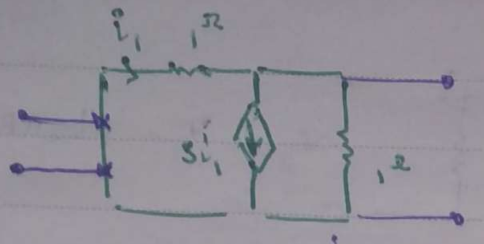
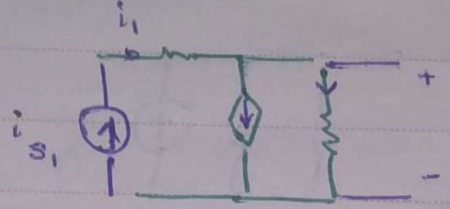
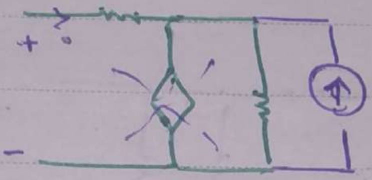
مثال :



مثال دوم :

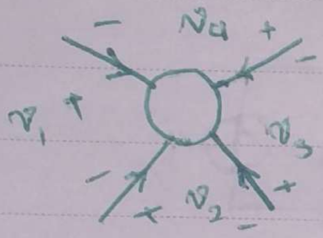


$v_2 = -2i_1 = -2i_{s_1}$



$\hat{v}_1 = \hat{i}_{s_2}$

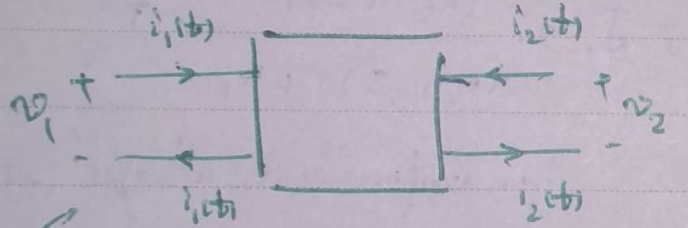
عنصر چهارسر



مبحث یازدهم : دوقطبی ها

$\sum_{i=1}^{4} v_i = 0$ و $\sum_{k=1}^{4} i_k = 0$

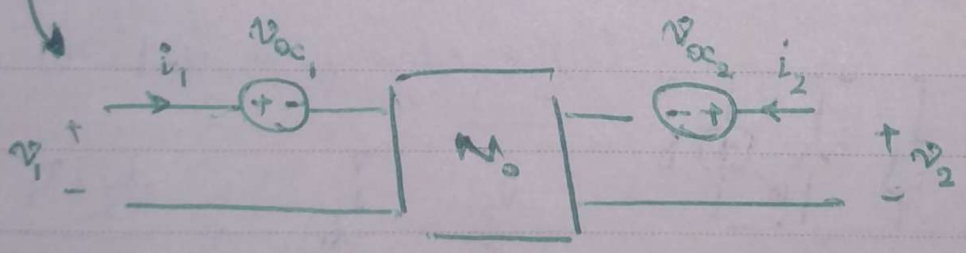
سه ولتاژ مستقل و سه جریان مستقل



۲ جفت ولتاژ و جریان (v_2, i_2) و (v_1, i_1)

$p(t) = v_1(t)\, i_1(t) + v_2(t)\, i_2(t) \xrightarrow{\text{فازوری}} P = \frac{1}{2} V_1 \bar{I}_1 + \frac{1}{2} V_2 \bar{I}_2$

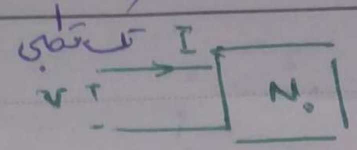
توان مختلط



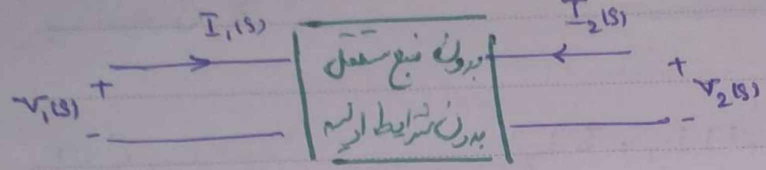
$v_{oc_1} = v_1 \big|_{i_1 = 0}$

$v_{oc_2} = v_2 \big|_{i_2 = 0}$

با صفر کردن منابع ، N_0 را می یابیم .

; LTI $\longrightarrow$ 

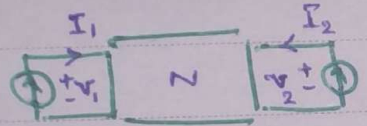
$V(s) = Z_{eq}(s)\, I(s)\ ,\ I(s) = Y_{eq}(s)\, V(s)$



$$\begin{cases} a_1 V_1 + b_1 I_1 + c_1 V_2 + d_1 I_2 = 0 \\ a_1' V_1 + b_1' I_1 + c_1' V_2 + d_1' I_2 = 0 \end{cases}$$

توصیف های دوقطبی:

1) توصیف امپدانس مدار باز:



$$\begin{cases} V_1(s) = Z_{11}(s)\, I_1(s) + Z_{12}(s)\, I_2(s) \\ V_2(s) = Z_{21}(s)\, I_1(s) + Z_{22}(s)\, I_2(s) \end{cases}$$

$$\longrightarrow \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{pmatrix}}_{Z} \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \end{pmatrix} \longrightarrow \underline{V} = Z\, \underline{I}$$

$Z_{11} = \dfrac{V_1}{I_1}\Big|_{I_2 = 0}$ امپدانس دیده شده از اولیه وقتی ثانویه مدار باز است.

$Z_{12} = \dfrac{V_1}{I_2}\Big|_{I_1 = 0}$ $\longrightarrow$ استفاده از تعریف (جداگانه)

$Z_{21} = \dfrac{V_2}{I_1}\Big|_{I_2 = 0}$

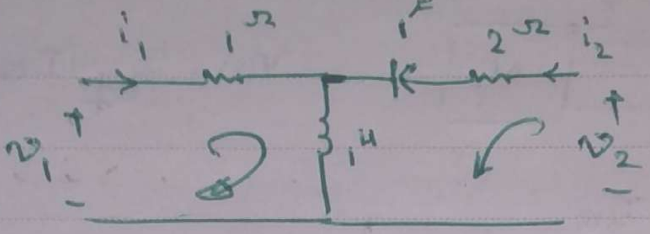
$Z_{22} = \dfrac{V_2}{I_2}\Big|_{I_1 = 0}$

الزام برای

$Z_{12} = Z_{21}$

متقارن Z

مثال ۱



پارامترهای Z ؟

الف) با مش؟

$$V_1 = I_1 + S(I_1 + I_2) = (S+1) I_1 + S I_2$$

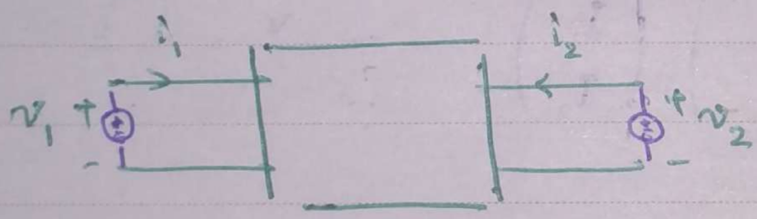
$$V_2 = (2 + \tfrac{1}{S}) I_1 + S(I_1 + I_2) \longrightarrow Z = \begin{pmatrix} S+1 & S \\ S & 2+S+\frac{1}{S} \end{pmatrix}$$

ب) استفاده از تعریف

$$Z_{11} = \frac{V_1}{I_1}\bigg|_{I_2=0} = 1+S$$

$$Z_{21} = \frac{V_2}{I_1}\bigg|_{I_2=0} = \frac{S I_1}{I_1} = S$$

۲) توصیف ادمیتانس اتصال کوتاه



$$I_1 = Y_{11} \cancel{Z} V_1 + Y_{12} V_2$$

$$\underbrace{Y = Z^{-1}}$$

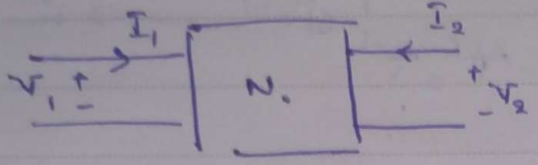
$$I_2 = Y_{21} V_1 + Y_{22} V_2$$

$$\longrightarrow \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \end{pmatrix}$$

$$Y_{11} = \frac{I_1}{V_1}\bigg|_{V_2=0} \neq \frac{1}{Z_{11}} \qquad Y_{12} = \frac{I_1}{V_2}\bigg|_{V_1=0}$$

$$Y_{21} = \frac{I_2}{V_1}\bigg|_{V_2=0} \qquad Y_{22} = \frac{I_2}{V_2}\bigg|_{V_1=0}$$

LTI ؛ توصیف امپدانس مدار باز



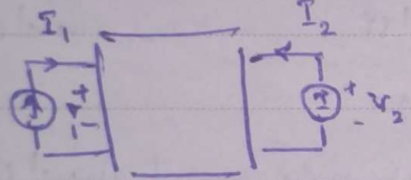
$$\begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \end{pmatrix} = Z \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \end{pmatrix}$$

توصیف ادمیتانس اتصال کوتاه

$$\begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \end{pmatrix} = Y \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \end{pmatrix}$$

۳) توصیف هایبرید H

$$\begin{cases} V_1 = h_{11} I_1 + h_{12} V_2 \\ I_2 = h_{21} I_1 + h_{22} V_2 \end{cases}$$



$$\begin{pmatrix} V_1 \\ I_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_1 \\ V_2 \end{pmatrix}$$

$$h_{11} = \frac{V_1}{I_1}\Big|_{V_2=0} = \frac{1}{Y_{11}} = \frac{\det Z}{Z_{22}} \quad , \quad h_{12} = \frac{V_1}{V_2}\Big|_{I_1=0} = \frac{Z_{12}}{Z_{22}} = \frac{-Y_{12}}{Y_{11}}$$

$$h_{21} = \frac{I_2}{I_1}\Big|_{V_2=0} = \frac{Y_{21}}{Y_{11}} = \frac{-Z_{21}}{Z_{22}} \quad , \quad h_{22} = \frac{I_2}{V_2}\Big|_{I_1=0} = \frac{1}{Z_{22}} = \frac{\det Y}{Y_{11}}$$

۴) توصیف هیبرید H'

$$\begin{pmatrix} I_1 \\ V_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} h'_{11} & h'_{12} \\ h'_{21} & h'_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_1 \\ I_2 \end{pmatrix}, \qquad H' = H^{-1}$$

همپاسخ ⟵ H , H' پادمتقارن $h_{12} = -h_{21}$

۵) توصیف انتقال T

$$\begin{pmatrix} V_1 \\ I_1 \end{pmatrix} = \overbrace{\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}}^{T} \begin{pmatrix} V_2 \\ -I_2 \end{pmatrix}$$

$$\longrightarrow \begin{cases} V_1 = A V_2 - B I_2 \\ I_1 = C V_2 - D I_2 \end{cases}$$

$$A = \frac{V_1}{V_2}\Big|_{I_2=0} \quad , \quad B = \frac{V_1}{-I_2}\Big|_{V_2=0} = \frac{-1}{Y_{21}}$$

$$C = \frac{I_1}{V_2}\Big|_{I_2=0} \quad , \quad D = \frac{I_1}{I_2}\Big|_{V_2=0}$$

۱۶) توصیف انتقال T'

$$\begin{pmatrix} V_2 \\ -I_2 \end{pmatrix} = \overbrace{\begin{pmatrix} A' & B' \\ C' & D' \end{pmatrix}}^{T} \begin{pmatrix} V_1 \\ I_1 \end{pmatrix} \qquad T' = T^{-1}$$

$$h_{11} = \frac{V_1}{I_1}\bigg|_{V_2=0} = \frac{1}{Y_{11}} = \frac{\det Z}{Z_{22}} = \frac{h'_{22}}{\det H'} = \frac{B}{D} = \frac{B'}{A'}$$

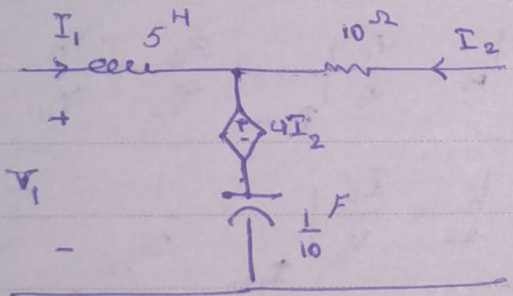
روش‌های محاسبه توصیف دوقطبی

۱) نوشتن KVL و KCL و نمایش دو متغیر دلخواه برحسب دو متغیر دیگر

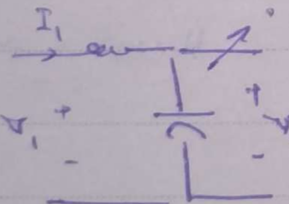
۲) استفاده از تعریف   ۳) استفاده از دوقطبی های شناخته شده (بستن سری - موازی کردن)

۴) استفاده از یک توصیف دیگر

مثال)

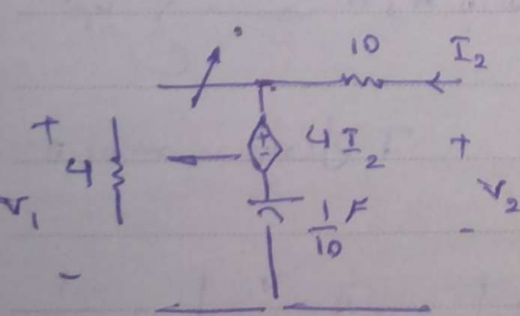


الف) با استفاده از تعریف



$$Z_{11} = \frac{V_1}{I_1}\bigg|_{I_2=0} = 5s + \frac{10}{s}$$

$$Z_{21} = \frac{V_2}{I_1}\bigg|_{I_2=0} = \frac{10}{s}$$



$$Z_{12} = \frac{V_1}{I_2}\bigg|_{I_1=0} = 4 + \frac{10}{s}$$

$$Z_{22} = \frac{V_2}{I_2}\bigg|_{I_1=0} = 14 + \frac{10}{s}$$

$$\longrightarrow Z = \begin{pmatrix} 5s + \frac{10}{s} & 4 + \frac{10}{s} \\ \frac{10}{s} & 14 + \frac{10}{s} \end{pmatrix}$$

منبع وابسته تقارن را بهم زده است.

ب) با معادلات مش

$$V_1 = 5s\, I_1 + 4 I_2 + \frac{10}{s}(I_1 + I_2)$$

$$= \underbrace{(5s + \frac{10}{s})}_{Z_{11}} I_1 + \underbrace{(4 + \frac{10}{s})}_{Z_{12}} I_2 \quad \text{I}$$

$$V_2 = 10 I_2 + 4 I_2 + \frac{10}{s}(I_1 + I_2) = \underbrace{\frac{10}{s}}_{Z_{21}} I_1 + \underbrace{(14 + \frac{10}{s})}_{Z_{22}} I_2 \quad \text{II}$$

پ) پارامترهای H با استفاده از پارامترهای Z

$$V_1 = h_{11} I_1 + h_{12} V_2 \quad \text{III} \quad , \quad I_2 = h_{21} I_1 + h_{22} V_2 \quad \text{IV}$$

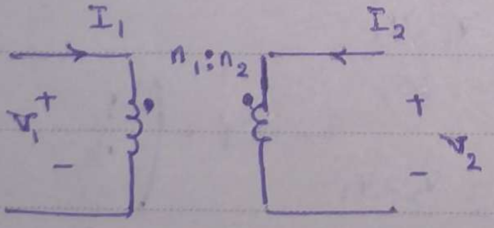
$$\xrightarrow{\text{II}} I_2 = \overbrace{\frac{-\frac{10}{s}}{14 + \frac{10}{s}}}^{h_{21}} I_1 + \overbrace{\frac{1}{14 + \frac{10}{s}}}^{h_{22}} V_2$$

$$\xrightarrow{\text{I}} V_1 = (5s + \frac{10}{s}) I_1 + (4 + \frac{10}{s})\Big(\qquad \Big)$$

$$\xrightarrow{\sim} V_1 = \underbrace{(\qquad)}_{h_{11}} I_1 + \underbrace{(\qquad)}_{h_{12}} V_2$$

دوقطبی های شناخته شده

۱) ترانس ایده‌آل



$$\begin{cases} \frac{V_1}{V_2} = \frac{n_1}{n_2} \\ \frac{I_1}{I_2} = \frac{-n_2}{n_1} \end{cases}$$

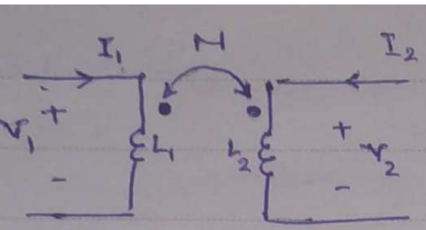
$$\longrightarrow \begin{cases} V_1 = \frac{n_1}{n_2} V_2 \\ I_1 = \frac{n_2}{n_1}(-I_2) \end{cases} \longrightarrow T = \begin{pmatrix} \frac{n_1}{n_2} & 0 \\ 0 & \frac{n_2}{n_1} \end{pmatrix} \quad \Delta T \neq 0$$

Z توصیف ندارد.

ـــ Z و Y را ندارد.

$$H: \begin{cases} V_1 = \frac{n_1}{n_2} V_2 \\ I_2 = \frac{-n_1}{n_2} I_1 \end{cases} \longrightarrow H = \begin{pmatrix} 0 & \frac{n_1}{n_2} \\ \frac{-n_1}{n_2} & 0 \end{pmatrix}$$

۲) سلف تزویج

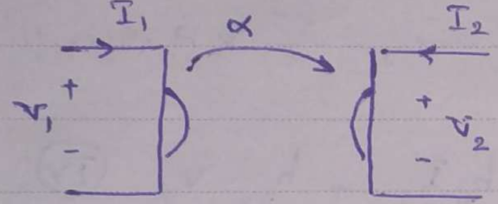


$$\begin{cases} V_1 = L_1 s I_1 + M s I_2 \\ V_2 = L_2 s I_2 + M s I_1 \end{cases} \longrightarrow Z = \begin{pmatrix} L_1 s & M s \\ M s & L_2 s \end{pmatrix}$$

$$\longrightarrow \det Z = s^2 (L_1 L_2 - M^2) \neq 0 \longrightarrow k \neq 1$$

اگر تزویج کامل نباشد ← Y دارد.

۳) ژیراتور



$$V_1 = \alpha I_2$$

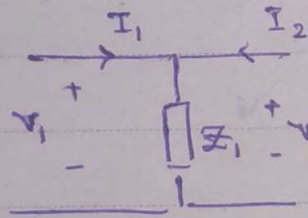
$$V_2 = -\alpha I_1$$

$$\longrightarrow Z = \begin{pmatrix} 0 & \alpha \\ -\alpha & 0 \end{pmatrix}, \quad Y = Z^{-1}$$

$$T = \begin{pmatrix} 0 & -\alpha \\ -\frac{1}{\alpha} & 0 \end{pmatrix}, \quad T' = T^{-1}$$

H و H' را ندارد.

۴)

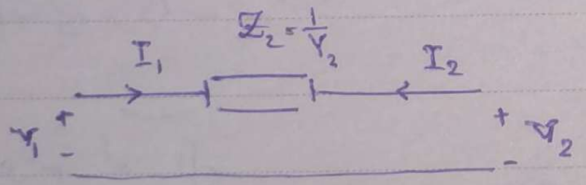


$$V_1 = Z_1 (I_1 + I_2) \longrightarrow Z = \begin{pmatrix} Z_1 & Z_1 \\ Z_1 & Z_1 \end{pmatrix}$$

$$V_2 = Z_1 (I_1 + I_2)$$

$Z_1 \neq 0 \longrightarrow$ به جز Y، بقیه را دارد.

۵)

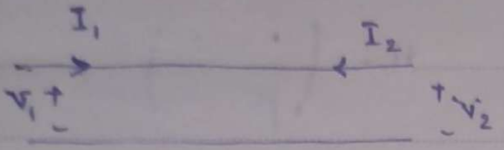


$$I_1 = \frac{V_1 - V_2}{Z_2}$$

$$I_2 = \frac{V_2 - V_1}{Z_2} \longrightarrow Y = \begin{pmatrix} \frac{1}{Z_2} & \frac{-1}{Z_2} \\ \frac{-1}{Z_2} & \frac{1}{Z_2} \end{pmatrix}$$

$$\longrightarrow Y = \begin{pmatrix} Y_2 & -Y_2 \\ -Y_2 & Y_2 \end{pmatrix}$$

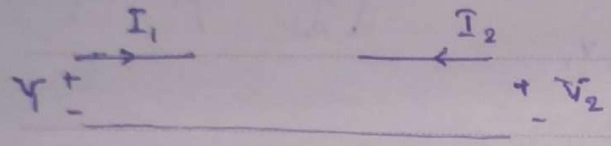
Scanned by CamScanner



۱۶ خط انتقال (حالت خاص ۵ با $Z_2=0$)

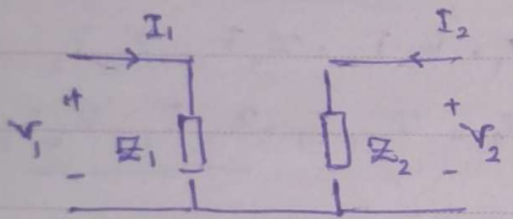
$$\begin{cases} V_1 = V_2 \\ I_1 = -I_2 \end{cases} \longrightarrow T = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Y و Z را ندارد.

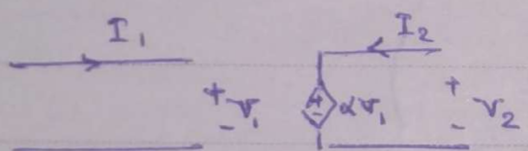


۱۷ وقتی ــــ Z (حالت خاص ۵)

$$\begin{cases} I_1 = 0 \\ I_2 = 0 \end{cases} \longrightarrow Y = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$



۱۸ $Z = \begin{pmatrix} Z_1 & 0 \\ 0 & Z_2 \end{pmatrix}$

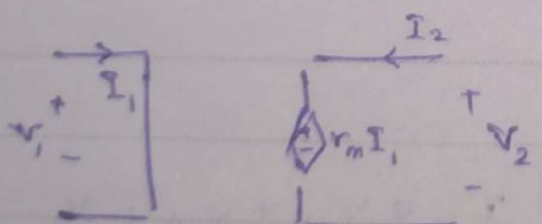


۱۹ منابع وابسته

$$\begin{cases} I_1 = 0 \\ V_2 = \alpha V_1 \end{cases} \longrightarrow H' = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ \alpha & 0 \end{pmatrix}$$

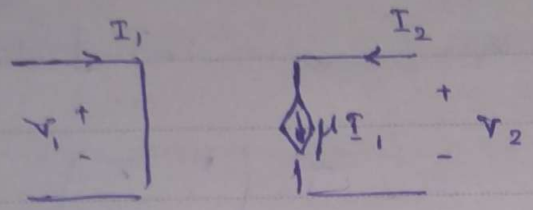
$$\longrightarrow \begin{cases} V_1 = \frac{1}{\alpha} V_2 \\ I_2 = 0 \end{cases} \longrightarrow T = \begin{pmatrix} \frac{1}{\alpha} & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

فقط این دوتا را دارد.

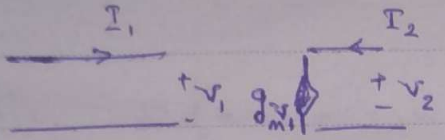


$$\begin{cases} V_1 = 0 \\ V_2 = r_m I_1 \end{cases} \longrightarrow Z = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ r_m & 0 \end{pmatrix}$$

$$T = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ \frac{1}{r_m} & 0 \end{pmatrix}$$



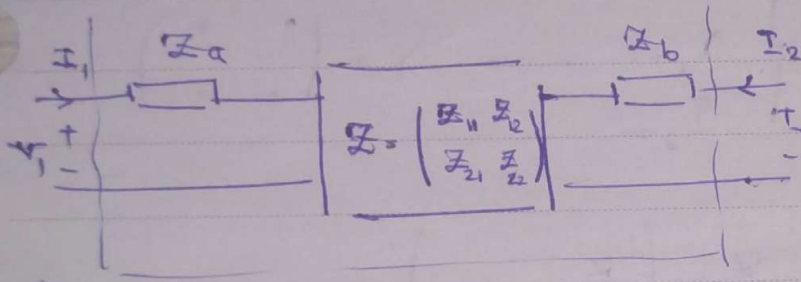
$$\begin{cases} V_1 = 0 \\ I_2 = \mu I_1 \end{cases} \quad H = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ \mu & 0 \end{pmatrix} \quad T = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{\mu} \end{pmatrix}$$



$$\begin{cases} I_1 = 0 \\ I_2 = g_m V_1 \end{cases} \longrightarrow Y = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ g_m & 0 \end{pmatrix}, \quad T = \begin{pmatrix} 0 & -\frac{1}{g_m} \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

ترکیب دوقطبی‌ها

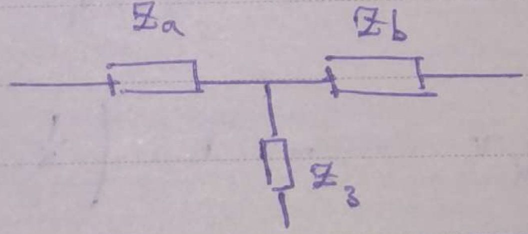
۱)



$$\begin{cases} V_1 = Z_a I_1 + Z_{11} I_1 + Z_{12} I_2 \\ V_2 = Z_{21} I_1 + Z_{22} I_2 + Z_b I_2 \end{cases}$$

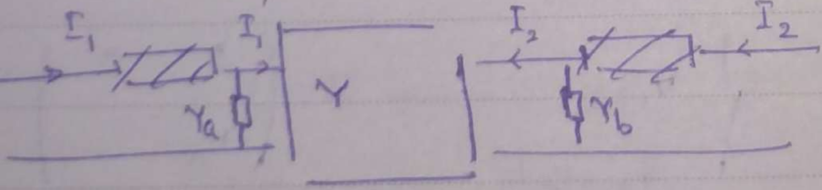
$$\longrightarrow Z_t = \begin{pmatrix} Z_a + Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_b + Z_{22} \end{pmatrix}$$

حالت خاص



$$Z_{11} = Z_{22} = Z_{12} = Z_{21} = Z_3$$

۲)

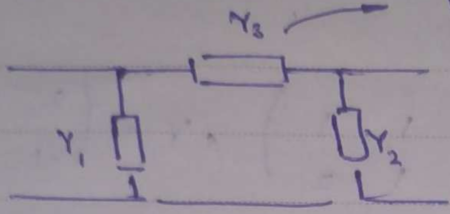


$$\begin{cases} I_1 = V_1 Y_a + V_1 Y_{11} + Y_{12} V_2 \\ I_2 = Y_b V_2 + Y_{21} V_1 + Y_{22} V_2 \end{cases}$$

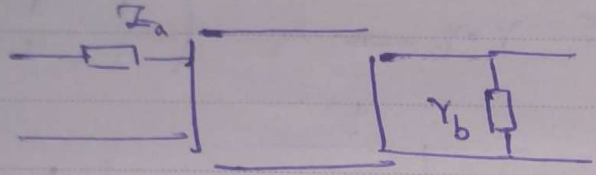
$$\longrightarrow Y_t = \begin{pmatrix} Y_{11} + Y_a & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} + Y_b \end{pmatrix}$$

Subject
Date

$$\begin{pmatrix} Y_3 & -Y_3 \\ -Y_3 & Y_3 \end{pmatrix}$$

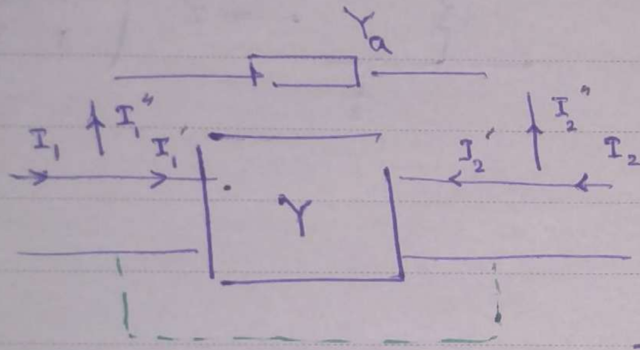


$$\longrightarrow Y_t = \begin{pmatrix} Y_1 + Y_3 & -Y_3 \\ -Y_3 & Y_2 + Y_3 \end{pmatrix}$$



$$H = \begin{pmatrix} h_{11} + Z_a & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} + Y_b \end{pmatrix}$$

۳)



دو تکه‌ی سرزمین دارد.

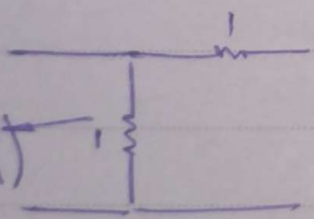
$$I_1 = I_1' + I_1'' = Y_{11} V_1 + Y_{12} V_2 + Y_a (V_1 - V_2)$$

$$\longrightarrow I_1 = (Y_{11} + Y_a) V_1 + (Y_{12} - Y_a) V_2$$

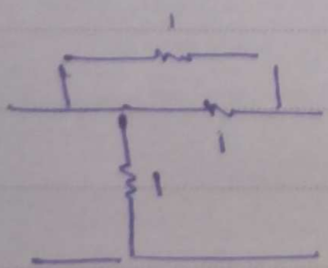
$$\longrightarrow Y = \begin{pmatrix} Y_{11} + Y_a & Y_{12} - Y_a \\ Y_{21} - Y_a & Y_{22} + Y_a \end{pmatrix}$$

مثال ۱)

$Z = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$

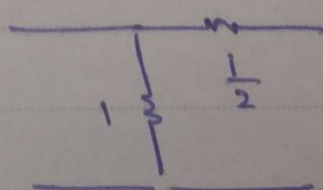


$$\longrightarrow Z_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1+1 \end{pmatrix} \longrightarrow Y_1 = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$$

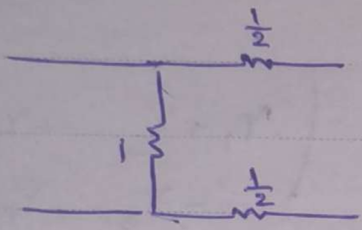


$$\longrightarrow Y_2 = \begin{pmatrix} 2+1 & -1-1 \\ -1-1 & 1+1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}$$

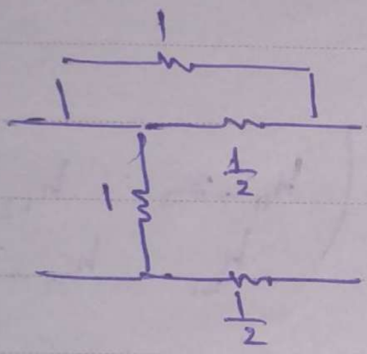
$$\longrightarrow Z_2 = Y_2^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & \frac{3}{2} \end{pmatrix}$$



Scanned by CamScanner

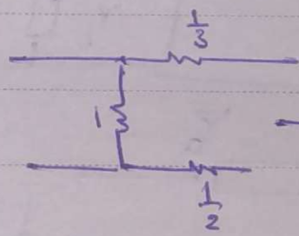


$Z_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$, $Y_1 = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$



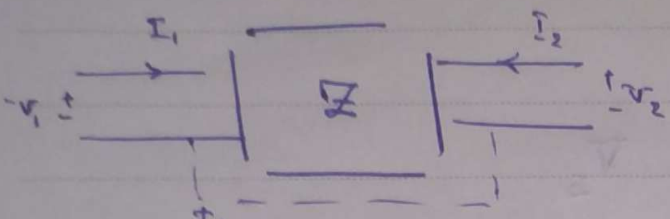
روش نادرست : $Y = Y_2 \longrightarrow Z_2 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$

روش درست :

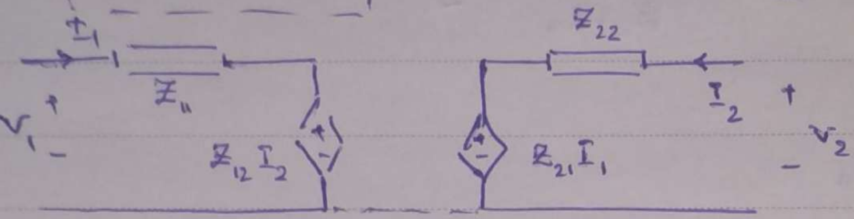


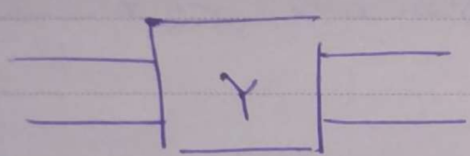
$\longrightarrow Z = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & \frac{11}{6} \end{pmatrix}$

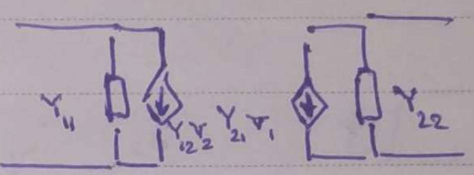
مدل های دو قطبی

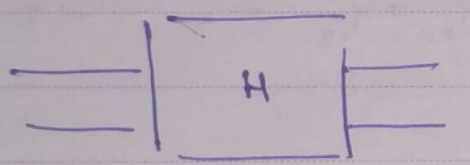


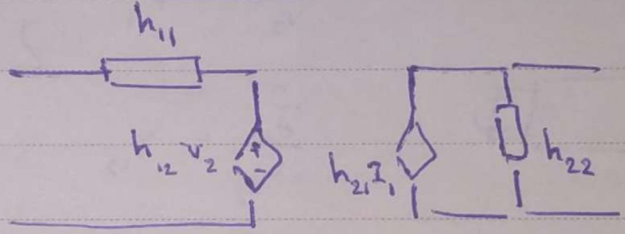
$$\begin{cases} V_1 = Z_{11} I_1 + Z_{12} I_2 \\ V_2 = Z_{21} I_1 + Z_{22} I_2 \end{cases}$$





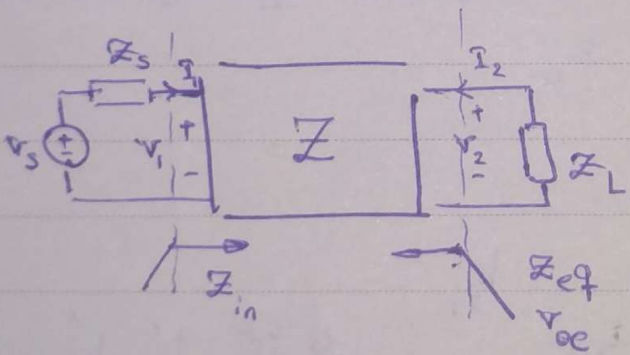






$$V_1 = h_{11} I_1 + h_{12} V_2 \qquad I_2 = h_{21} I_1 + h_{22} V_2$$

دو قطبی ختم شده



دنبال پارامترهای معادل تونن از دو طرف هستیم.

$$\begin{cases} ① \ V_1 = Z_{11} I_1 + Z_{12} I_2 \\ ② \ V_2 = Z_{21} I_1 + Z_{22} I_2 \end{cases} + \begin{cases} ③ \ V_1 = V_S - Z_S I_1 \\ ④ \ V_2 = -Z_L I_2 \end{cases}$$

1) $Z_{in} = \dfrac{V_1}{I_1} \xrightarrow{2,4} I_2 = \dfrac{-Z_{21} I_1}{Z_{22} + Z_L} \xrightarrow{I} V_1 = Z_{11} I_1 + Z_{12} \cdot \dfrac{-Z_{21}}{Z_{22}+Z_L} I_1$

$\longrightarrow Z_{in} = \dfrac{V_1}{I_1} = Z_{11} - \dfrac{Z_{12} Z_{21}}{Z_{22} + Z_L}$

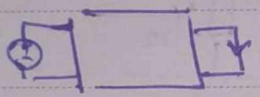
۲) $Z_{eq} = \frac{V_2}{I_2}\Big|_{V_s=0} = Z_{22} - \frac{Z_{21}Z_{12}}{Z_{11}+Z_s}$

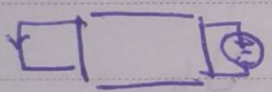
$V_{oc} = V_2\Big|_{I_2=0} = Z_{21} I_1 = \frac{Z_{21}}{Z_s+Z_{11}} V_s$

$\xrightarrow{\text{۱ و 3}} \quad I_1 = \frac{V_s}{Z_s+Z_{11}}$

خصوصیت هم‌پاسخی و توصیف‌های دوقطبی

بیان اول



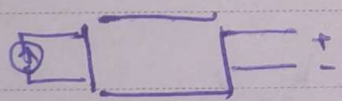


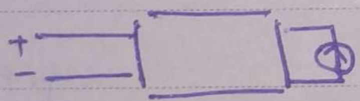
$\frac{J_2}{V_{s_1}} = -Y_{21}$

$\frac{\hat{J}_1}{\hat{V}_{s_2}} = -Y_{12}$

$\xrightarrow{\text{هم‌پاسخی}} Y_{21} = Y_{12} \longrightarrow$ Y متقارن

بیان دوم



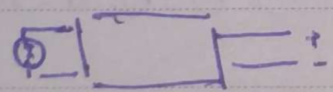


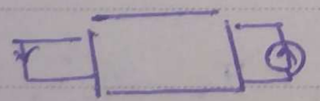
$\frac{V_2}{I_{s_1}}\Big|_{I_2=0} = Z_{21}$

$\frac{\hat{V}_1}{\hat{I}_{s_2}} = Z_{12}$

$\xrightarrow{\text{هم‌پاسخی}} Z_{21} = Z_{12} \longrightarrow$ Z متقارن

بیان سوم





$\frac{V_2}{V_{s_1}}\Big|_{I_2=0} = h'_{21}$

$\frac{\hat{J}_1}{I_{s_2}}\Big|_{V_1=0} = -h'_{12}$

$\xrightarrow{\text{هم‌پاسخی}} h'_{21} = -h'_{12} \longrightarrow$ H' پادمتقارن

$h_{21} = -h_{12} \longleftarrow$ H پادمتقارن

اگر هم‌پاسخ باشیم: $\Delta T = \Delta T' = 1$

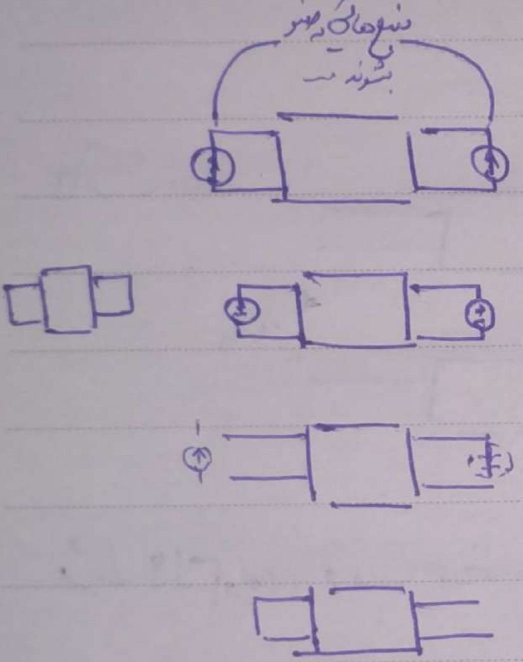
شروط هم‌پاسخی: $Z_{12} = Z_{21}$, $Y_{12} = Y_{21}$, $h_{12} = -h_{21}$, $h'_{12} = -h'_{21}$, $\Delta T = \Delta T' = 1$

اگر علاوه بر شرط هم پاسخی شرایط زیر را هم داشته باشد، دوقطبی متقارن می‌شود؛

$$Z_{11} = Z_{22}\ ,\ Y_{11} = Y_{22}\ ,\ \Delta H = \Delta H' = 1\ ,\ A = D\ ,\ A' = D'$$

که مجموع شروط بالا، شرط تقارن کامل دوقطبی گفته می‌شود.

ارتباط توصیف‌ها با آزمایش‌های طبیعی



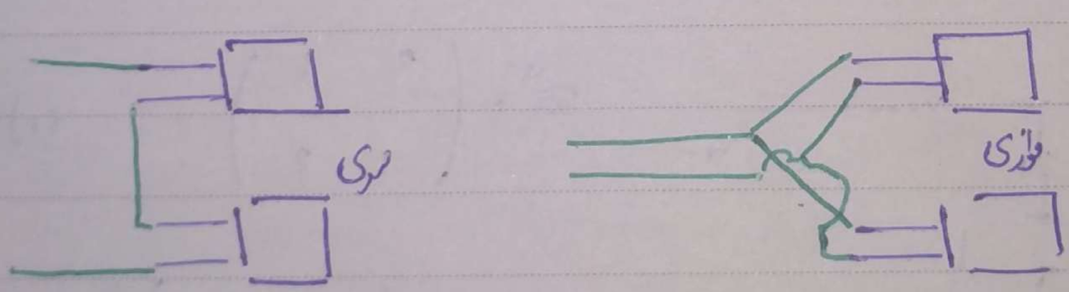
Z قطب‌های توصیف ⟶ ف.ط

Y " " ⟶ ف.ط

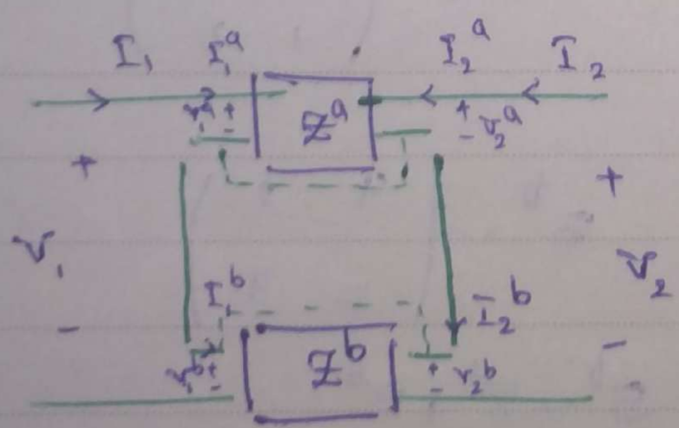
H " " ⟶ ف.ط

H' " " ⟶ ف.ط

اتصال دوقطبی‌ها



۱) اتصال سری - سری:



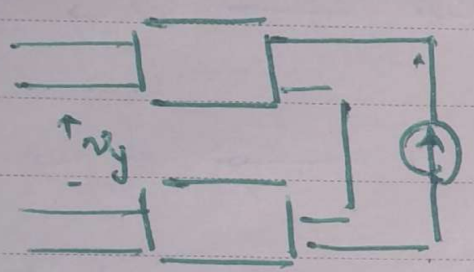
شرط دوقطبی‌ها مانند Z^a و Z^b: داشتن نیم زمین است.

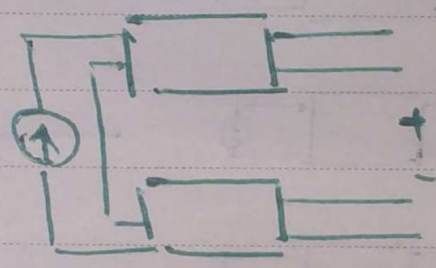
$$\begin{cases} I_1 = I_1^a = I_1^b \\ I_2 = I_2^a = I_2^b \end{cases}$$

$$\left\{\begin{array}{l} v_2 = v_2^a + v_2^b \\ v_1 = v_1^a + v_1^b \end{array}\right. \longrightarrow \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} v_1^a \\ v_2^a \end{pmatrix}}_{Z_a\begin{pmatrix} I_1^a \\ I_2^a \end{pmatrix}} + \underbrace{\begin{pmatrix} v_1^b \\ v_2^b \end{pmatrix}}_{Z_b\begin{pmatrix} I_1^b \\ I_2^b \end{pmatrix}}$$

$$\longrightarrow \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix} = \overbrace{(Z^a + Z^b)}^{Z_t} \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \end{pmatrix}$$

□ تست برونی

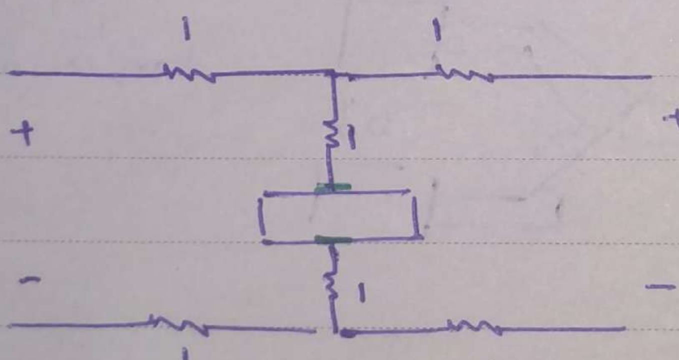




شرط لازم و کافی جهت حفظ خاصیت دوقطبی بودن:

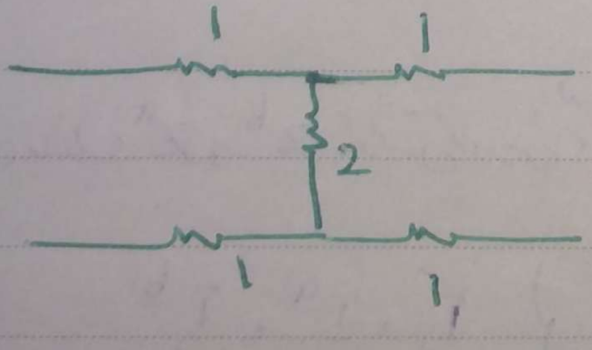
$$\left\{\begin{array}{l} v_x = 0 \\ v_y = 0 \end{array}\right.$$

مثال:



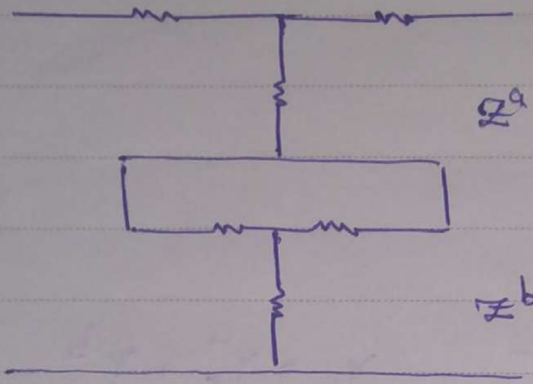
$$Z^a = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

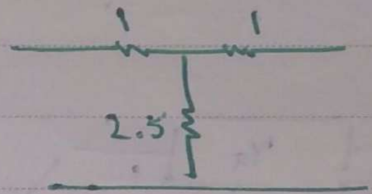
$$Z^b = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$



$$Z^t = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$$

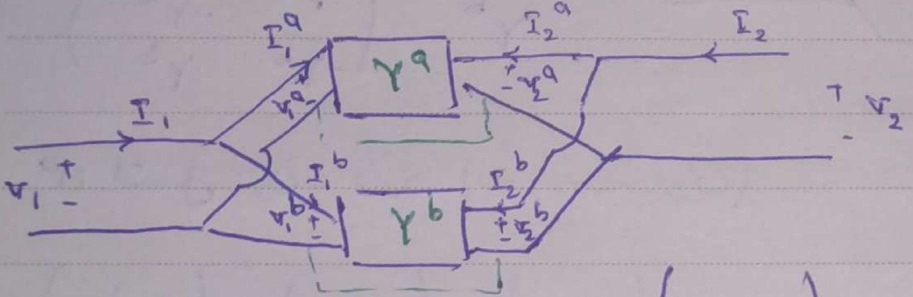
$$Z^t = Z^a + Z^b$$





$$Z^b = \begin{pmatrix} 3.5 & 2.5 \\ 2.5 & 3.5 \end{pmatrix} = Z^a + Z^b$$

۲) اتصال موازی-موازی



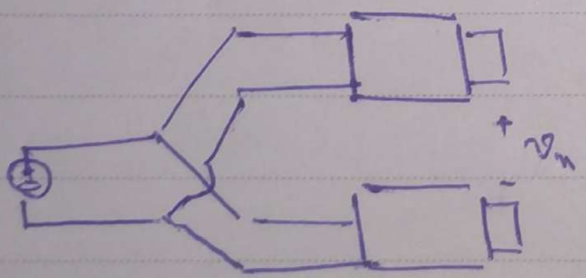
شرط برونی ـــ صورتکلی باقی می ماند

$$\begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I_1^a \\ I_2^a \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} I_1^b \\ I_2^b \end{pmatrix}$$

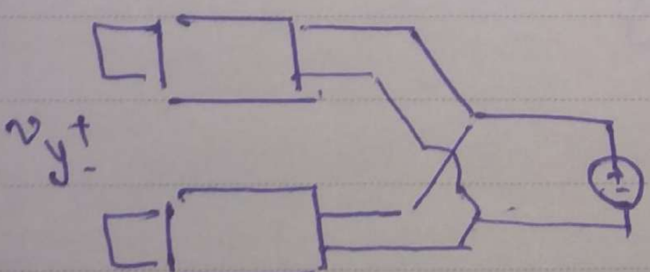
$$Y_a \begin{pmatrix} V_1^a \\ V_2^a \end{pmatrix} \qquad Y_b \begin{pmatrix} V_1^b \\ V_2^b \end{pmatrix}$$

$$\longrightarrow \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \end{pmatrix} = (Y_a + Y_b) \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \end{pmatrix} \longrightarrow Y_t = Y_a + Y_b$$

تست برونی موازی - موازی

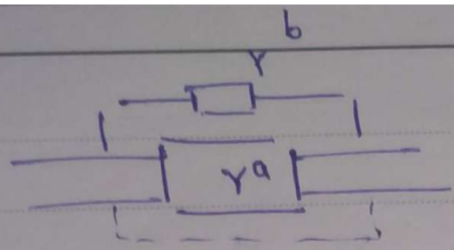


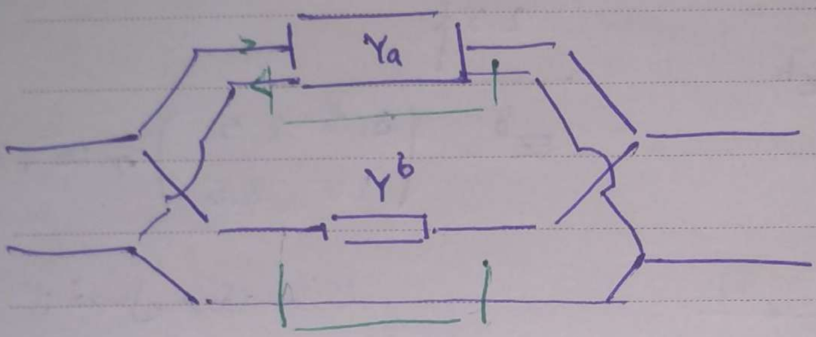
اگر $v_x = v_y = 0$



Date

سؤال ۱

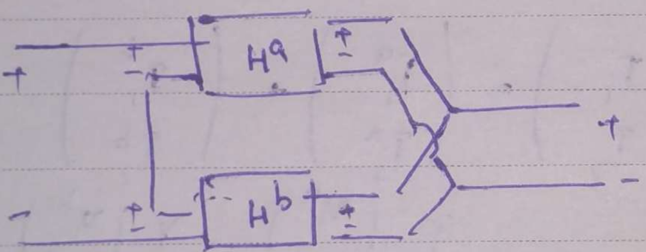




$$Y_t = Y^a + Y^b$$

$$Y^b = \begin{pmatrix} Y^b & -Y^b \\ -Y^b & Y^b \end{pmatrix}$$

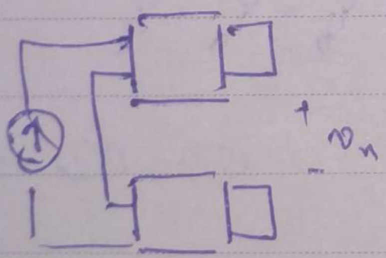
۳) اتصال سری - موازی (به شرط تست برونی)



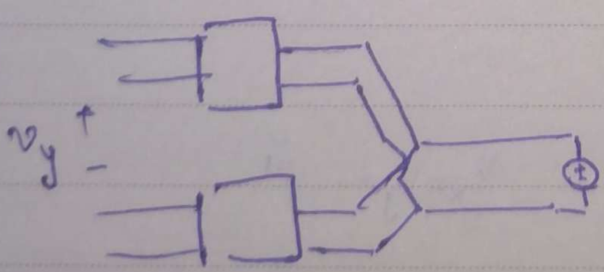
$$\begin{pmatrix} V_1 \\ I_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_1^a \\ I_2^a \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} V_1^b \\ I_2^b \end{pmatrix} = (H^a + H^b) \begin{pmatrix} I_1 \\ V_2 \end{pmatrix}$$

$$\longrightarrow H_t = H^a + H^b$$

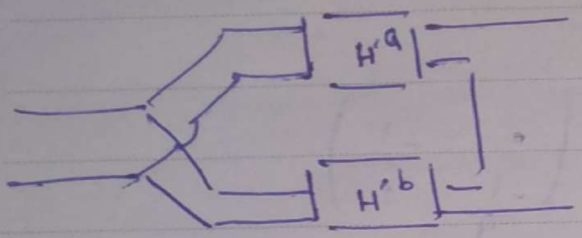
تست برونی سری موازی



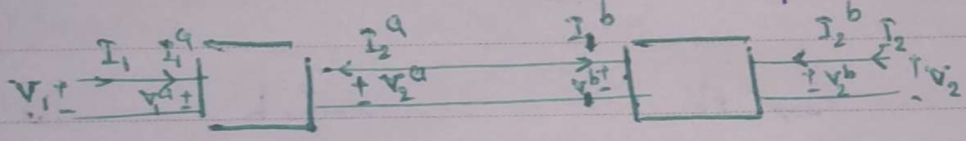
$v_x = v_y = 0$



۴، اتصال موازی سری



۵، اتصال CasCade - پشت سرهم - تسلسلی



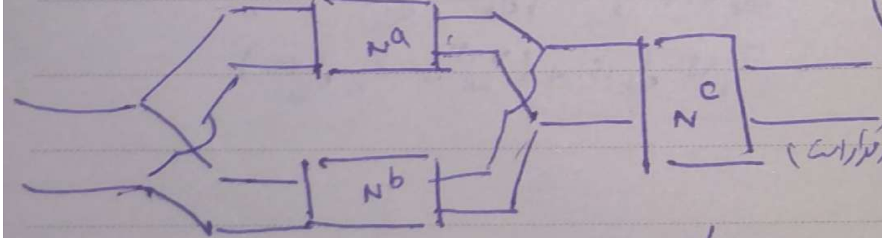
$$\underbrace{T^b\begin{pmatrix} V_2^b \\ -I_2^b \end{pmatrix}}$$

$$\begin{pmatrix} V_1 \\ I_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_1^a \\ I_1^a \end{pmatrix} = T^a \begin{pmatrix} V_2^a \\ -I_2^a \end{pmatrix} = T^a \begin{pmatrix} V_1^b \\ I_1^b \end{pmatrix}$$

$$= T^a . T^b \begin{pmatrix} V_2 \\ -I_2 \end{pmatrix} \longrightarrow T^t = T^a . T^b$$

$$T'^t = T'^a . T'^b$$

مثال، اگر $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = Y^a = Y^b = Y^c$



توصیف امپدانس و تحلیل حل (تست های برونی برقرار است)

$$Y^{ab} = \begin{pmatrix} 0 & 4 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} \longrightarrow \begin{cases} I_1 = 4V_2 \\ I_2 = 2V_1 + 2V_2 \end{cases}$$

$$\longrightarrow \begin{cases} V_1 = -V_2 + \frac{1}{2} I_2 \\ I_1 = 4V_2 \end{cases} \longrightarrow T^{ab} = \begin{pmatrix} -1 & -\frac{1}{2} \\ 4 & 0 \end{pmatrix}$$

$$T^c = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\longrightarrow T^{t} = T^{ab} \cdot T^{c} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -4 & -4 \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} V_1 = -I_2 \\ I_1 = 4I_2 - 4V_2 \end{cases} \longrightarrow Z_t = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -\frac{1}{4} & 1 \end{pmatrix}$$

مبحث دوازدهم : روش های کلی آنالیز مدارهای LTI

مدار b شاخه $2b$ مجهول

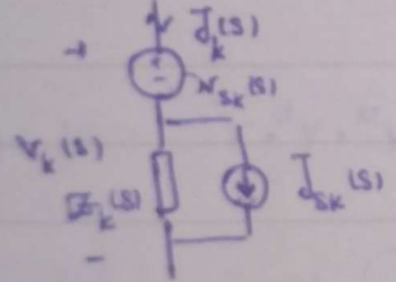
n_t گره $\begin{cases} kcl & n = n_t - 1 \\ kvl & l \end{cases} \longrightarrow b = n + l$ معادله

b معادلات شاخه ـ $2b$ معادله

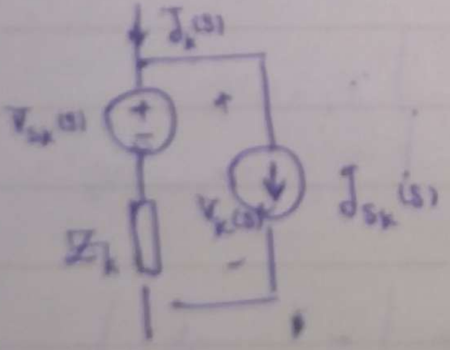
گره ⟵ n گره ـ نوبسا ⟵ $e = \begin{pmatrix} e_1 \\ \vdots \\ e_n \end{pmatrix}$ بردار ولتاژ گره ⟵ kcl A

$A \cdot \underline{j} = \underline{0}$

نمایش یک شاخه



$$V_k(s) = V_{sk}(s) + Z_k(s)\left(J_k(s) - J_{sk}(s)\right)$$
$$= Z_k(s) J_k(s) + \left(V_{sk}(s) - Z_k J_{sk}(s)\right)$$



$$J_k(s) = Y_k(s) V_k(s) + \left(J_{sk}(s) - Y_k V_{sk}(s)\right)$$

Scanned by CamScanner

روش منظم و سیستماتیک گره:

۱) گراف جهت دار - گره مبنا - ماتریس A

بردار جریان شاخه‌ها

۲) n معادله KCL مستقل: $A \cdot \underline{J}(s) = 0$ (I)

بردار ولتاژ شاخه‌ها

۳) b معادله KVL مستقل: $\underline{V} = A^T \underline{E}$ (II)

بردار ولتاژ گره‌ها

۴) فرض: جریان هر شاخه برحسب ولتاژ ⟵ منبع ولتاژ X + بدون تزویج و منابع وابسته

$$J_k(s) = Y_k(s) V_k(s) + J_{s_k}(s) - Y_k(s) V_{s_k}(s) \qquad k = 1, \dots, b$$

اگر شرط‌های بالا برقرار باشند ⟵

$$\begin{pmatrix} J_1 \\ \vdots \\ J_b \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} Y_1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & Y_b \end{pmatrix}}_{Y_b(s)} \begin{pmatrix} V_1 \\ \vdots \\ V_b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} J_{s_1} \\ \vdots \\ J_{s_b} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} Y_1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & Y_b \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_{s_1} \\ \vdots \\ V_{s_b} \end{pmatrix}$$

ماتریس ادمیتانس شاخه‌ها $Y_b(s)$ — بردار منابع جریان — بردار منابع ولتاژ

$$\underline{J}(s) = Y_b(s)\,\underline{V}(s) + \underline{J}_s(s) - Y_b(s)\,\underline{V}_s(s)$$

اگر شرط‌ها نباشند، Y_b قطری نیست! اگر هم فقط سلف تزویج باشد، تقارن را ماندنی

منبع وابسته تقارن را بهم می‌زند.

جایگذاری در (I) ⟵

$$A \cdot (Y_b A^T \underline{E} + \underline{J}_s - Y_b \underline{V}_s) = 0 \longrightarrow \underbrace{(A Y_b A^T)}_{Y_n(s)} \underline{E} = \underbrace{A Y_b \underline{V}_s - A \underline{J}_s}_{\underline{I}_s}$$

ماتریس ادمیتانس گره $Y_n(s)$ — بردار منابع جریان گره $\underline{I}_s$

$$\xrightarrow{\text{حل}} \underline{E} \xrightarrow{\text{II}} \underline{V} \longrightarrow \underline{J}$$

روش منظم کات‌ست ⟸ $Q \xleftarrow{\text{درخت}} A$

□ روش منظم مش: ماتریس

گراف ← M $\qquad M.\underline{V}=0$

$\underline{J} = M^T \underline{I}$

اگر منبع جریان نباشد:

ولتاژ شاخه $\qquad$ جریان شاخه

$$\underline{V}(s) = Z_b(s)\,\underline{J}(s) + \underline{V_s}(s) - Z_b(s)\,\underline{J_s}(s)$$

امپدانس شاخه

$$M.(Z_b M^T \underline{I} + \underline{V_s} - Z_b \underline{J_s}) = 0$$

بردار جریان مش

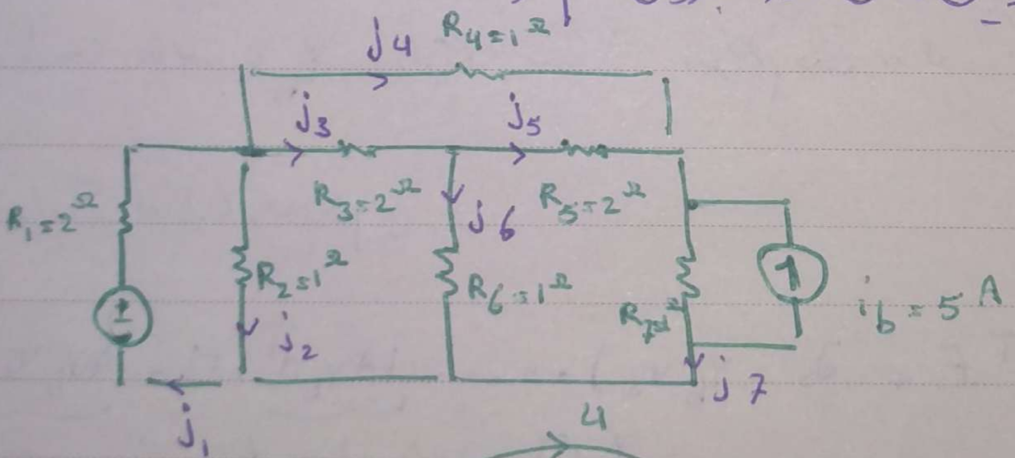
$$\longrightarrow \underbrace{(M Z_b M^T)}_{\text{ماتریس امپدانس مش}} \underline{I} = \underbrace{M Z_b \underline{J_s} - M \underline{V_s}}_{\text{منابع جریان مش}}$$

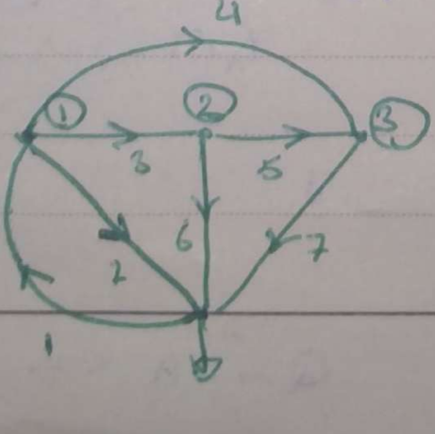
$Z_m(s)$ $\qquad$ $\underline{E_s}$

حل ← $\underline{I}$ $\quad \underline{J} = M^T \underline{I}$ $\quad \underline{J}$ ← $\underline{V}$

روش حلقه ← درخت $\quad M$ ← B

مثال) همه‌ی ولتاژها و جریان‌های مدار با روش منظم مش





$$A = \begin{array}{c|c} & 1\ 2\ \cdots\ 7 \\ \hline 1 & \\ 2 & \\ 3 & \end{array}$$

$A.\underline{J} = 0$

$V = A^T \underline{E}$

$J_1(s) = G_1 V_1 + G_1 V_a \quad J_2(s) = G_2 V_2 \quad J_3 = G_3 V_3 \quad J_4 = G_4 V_4$

$J_5 = G_5 V_5 \quad J_6 = G_6 V_6 \ , \ J_7 = G_7 V_7 - I_b$

$$\begin{pmatrix} J_1 \\ \vdots \\ J_7 \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} \frac{1}{2}\ 1 & & 0 \\ & \frac{1}{2}\ 1 & \\ 0 & & \frac{1}{2}\ 1 \ \ 1 \end{pmatrix}}_{Y_b} \begin{pmatrix} V_1 \\ \vdots \\ V_7 \end{pmatrix} + \underbrace{\begin{pmatrix} \vdots \\ -5 \end{pmatrix}}_{J_s} - \begin{pmatrix} \ \end{pmatrix} \underbrace{\begin{pmatrix} -6 \\ \vdots \end{pmatrix}}_{V_s}$$

$Y_n = A Y_b A^T \longrightarrow Y_n \underline{E} = \underline{I_s} \longrightarrow \underline{E} = \begin{pmatrix} 2.29 \\ 1.37 \\ \vdots \end{pmatrix} \longrightarrow \underline{V} = \begin{pmatrix} \vdots \end{pmatrix}_{7\times 1}$

$I_s = -A J_s + A Y_b \underline{V_s} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix} \qquad \underline{J} = \begin{pmatrix} \vdots \end{pmatrix}_{7\times 1}$

$\underbrace{Y_n(s)}_{n\times n} = \underbrace{A}_{n\times b} \underbrace{Y_b}_{b\times b} \underbrace{A^T}_{b\times n}$ ارتباط درایه های ماتریس نظیر، درایه های قطری؟

$\underset{n\times b}{P} = A Y_b \qquad P_{ij} = \sum_{k=1}^{b} a_{ik} (Y_b)_{kj} = a_{ij} (Y_b)_{jj} = a_{ij} Y_j$

$Y_n(s) = P \cdot A^T \qquad$ $RLC \longrightarrow Y_b$ قطری

$\longrightarrow Y_{n_{ik}} = \sum_{j=1}^{b} P_{ij} (a^T)_{jk} = \sum_{j=1}^{b} a_{ij} Y_j \underbrace{(a^T)_{jk}}_{a_{kj}}$

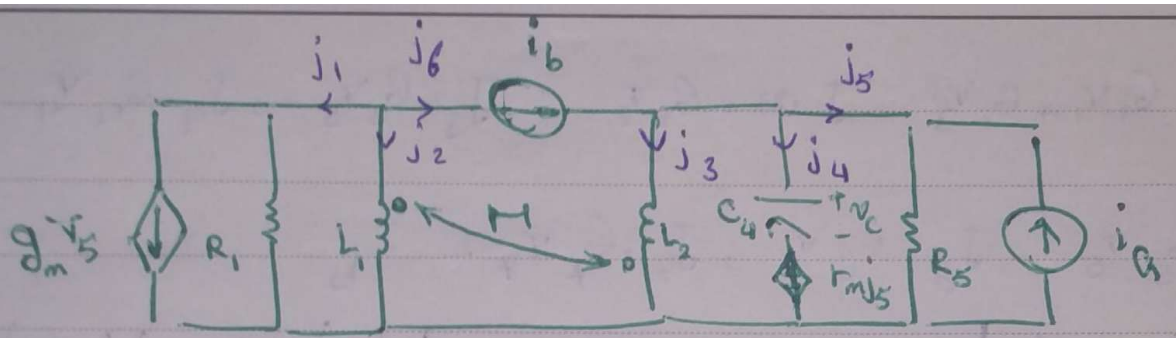
$\overset{0}{\swarrow} \ \overset{1}{\searrow}$

$; i = k \longrightarrow Y_{n_{ik}} = \sum_{j=1}^{b} (a_{ij})^2 Y_j =$ مجموع ادمیتانس های متصل به نود i ام

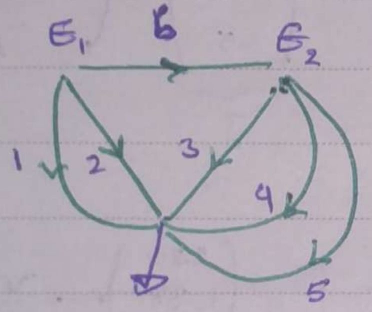
$; i \neq k \longrightarrow Y_{n_{ik}} = \sum_{j=1}^{b} (a_{ij})(a_{kj}) Y_j$ منفی ادمیتانس های بین نود i ام و k ام!

برای شاخه های بین i و k هستند، منفی (1-)(1) است و برای بقیه صفر!

سوال ۱



با شرایط اولیه $j_2(0)$ و $j_3(0)$ و $v_c(0)$



روش تنظیم معادلات گره؟

$$\longrightarrow A = \begin{array}{c|c} & 1\ 2 \cdots 6 \\ \begin{array}{c}1\\2\end{array} & \begin{pmatrix} & & \\ & & \end{pmatrix}\end{array}, \quad L = \begin{pmatrix} L_1 & -M \\ -M & L_2 \end{pmatrix}$$

$$J_1 = \frac{v_1}{R_1} + g_m v_5 \qquad J_2 = \frac{\Gamma_{11}}{s} v_1 + \frac{\Gamma_{12}}{s} v_2 + \frac{j_2(0)}{s} \qquad \Gamma = L^{-1}$$

$$J_3 = \frac{\Gamma_{21}}{s} v_1 + \frac{\Gamma_{22}}{s} v_2 + \frac{j_3(0)}{s} \qquad J_4 = (v_4 - r_m J_5)\, C_4 s - C_4 v_c(0)$$

$$J_5 = \frac{v_5}{R_5} - i_a \longrightarrow J_4 = C_4 s v_4 - \frac{r_m C_4 s}{R_5} v_5 + r_m C_4 s I_a - C_4 v_c(0)$$

$$\longrightarrow J(s) = \underbrace{\begin{pmatrix} & & \\ & & \end{pmatrix}}_{Y_b} \begin{pmatrix} v_1 \\ \vdots \\ \vdots \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix} + \cdots$$

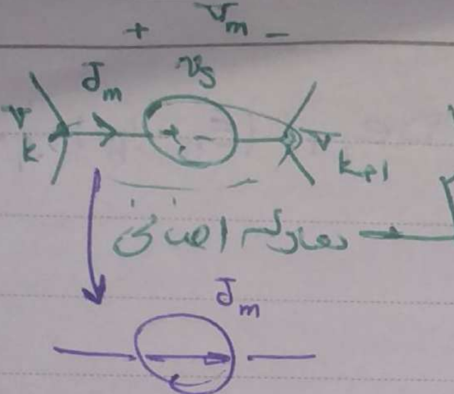
$\longrightarrow Y_n = A Y_b A^T$ ⟵ نوشتن معادلات $n \times n$ ⟵ E ⟵ v ⟵ J

مشکل روش گره؟ هر شاخه‌ای که نتوان جریان را برحسب ولتاژ نوشت ⟵ منبع ولتاژ، عناصر سلف تزویج کامل

$\overbrace{\text{ترانس ایده‌آل}}$

Subject :
Date

۱) تبدیل منبع X



۲) گره مرکب

دو KCL

معادله اضافی ← $v_k - v_{k+1} = v_s$

۳) $\left(\quad \right)\left(\quad \right) = \begin{pmatrix} +J_m \\ -J_m \end{pmatrix}$

$v_k - v_{k+1} = v_s$

۴) روش گره اصلاح شده

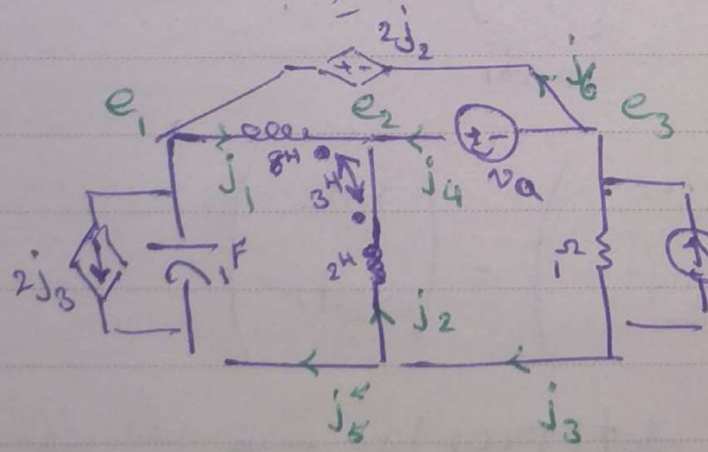
شکل دیگر؟ $\frac{1}{s} \longrightarrow D^{-1}$

شاخه‌های شامل منبع ولتاژ مستقل، سلف، منبع وابسته، ترانس و ... ← فرض شده m تا شاخه‌اند.

جریانشان ← $j(t) = \begin{pmatrix} j_1(t) \\ j_2(t) \\ \vdots \end{pmatrix}_{m\times 1}$ $\quad e(t) = \begin{pmatrix} e_1(t) \\ \vdots \\ e_n(t) \end{pmatrix}_{n\times 1}$

مجهول‌ها ← n+m متغیر (مجهول) $\xrightarrow{\text{معادلات}}$ KCL تا n ؛ ولتاژ شاخه‌های نقطه جریان ← m معادله

مثال)



$j(t) = \begin{pmatrix} j_1 \\ j_2 \\ j_4 \\ j_6 \end{pmatrix}$

$e(t) = \begin{pmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \end{pmatrix}$

روش گره اصلاح شده با استفاده از معادلات انتگرال - دیفرانسیل

Scanned by CamScanner

① kcl: $De_1 + 2\overset{e_3 - i_b}{\dot{j}_3} + \dot{j}_1 - \dot{j}_6 = 0 \longrightarrow De_1 + 2(e_3 - i_b) + j_1 - j_6 = 0$

② kcl: $+j_1 + j_2 + j_4 = 0$

③ kcl: $+j_6 + j_4 + e_3 - i_b = 0$

$$\underbrace{\begin{pmatrix} D & 0 & 2 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}}_{P_1(D)} \begin{pmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \\ j_1 \\ j_2 \\ j_4 \\ j_6 \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} 2i_b \\ 0 \\ i_b \end{pmatrix}}_{u_1(t)}$$

روابط عناصر : $e_1 - e_2 = v_1 = 8Dj_1 + 3Dj_2$

$-e_2 = 3Dj_1 + 2Dj_2$

$e_2 - e_3 = v_a \quad , \quad e_1 - e_3 = 2j_2$

$$\underbrace{\begin{pmatrix} \quad \\ \quad \\ \quad \\ \quad \end{pmatrix}}_{P_2(D)} \begin{pmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \\ j_1 \\ j_2 \\ j_4 \\ j_6 \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ v_a \\ 0 \end{pmatrix}}_{u_2(t)}$$

$$\longrightarrow \underbrace{\begin{pmatrix} P_1(D) \\ P_2(D) \end{pmatrix}}_{} \begin{pmatrix} \underline{e}(t) \\ \underline{j}(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \end{pmatrix}$$

ماتریس کنیم $P(D) \longrightarrow \det(P(D)) \neq 0 \longrightarrow$ ش.ط

مثال ۱) ماتریس امپدانس مش یا ماتریس امپدانس حلقه ← RLC پسیو و حالت دائمی سینوسی

$$\begin{pmatrix} 3-j & 2-j \\ 2+j & 4+3j \end{pmatrix} \longrightarrow$$

مش نیست چون متقارن نیست

حلقه نیست

$$\begin{pmatrix} 1+j & -2+j \\ -2+j & 3-j \end{pmatrix} \longrightarrow$$

مش نیست چون روی قطر مقاومت منفی داریم

حلقه هم نیست

$$\begin{pmatrix} 2+j & 1 \\ 1 & 3-j \end{pmatrix}$$

مش ✗

حلقه ✓