بسمه تعالی



**جزوه**

رباتیک

**دانشگاه**

تهران

**استاد**

استاد جعفر صدیق

Subject:
Year Month Date ( )

89/7/10 جلسه اول ربانیک استاد: محمد مدین

تعداد دکتر: ۲۱۳

جهان اطراف:

علت ربانیک شدن چند نفر مطرح شده و اهمیت یافته است در دوران اولیه یک اندام بین شروع به صورت rigid طرح بود. پس از گسترش علت کنترل و سطوح ارتباطی مانند ربانیک صدق شد. اسم ربانیک از این جا نشأت گرفته که برای هر تغییر جزئی یا شاخه جدید شدن ربات ها می توانند خود را با تغییر شرایط وفق دهند.

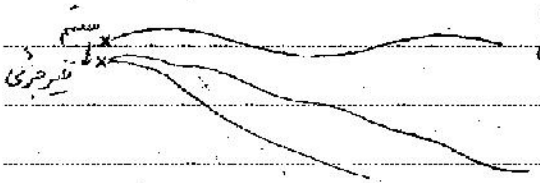
همان طور که شد در کنترل ربانیک پیش می رود، علت علت انسان که دیگر هماهنگی دارد.

مشکلات عمده: سیستم های chaotic یا هرج و مرج دار

در این سیستم ها با تغییر جزئی علم نیست حداقل چه مقدار تغییر خواهد کرد.

ساده ترین مثال جریان turbulant

ضعف در ربانیک است.




ماده ژنتیکی در کلیه کپی شده به صورت copy شده به نوزادان داده می شود.

در ربانیک ما با یک سیستم پیچیده سروکار خواهیم داشت. در حالت کلی با وضعیت مفاصل را داریم که می خواهیم مثلاً پنجه در نهایت در کجای فضا قرار خواهد گرفت. مشکل اینجا چیست.

هم چنین با ربانیک سیستم (نرم افزار، سیستم عامل) و ربانیک بلکه سروکار داریم.

تبدیل به یک طراحی سیستمی مهم است.

Subject:

Year. Mouth. Date. ( )

موضوع مهم دیگر کنترل بازدهی است. در مورد کنترل بازدهی مفاصل جزء CTM (3) و (3) توانایی جبران کاهش بازدهی (موتور الکتریکی کنترل ربات la) شرح داده می‌شود.

هم‌چنین موضوع آنالیز راه‌رفتن‌ها نیز بحث جالب و لذت‌بخشی است، طرح حل‌شده نیز بحث برای ربات labi-ped طرح بسیار مهم است.

آشنا شدن با کنترل هم روی پیاده‌سازی خواهیم داشت. (روش‌های کنترل انتخاب سرعت و روش‌ها)

Subject:

Year. Month. Date. ( )

8921/1/14 (جلسه دوم)

مباحث مقدماتی :

تبدیل های همگونی :

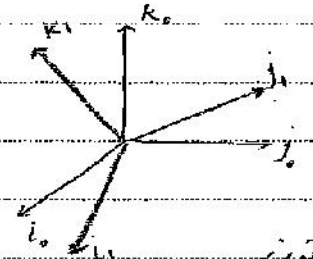
تبدیل هندسی که تنها طی یک مدت صورت پذیرد و در آن جمع ندارد.

- ماتریس نمیباید

اگر در دستگاه مختصات دست راستی که نسبت به هم دوران دارند بردار موقعیت P عبارت است از :

$$\vec{P} = x_0 \hat{i}_0 + y_0 \hat{j}_0 + z_0 \hat{k}_0$$

$$\vec{P} = x_1 \hat{i}_1 + y_1 \hat{j}_1 + z_1 \hat{k}_1$$




به فرم معادلات ناشی از دنیای کنونی حل نگرانش کنید و هندسه‌تون

این است که نیروهای خارجی با آشفتگی می‌کند و برای دوران آزادی، مانند صفر خواهیم داشت. ولی در دوران سینماتیکی این گونه نیست. بنابراین جداجدا حل می‌شوند

قرارداد : $P^0$ علامت آرایه‌ای است که بردار موقعیت، سرعت و شتاب را در دستگاه صفر نمایش می‌دهد.

ادعای کنیم :

$$P^0 = R_1^0 P^1 \qquad R_1^0 = \begin{bmatrix} i_0 \cdot i_1 & i_0 \cdot j_1 & i_0 \cdot k_1 \\ j_0 \cdot i_1 & j_0 \cdot j_1 & j_0 \cdot k_1 \\ k_0 \cdot i_1 & k_0 \cdot j_1 & k_0 \cdot k_1 \end{bmatrix}$$

کسینوس های هادی‌های $i_0, j_0, k_0$

کسینوس های هادی‌های $i_1, j_1, k_1$

اثبات آن ساده است :

$$R_{12}^{(a)} = \qquad H = RL + (d)$$

PqPCQ

$$H_4 = H_Q^P \; H_2^1$$

$R_{12}$

Subject:

Year Month Date ( )

$$\begin{cases} x_0 = \vec{P}\cdot\hat{i}_0 = x_1 i_1\cdot i_0 + x_2 j_1\cdot i_0 + x_3 k_1\cdot i_0 \\ y_0 = \vec{P}\cdot\hat{j}_0 = x_1 i_1\cdot j_0 + x_2 j_1\cdot j_0 + x_3 k_1\cdot j_0 \\ z_0 = \vec{P}\cdot\hat{k}_0 = x_1 i_1\cdot k_0 + x_2 j_1\cdot k_0 + x_3 k_1\cdot k_0 \end{cases}$$

با همین قاعده داریم:

$$\underline{P}' = R_1^0\,\underline{P}^0 \Rightarrow \underline{P}^0 = R_1^0\,R_1^0\,\underline{P}^0 \Rightarrow \underline{P}^0 = I\,\underline{P}^0$$

$$\Rightarrow R_1^0 R_1^0 = I \rightarrow R_1^0 = (R_1^0)^{-1}$$

با دانستن مولفه های $R_1^0$ خواهیم دید که

$R_1^0 = (R_1^0)^T$ ⇒ $R_1^0$ یک تبدیل متعامد

هم چنین: $\det|AB| = \det|A|\det|B|$ ؟

$$\Rightarrow \det(R_1^0) = \pm 1$$

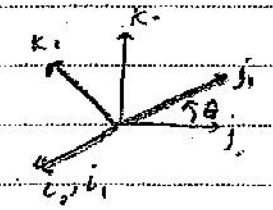
دیگری تبدیل های متعامد که این است که طول را تغییر نمی دهند.

$$\Rightarrow \underline{P}'^T\underline{P}' = (R_1^0\underline{P}^0)^T(R_1^0\underline{P}^0) = P^{0T}(R_1^0)^T(R_1^0)P^0$$

$$= \underline{P}^{0T}\underline{P}^0$$ طول را تغییر نمی دهد

**ماتریس های دوران یابد**

اگر دستگاه از دوران دستگاه حول یکی از محورهای مختصات به وجود آمده باشد، این ها دوران پایه نیز نامیده است.




$$R_1^0 = \begin{matrix} \\ i_0 \\ j_0 \\ k_0 \end{matrix}\begin{matrix} \begin{matrix} i_1 & j_1 & k_1 \end{matrix} \\ \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & -\sin\theta \\ 0 & \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \end{matrix} = R_{x,\theta}$$

ماتریس دوران دستگاه حول محور $x$ با اندازه $\theta$ به وجود آمده.

PAPCO

Subject:

Year. Month. Date. [ ]

کلاً ما با ماتریس دوران پایه‌ی کاری راحت‌تر هستیم.

$$R_{y,\theta} = \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 & \sin\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\theta & 0 & \cos\theta \end{bmatrix}$$

$$R_{z,\theta} = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

## دوران های متوالی

مثال) فرض کنید دستگاه 2 از پی دوران متوالی زیر از دستگاه 1 حاصل شده باشد:

1) دوران به اندازه $\phi$ حول $z$ ← 1'

2) دوران بدست حاصل به اندازه $\theta$ حول $y'$ ← 1

حال ببینیم $R_2$ چه می شود؟

یک شیوه‌ی دیگر این طور می‌گوید:

تعریف: برای سه دستگاه متعامد راست‌گرد 1، 2 و 3 داریم:

$$\underline{R}_2 = \underline{R}_1 \, \underline{R}'_2$$

اثبات:

$$\left.\begin{aligned} \underline{\rho}^0 &= \underline{R}_1 \, \underline{\rho}^1 \\ \underline{\rho}^1 &= \underline{R}'_2 \, \underline{\rho}^2 \end{aligned}\right\} \quad \underline{\rho}^0 = \underline{R}_1 \, \underline{R}'_2 \, \rho^2 \quad (I)$$

$$\underline{\rho}^0 = \underline{R} \, \rho^2 \quad (II)$$

$(I), (II) \Rightarrow$ (بردار کلی فضا) $0 = (\underline{R} - \underline{R}_1 \, \underline{R}'_2) \, \rho^2 = 0$

این وقتی سراست که $R_2 - R_1 R'_2 = 0$ و با حذف این دو کاهش می‌شود (به اطلاح)

PqPCO

$\rho^2$ multispace بردار برای است (

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -\rho_n & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} \rho & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Subject:

Year Month Date ( )

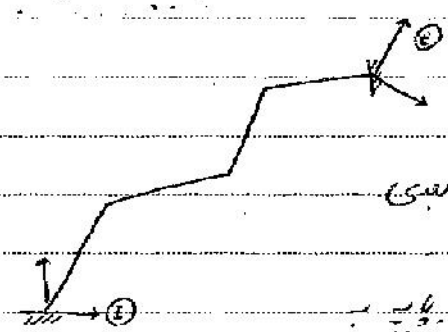
فقط با این فرض می‌توان رابطه زیر را نوشت:

با توجه به تعاریف بردن $R_2^0$ به $R_2^1$ را طوری می‌گیریم که داشته باشیم:

$$R_2^0 = R_1^0 R_2^1$$

این برای هر دوران متوالی این رابطه صادق است.

حال فرض کنید یک ربات داریم که دارای پنج مفصل است و ابتدای آن را به هم ربط دهیم.




این جا استفاده از ربات‌های اول که فقط مفصل‌های دورانی دارند مشکل است.

راه حل این است که بیاییم با چندتا دوران پایه را وضعیت مطلوب برسانیم.

$$R_1^0 = R_1^0 \; R_1^1 \qquad (R_1^0 = R_{\alpha,\phi} R_{\theta,\phi})$$

بر مبنای آنچه در صفحه قبل گفتیم (دوتا دوران متوالی)

$$R_1^0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\phi & -\sin\phi \\ 0 & \sin\phi & \cos\phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 & \sin\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\theta & 0 & \cos\theta \end{bmatrix}$$

مثال (۲)

دستگاه ۱ از دوران متوالی دستگاه ۰ به شرح زیر به وجود آمده است:

۱) دوران حول $x_0$ به اندازه $\phi$

۲) دوران حول $y_0$ به اندازه $\theta$

$R_1^0 = R_{x,\phi}$

$R_2^0 = R_{y,\theta} \cdot R_{x,\phi}$

$R_2^0 = R_1^0 \cdot R_2^1$

PAPCO

Subject:

Year ___ Month ___ Date ___ ( )

$R_2^1 = R_1^0 \cdot R_2^1$

$= R_{x,\phi} \; R_{y,\theta}$

این را از پشت نخ دوران باید حول محوری از دستگاه دریی در دوران نوشت شود.

این بار ظاهراً دوران باید نسبت به ثابت دوران داد.

$R_2 = R_{y,\theta} \cdot R_{x,\phi}$

$R_1^1 \qquad R_1^1$

$$= \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 & \sin\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\theta & 0 & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\phi & -\sin\phi \\ 0 & \sin\phi & \cos\phi \end{bmatrix}$$

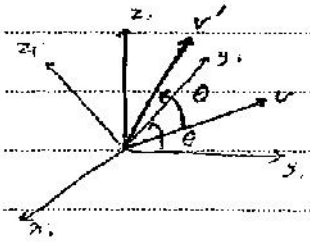
* قاعده‌ست: اگر دوران بر مبنای بردارهای دستگاه ثابت شود، ترتیب چپ ماتریس‌ها برعکس می‌شود. اگر دوران بر مبنای بردارهای دستگاه دوار باشد، ترتیب برعکس می‌شود. *

اثبات این قاعده بر مبنای یک روش هندسی است.

که بزرگی دیگر ماتریس تغییر پایه.

ضرب ماتریس تغییر پایه $R_i^j$ در یک بردار دلخواه $V$ باعث دوران آن و پیدا آمدن بردار نو می‌شود. مقدار دوران برابر با زاویه‌ی دورانی است که روی دستگاه $\phi$ برای پیدا آمدن دستگاه ۱ است.

مثال:




$[\text{طول بردار}] = V^T V$

$V' = R_1^0 V$

PaPCO

Subject:

Year: Month: Date:

شکل زیر یک بردار $v$ را در دستگاه مختصات $xyz$ نشان می‌دهد. $R_1$ و $R_2$ دو ماتریس دوران هستند که بردار $v$ را به ترتیب به $v'$ و $v''$ تبدیل می‌کنند:

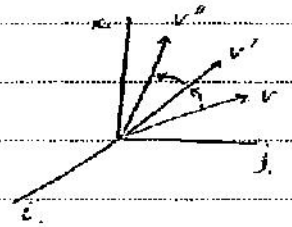
$v' = R_1 v$ (دوران حول محور $z$ به اندازه $\theta$)

$v'' = R_2 v'$ (دوران حول محور $y$ به اندازه $\phi$)

حاصل ضرب ماتریس دورانی که $v$ را به $v''$ تبدیل می‌کند، چیست؟

$$v'' = R_2 v' \Rightarrow v'' = \underbrace{R_2 R_1}_{\text{(ماتریس‌های دوران با ترتیب برعکس)}} v$$

ماتریس دوران برای دوران یک بردار یک دستگاه است، ولی ماتریس تغییر دوران برای تبدیل یک دستگاه به دستگاه دیگر است.

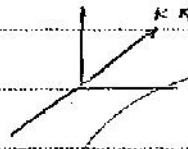



$$v'' = \underbrace{R_{y,\phi} R_{z,\theta}}_{R_2} v'$$

Subject:
Year Month Date

۹۳/۷/۲۱ (جلسه سوم)

جلسه قبل با فرمول رودریگز آشنا شدیم، به این شکل که برای بردار k و مقدار θ ماتریس دوران به صورت زیر به دست می‌آید:



$$k = \begin{bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_z \end{bmatrix}$$

$$Rot_{k,\theta} = \begin{bmatrix} k_x^2 V_\theta + C_\theta & k_x k_y V_\theta - k_z S_\theta & k_x k_z V_\theta + k_y S_\theta \\ k_x k_y V_\theta + k_z S_\theta & k_y^2 V_\theta + C_\theta & k_y k_z V_\theta - k_x S_\theta \\ k_x k_z V_\theta - k_y S_\theta & k_y k_z V_\theta + k_x S_\theta & k_z^2 V_\theta + C_\theta \end{bmatrix}$$

* $S \to \sin$ و $C \to \cos$

$V_\theta = 1 - \cos\theta$

$$\theta = \cos^{-1}\left(\frac{tr(R) - 1}{2}\right) \quad ; \quad tr(R) = r_{11} + r_{22} + r_{33}$$ (پارامتر ماتریس دوران)

$$k = \frac{1}{2\sin\theta}\begin{bmatrix} r_{32} - r_{23} \\ r_{13} - r_{31} \\ r_{21} - r_{12} \end{bmatrix}$$

$$R = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix}$$

اصطلاحاً به ماتریس دوران، ماتریس تبدیل یا orientation و به ماتریس انتقال، ماتریس تبدیل یا orientation می‌گویند.

دیگر متغیر کردن با مسئله‌ای که حل بردار k با ماتریس R و میزان دوران θ خواهد بود.

پس θ و k دو پارامترهای لازم و کافی برای تعریف یک دوران هستند.

این‌ها را بدون اثبات قبول کن plz!

حالا این روابط چطوری اثبات می‌شوند؟

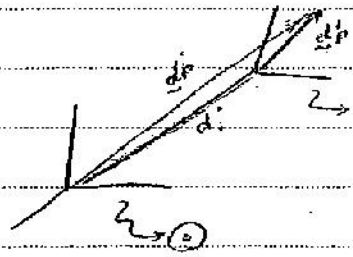
PAPCO

Subject:

Year. Month. Date. ( )

تا حالا تبدیل ها در دستگاه مختلف برهم دیگر ضرب زنیت آزمایش شده.

حالا شرایط زیر را در نظر بگیرید:



$\vec{d}_{op} = \vec{d}_{o1} + \vec{d}_{1p}$

$\underline{d}^o_p$ : مختصات $\vec{d}_{op}$ در دستگاه ⓪

$\underline{d}^1_p$ : مختصات $\vec{d}_{1p}$ در دستگاه ①

$\underline{d}^o_1$ : $\vec{d}_{o1}$ در دستگاه ⓪

"قرارداد"

$$\underline{d}^o_p = \underline{d}^o_1 + \underline{d}^1_p$$

سئوال این است، آیا می‌توان این رابطه را به فرم هموژن بنویسیم؟ یعنی:

$$\underline{d}^o_p = H^o_1 \, \underline{d}^1_p$$

$$\underline{D}^o_p = \begin{bmatrix} d^o_p \\ \hline 1 \end{bmatrix}_{4\times 1} \qquad \underline{D}^1_p = \begin{bmatrix} d^1_p \\ \hline 1 \end{bmatrix}_{4\times 1} \qquad H^o_1 = \left[\begin{array}{c|c} R^o_1 & d^o_1 \\ \hline 0 \;\; 0 \;\; 0 & 1 \end{array}\right]_{4\times 4}$$

rotation ↑ — translation → — perspective ← — scale →

ماتریس تبدیل هموژن

این حالت با این که ممکن است مفید و جزو های شیء نیز دقت باشد، ولی مزیتی که دارد این است که هم‌چنان شکل و تناسبین تبدیل را دارای باقی و اندیس نگارشی دارد.

تبدیل برعکس یا عکس تبدیل $H$

$$H_{4\times 4} = \left[\begin{array}{c|c} R & d \\ \hline 0 \;\; 0 \;\; 0 & 1 \end{array}\right] \longrightarrow H^{-1} = \left[\begin{array}{c|c} R^T & -R^T d \\ \hline 0 \;\; 0 \;\; 0 & 1 \end{array}\right]$$

$$\begin{bmatrix} v' \\ \hline 1 \end{bmatrix}_{4\times 1} = \left[\begin{array}{c|c} R & d \\ \hline 0 \;\; 0 \;\; 0 & 1 \end{array}\right] \begin{bmatrix} v \\ \hline 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \left( \underline{v}' = R\,\underline{v} + \underline{d} \right)$$

یعنی $H^o_1$ این کار را می‌کند.

Subject:

Year. Month. Date. ( )

۱) بردار موقعیت نقطه P را در دستگاه ۰ به بردار موقعیت در دستگاه ۱ چه ارتباطی دارد.

$H_P^0$ (این رابطه بسیار پرکاربرد در رباتیک هست.)

۲) یک بردار را بدون دادن جمله ای نمی توان

۳) همچنین دستگاه ۱ را در دستگاه ۰ مختصات می دهیم که این $H_1^0$ در ۳ بردار $i_0, j_0, k_0$ ضرب شده بترتیب های روبرو می باشد $i_1, j_1, k_1$

$$H_1^0 = \begin{bmatrix} i_0 & j_0 & k_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ j_1 \\ k_1 \end{bmatrix}$$

اگر بردار $P$ ما بین تبدیل $H_1^0$ و ماتریس تبدیل بعدی $H_2^1$ باشد نتیجه می شود:

$$H_2^0 = H_1^0 H_2^1$$

اثبات:

$$\left.\begin{aligned} d_P^0 &= H_1^0 d_P^1 \\ d_P^1 &= H_2^1 d_P^2 \end{aligned}\right\} \Rightarrow d_P^0 = H_1^0 H_2^1 d_P^2 \quad (I)$$

$$\Rightarrow d_P^0 = H_2^0 d_P^2 \quad (II)$$

حول محورهای دستگاه

(II) و (I) $\rightarrow$ $H_2^0 = H_1^0 H_2^1$

با دوران پایه هم آشنا هستیم که دوران حول یکی از محورهاست

۱) به عنوان مثال دوران به اندازه $\theta$ حول $x$

$$H_1^0 = Rot_{x,\theta} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ 0 & \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

کلاً ۳ تا از این دوران داریم:

Subject:

Year Month Date ( )

C2 دوران به اندازه $\theta$ حول $j_0$

C3 " " " " $k_0$

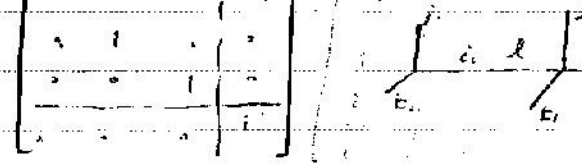
C4 انتقال به اندازه $l$ در امتداد $i_1$

C5 " " " " $j_1$

C6 " " " " $k_1$

④

$\rightarrow H_1^0 = transpact_{n,l} =$ $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & l \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$




⑤ $\rightarrow$ $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & l \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

سایر ماتریس‌های تبدیل برای 6 حالت:

$Rot_{x,\theta} = \begin{bmatrix} & & & 0 \\ & R_{x,\theta} & & 0 \\ & & & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

$trans_{x,l} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & l \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

$Rot_{y,\theta} = \begin{bmatrix} & & & 0 \\ & R_{y,\theta} & & 0 \\ & & & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

$trans_{y,l} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & l \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

$Rot_{z,\theta} = \begin{bmatrix} & & & 0 \\ & R_{z,\theta} & & 0 \\ & & & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

$trans_{z,l} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & l \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

PCO

Subject:

Year: Month: Day:

جلسه 1 Re PID

89/10/11

مبانی حرکت ربات biped :

این مطالب برای base بدنه ربات biped است.

آن چه تا کنون در مبحث ربات با آن مواجه بودیم:

D.K.

I.K.

trajectory planning (X coord.) → Xd(t)

Xd(t) —I.K.→ qd(t)

qd(t) —controller→ q(t)

چه باید کرد تا طراحی کنیم؟

سیستمی که شرایط خوب باشد و کنترل خوب q(t) → qd(t)

در ربات های biped مسئله اساسی پایداری است، پس در ابتدا باید طراحی کنیم.

اولین فکر این است که بگوییم «حرکت یعنی چی؟»

حرکت بیاده ها بیشتر از این که مربوط به حرکت مورد نظر ما در روی مسیر مورد نظر باشد

خود این به چه پیچیدگی است.

چالش دوم، stability است. در این مبحث پایداری این که سیستم کنترل (error) به صفر

میل کند یا نه، پایداری استاتیکی هم داریم. این یکی از مشکل ترین چالش حرکت در biped

است.

برای راحتی کار با biped ابتدا terminology را باید بگیریم، طراحی سرکنیم و سپس stability

را بررسی کنیم.

به صفحه بعد هم دقت کنید که نکته ای شد. یکی از مبحث حرکت است و برای ما مهم است.

* برای حفظ پایداری دینامیکی ربات، ما می توانیم از پای روی زمین برداریم.

Farhang Gostar

Subject:

Year: Month: Day:

$\theta_d(s) = \frac{\theta_d}{s}$ ، $D(s) = \frac{D}{s}$ پله

$e_{ss} = \lim_{s \to 0} sE(s) = \frac{-rD}{k k_p}$

این برابر صفر است که سیستم نسبت به هرگونه اغتشاش مقاوم است. اگر نبود راه دیگری وجود داشت که صفر کند.

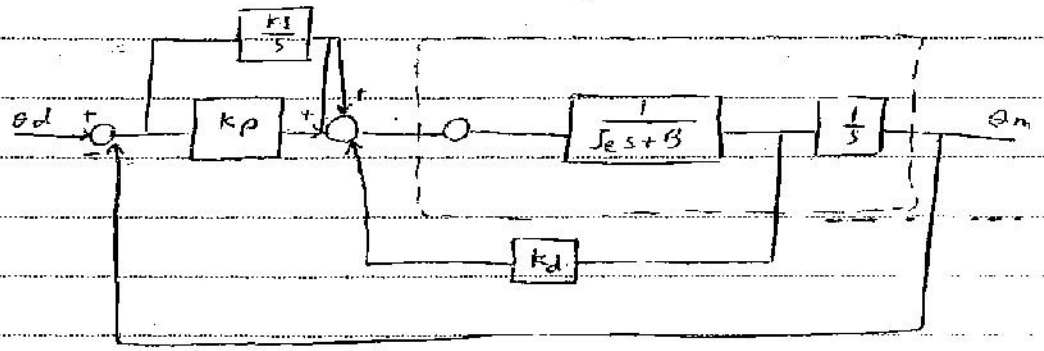
$k = \frac{k_m}{\tau}$

سه پارامتر performance سیستم عبارتند از settling time، overshoot و rise time که توسط $k_d$ و $k_p$ قابل تنظیم هستند.

سیستم کنترل: برای اینکه سیستم بتواند اغتشاش را تا حد امکان از خروجی دور نگه دارد باید بهره حلقه بسته را تا حد امکان بزرگ کرد. این هم محدودیت این است که نویز را هم تقویت می‌کند. بنابراین باید بهره را تا جایی زیاد کرد که نویز زیاد تقویت نشود. مثلاً می‌توان گفت که نویز نباید بیش از 30 درصد سیگنال خروجی باشد.

اگر بخواهیم خطای حالت ماندگار را به صفر برسانیم باید از کنترلر PID استفاده کنیم.

حال فرض کنید کنترلر PID داشته باشیم:




این حالت فقط برای $\frac{K_I}{s}$ اضافه شده، بدون آن برای حالت PD بود.

$\theta_m(s) = \frac{K_d s^2 + K_p s + K_I}{R_2} \theta_d - \frac{r s}{R_2} D$

Farhang Gostar

$\frac{-rD}{k k_p}$ $\frac{rD}{k k_p}$ $e_{ss} = \frac{rD}{k k_p}$ $k = \frac{k_m}{\tau}$ $\frac{rD}{k k_p}$ $k = \frac{k_m}{\tau}$

Subject:

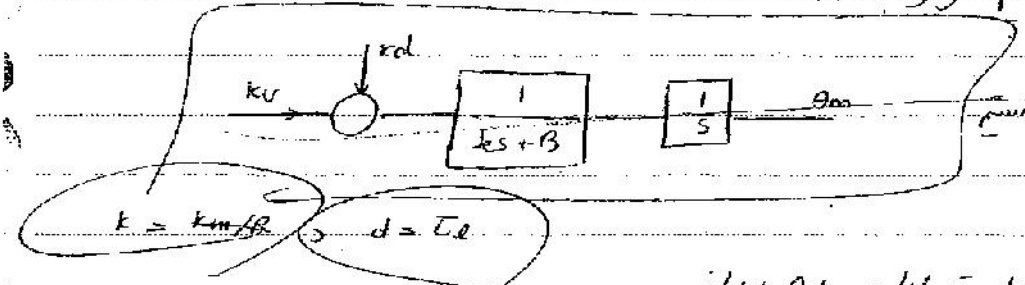
Year: Month: Day:

اینجا باعث هم کنترل میشه. با این حال باید کاهش دهیم.
هدف این است اثر دیسترشن را کاهش دهیم، شاید هم نتوانیم کاملا حذف کنیم.
کجا که شد، اثر دیسترشن کمتر خواهد شد

$\theta_m = G_1 V + G_2 T_d$

$\hookrightarrow |G_2| = c$

خب حالا می‌خواهیم کنترلر بسازیم:




خب، کنترلر ما است با $\theta_d$ برمبنای

$V = k_p(\theta_d - \theta_m) - k_d S\theta_m$

(که در آن: $V = k_p e_\theta + k_d \dot{e}_\theta = k_p(\theta_d - \theta_m) + k_d(\dot{\theta}_d - \dot{\theta}_m)$)

$\theta_m = G_1 V + G_2 D$

$\theta_m = \frac{k k_p}{\Omega}\theta_d - \frac{r}{\Omega} D$ ، $\Omega = J_e s^2 + (B_e + k k_d)s + k k_p$

می‌توان با بازه کردن $k_d$ و $k_p$ به $D$ ارتباط کرد، هر چه $k$ را بزرگ کنیم و $\Omega$ را بزرگ کنیم، می‌توان اثر دیسترشن را کاهش داد.

* هر چه $k_p$ بالاتر رود، اثر disturbance کم می‌شود و خطا کاهش می‌یابد، ولی صعف این است که stability را دچار مشکل خواهد کرد.

$e_{ss} = \theta_d - \theta_m$ $\quad t \to \infty$

برای محاسبه $E_{ss}$ می‌توان این کار را کرد:

$\lim_{s \to 0} sE(s) =$

$E(s) = \frac{J_e s^2 + (B_e + k k_d)s}{\Omega}\theta_d + \frac{r}{\Omega} D$

Subject:

Year: Month: Day:

۹۹/۱۰/۱۱ (جلسه )

ادامه مثال جلسه قبل:

$$\begin{cases} (J_e s^2 + B_m s)\,\theta_m = k_m I - \tau_L \\ (Ls + R)\,I = V - k_b s \theta_m \end{cases}$$

$$(J_e s^2 + B_m s)\,\theta_m = \frac{k_m}{Ls+R} V - \frac{k_m k_b s}{Ls+R} \theta_m - \tau_L$$

$$\left[ J_e s^2 + \left(B_m + \frac{k_m k_b}{Ls+R}\right) s \right] \theta_m = \frac{k_m}{Ls+R} V - \tau_L$$

سپس جهت‌دار توابع تبدیل را به‌دست آورد:

خروجی به ورودی

$$\frac{\theta_m}{V} = \frac{k_m}{s\left[(Ls+R)(J_e s + B_m) + k_b k_m\right]}$$

خروجی به اغتشاش

$$\frac{\theta_m}{V} = \frac{-\tau (Ls+R)}{s\left[\quad\quad\quad\quad\right]}$$

معمولاً ثابت زمانی الکتریکی خیلی کوچک‌تر از ثابت زمانی مکانیکی است:

$$\frac{L}{R} \ll \frac{J}{B}$$

پس می‌توان روابط را ساده کرد:

$$\frac{\theta_m}{V} \simeq \frac{k_m/R}{s\left(B_m + J_e s + k_b k_m / R\right)} = \frac{k_1}{\tau_e s^2 + k_2 s} = G_1$$

$$\frac{\theta_m}{\tau_L} = \frac{-r}{s J_e s + \left(B_m + (k_b k_m / R)\right)} = G_2$$

این ها دقیقاً یکسان است که دارای مشخصات زیر هستند:

- stable
- good tracking
- good disturbance rejection
- good noise attenuation

Farhang Gostar

(۱۰۰-۱۵) ۱۵

Subject:

Year: Month: Day:

بیست این است که ما در اینجا $K_m$ ثابتی است که $K_m$ را ثابت می‌گیریم و $K_b$ ثابت نظر می‌گیریم و یک ثابت خیلی بزرگ تر از $K_m$ است. برخی از servo ها توانسته با عوض نمودن $K_b$ و $K_t$ خطا را کمتر کنند تغییرات لازم را اعمال کنند.

$T_m = K_m I$

جریان ثابتی در خودنمای

$L\frac{di}{dt} + Ri = V - V_b$ (II)

$V_b = K_b \dot{\theta}_m$

با زدن سمت با بیان مقاومتی مناسب:

$K_b$ را ثابت نامند و مقداری ثابت باشد و

نتیجه $T_m$ هم مقدار ثابتی داشته باشد

آیا تبدیل لاپلاس این دو را بلدید؟

$$\begin{cases} (J_m s^2 + B_m s)\theta_m = K_m I = K_m I - r T_d \\ (Ls + R) I = V - K_b s\theta \end{cases}$$

ورودی $V$ و خروجی $\theta_m$ و اغتشاش $T_d$ (البته $T_d$ هم به عنوان اغتشاش است که در نظر گرفته شده است)

تابع‌های base ... پیچیده‌تری دارند.

Farhang Gostar

Subject:

Year: Month: Day:

$\frac{G}{1+GH}$ $\left[\frac{G}{1+GH}\right]$

$q_{id} \rightarrow q_{act} \rightarrow q_{act} \rightarrow \cdots \rightarrow q_{mid}$

$\theta_1$ $\theta_{1c}$

$\frac{\theta_1}{\theta_m}$ $\frac{\theta_{1c}}{\theta_1}$

$\theta_{m1}$

$\tau_m$ $J_m$ $\theta_m$ $B_m$ $\theta_s$ $J_e$ $\tau_s$

$J_m \ddot{\theta}_m = \tau_m - B_m \dot{\theta}_m - r\tau_s$ (1)

$\tau_s - \tau_e = J_e \ddot{\theta}_s$ , $\theta_m = \theta_s / r$ (2)

(1)و(2) $(J_m + r^2 J_e)\ddot{\theta}_m + B_m \dot{\theta}_m = \tau_m - r\tau_e$

$(J_m + r^2 J_e)\ddot{\theta}_m + B_m \dot{\theta}_m = \tau_m - r\tau_e$

Subject:

Year: Month: Day:

دقیق‌های بی کنترل

در پیاده‌سازی آن نیاز به کامپیوت است.

چون محاسبات در هر step باید خالب شود کامپیوتر می‌تواند آن را انجام دهد.

روش‌های عالی بیش از 5sec طول می‌کشد، فقط برای کنترل ما مثل fast algorithm

5

$B^{-1}$ مشکلات ناشی از $C_2$

اگر بازخورد این باگرو یک برای هر نمونه تنها یک کنترل است B ضامن است

در مورد این یک کنترل‌ها located هستند یا نه اهمیت دارد



10 بقیه‌ها located هستند و امکان ندارد سطح مبنا آنها منتقل شده باشد. ولی آن‌هایی که located نیستند ممکن است باعث شوند ماتریس singular شود.

پس اگر شرط located بودن هم برقرار باشد B در مورد $B^{-1}$ دارد.

3) کنترل مد لغزشی

15 این کنترل مبنای مدل طراحی می‌شود در صورتی که مدل خوب طراحی شده باشد عالی عمل می‌کند.

دو مشکل می‌تواند باشد: ① تعیین ساختار (خطا در مدل یا جرم)

② تعیین ثابتی از تغییر شرایط (خطای ناشی از مدل یا های متفاوت از مدل تعیین شده)

معروف شده مشکل اصلی با می‌توان با کالیبراسیون برطرف کرد که فروش بالایی دارد

20 مشکل دوم با کنترل‌های Adaptive یا مقاوم حل می‌کند

③ مشکل کلی تعیین ساختار دوم که این را با کنترل‌های مقاوم یا robust حل می‌کند

کنترل adaptive و robust متفاوت اند. در robust کنترل‌ها را برای رنج از تغییرات فرض می‌کنند ولی در adaptive می‌آیند کاری می‌کنند که کنترل‌شان خطا و اغتشاش را جبران کرده

25 به‌جای آن دوباره با فرض می‌دهد. مثل robust زندگی می‌زنند

Subject:

Year: Month: Day:

$B = \frac{1}{ML^2} \Rightarrow B^{-1} = ML^2$ (جرم)

حسب ماتریس ماند

$M\ddot{q} + h = B\ddot{q} + J^T F$ (1)

$M\ddot{q} = B\ddot{q} - h \rightarrow \ddot{q} = \frac{1}{M}(B\ddot{q} - h)$

با توجه به این که متغیر یک دستگاه $Max(q_i)$ ، $h_{max}(q, \dot{q})$ ، $B_{max}(q_i)$ :

مشخص شده.

$T_{max}$ : تابع گشتاور ، $E$ : انرژی های مختلف سیستم

$T = B_{(q)}\ddot{q} + h_{(q,\dot{q})} - J^T_{(q)} F + M_{(q)}[\ddot{q}_d + k_v(\dot{q}_d - \dot{q}) + k_p(q_d - q)]$ (2) کنترلر

کنترلر (2) را در (1) جایگزین کنیم:

$M[(\ddot{q} - \ddot{q}_d) + k_v(\dot{q} - \dot{q}_d) + k_p(q - q_d)] = 0$

if $q - q_d = e \rightarrow \ddot{e} + k_v\dot{e} + k_p e = 0$

با انتخاب $k_p$ ، $k_v$ مناسب می‌توان به performance ، stability دست یافت

مثلاً : $k_p$ ، $k_v$ بگیری

$\ddot{e}_i + k_{vi}\dot{e}_i + k_{pi} e = 0$ ; $k_{vi} = 2\zeta\omega_n$

$k_{pi} = \omega_n^2$

پس می‌توان کنترلر را طراحی کرد

این نوع کنترلر یعنی که دید این است که feedback از F ندارد ، کنترلر باز است

با وجود که می‌خواهیم همواره F قرار هم داشت

حالتی که برای این کنترلر استفاده شده در نظر بگیرید:

در مسیر حرکت گره‌ی داشتیم که در نتیجه آن نیروی ربات تغییر یابد، می‌توانیم عملکرد را دچار مشکل کند.

پس این کنترلر برای کنترل نیرو مورد نظر خواهد.

Farhang Gostar

Subject:

Year: Month: Day:

$a = x_0$

$b = \dot{x}_0$

$c = \dfrac{3(x_f - x_0) - (2\dot{x}_0 + \dot{x}_f)t_f}{t_f^2}$

$d = \dfrac{2(x_0 - x_f) + (\dot{x}_0 + \dot{x}_f)t_f}{t_f^3}$

حداکثر با شش ضابطه تعداد دفعات آزادی $q$ و $\dot{q}$ و $\ddot{q}$ را محدود می‌نماییم.

$q_{1d}(t) \longrightarrow \begin{cases} q^1_{1d} \\ q^2_{1d} \\ q^3_{1d} \end{cases}$

$q_{2d}(t) \longrightarrow \{$

$q_{nd}(t) \longrightarrow \{$

اگر بخواهیم شروع و پایان را داشته باشیم:

$(t_0 \le t_s) \rightarrow t$

$(t_f - t_s) \rightarrow t_f$

این‌ها را در معادله السمان می‌نویسیم.

در این روش سرعت را طوری می‌کنیم که در خود نقاط مقید می‌شود یا همان شیب‌ها صفر شد، ولی بین دو نقطه می‌تواند تغییر کند. در این گونه موارد حرکت ربات را چک می‌کنیم، اگر مواردی خطا زیاد باشد باید بین نقاط، نقاط دیگری را در نظر می‌گیریم.

$K_v = 2\xi\omega_n$

$K_p = \omega_n^2$

$\ddot{e} + 2\omega_n \dot{e} + \omega_n^2 e = 0$

$K_v = 2\xi\omega_n$

$\dfrac{\pi}{t_p} \qquad \dfrac{-\xi\pi}{\sqrt{1-\xi^2}}$

Farhang Gostar

Subject:

Year: Month: Day:

$\rightarrow q_1(t) = q_1(x, y)$ ... از ربات L.K

$q_2(t) = q_2(x, y)$ ... از IK

مثال:

$y = x$

$\dot{x} = \sqrt{\frac{\dot{s}^2}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}\dot{s}$

$\dot{y} = \dot{x} = \frac{\sqrt{2}}{2}\dot{s}$

$$\begin{cases} x = x_0 + \frac{\sqrt{2}}{2}\dot{s}\,t \\ y = y_0 + \frac{\sqrt{2}}{2}\dot{s}\,t \end{cases}$$

در این روش نمی به بدی فرمک حرکت داشته باشیم

ضمنی ممکن است ما کمی داشته باشیم ولی پرسه ما پرسه آخرین صفت باشد.

برای این سیستم چند نقطه از سیر داده شده با پرسه و با آن‌ها Lt پرسه درآمد

... fit curve ... segment ... LSPB ... C.S ... curve fitting ...

C.S پرسه:

این روش‌ها برای این است که منحنی را در هر نقطه بشکنند

و شرط در هر نقطه معلوم باشد که با این ۴ معلوم چه کنیم

... fit کرد. بعد برای نقطه بعدی این کار را می‌کنیم

پرسه LSPB را آیا از نقاط هم عبور می‌دهد که بگوید با خواهد بود. پرسه از تمایل به آن‌هاست

(این هر نقطه‌ای که می‌گیریم) این نقاط را طی می‌کنیم

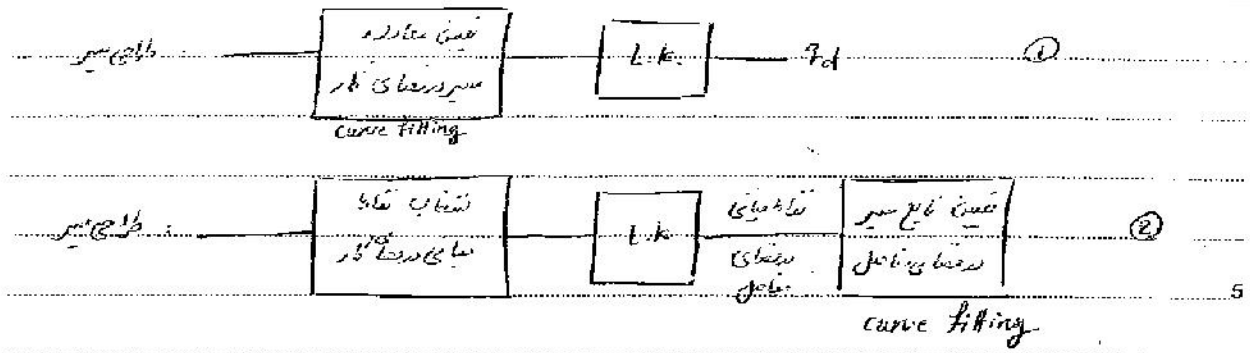
پرسه C.S را به صورت خواهیم برد

$$\begin{cases} t = t_0 & x = x_0 \;,\; \dot{x} = \dot{x}_0 \\ t = t_f & x = x_f \;,\; \dot{x} = \dot{x}_f \end{cases}$$

Farhang Foolad

Subject:

Year: Month: Day:




همانگونه که هست این است برای ① برای L.k باید مقاله ای سینماتیک داشته باشیم، ولی در مورد L.k نیازی نیست حتماً closed-form analytical داشته باشد.

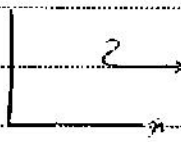
سیر ① بیشتر مبتنی بر analytical و ② بیشتر مبتنی بر عددی است.

در مورد نیازمندی ها باید بتوانیم fit کنیم.

مثال: در مورد طراحی سیر برای این که یک ربات در صفحه، روی تابع $y = f(x)$ با سرعت ثابت از نقطه $(x_0, y_0)$ به $(x_n, y_n)$ حرکت کند.

* برای L.k حرکت ربات

$x(t)$ و $y(t)$ برای ما مهم.




$\dot{s} = cte \Rightarrow ds^2 = dx^2 + dy^2$ $\quad ds^2 = 1$

$\dot{s}^2 = \dot{x}^2 + \dot{y}^2 \rightarrow \dot{x}^2 \left(1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right)$

$= (1 + y'^2)\dot{x}^2 \quad \dot{x}^2 (1 + y'^2)$

$\dot{x} = \sqrt{\frac{\dot{s}^2}{1 + y'^2}}$ ، $\dot{y} = y' \dot{x}$ و $y'$

$\rightarrow x(t) = x_0 + \int \dot{x}\, dt$

$y(t) = y_0 + \int \dot{y}\, dt \rightarrow$ خود این ها توان analytical حواب بدهد یا نه

اگر نه پس راه حلی باید این ها حواب داشته باشند.

Subject:

Year: Month: Day:

89/9/13 ( )

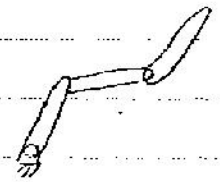
در حل این معادله حرکت را برای یک بازوی n درجه آزادی بدست آورید

$$M\ddot{q}_{n\times 1} + h_{n\times 1} = B_{n\times n}\tau_{n\times 1}$$

حال کافی است جبر را جزء به جزء با استفاده از I.D. محاسبه کنیم و نتیجه بدست آید

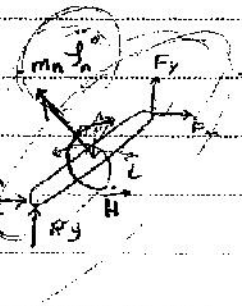
I.D. $\rightarrow \tau = B^{-1}\left[M\ddot{q} + h\right]$

روش کلی جبر برای I.D. استفاده می شود که پیچیده است



ما در پایه پنج حرکت کره ای مچ را خالی می کنیم

(زیرا این مفاصل بطور قسمی ثابت می باشند)




در این بخش از پنجه به بالا عضوها را جدا کرده و معادلات حرکت را می نویسیم

که شکل مقابل است که از نیروی عکس العمل و گشتاور تشکیل شده است

در نهایت به یک دستگاه معادلات بدست می آید

این روش بر مبنای جبر کوارتر است. این به Fast-algorithm است.

این جبر معادلات کوارتر نسبت به روش اول دارد

حال به F مسئله طراحی مسیر:

در مسائل کاربردی به خاطر دقت ثقل، چیزی را بدانیم و نیرو را مدنظر داریم.

این حالت طی مراحل طراحی مسیر آخر مسیر باید تبدیل شود به $q_d(t)$ و هم چنین $\dot{q}_d$ و $\ddot{q}_d$

به راحتی به کمک این جا می رسانند می شود طراحی مسیر

| خواسته (فضای کار) | طراحی مسیر | $q_{d1}$ | $(q_{d1}, \dot{q}_{d1}, \ddot{q}_{d1})$ |
|---|---|---|---|

این کار به روشهای گوناگون انجام می شود.

- Subject:
Year Month Date ( )

می‌دانیم که: $\bar{L} = \bar{B}' [M\bar{q} + \bar{b} - A\bar{F}]$

شرط آن این است که $B$ ماتریس نکین باشد.

شرط آن این است که تعداد عکس‌ها و نقاط هر تعداد باشند. 1) $m = n$

پس شرایط وجود $B'$:

$m = n$ (1

2) عکس‌ها برای اعمال حرکت صلب نقطه‌ی ثابت نباشند.

اگر در حالت کلی هر دو عکس یک عکس باشند، احتمال زیاد شرط دوم برقرار است و لذا $B'$ وجود خواهد داشت.

روش بیان شده، چون دو مرحله‌ای هاست، روش مناسب L.D نیست.

PAPCO

Subject:

Year ... Month ... Date ... ( )

معادلات حرکت سیستم (با در نظر گرفتن قیود) به این شکل است:

$$\underline{M}\ddot{\underline{q}} + \underline{h}(\underline{q}, \dot{\underline{q}}, t) = \underline{B}\underline{\tau} + \underline{A}\underline{F} \qquad \left(\underline{M}\ddot{\underline{q}} + \underline{h} = [B \; A]\begin{bmatrix}\underline{\tau}\\ \underline{F}\end{bmatrix}\right)$$

$\underline{M}_{n\times n} = \underline{M}(q, t)$ ماتریس جرم تعمیم یافته

$\underline{q}_{n\times 1}$ مختصات تعمیم یافته

$\underline{h}_{n\times n} = h(q, \dot{q}, t)$ بردار نیروهای ناشی از شتاب گریز از مرکز، کوریولیس و ثقل

$\underline{B}_{n\times m} = B(q, t)$

$\underline{\tau}_{m\times 1}$ بردار نیروهای تعمیم یافته (گشتاورها و نیروها)

$A_{n\times p} = A(q, t)$

$F_{p\times 1}$ بردار نیروهای اضافی

اگر $M$ به عنوان معادلات لاگرانژ به این شکل استخراج شده یک ماتریس متقارن خواهد بود positive definite است. همه معکوس پذیر است.

$$\ddot{q} = \underline{M}^{-1}\left[\underline{B}\underline{\tau} + \underline{A}\underline{F} - \underline{h}\right]$$

این دستور direct dynamic است که نیروها را به شتاب $\ddot{q}$ یا $q$ می‌برد:

$q, \dot{q}$, $\tau, F$ → D.D → $\ddot{q}(t, q, \dot{q})$ و $q$

+ بخاطر سپردن $h$ تنها برداری است که شامل خواهد بود. خاصیت آن با $\dot{q}$ است.

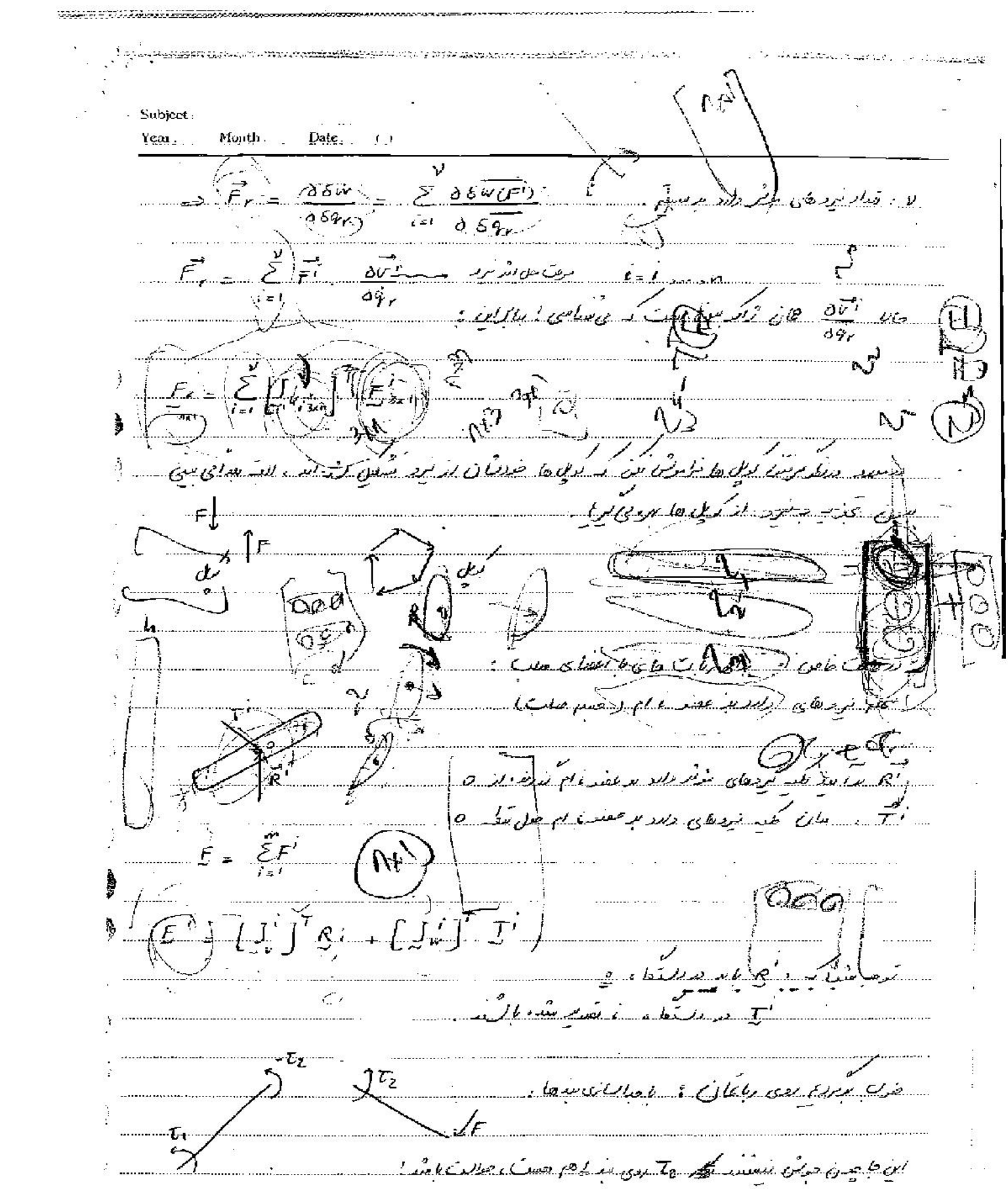
+ $A$ ژاکوبین سرعت مقید تعمیم یافته $F$ است.

آن چه در این جا اهمیت دارد سینتیک I.D است:

$q, \dot{q}, \ddot{q}$, $F$ → I.D → $\tau$

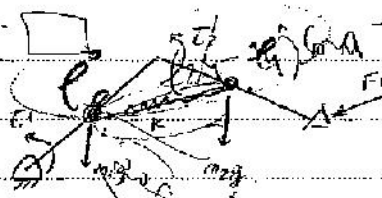
Subject :

Year : Month : Date : ( )



PAPCO

Subject:
Year Month Date ( )



حال روش کلی برای حل

می خواهیم ببینیم نیروی $mg$ ها را باید در نظر بگیریم یا نه. موضوع این است اگر این نیروها را در قانونی بقای انرژی حساب کرده باشیم دیگر نباید کار شان حساب کنیم. می شود دوباره کاری.

اثبات قانون هم این را نشان می دهد.

$$\Delta W = \Delta T$$

$$\underbrace{\Delta W_{cons.}}_{-\Delta U} + \Delta W_{non\,cons.} = \Delta T \Rightarrow \Delta W_{non\,cons.} = \Delta T + \Delta U$$

پس اگر این نیروها را در سمت آمده ی دیگر در $\Delta W$ بیاوریم

$\Rightarrow \delta W$ : کار مجازی نیروهای نیرو

غیر گشتاور

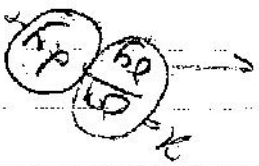
ما در درس خودمان با سیستم های تک ذره ای کار داریم. ولی اگر بدنی صلب، یا سیستمی از اجزای پیوسته داشتیم باید مکانیسم معادله ای که بدی در نظر بگیری. یک مثال دیگر هم این است که معادله لاگرانژ معادله حرکت آنها را می دهد. چون به نهایت درجه آزادی داریم باید از روش گسسته سازی بهره ببریم. یکی از روش های گسسته سازی همان روشی بود که در ارتعاشات خواندی است.

با این حرف ها را شناختیم، حالا ببینیم چه جوری باید حل کنیم:

$\delta W$ : کار مجازی نیروهای وارد بر سیستم

$$\delta W_{(F_i)} = \vec{F_i} \cdot \vec{\delta r} = \vec{F_i} \cdot \sum_{r=1}^{n} \frac{\partial \vec{r}}{\partial q_r} \delta q_r$$

$$\frac{\partial \delta W_{(F_i)}}{\partial \delta q_r} = \vec{F_i} \cdot \frac{\partial \vec{r}}{\partial q_r}$$



$$\text{ارتعاشی} : \frac{\partial \vec{r}_k}{\partial q_r} = \frac{\partial \vec{r}_i}{\partial q_r}$$

$$\frac{\partial \delta W_{(F_i)}}{\partial \delta q_r} = \vec{F_i} \cdot \frac{\partial \vec{r}_i}{\partial q_r}$$

PqPCO

Subject:

Year Month Date ( )

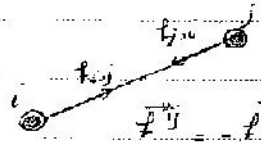
$W_{AB} = \int F \cdot v \, dt$

این رابطه کلیست در صورتی از سر صفر شود که جابجایی صفر باشد یا اگر در راستای سرعت صفر باشد یا در کل مسیر حرکت باید در نظر بگیری

برای نیروهای داخلی داریم:

$$W_{int} = \int_{t_1}^{t_2} (\vec{f}^{ij} \cdot \vec{v}^{i} + \vec{f}^{ji} \cdot \vec{v}^{j}) \, dt$$

$$= \int \vec{f}^{ij} \cdot (\vec{v}^{i} - \vec{v}^{j}) \, dt$$



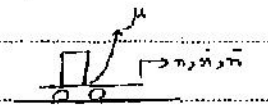

پس اگر بردار $v$ هم‌امتداد نیرو عمود نباشد، در این حالت کار خواهیم داشت.

نیروهای داخلی که در صورت حرکت اعمال شده و حاصل نقاط اعمال آنها تغییر نماید، نامتعهم (غیرپتانسیل) هستند.

1) کلیه نیروهای داخلی یک جسم صلب

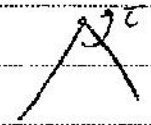
2) نیروی بین دو جسم صلب که در صورت صلب بودن اعمال شده‌اند.




مثال: این نیرو بین اصطکاک بین دو جسم پتانسیل محسوب نمی‌شود

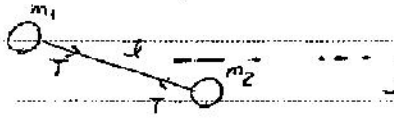
غیرپتانسیل: عدم پتانسیل



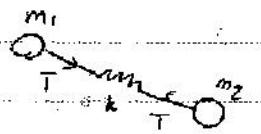

پس:

{ امکان تغییر داشته : پتانسیل
{ عدم امکان تغییر داشته : غیرپتانسیل

مثال کلی:




غیرپتانسیل




پتانسیل

نیروهای داخلی یک تیر الاستیک: پتانسیل

" یک جسم با تغییر شکل پلاستیک: پتانسیل

PAPCO

Subject:
Year ___ Month ___ Date ___

391/5/29 — جلسه (  )

$f(\dot q, q)$

تعمیم معادلات لاگرانژ برای سیستم های غیر مقید :

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot q_r} - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_r} = \frac{\delta W_r}{\delta q_r} = F_r \qquad r = 1, \dots, n$$

اگر سیستم دارای m عضو صلب باشد :

$$\mathcal{L} = T - U$$

$$T = \sum_{i=1}^{m} T^i \quad ; \quad T^i = \frac{1}{2} (\dot{\underline{r}}_i)^T \dot{\underline{r}}_i m_i + \frac{1}{2} (\underline{\omega}^i)^T \underline{I}^i \underline{\omega}^i$$

ممان اینرسی مرکزی ($\underline{I}^i$)

$$U = U_g + U_e \quad ; \quad U_g^i = m_i g\, \underline{a}^T \underline{r}_i$$

a امتداد شتاب ثقل

$$U_g = \sum_{i=1}^{n} U_g^i$$

$U_e$ هم انرژی پتانسیل فنرهای سیستم است.

با استفاده از این روابط لاگرانژ سمت چپ مشخص می شود. پیچیدگی عمده محاسبه سمت راست است

در پیچیدگی این است که سهم کار کدام نیروهاست و باید چگونه محاسبه شود.

این کار کار کل نیروهای سیستم است یعنی نیروهای بیرون سیستم هم ext. و هم int. هستند.

$$W = W_{ext} + W_{int}$$

$W_{int} = 0 \rightarrow$ نیروی غیر مؤثر ← اگر نیروی اتصالی به صورت حرکت نقطه اثر نیرو عمود باشد

$W_{int} \neq 0 \rightarrow$ در سایر موارد

نیروی مؤثر برای ما کار انجام می دهد.

اگر بخواهیم بدانیم نیروی مؤثر است یا نه، با جابجایی فرضی که انجام می دهیم تغییر ممکن است یا نباشد.

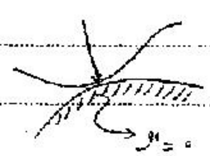
---

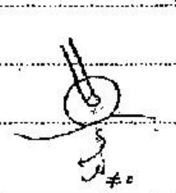
مثال نیروهای غیر مؤثری که کارشان صفر است :

1) نیروی کشش نخ در صورتی که نخ شل نشود و نخ طول ثابت داشته باشد.

2) نیروی اتصالی سطح صاف فاقد اصطکاک

3) نیروی تماسی در حالت غلتش محض در سطح صلب



Subject:

Year. Month Date.

در فرم بردار دینامیک سیستم بردار:

برای حالت معادلات حرکت بهتر است از کمیت های کارانه و کمیت که نزدیک به کمیت اندازه گیری هستند چون نیروهای غیر پتانسیل را وارد محاسبه می کنند.

مثال نیروهای غیر پتانسیل:

مقاومت سیال و لغزش با M و F سد کار میکند. نیروهای خارجی و گشتاورهای خارجی اند ولی در مقاومت لاگرانژ نیروها و گشتاورها ظاهر نمی شوند چون در مسیای انرژی سیستم را حل می کنند.

لاگرانژین

$\mathcal{L} = T - V$ ← انرژی پتانسیل

انرژی جنبشی $L$

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_r} - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_r} = \frac{\partial (\delta w)}{\partial \delta q_r}$$

معادلات کار مجازی تعمیم یافته برای نیروهای غیر پتانسیل

در صورتی کار در خط صفر است!

کمیت های با دایره سمت راست معادله مشکل دارند. سمت چپ راحت است.

$$T = \sum_{i=1}^{N} T_i$$

$N$: تعداد کل جسم های صلب

$$T_i = \frac{1}{2} m_i \left[\dot{\rho}_i\right]^T \left[\dot{\rho}_i\right] + \frac{1}{2} \left[w_i^i\right]^T \bar{I}_i \left[w_i^i\right]$$

$i$: جسم صلب $i$ام

$\bar{I}_i$: ماتریس ممان اینرسی مرکز جسم صلب $i$ام

$$U = \sum_{i=1}^{N} U_i$$

$$U_i = m_i g \bar{z}_i = m_i g (\rho_i)_3$$ ← مولفه سوم

$$\Rightarrow \mathcal{L} = \sum_{i=1}^{N} \mathcal{L}_i$$

تعمیم ماند سمت راست که حل نمی شود

PaPCO

$T = \frac{1}{2} M \left[\dot{\rho}_1\right]^T \left[\dot{\rho}_1\right] + \frac{1}{2} \left[w_1^1\right]^T \bar{I}_1 \left[w_1^1\right] + \cdots$

Subject:

Year Month Date 1)

۱۳۹۱/۲/۲۲ ( جلسه )

email : Sutars@cc.iut.ac.ir

cc : MJsadigh@gmail.com

سلام کنید. کسی matlab : سلام کنید.

کار با ماشین گیری را انجام می دهد Jacobian (rot , stat)

خیلی ساده به کار با توابع rot و trans را نسبت به تبدیل های هندسی و چرخش های دلخواه

نحوه نوشتن تابع

function [R] = rot (anis , q)

if anis = = 1

R = [

else if anis = = 2

R = [

else if anis = 3

R =

else

print ('invrat anis")

تابع trans هم به چنین صورت است

دستورهای داخل تابع را هم با دست تعریف کرده باشی .

syms

qq = [q1 q2 q3 ]';

dqq = [dq1 dq2 dq3 ];

ddqq = [ddq1 ddq2

stat = [ qq ; dqq

dstat = [ dqq ; ddqq ];

PAPCO

Subject:
Year Month Date

حال داریم :  $\dot{q} = J^{-1}\dot{x}$

دوست باشد باشد nonredundant باشد J^{-1} برسی است !

بهترین تابع برای کنترل Redundant توان آنتی ناکامل است .

کلی داریم :  $x = f(q)$

$\dot{x} = Jq \xrightarrow{\text{O.L.K.}} \dot{q} \longrightarrow \boxed{J} \longrightarrow q \rightarrow$ unique

با این روش مشکل چندگانی پاسخ حل می شود .

عیب روش (1) نسبت به حل بسته فرمی طولانی تر است

( error acumulation ) جمع شدن خطاها (2)

برای این که جلو مشکل 2 را بگیریم ، چون رابطه $x = f(q)$ را داریم ، با انتگرال گیری q های بدست آمده بعد هر step با مقادیر جدید که داریم چک می کنیم ، اگر خطا داشت با adjust مقادیر دوباره کار را شروع می کنیم .

آخرین روش که نام بردیم روابط بازگشتی تا سطح بردار وضعیت و سرعت زاویه ای است .
می توان روابط بازگشتی را بجای سرعت و برای شتاب ارائه کنیم .

$d_0^\circ \quad R_0^\circ \quad / \quad d_0^E$

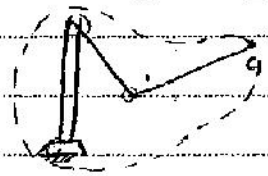
Subject:
Year Month Date

$$\boxed{d_{c_1}^a = d_0^{o_1} - K_0^c \times d_0^{c_2}}$$

$\underline{n}$ : بردار یک اعداد $r_{ij}$ در دستگاه پنجم

$$\underline{d}_c^\circ = \begin{pmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \end{pmatrix} - \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ | & | & | \\ | & | & | \end{bmatrix} \begin{bmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \end{bmatrix}$$

$o_c$ مختصات $c$ نسبت به مبدا مختصات است. این L.K. است. حالا خود مختصات $c$ نسبت به مبدا مختصات مفاصل بدهای دلخواه دارد. این جا L.K. دیگه هم داریم.



$$\Rightarrow \underline{d}_c^\circ = \begin{bmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \end{bmatrix} = d_c^\circ(q_1, q_2, q_3) \xrightarrow{L.K.} q_1, q_2, q_3$$

حالا می‌توان با L.K. به روش هندسی $q$ ها را بدست آورد.

$$R_E^\circ = \underbrace{R_c^\circ}_{(q_1,q_2,q_3)} \cdot R_E^c(q_4, q_5, q_6)$$

$$R_E^c(q_4, q_5, q_6) = (R_c^\circ)^{-1} R_E^\circ = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \end{bmatrix} \rightarrow q_4, q_5, q_6$$

$R_{E_{11}}^c = \bar{r}_{11}$

$R_{E_{33}}^c = \bar{r}_{33}$ آنچه مشخص است مجهولاتی تابع $q$ هاست که برای بدست آوردن $q$ ها باید معادله حل کنند

$R_{E_{32}}^c = \bar{r}_{32}$

---

سینماتیک معکوس دیفرانسیلی

در L.K. مقدماتی که دانستیم این بود: $\dot{\underline{x}} = J \dot{\underline{q}}$

مشروط به عدم وجود اندرمکی و پدیده‌های redandant

$J_{n \times m}$

PAPCO

Longman Columbia

Subject: Robotics MIT

Year Month Date ( )

89/8/12 ( )

بردار متغیرهای مفاصل

$\underline{X} = \underline{f}(\underline{q})$

برای حل این معادله مشکل معکوس داریم که

$\underline{X} \rightarrow$ [i.k.] $\rightarrow \underline{q}$

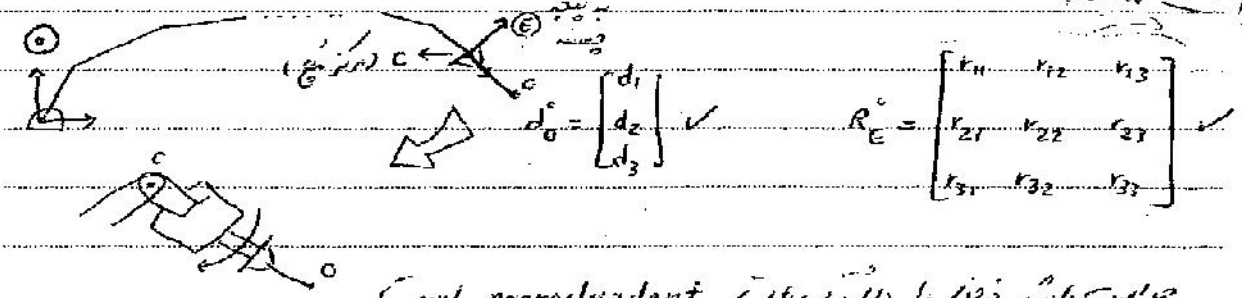
position و orientation را جدا می‌کنیم. برای orientation

مثال

$\underline{X}(\underline{q}) = \bar{X}$ ( ) forward dynamics از

معادله استفاده می‌کنیم.

اگر به مچ دست چه داشته باشیم؟




حداکثر باشد ژوئن با درجات بیان است non-redundant

مزیت مچ این است که یک ابزار راست به آن جا می‌توان به راحتی بیان کرد

مثلاً فاصله نوک ابزار از مچ ثابت است، ولی شاید گاهی طول تغییر کند. مثلاً جای شی

و prismatic دست با شم. پس ناحیه $r_{oc}$ ثابت است و به سادگی قابل بیان است.

اگر راست باشیم:

$r_{oc} = l \begin{bmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \end{bmatrix}$

بردار یکه در راستای oc

حال اگر بخواهیم موقعیت نقطه e را نسبت به مبدأ مختصات بیان کنیم:

$\underline{d}_0 = \underline{d}_c + l \underline{R}_e \underline{n}$

مچ را بیان کنیم

نقطه آخر

APCO

Subject:
Year. Month. Date. ( )

$\alpha = A\tan(x, y)$

می‌توان نوشت:

$\cos(\alpha - q_1) = (a_1 + a_2 \cos q_2)/k = c_1$

$\sin(\alpha - q_1) = (a_2 \sin q_2)/k = s_1$

که $q_1$ یکتا نیست، یک چیزی برای $q_2$ مثلا تناوب دوتایی $\pi$ در جواب دارد.

$$\begin{cases} q_2 = \frac{\pi}{6} \Rightarrow q_1 = c \\ q_2 = -\frac{\pi}{6} \Rightarrow q_1 = \frac{\pi}{6} \end{cases}$$

+ جوینت مانند revolute joint یا prismatic joint که روی آن‌ها Link بسته می‌شود، فی ساعت رباتی آن مشکل می‌شود.

$a_1 \sin(q_1 + q_2) + a_1 \sin q_1 = Y$

$a_2 \cos(q_1 + q_2) + a_1 \cos q_1 = X$

Subject:

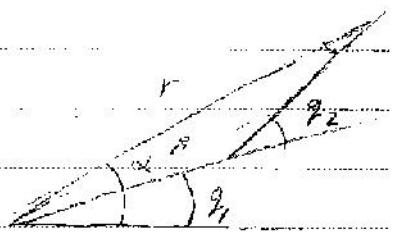
Year ____ Month ____ Date ____

مثال (2) این مثلی را حل می‌کند (حالت‌های بیش از حد) اما آخر وجود ندارد و پس به بردار

فرضی این مثال نیاز به مدل rotation محدث می‌کند)

$$R_6^0 = \begin{bmatrix} c_{1+2} & -s_{1+2} \\ s_{1+2} & c_{1+2} \end{bmatrix}$$

$$d_6^0 = \begin{bmatrix} 2l c_1 + 2l_2 c_{1+2} \\ 2l s_1 + 2l_2 s_{1+2} \end{bmatrix}$$




$$\beta + q_1 = \alpha$$

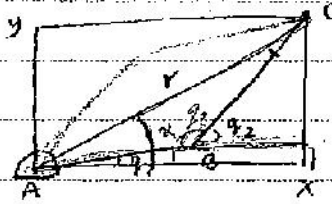
$$q_2 = \alpha$$

$$\vec{P}_6^E = \begin{bmatrix} l \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$(II) \rightarrow \begin{bmatrix} 2l c_1 + 2l_2 c_{1+2} + l c_{1+2} \\ 2l s_1 + 2l_2 s_{1+2} + l s_{1+2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

این معادله به دو شکل ساده است، به کم پیچیده شده است نمی‌شود حل کرد.

به جای این حدی حل کردن، با یم هندسی حل می‌کنیم:




$$\begin{cases} 2l_1 = a_1 \\ 2l_2 + l = a_2 \end{cases} \quad ? \; R \; ?$$

$$\hat{ABC}: \quad r^2 = a_1^2 + a_2^2 - 2a_1 a_2 \cos q_2$$

$$\cos q_2 = \frac{r^2 - a_1^2 - a_2^2}{2a_1 a_2} = c \rightarrow \sin q_2 = \pm\sqrt{1-c^2}$$

$$q_2 = \begin{cases} \rightarrow A\tan2(c, \sqrt{1-c^2}) \\ \rightarrow A\tan2(c, -\sqrt{1-c^2}) \end{cases} \begin{bmatrix} \frac{\pi}{6} \\ \frac{-\pi}{6} \end{bmatrix}$$

جواب‌های قابل قبول

با فرض $a_1 = 1$ ، $a_2 = 1$ و $x = 1 + \frac{\sqrt{3}}{2}$ ، $y = 0.5$ جواب‌ها $\frac{\pi}{6}$ و $\frac{-\pi}{6}$ خواهد بود.

Subject:
Year Month Date ( )

در بحث I.K در واقع سعی شد research شود. یکی من که چندتا جواب دنیا و دیگری جواب ها چه چیزی هست.

برای حل I.K دو روش کلی وجود دارد که شد:

۱) جداسازی و تقریب تکه ای (یا ای از طرق مناسب)

۲) حل به کمک روش های هندسی.

برسیم اول. بازوبات را تقسیم کنیم به بازو و به مچ.

بازوبات ← 3 درجه برای رساندن پنجه به نقطه مطلوب

3 درجه برای تأمین زاویه مطلوب

اینکه ← چه چیزی می گیریم مچ؟

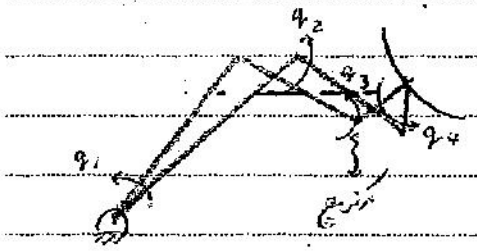
تکه ای از اعضای انتهایی ربات (معمولاً پنجه) که مفاصل آنها در یک نقطه متقاطع باشند نسبتاً مچ گویند. من یک تقاطع مرکز مچ می گویم.

خاصیت مهم مچ این مرکز مچ در اثر حرکت مفاصل مچ جابجا نمی شود.

این خاصیت برای ما چه کمکی می کند؟

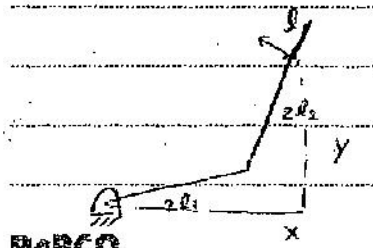
اول اینکه مرکز مچ را به راحتی به نقطه اتصال بازو به مچ و از آن جا به پنجه

به عنوان مثال:




مثال: (حل به کمک روش های هندسی)

بدون روش هندسی:



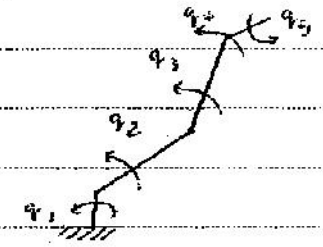

PqPCO

Subject:

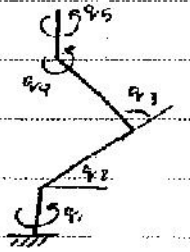
Year. Month. Date. ( )

آنالیز ربات دارای تئوری باشد که بتواند روی سطح کره بچرخد. چنین رباتی ربات کروی نامیده می‌شود.

مثال:



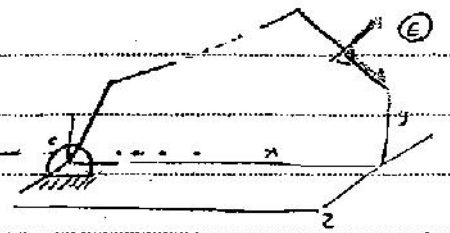

ربات بالا دارای ۵ درجه آزادی است، بنابراین حداکثر ۵ عضو $q_1, q_2, q_3, q_4, q_5$ می‌تواند داشته باشد. با حرکت کردن هر کدام از این اعضا، نقطه انتهایی ربات جواب متفاوتی خواهد داشت.




اگر یک ربات ۵ درجه آزادی داشته باشیم که بازه‌ی دوران زاویه‌ای هر کدام از مفاصل نسبت به مفصل قبلی $\frac{\pi}{2}$ درجه باشد، تعداد نقاط قابل دسترسی توسط این ربات $X_i$ خواهد بود که $i$ برابر است با:

$$i = 4^5$$

در این درس تنها حرکات ربات‌های غیرافزونه و خالی از تکرار مورد بررسی قرار می‌گیرد.




$$\underline{X} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$$

در معادله $\underline{3}$ قسمتی از معادله $\underline{2}$ داریم:

$$R_{E(q)}^{\circ} = \underline{r} \qquad (I)$$

در معادله سینماتیک مستقیم، معادله $\underline{3}$ داریم:

$$R_E^{\circ} \underline{p}_0^e + \underline{d}_i^{\circ} = \underline{X} \qquad (II)$$

در صورتی که $q_i$ ها مجهول باشند، موضوع این است که در رابطه‌ای که بین $\underline{3}$ تا مقادیر مستقل است چون تعداد مجهول‌ها و معادله‌ها برابر با ۵ است.

Subject:

Year. Month. Date. ( )

- در کلیات، منظور از عدد بیشتر، تعداد کار است که شرط آن:
  - ممکن است ربات منفرد شده باشد

مثال: ربات پرتکی، مطلوبیت $q$ = تعیین کنید $X = \begin{bmatrix} 1+\frac{\sqrt{3}}{2} \\ 0.5 \\ \frac{\pi}{6} \end{bmatrix}$




$X \leftarrow q$ ⇒
- $q = \begin{pmatrix} \frac{\pi}{6} \\ -\frac{\pi}{6} \end{pmatrix}$ elbow up
- $q = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{\pi}{6} \end{pmatrix}$ elbow down

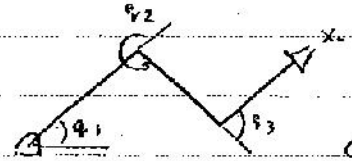
مثال:




$q = \begin{bmatrix} 0 \\ \pi \end{bmatrix} \Leftarrow X_0 = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$

شرایط منفرد یا singularity شرایط ناتوانی ربات است. به زبان آن جا کاری انجام دهد. به عبارتی می‌گویم ربات به گونه‌ای عمل کند که حتی نزدیک به این شرایط هم نشود.

برای حالت بی نهایت جواب




مثال:

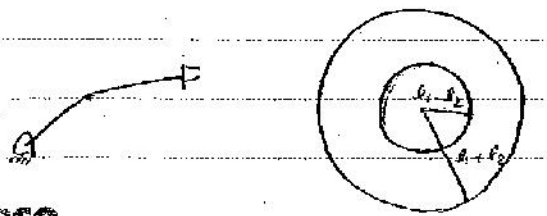
بی نهایت $q$ را تعیین کنید، به ازای آن سایر پارامترها را بر اساس آن بیان کنید

$X = \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \end{bmatrix} \Rightarrow$ بی نهایت $q =$ ---

حتی ربات redundant باشد، شرایط بی نهایت جواب مطلوبی نمی‌باشد.

در حالتی که ربات redundant نباشد، می‌تواند دچار singularity شود.

نمای کلی مرکزی:



Subject:
Year Month Date ( )

جلسه ( ) 89/2/8

سیستم‌های مقاوس جبری :

کنترل‌های خاصی است با انگیزه‌دانستن دستی آنها

موقعیت ابزار → [I.k.] → q
موقعیت پنجه

موقعیت پنجه را تعیین کنیم. سپس این عکس‌العمل لازم است
عمل شود

در حل I.k. اگر بی‌نهایت جواب داشته باشد:

X → [I.k.] → q

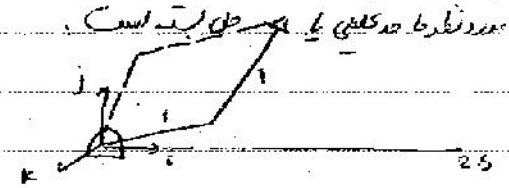
ابهام هندسی

حل‌های زیاد ← دستها
مفاصل پاسخ می‌گیرند

سخت و ناهموار

بین این ابهامات حل‌هندسی را دچار مشکل می‌کند. حل مورد نظر ما حد کلی یا بهترین حل است.

مثال:




$q = f(x)$

یک مسئله I.K. ممکن است

۱) حل نداشته باشد. این به معنایی است که نقطه مورد نظر در فضای کار نباشد.

مثال:

$$x = \begin{bmatrix} 2.5 \\ \cdot \\ \cdot \end{bmatrix}$$

۲) مثال: هیچ مقداری از $q_1, q_2, q_3$ جواب $x = 0.5$ را نمی‌سازد.

$$X = \begin{bmatrix} 1+\frac{\sqrt{2}}{2} \\ 0.5 \\ 0.5 \end{bmatrix}$$

نقطه خارج فضای کار است.

۳) ممکن است حل داشته باشد:

تعداد محدودی حل ← احتمالاً نقطه مطلوب داخل فضای کار است. ۴ جواب مورد نظر ما را
تعداد نامحدودی حل ← نقطه داخل فضای کار است، ولی خروجی چند حالت دارد.

۴ ← بهترین است.

۵ ← ربات نقطه تکرد است.

PAPCO

Subject:
Year. Month. Date.

ما ۷ دستگاه مختصات داریم که آن‌ها $\phi$ ، $\theta$ و $\psi$ هستند. $\beta$ ، $\theta$ و $\psi$ یعنی اگر بخواهیم دستگاه جدید را نسبت به دستگاه روی پدنه این مقادیر را باید بچرخد. تنها در یک حالت خاص زوایای اویلر را داشتیم داشت.

$$\lim_{t \to 0} \frac{d\phi}{dt} = \phi$$

* دوران‌های محدد تابع جابجایی ندارند چرا؟ اصلاً زاویه جابجایی که باشد؟ جابجایی نزدیک بودن دو جسم تعریف می‌شود تابع جابجایی است. این دیگری $\phi$ ، $\theta$ و $\psi$ است.

پس یادت باشد در ژیروسکوپ‌ها با $\psi$ ها کار می‌کنیم نه $\theta$ ها! این هم نکته دوم جاست.

ژیروسکوپ مربوط به همان قانون ۲ نیوتن مربوط به حرکت زاویه‌ای است!

این را یادت باشد پس:

$a \xrightarrow{\int} v \xrightarrow{\int} x$

$a \xrightarrow{\int} w \xrightarrow{\int} \theta \xrightarrow{\int} \theta$

تبدیل می‌کنیم (دانستن تانسور تبدیل دارد.)

Subject:

Year. Month. Date. ( )

$$\delta q^T (\underline{\tau} + J_v^{eT} \underline{F} + J_w^{eT} \underline{M}) = 0$$

با توجه به دلخواه بودن $\delta q$ :

$$\underline{\tau} = -(J_v^{eT} \underline{F} + J_w^{eT} \underline{M})$$

$$\underline{\tau} = -\begin{bmatrix} J_v^e \\ J_w^e \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \underline{F} \\ \underline{M} \end{bmatrix}$$

اگر فرض کنیم $\underline{W} = \begin{bmatrix} \underline{F} \\ \underline{M} \end{bmatrix}$ به بدنه اعمال شود :

$$\underline{\tau} = -J^{eT} \underline{W}$$

اگر به هر مفصل $\underline{W}^i = \begin{bmatrix} F_i \\ M_i \end{bmatrix}$ اعمال شود :

$$\underline{\tau}_{n\times 1} = -\sum_{i=1}^{n} (\underline{J}^i)(\underline{W}^i)$$

$$\tau_{n\times 1} = [J_{m\times n}]^T \underline{W}_{m\times 1}$$

این رابطه چند نکته لازم است دقت شود :

* $F$ باید در نقطه‌ای داده شود، چون $\delta r$ در صفر داده شده است.
* $M$ باید در نقطه دیگر باشد، جای که $\delta\theta$ بیان می‌شود

پس : نکته (۱) : هر پایه بدون $F$ یا $M$ یا $W$ توجه کنیم

نکته دوم را کمی دقت کن :

در حالت سه‌بعدی می‌دانیم $\omega$ را نیز برای $e$ می‌توان داشت.

می‌توان به راحتی نوشت :

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \underline{J}\,\dot{q} \qquad \begin{bmatrix} w_x \\ w_y \\ w_z \end{bmatrix} = \underline{\underline{J}}\,\dot{q}$$

این دو یکی نیستند. ← جاکوبین با استاده

می‌گیم

* $\phi$ و $\theta$ و $\psi$ زوایای اویلر هستند و قابل جمع شدن نیستند برای ما

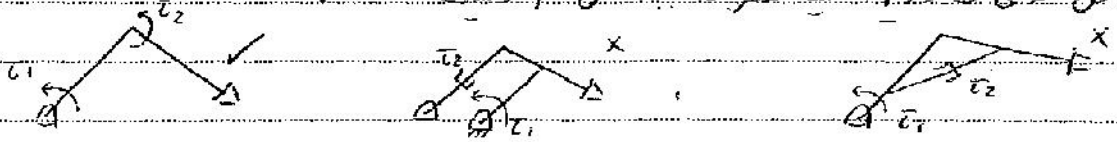
PAPCO

$$w = K \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix}$$

Subject:

Year. Month. Date. ( )

برای حل توقعی که داریم، چند مکانیزم با مفاصل هم برخورد هستند.




نوع دوم: مای مفاصل دارای عکس هستند.

نوع سوم: انرژی عکس نداریم.

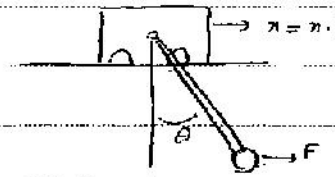
در نوع دو و سه با همان خواهیم داشت، ولی این را یه بار drop می‌کنیم تا ببینیم چی می‌شود.

به نوع غیر گسسته رسیدیم:

معادله نیوتنی $\underline{F}$ و تک $\underline{M}$ + بیانی بیان اعمال شده است.

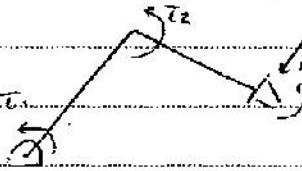
بیان لاگرانژی:

برای یک سیستم در حال تبادل انرژی مکانیکی مجموع کارهای نیروهای اعمالی بر سیستم صفر است. بدین کار انجام شده در زمان صفر هم گفته می‌شود. یعنی حرکت های ناشی از درجه آزادی بی‌نهایت را نادیده می‌گیریم.




* فقط کار مجازی کل نیروهای اعمال بر سیستم صفر است، نه فقط نیروهای خارجی.

بیان اصل کار مجازی:




$$\delta q^T \underline{\tau} + \delta x^T F + \delta \theta^T M = 0$$

(بدون دینامیک برقرار نیست)

با توجه به کوچک بودن تغییرات داریم:

$$\begin{cases} \delta \underline{x} = J_v^e \, \delta \underline{q} \\ \delta \underline{\theta} = J_w^E \, \delta \underline{q} \end{cases}$$

Subject:

Year Month Date

همچنین $J$ هر یک ماتریس $3 \times n$ است.

مثلاً: برای یک ربات صنعتی: $J^E_{6\times n}$ ، $J^E_{w\ 3\times n}$ ، $J^E_{v\ 3\times n}$

برای یک ربات فضای در حالت 6 درجه ای:

$J^E_{6\times n}$ $J^E_{w\ 3\times n}$ $J^E_{v\ 3\times n}$

n هر به تعداد بندها وابسته است. چون ژاکوبین بستگی دارد در کدام دستگاه نوشته شود.

باید ژاکوبین ربات دولینکی که قبلاً دیدیم را بنویسیم:

تمرین: مطلوبست ژاکوبین بازو ربات دولینکی:

$$\begin{bmatrix} \underline{v}^E_e \\ \underline{w}^E_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2l_1 s_1 - 2l_2 s_{1+2} & -2l_2 s_{1+2} \\ +2l_1 c_1 + 2l_2 c_{1+2} & 2l_2 c_{1+2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{bmatrix}$$

(1) (1)

$J^E_{3\times 2}$

$w^E_o = \dot{q}_1 + \dot{q}_2$

در مثلث داریم:

$$\begin{bmatrix} v^{e/o}_x \\ v^{e/o}_y \\ w^{e/o}_z \end{bmatrix}$$

حال می‌رسیم به کاربردهای ژاکوبین.

استاتیک ربات‌ها:

این بخش به این موضوع می‌پردازد که برای یک بازوی در حالت سکون، اگر بیرونی خارجی وارد شود چه Torque ای لازم است تا وارد شده را خنثی کند و ربات را در حالت تعادل نگه دارد.

پیش نیاز: برای یک بازوی خاص ثابت (بدون حرکت) مطلوبست تعیین $\underline{\tau}$ (آرایه نیروهای عکس‌العمل که معادل نیروهای خارجی $F_{ext}$ را خنثی می‌کند.

Subject:

Year Month Date

بطور کلی می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} \underline{v}_p^i = \underline{J}_{vp} \dot{q} \\ \underline{\omega}_i^i = \underline{J}_{wi} \dot{q} \end{cases}$$

این مقادیر با این فرض بدست آمده‌اند که سرعت دورانی مفصل‌ها را می‌دانیم. برای مثال می‌توانیم فرض کنیم که هر مفصل با سرعت ثابت می‌چرخد تا سرعت خطی هر نقطه از ربات را بدست آوریم.

$\underline{v}_i^i = \underline{J}_v^i \dot{q}$ مرکز جرم عضو $i$ ام

$\underline{v}_e^e = \underline{J}_v^e \dot{q}$ پنجه

$\underline{\omega}_i^i = \underline{J}_w^i \dot{q}$ سرعت زاویه‌ای عضو $i$ ام

$\underline{\omega}_e^e = \underline{J}_w^e \dot{q}$ سرعت زاویه پنجه

تا کنون هم تعریف می‌کنیم که یکی برای عضو است و یکی برای پنجه.

$$\begin{bmatrix} \underline{v}_i^i \\ \underline{\omega}_i^i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{J}_v^i \\ \underline{J}_w^i \end{bmatrix} \dot{q} \quad \Rightarrow \quad \underline{J}^i = \begin{bmatrix} \underline{J}_v^i \\ \underline{J}_w^i \end{bmatrix}$$ ژاکوبین عضو

برای پنجه یا بازوی هم ژاکوبین داریم.

ژاکوبین پنجه یا ژاکوبین بازو ماتریس تبدیلی است که نرخ تغییرات متغیرهای مفاصل را به سرعت مطلق خطی پنجه و سرعت مطلق زاویه‌ای پنجه مربوط می‌کند.

$$\begin{bmatrix} \underline{v}_e^e \\ \underline{\omega}_e^e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{J}_v^e \\ \underline{J}_w^e \end{bmatrix} \dot{q} \quad \text{---------}$$

همانگونه که ژاکوبین بازو دارای، هیچ تفاوتی با راست از آن استفاده کنیم. چون $\underline{v}$ همواره نسبت به دستگاه پایه داده شده، فرقی نمی‌کند که در کدام دستگاه بیان شده باشد. پس باید حواسمان همواره باشد.

[ $V_4$ ]

Subject:

Year. Month. Date. ( )

89/8/15 ( جلسه )

بحث جلسه گذشته در خاتمه بحث دینامیک دیفرانسیلی بود یعنی روابط سرعت نقطه بر حسب $\dot{q}$ و $q$ و این بعد

$\underline{v}_P = \dot{\underline{p}}_P$ ، $\underline{a}_P = \ddot{\underline{p}}_P$

پس با پیدا کردن موقعیت نقطه در دستگاه متغیر مقادیر سرعت و شتاب بدست می آید.

این هم برقرار است: $\vec{w}^{i/0} = \vec{w}^{i/i-1} + \vec{w}^{i-1/0}$

ترکیب ردیفی آن: $\underline{w}^{i}_{i/0} = \underline{w}^{i}_{i/i-1} + \underline{R}^{i}_{i-1}\,\underline{w}^{i-1}_{i-1/0}$

دراین مورد نیز شرط ثابت بودن دستگاه L برداشته نشده.

ترکیب دوم مشتق چون مرجع خارجی مساوی است

برابر می شود با مشتق در دستگاه.

$\vec{\alpha}^{i/0} = \frac{^0d}{dt}\vec{w}^{i/0} = \frac{^id}{dt}\vec{w}^{i/0}$

$\frac{^0d}{dt}\vec{w}^{i/0} = \frac{^id}{dt}\vec{w}^{i/0} + \vec{w}^{i/0} \times \vec{w}^{i/0}$

با شرط برابری ذکر شده در دو دستگاه.

یعنی وقتی که از هر دو دستگاه، به یک چیز دیده می شود. $\underline{\alpha}^{i} = \dot{\underline{w}}^{i}_{i}$

این که برای بدست آوردن مشتق بیاوریم، دشواری این است که حاصلضرب $\underline{w}$ را از مشتق گیری حذف کنیم. روش مناسب این است.

- روش حلی (Jacobian) روش ژاکوبین که عبارتست از تبدیل مشتقات مکانی به مشتقات مکانی مفاصل.

$\dot{\underline{X}} = \underline{J}\,\dot{\underline{q}}$ ژاکوبین مکانی مفاصل ( $\underline{X} = \underline{f}(q) \Rightarrow \dot{X} = \frac{\partial f}{\partial q}\dot{q}$ )

در ربات کار بررسی ژاکوبین چیز مهمی است که در ادامه این را می بینید که جامعیت ندارد.

$\begin{bmatrix} \underline{v}^{e}_{e} \\ \underline{w}^{e}_{e} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{J}_v \\ \underline{J}_w \end{bmatrix} \dot{q}$

( این ترفیع داده خواهد شد ! )

MFCO

Subject

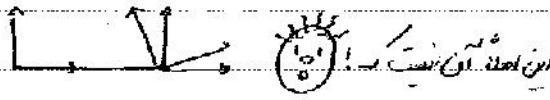
Year Month Date ( )

اگر دستگاه $i$ با زاویه $q_i$ در امتداد $x_i$ نسبت به دستگاه $i-1$ حاصل شده و دستگاه $i$ با زاویه $q_i$ حول $z_i$ دوران داده شده حاصل شده

$$H_i^{i-1} = Trans_{x_i, l_i} \; Rot_{z, q_i}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & l_i \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_i & -s_i & 0 & 0 \\ s_i & c_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_i & -s_i & 0 & l_i \\ s_i & c_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

ولی این دستگاه کاملا مناسب به نظر می‌رسد



این اصلا آن نیست که!

برای سادگی برای بردن به این دستگاه:

ابتدا حول $z$ به اندازه $q_i$ به امتداد $x_i$ به اندازه $l_i$

$$H_i^{i-1} = Trans_{x_i, l_i} \; Rot_{z, q_i}$$

برای بدن (ب) :

$$P^{i-1} = H_i^{i-1} P^i \quad ; \quad P^i = \begin{bmatrix} \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ 1 \end{bmatrix} \quad \text{ستون چهارم } H_i$$

$$P^{i-2} = H_{i-1}^{i-2} \quad \text{ستون چهارم}$$

می‌بینی این چیزها راحت است ولی یافتن اول کاری ماشین پیچیده‌تر می‌شود

PqPCO

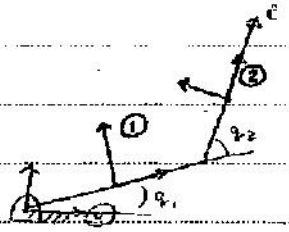
Subject:

Year. Month. Date. ( )

$$\underset{\sim}{P}_1^0 = \underset{\sim}{H}_1^0 \, \underset{\sim}{P}_1^1 \quad , \quad \underset{\sim}{P}_1^1 = \begin{bmatrix} P_1 \\ \vdots \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \checkmark$$

$$\underset{\sim}{P}_2^0 = \underset{\sim}{H}_2^0 \, \underset{\sim}{P}_2^2 \quad , \quad \underset{\sim}{P}_2^2 = \begin{bmatrix} P_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix}$$

مثال (3) حل مثال 1 با استفاده از روش بازگشتی و اطلاعات دستگاه‌های نمایی زیر




$$\underset{\sim}{P}_e^0 = \underset{\sim}{H}_2^0 \, \underset{\sim}{P}_e^2$$

$$H_2^0 = H_1^0 \, H_2^1$$

$$\underset{\sim}{P}_e^2 = \begin{bmatrix} P_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$H_1^0 = Rot_{z,q_1} \cdot Trans_{x,l_1} = \begin{bmatrix} c_1 & -s_1 & 0 & 0 \\ s_1 & c_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & l_1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} c_1 & -s_1 & 0 & c_1 l_1 \\ s_1 & c_1 & 0 & s_1 l_1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$H_2^1 = Trans_{x,l_1} \cdot Rot_{z,q_2} \cdot Trans_{x,l_2}$$

Subject:

Year. Month. Date.

$$Rot_{z,\theta_2} = \begin{bmatrix} C_2 & -S_2 & 0 & 0 \\ S_2 & C_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$H_1^0 = \begin{bmatrix} C_1 & -S_1 & 0 & 0 \\ S_1 & C_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$H_2^1 = Trans_{x,2l_1} \; Rot_{z,\theta_2} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 2l_1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_2 & -S_2 & 0 & 0 \\ S_2 & C_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} C_2 & -S_2 & 0 & 2l_1 \\ S_2 & C_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$H_2^0 = H_1^0 \begin{bmatrix} C_{1+2} & -S_{1+2} & 0 & 2l_1C_1 \\ S_{1+2} & C_{1+2} & 0 & 2l_1S_1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \cdots \quad P_1^0 \; H_2^1 \; P_2^2$$

$$\Rightarrow P_2^0 = H_2^0 \; P_2^2 = \begin{bmatrix} 2l_2C_{1+2} + 2l_1C_1 \\ 2l_2S_{1+2} + 2l_1S_1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad \text{(الف) جواب}$$

RAPCO

Subject:

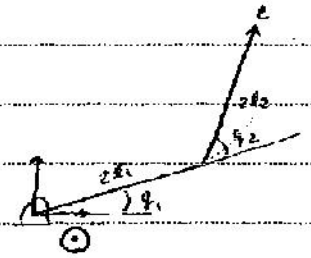
Year ___ Month ___ Date ( )

مثال : طولیت کاسب بردار وضعیت

الف) پنجه

ب) مرکز جرم لینک

(ربات دو لینکی ست به صفحه افقی)




ج)

$$\underset{\sim}{P}_e^0 = \begin{bmatrix} 2l_1c_1 + 2l_2c_{1+2} \\ 2l_1s_1 + 2l_2s_{1+2} \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$c_{1+2} = \cos(q_1+q_2)$

$s_{1+2} = \sin(q_1+q_2)$

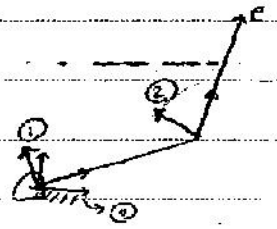
$\dot{x}_2 \quad \zeta(q_1, q_2)$

$= \dot{q}_1 l_2 \quad \zeta(q_1, q_2)$

$$\underset{\sim}{P}_1^0 = \begin{bmatrix} l_1c_1 \\ l_1s_1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \qquad \underset{\sim}{P}_1^0 = \begin{bmatrix} 2l_1c_1 + l_2c_{1+2} \\ 2l_1s_1 + l_2s_{1+2} \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

به فضای کمیاب گوییم ، زیرا مشکل کاهیدگی چندان طول نکند ، طاسی چون طابع نیست

مثال (۲) : حل مثال (۱) با استفاده از روش برداشتی و انتخاب مبدأ کلی زیر :




$$\underset{\sim}{P}_e^0 = \underset{\sim}{H}_2^0 \, \underset{\sim}{P}_e^2 \quad , \quad \underset{\sim}{P}_e^2 = \begin{bmatrix} 2l_2 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\underset{\sim}{H}_2^0 = \underset{\sim}{H}_1^0 \, \underset{\sim}{H}_2^1$$

$$\underset{\sim}{H}_1^0 = Rot_{z,q_1} \quad , \quad \underset{\sim}{H}_2^1 = Trans_{x,2l_1} \cdot Rot_{z,q_2}$$

PAPCO $\underset{\sim}{H}_2^0 = Rot_{z,q_1} \; trans_{x,2l_1} \; Rot_{z,q_2}$

Subject:

Year. Month. Date. ( )

روش دیگر استفاده از ماتریس دوران برای بدست آوردن زاویه‌ای است که بردار دوران
بین دستگاه مبنا و I را از روی جدول کوسینوس راه‌گرد کارهای بدست آوریم

- $\vec{\alpha}^{i/i-1}$ → بردار دوران دستگاه i نسبت به دستگاه i-1

- $\alpha_{i-1}$ → مولفه‌های $\vec{\alpha}^{i/i-1}$ در دستگاه i-1

- آرایه چندتایی است که در دستگاه i-1 نوشته شده است و دستگاه i-1 $\underline{d}_i^{i-1}$ نشان داده می‌شود. مثلاً $\underline{d}_i^{i-1} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$

- بردارهای حاوی بردار موقعیت مرکز جرم عضو i از مبدا دستگاه i تعریف شده در دستگاه j: $\underline{\rho}_i^j$

- ماتریس $\underline{\rho}$ برای بردار استفاده می‌شود.

حال برای سرعت زاویه‌ای چه کنیم؟

$$\underline{\rho}_p^i = \underline{H}_i^i \, \underline{\rho}_p^i$$

$$\underline{H}_i^i = \underline{H}_1^i \, \underline{H}_2^i \, \underline{H}_3^i \cdots \underline{H}_i^{i-1}$$

این فرمول recursion (بازگشتی) عمل خواهد کرد. یعنی هر تبدیل $\underline{\rho}_p^i$ مرحله‌ای پیش‌تر
را با ضرب $\underline{H}_i^i$ کم می‌کند تا به چیزی که دنبالش بودیم برسیم.

دستگاه ها هیچ محدودیتی ندارند.

ا) ماتریس زاویه‌ای را از روشی که راحت‌تر بدست آورید.

ج) مسئله اگر چیزی که برای کاربرد بهتر مناسب است برای کاربرد طبیعی نامناسب
است، برگردید.

FaPCO

Subject:

Year Month Date

97/11/24 (جلسه چهارم)

قبل از ادامه به چند مورد از مطالب گذشته می‌پردازیم:

- سینماتیک مستقیم چیست؟ $q \longrightarrow X$ (مسئله ساده) (مسئله کاربردی)

- سینماتیک دینامیک معکوس $X \longrightarrow q$ و $X \longrightarrow q, \dot{q}$ و $X \longrightarrow q, \dot{q}, \ddot{q}$

- ژاکوبین تبدیل خطی که سرعت در فضای کارتزین را به $\dot{q}$ مربوط می‌کند.

- بردار سرعت خطی: $\vec{v}^{P/i}$

- آرایه مؤلفه‌های $\vec{v}^{P/i}$ را در دستگاه i (حالت برداری) $v_P^i$

+ در بردار سرعت چند مؤلفه وجود دارد؟ تعداد $n$ تا مؤلفه داریم که بسته به این بردارهای پایه

$$\vec{v}^{P/i} = v_1 \hat{e}_1 + v_2 \hat{e}_2 + v_3 \hat{e}_3 = v_1 \hat{n} + v_2 \hat{o} + v_3 \hat{a} + v_4 \hat{i}$$

برای بیان notation هر چه دقیق‌تر بیان کنیم، بی‌شک بسته و پیچیدگی آن زیاد.

$v_{P/i}^{i-1}$ $v_{P/i}^{i}$ سرعت P از دید i در دستگاه $i-1$

- شتاب نقطه P از دید i: $\vec{a}^{P/i}$ مؤلفه‌های آن در دستگاه i چیست؟ $a_{P/i}^{i}$

- سرعت زاویه‌ای دستگاه i از دید i: $w^{i/i-1}$ مؤلفه‌های آن در دستگاه i

$$w_{i-1}^{i} = w_{i/i-1}^{i}$$

این یک inconsistency است. دلیل این است با سرعت و شتاب خطی راحت

PAPCO

Subject:

Year, Month, Date, ( )

سپس برای هر بخش یک دستگاه مختصات چپ دست می دهیم

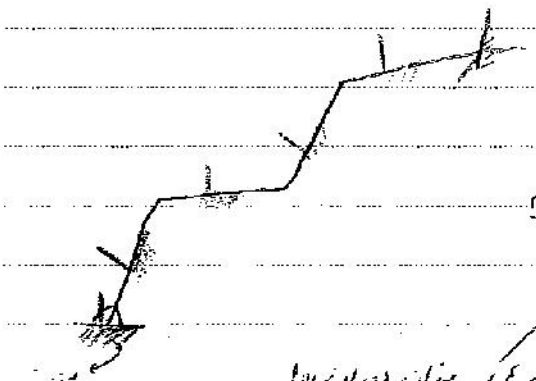
این کار کمک بسیار زیادی می کند. همانطور

که می دانید معنی مقادیر های متفاوت دارد.

معمولاً در اولین جای هر بند توضیح می دهیم که

1) منبع انرژی الکتریک ما چه چیز است و چگونه آن را تأمین کرده ایم

2) سادگی در تبدیل کردن دستگاه ها به هم.




* در مورد این که هر کدام چقدر طول می کشد که میزان دوران ها

در شرایط ideal (ربات ها از چه سنی شروع می کنند) min چقدر باشد.

* استفاده از چه بخش از یک دستگاه برای هر بخش مجاز است. مثلاً در مورد سیستم الکتریکی باید حتماً

باید این کار را انجام دهیم.

PAPCO

Subject:

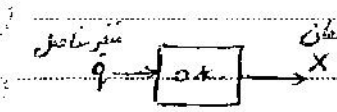
Year Month Date

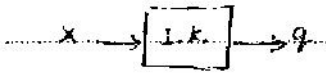
$$H_i^{i-1} = Trans_{0,d} Rot_{x,\theta}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & d \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c\theta & -s\theta & 0 \\ 0 & s\theta & c\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c\theta & -s\theta & d \\ 0 & s\theta & c\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

## سینماتیک ربات ها

در مورد اول در چین مقابل هست : ۱) سینماتیک مستقیم




۲) سینماتیک معکوس

برای به دست آوردن ۷ باید از روش های تحلیلی یا عددی استفاده کنیم

در این جا زنجان ۶ درجه آزادی (برای نقش های مختلف ربات)

باید بتوانیم این ۶ متغیر را برای نقاط بر حسب $q_1$ ، $q_2$ و $q_3$ حالجه کنیم.

نکاتی مطلوب : * بررسی جزء اجزای مختلف ربات ها

* پیچیدگی (عامل اصلی کاربرد)

* مبدأ دستگاه های کمکی

* محل اثر نیروها و ممان های خارجی

---

دقت کنید که در نوع مربوط و دستگاه یعنی فلی و تعیین را لازم داریم.

برای رسیدن به این هدف باتوجه به شکل ربات ها و به کمک دستگاه های کمکی می توان معادلات را یافت.

موضوع کلی ما در سیستم سازی در سری کلاس ها هست. ی آیم از زمین تا بالا را شمارش بندی می کنیم به ترتیب. طوری است از سمت زمین تا پنجه بندها و مفاصل را شمارش می دهیم

PaPCO

Subject:

Year. Month. Date. ( )

محاسبه تبدیل های همگن با استفاده از تبدیل های پایه

اگر در دستگاه 1 توسط یک حرکت صلب، دستگاه 2 به وجود آمده باشد و دستگاه 2 در دستگاه 1 طی یک حرکت صلب تبدیل یابد H به وجود آمده باشد، آنگاه:

1) اگر حرکت صلب H بر حسب تبدیل های پایه دستگاه 1 باشد:

$$H_2^1 = H_1 H$$

2) اگر حرکت صلب H بر حسب تبدیل های پایه دستگاه 2 (متحرک) امتداد داشته باشد، آنگاه:

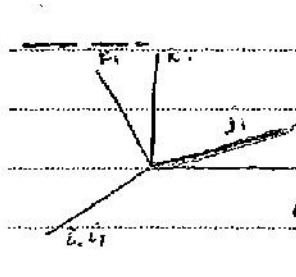
$$H_2^1 = H H_1$$

مثال:

دستگاه 2 از حرکت های صلب زیر از دستگاه 1 ایجاد شده است. ماتریس تبدیل $H_2^1$ را بیابید.

الف) انتقال طول a در امتداد محور i و پس از آن دوران به اندازه θ حول محور i

ب) دوران حول محور i به اندازه θ و پس از آن انتقال به اندازه d در امتداد j




الف)

$$H_2^1 = \text{Rotn}\theta \cdot \text{Trans}_{j,d}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C\theta & -S\theta & 0 \\ 0 & S\theta & C\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & d \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C\theta & -S\theta & C\theta\, d \\ 0 & S\theta & C\theta & S\theta\, d \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right]$$

ب)

