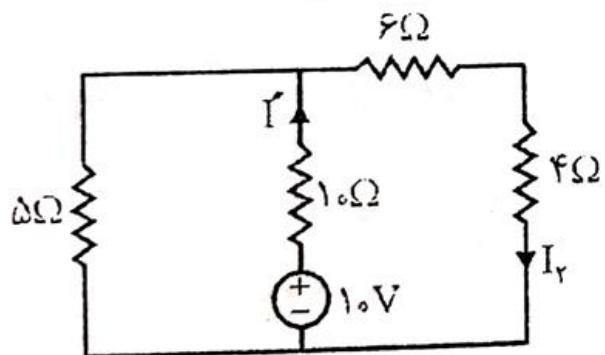


## قضيه جمع آثار



$$I' = \frac{15}{5 + [10 \parallel (6 + 4)]} = \frac{15}{5 + 5} = 1.5 \text{ A}$$

$$I_1 = \frac{10}{10 + 10} \times I' = \frac{1.5}{2} = 0.75 \text{ A}$$



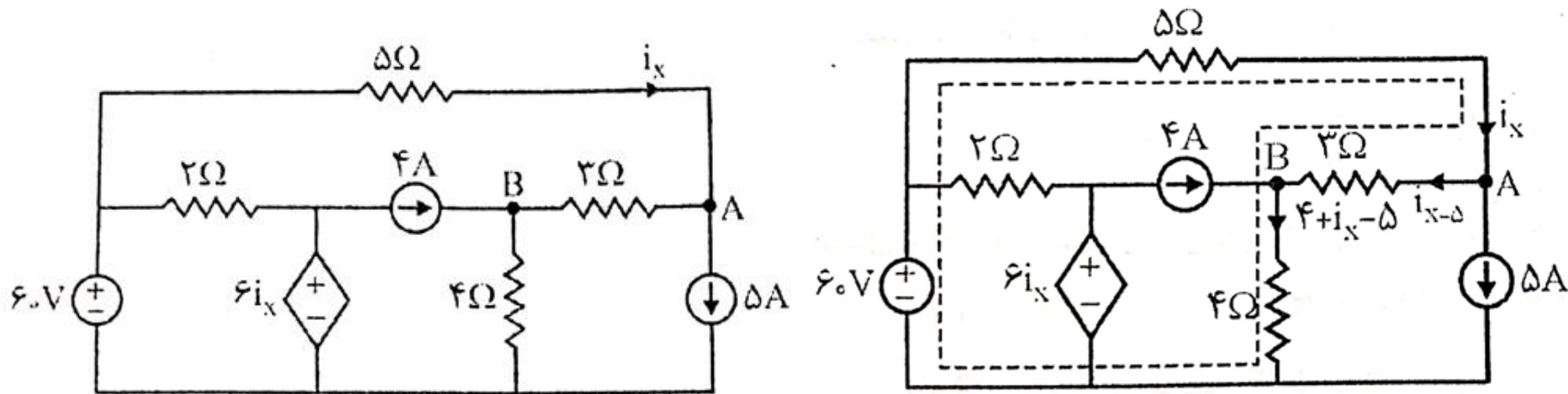
$$I'' = \frac{10}{10 + [5 \parallel (6 + 4)]} = \frac{10}{10 + \frac{10}{3}} = \frac{3}{4} \text{ A}$$

$$I_2 = \frac{5}{5 + 10} \times I'' = \frac{5}{15} \times \frac{3}{4} = 0.25 \text{ A}$$

$$I = I_1 + I_2 = 0.75 + 0.25 = 1 \text{ A} \rightarrow P_{4\Omega} = 4I^2 = 4 \times 1^2 = 4 \text{ W}$$

## ترکیب KVL و KCL

مثال ۳۵: در شکل مقابل، جریان  $i_x$  چند آمپر است؟

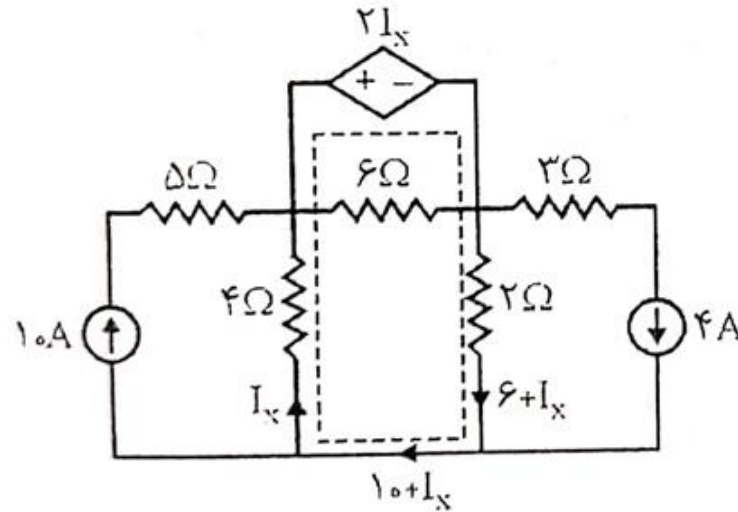
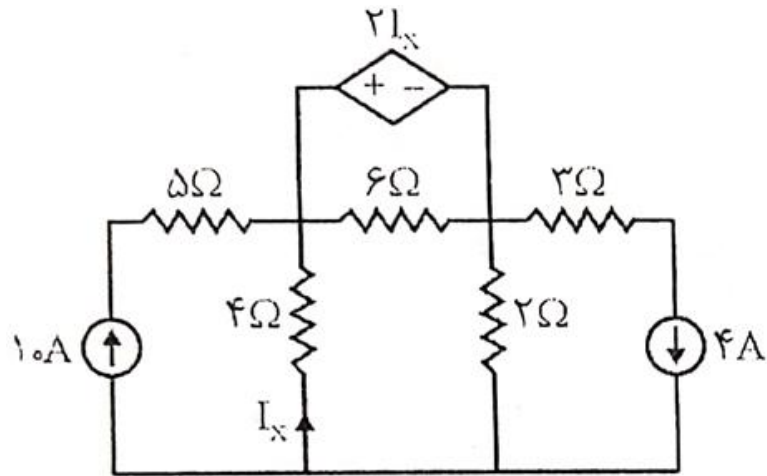


$$-6 + 5i_x + 3(i_x - 5) + 4(4 + i_x - 5) = 0 \rightarrow 12i_x - 6 - 15 - 4 = 0 \rightarrow 12i_x = 25 \rightarrow i_x = \frac{25}{12} = 2.08 \text{ A}$$



## ترکیب KVL و KCL

مثال ۳۶: توان مقاوت ۲ اهمی چقدر است؟

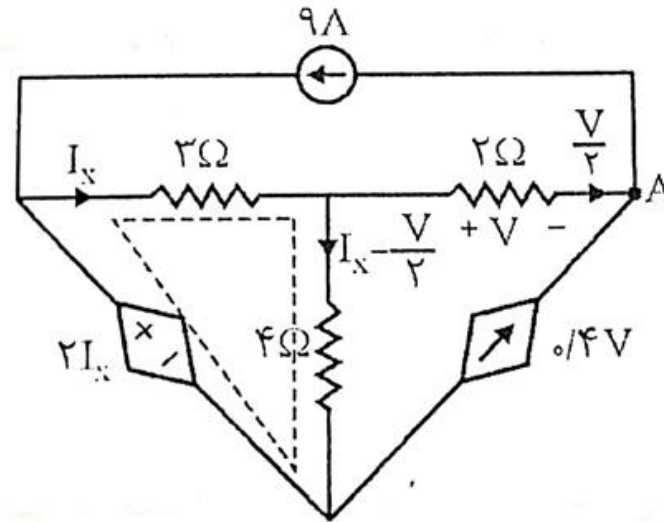
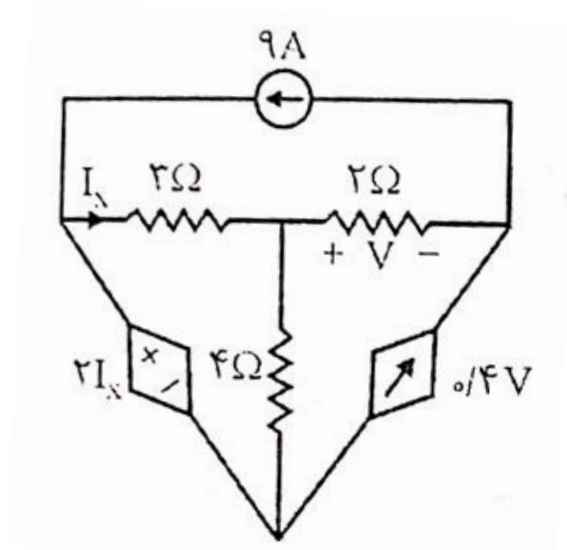


$$4I_x + 2I_x + 2(6 + I_x) = 0 \rightarrow 8I_x = -12 \rightarrow I_x = -\frac{12}{8} = -1.5 \text{ A}$$

$$P_{2\Omega} = 2(6 + I_x)^2 \xrightarrow{I_x = -1.5} P_{2\Omega} = 2 \times 4.5^2 = 40.5 \text{ W}$$

## ترکیب KVL و KCL

مثال: مقدار جریان  $I_x$  در مدار شکل روبرو چند آمپر است؟



$$\frac{V}{2} + 0.4V = 9 \rightarrow 0.9V = 9 \rightarrow V = 10$$

$$3I_x + 4\left(I_x - \frac{V}{2}\right) - 2I_x = 0 \xrightarrow{V=10} 3I_x + 4\left(I_x - \frac{10}{2}\right) - 2I_x = 0 \rightarrow 5I_x = 20 \rightarrow I_x = 4A$$

## نکته

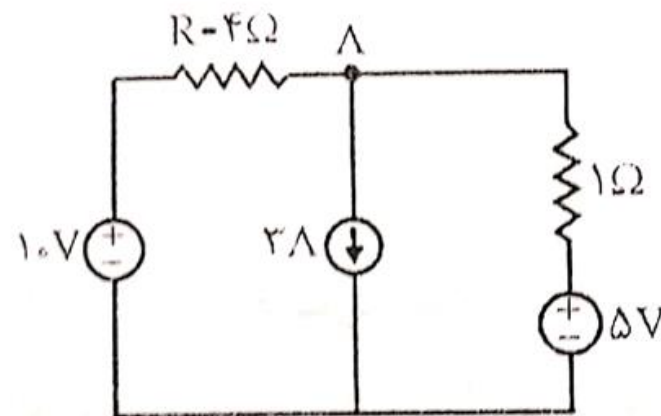
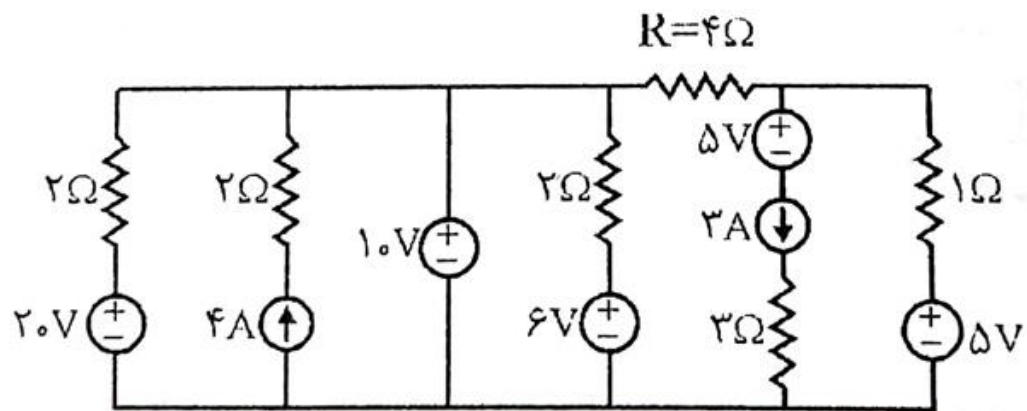
کلیه المان های سری با منبع جریان و کلیه المان های موازی با منبع ولتاژ با برقراری شرایط زیر میتوانند از مدار حذف شوند.

الف) ولتاژ، جریان یا توان المان یا شاخه قابل حذف مورد سوال نباشند.

ب) ولتاژ، جریان یا توان منبع جریان یا منبع ولتاژ مذکور مورد سوال نباشد.

## نکته

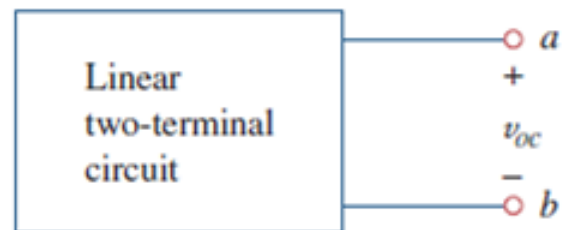
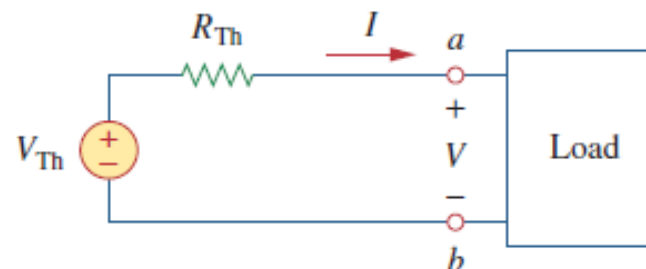
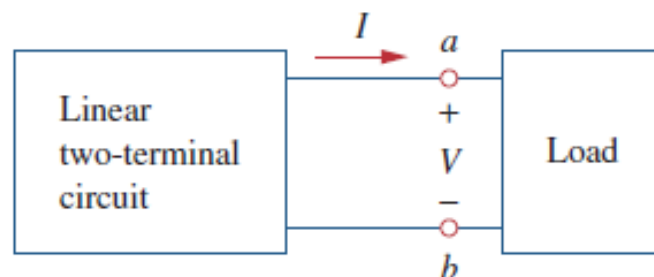
مثال ۴۲: در مدار زیر توان مقاومت R چقدر است؟



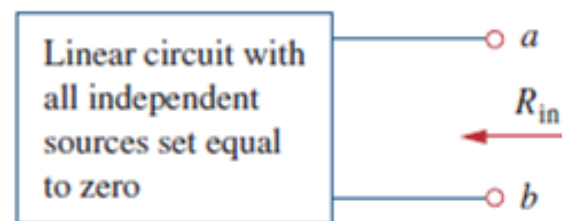
$$\frac{V_A - 10}{4} + \frac{V_A - 5}{1} + 3 = 0 \xrightarrow{\times 4} V_A - 10 + 4V_A - 20 + 12 = 0 \rightarrow 5V_A = 18 \quad V_A = \frac{18}{5} = 3.6V$$

$$P_R = \frac{(10 - V_A)^2}{4} = \frac{(10 - 3.6)^2}{4} = \frac{6.4^2}{4} = 10.24W$$

## مدارهای معادل (مدار معادل تونن)

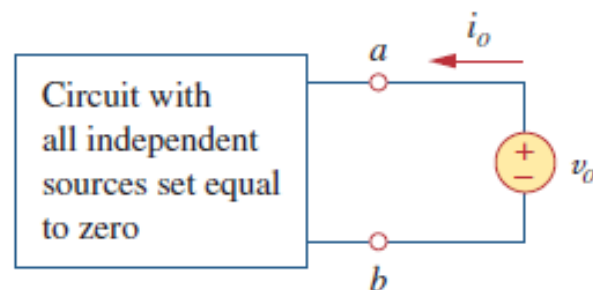


$$V_{Th} = v_{oc}$$



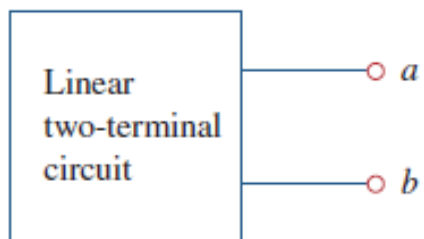
$$R_{Th} = R_{in}$$

Finding  $R_{Th}$  when circuit has dependent sources.

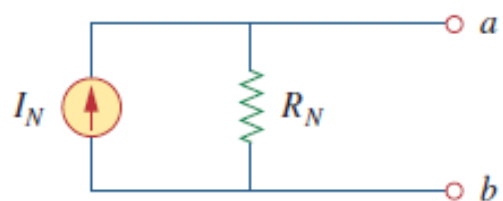


$$R_{Th} = \frac{v_o}{i_o}$$

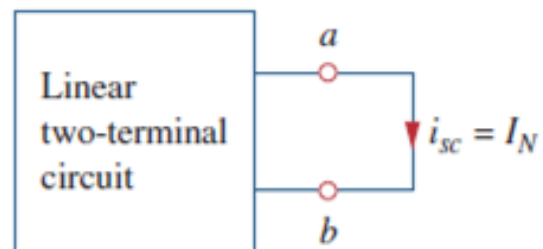
## مدارهای معادل (مدار معادل نورتون)



(a)



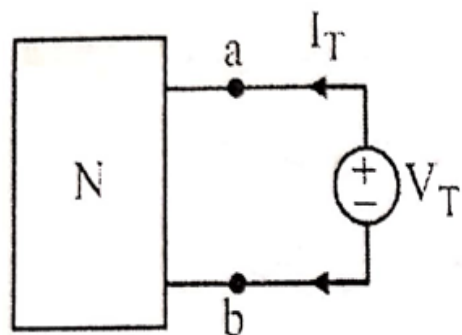
(b)



$$R_N = R_{Th}$$

$$I_N = \frac{V_{Th}}{R_{Th}}$$

## روش کلی محاسبه مقاومت تونن، ولتاژ تونن و جریان نورتون



برای محاسبه  $R_{th}$  و  $V_{th}$  و  $I_N$  در مسایل، کافی است منبع  $V_T$  و  $I_T$  را به دو سر  $a$  و  $b$  اضافه کرده و یک رابطه خطی بین  $V_T$  و  $I_T$  به دست می آوریم پس داریم:

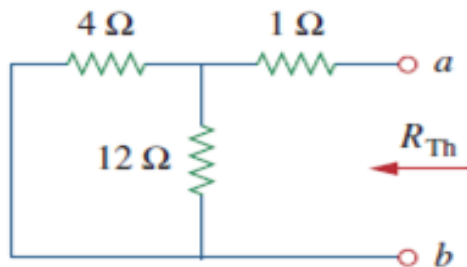
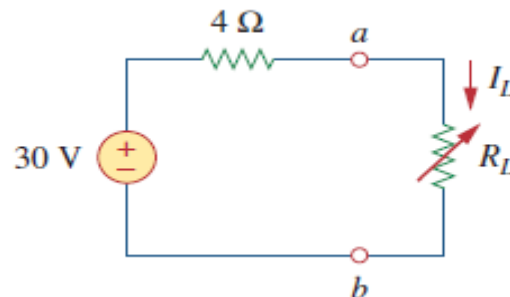
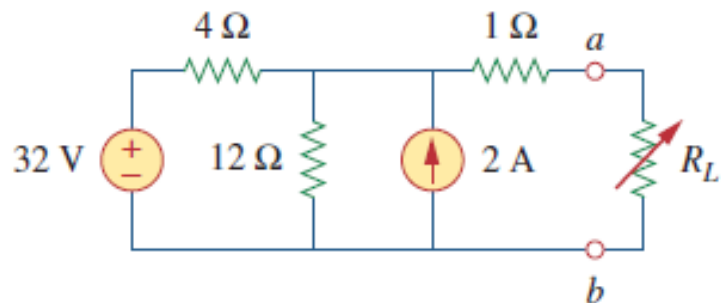
$$V_T = \alpha i_T + \beta$$

همان گونه که در رابطه فوق مشاهده می کنید  $\alpha$  همان  $R_{th}$  و  $\beta$  همان  $V_{th}$  است و از روش تبدیل منابع

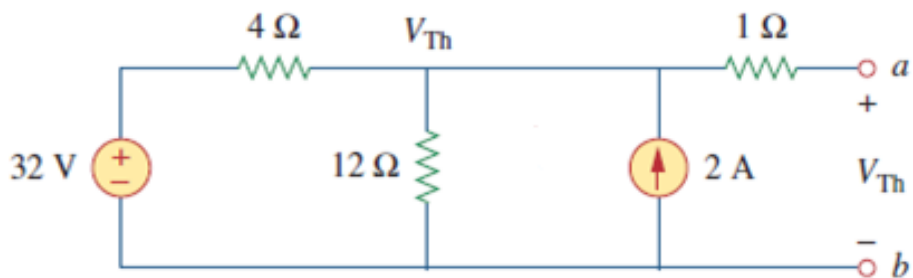
$$I_N = \frac{\beta}{\alpha} \text{ بدست می آید.}$$

# مدارهای معادل

مثال: مدار معادل تونن را در مدار زیر به دست آورید



$$R_{Th} = 4 \parallel 12 + 1 = \frac{4 \times 12}{16} + 1 = 4 \Omega$$



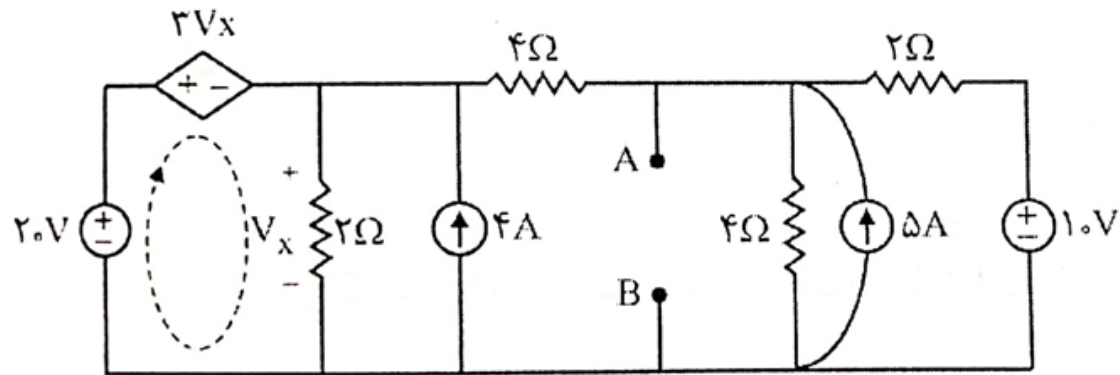
$$\frac{32 - V_{Th}}{4} + 2 = \frac{V_{Th}}{12}$$

$$96 - 3V_{Th} + 24 = V_{Th} \Rightarrow V_{Th} = 30 \text{ V}$$



## مدارهای معادل

مثال ۴۵: ولتاژ تونن از دو سر A و B کدام است؟



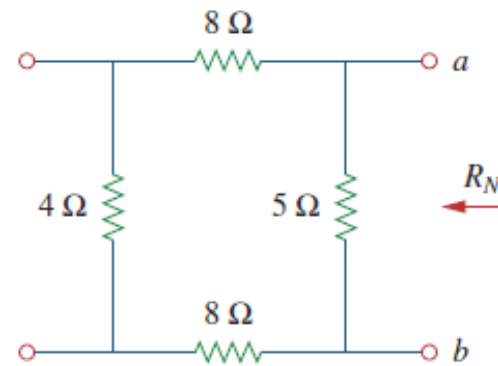
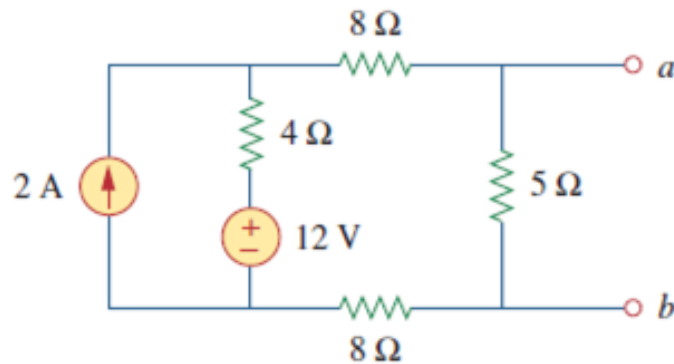
$$\frac{V_{AB}}{4} + \frac{V_{AB} - 10}{2} + \frac{V_{AB} - V_x}{4} = 5 \xrightarrow{\times 4} V_{AB} + 2(V_{AB} - 10) + V_{AB} - V_x = 20$$

$$4V_{AB} - V_x = 40 \Rightarrow 4V_{AB} - 5 = 40 \rightarrow 4V_{AB} = 45 \rightarrow V_{AB} = \frac{45}{4} = 11.25V \rightarrow V_{th} = 11.25V$$

$$-20 + 3V_x + V_x = 0 \rightarrow V_x = \frac{20}{4} = 5V$$

## مدارهای معادل

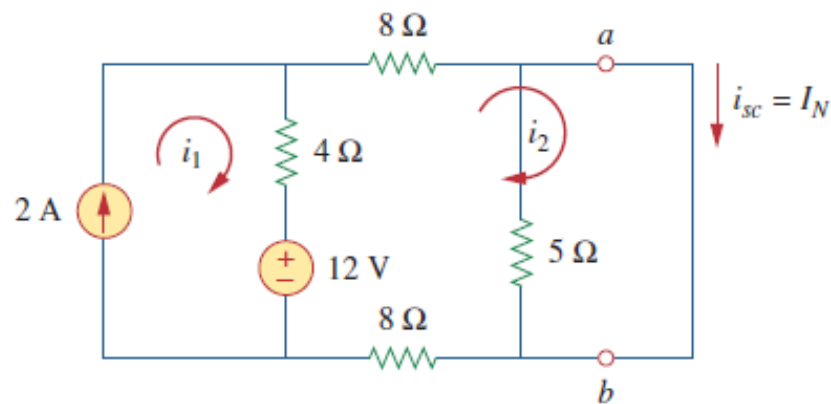
مثال: مدار معادل نورتون را در مدار زیر به دست آورید



$$R_N = 5 \parallel (8 + 4 + 8) = 5 \parallel 20 = \frac{20 \times 5}{25} = 4 \Omega$$

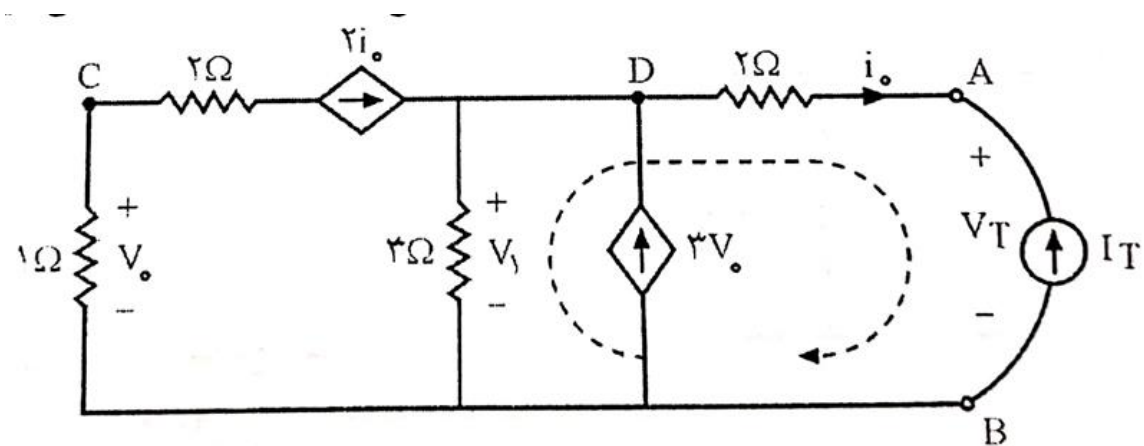
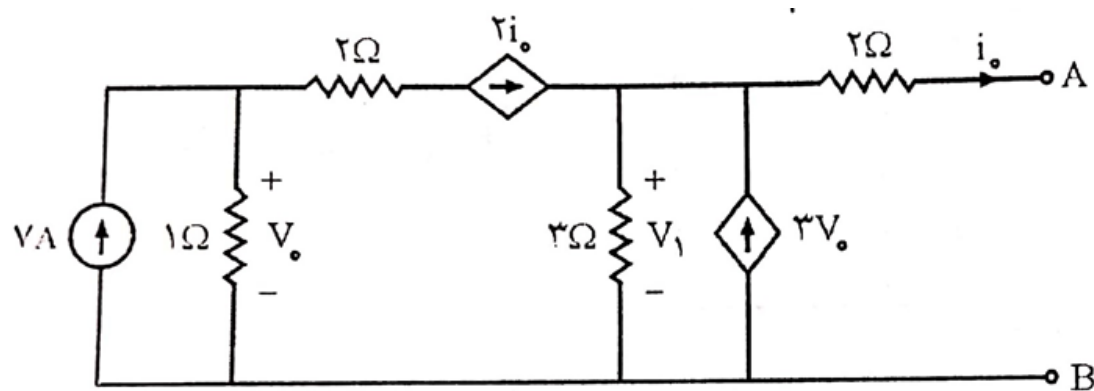
$$i_1 = 2 \text{ A}, \quad 20i_2 - 4i_1 - 12 = 0$$

$$i_2 = 1 \text{ A} = i_{sc} = I_N$$



## مدارهای معادل

مثال: در مدار روبرو مقاومت تونن دو سر AB کدام است



## مدارهای معادل

$$0 = \frac{V_o}{1} + 2i_o \xrightarrow{i_o = -I_T} V_o = 2I_T \quad (1)$$

$$2i_o + 3V_o = i_o + \frac{V_1}{3} \quad (2)$$

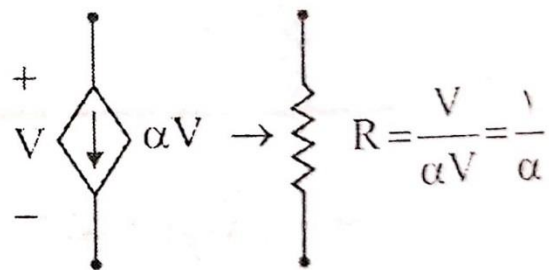
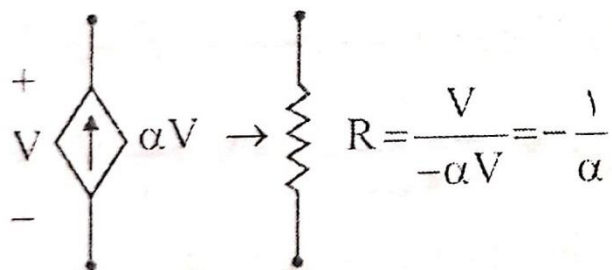
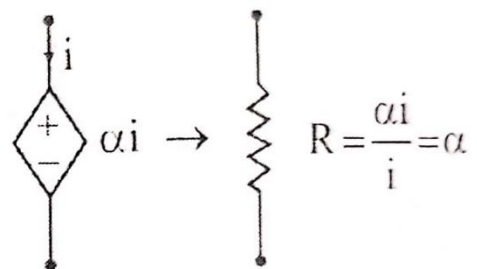
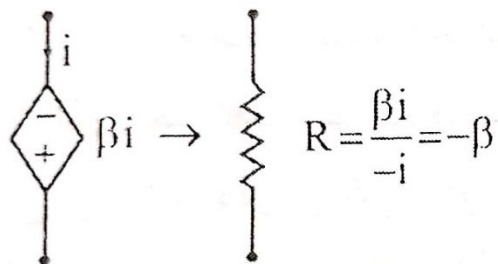
$$-V_1 + 2i_o + V_T = 0 \rightarrow V_1 = 2i_o + V_T \quad (3)$$

$$2i_o + 3V_o = i_o + \frac{2i_o + V_T}{3} \rightarrow i_o + 3V_o = \frac{2i_o + V_T}{3} \rightarrow i_o + 9V_o = V_T$$

$$V_T = 9(2I_T) - I_T \rightarrow V_T = 18I_T - I_T \rightarrow V_T = 17I_T \rightarrow R_{Th} = 17\Omega$$

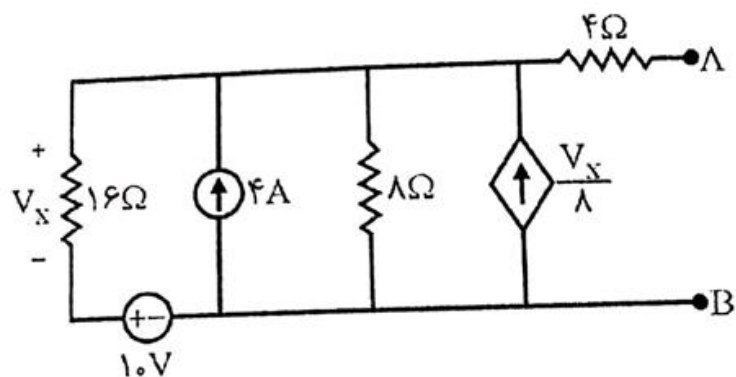
## مدارهای معادل

نکته (مقاومت معادل در صورت حضور منابع وابسته)

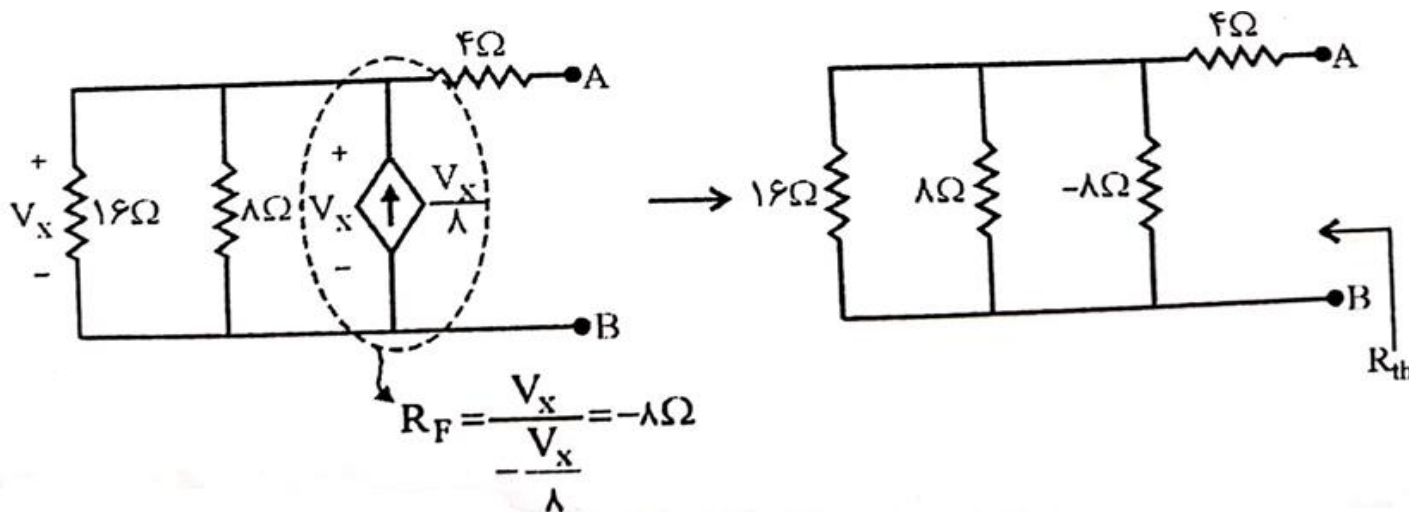


## مدارهای معادل

مثال: در مدار روبرو مقاومت تونن از دو سر AB کدام است

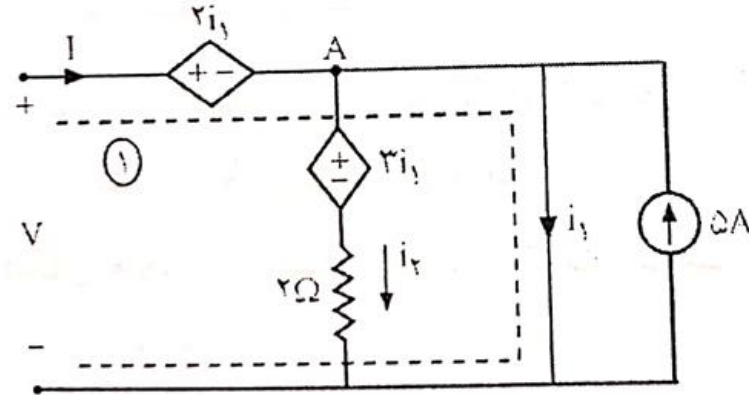
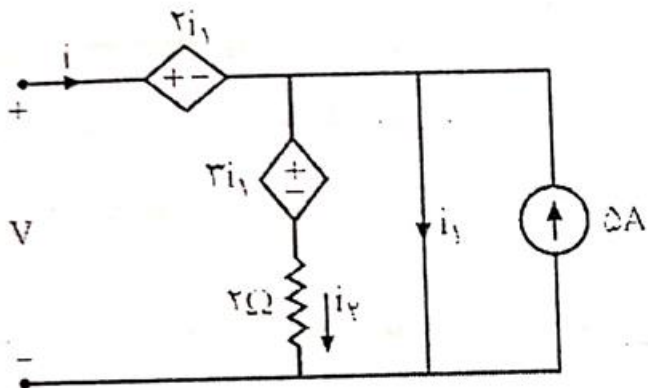


$$R_{th} = (16 \parallel 8 \parallel -8) + 4 = 16 + 4 = 20 \Omega$$



## مدارهای معادل

مثال: در مدار شکل روبرو ولتاژ تونن و مقاومت تونن را به دست آورید



$$A \text{ در گره KCL با اعمال } \rightarrow I + \Delta = i_r + i_1$$

$$V = 2i_1$$

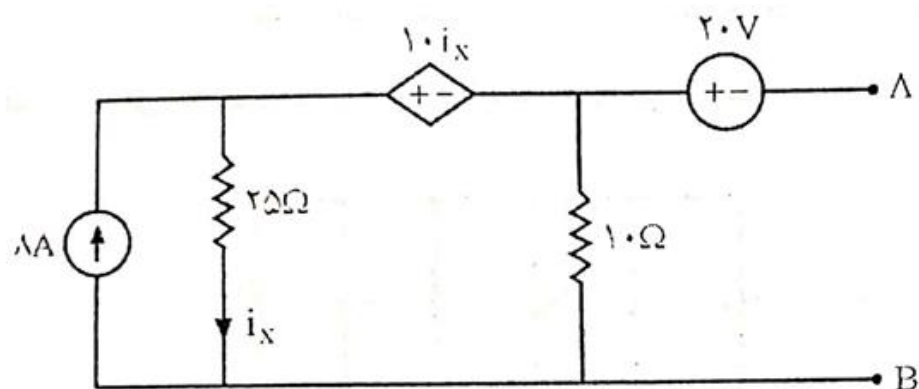
$$2i_1 + 2i_r = 0 \rightarrow i_r = -1/2 i_1$$

$$I + \Delta = -1/2 i_1 + i_1 \rightarrow I + \Delta = 1/2 i_1 \rightarrow i_1 = 2(I + \Delta)$$

$$\rightarrow V = -4I - 20 \rightarrow \begin{cases} R_{Th} = -4\Omega \\ V_{Th} = -20V \end{cases}$$

## مدارهای معادل

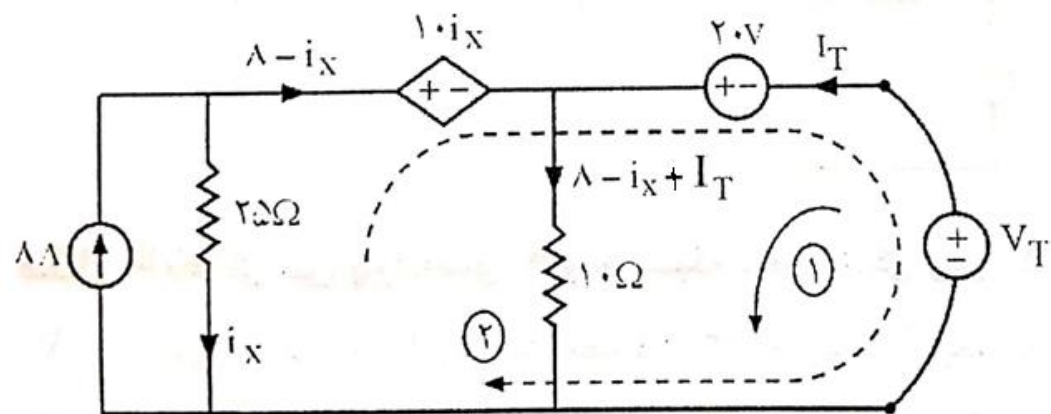
مثال: در مدار شکل روبرو مدار معادل نورتون را بدست آورید



$$V_T = -20 + 1 \cdot (8 - i_X + I_T)$$

$$V_T = -20 + 80 - 1 \cdot i_X + 1 \cdot I_T$$

$$\rightarrow V_T = 60 - 1 \cdot i_X + 1 \cdot I_T \quad (1)$$





## مدارهای معادل

با اعمال KVL در حلقه ۲ داریم:

$$-25i_x + 1 \cdot i_x + 20 + V_T = 0 \rightarrow 15i_x = 20 + V_T \rightarrow i_x = \frac{20 + V_T}{15} \quad (2)$$

با جایگذاری رابطه ۲ در رابطه ۱ داریم:

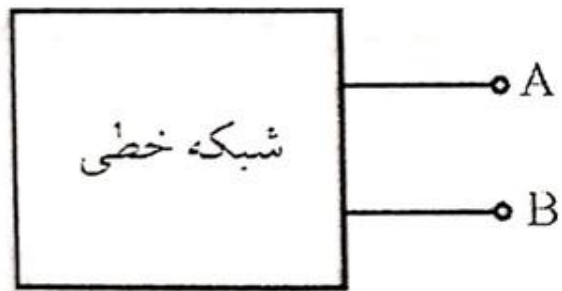
$$\rightarrow V_T = 60 - \frac{10}{15}(20 + V_T) + 1 \cdot I_T \rightarrow 15V_T = 900 - 200 - 10V_T + 15 \cdot I_T \rightarrow 25V_T = 700 + 15 \cdot I_T$$

$$\rightarrow V_T = 6I_T + 28$$

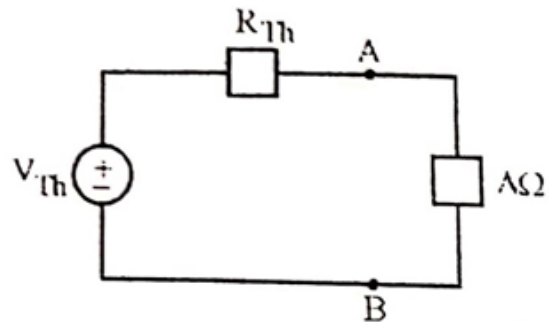
$$\left. \begin{array}{l} R_{Th} = 6\Omega \\ V_{Th} = 28 \end{array} \right\} \rightarrow I_{sc} = \frac{V_{Th}}{R_{Th}} = \frac{28}{6} \rightarrow R_N = R_{Th} = 6\Omega, I_{sc} = \frac{14}{3} A$$

## مدارهای معادل

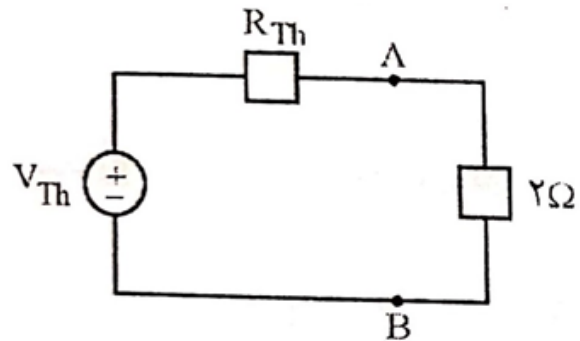
**مثال ۶۴:** اگر بین پایانه‌های A و B شبکه خطی شکل زیر یک مقاومت  $8\Omega$  وصل کنیم، خواهیم داشت:  $V_{AB} = 16V$ ، اگر بین آن‌ها یک مقاومت  $2\text{ اهم}$  وصل کنیم، خواهیم داشت:  $V_{AB} = 8V$ ، در صورتی که یک مقاومت  $20\Omega$  بین این دو پایانه وصل کنیم  $V_{AB}$  چه مقداری پیدا می‌کند؟



## مدارهای معادل

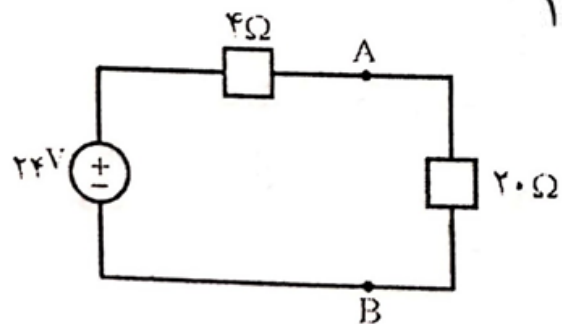


$$\rightarrow V_{AB} = 16V \rightarrow V_{AB} = \frac{10}{10 + R_{Th}} V_{Th} = 16 \rightarrow V_{Th} = 16 + 2R_{Th} \quad (1)$$



$$\rightarrow V_{AB} = 8V \rightarrow V_{AB} = \frac{20}{20 + R_{Th}} V_{Th} = 8 \rightarrow V_{Th} = 8 + 4R_{Th}$$

$$16 + 2R_{Th} = 8 + 4R_{Th} \rightarrow 8 = 2R_{Th} \rightarrow R_{Th} = 4 \rightarrow V_{Th} = 24V$$



$$V_{AB} = \frac{20}{20 + 4} \times 24 = 20V$$