Subject:
Year. Month. Date. ( )

فیزیک پلاسما و همجوشی کنترل شده : ص

۱. پلاسما چیست؟ یک گاز یونیده شده خنثی است.

میزان بارهای منفی با مثبت ها برابر است که برای مواقعی است که در سیستم هم الکترون و هم یون داشته باشیم

$n_e \simeq n_i$

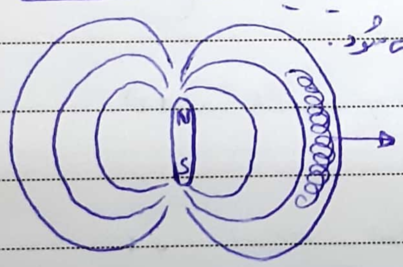
پلاسما ← مخلوطی از بارهای مثبت و منفی با ... است. پلاسما را بررسی می‌کنیم

جامد ← مایع ← گاز ← پلاسما

پلاسما حالت چهارم ماده است و بیش از ۹۹٪ جهان از پلاسما تشکیل شده است.

حتی اجرام های مغناطیسی مانند شفق قطبی بر اساس پلاسما است

همچنین مانند کمربند وان آلن



شعله شمع که واسطه میان الکترودها جاری می‌شود

آتش می‌تواند اطراف خود نوعی پلاسما ایجاد کند

پلاسما مصنوعی ← لامپ ← استارت می‌زنیم ← مقداری از آن یونیزه می‌شود ← بقیه الکترون ها را یونیزه می‌کند ←

فرایند شکست الکتریکی گازها

پلاسمای طبیعی ۹۹٪ جهان

SAHEL

دندانپزشکی : برای ضدعفونی کردن زخم ، درمان سرطان ، درمان های پوستی ، استریل ابزار پزشکی ، درمان زخم ها

زیست محیطی : حذف آلودگی ها ، ساخت توربین های پلاسما ، دستگاه تصفیه هوا

کاربردهای نظامی : استتار کردن موشک ها

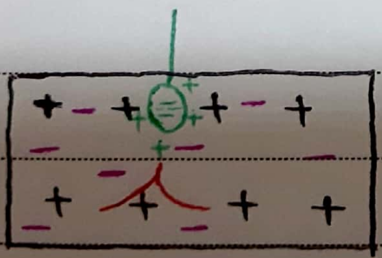
استفاده های زیادی که به عنوان پلاسما می توان در نظر گرفت چون برخی خواص پلاسما را دارند.

پلاسما : Plasma

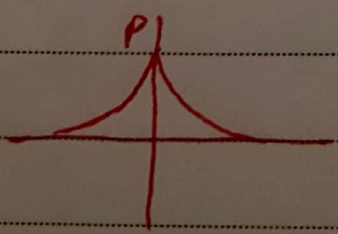
خصوصیات پلاسما :

۱) رفتار دسته جمعی : اطلاعات پلاسما از یک سر به سر دیگر خود با سطح برخورد یا می تواند سریع جابجا شود.

۲) از نفوذ یک پتانسیل خارجی جلوگیری می کنند.



+ و – باید به یک اندازه باشند



پتانسیل در یک لحظه زیاد می شود و بعد از بین می رود.

در سیستم SI داریم:
$$\varepsilon_0 \nabla^2 \varphi = -e(n_i - n_e)$$

اثبات این فرمول را خصوصی ۲ بار دیده‌ایم.
$$\vec{\nabla}\cdot\vec{E} = \frac{\sum q_i}{\varepsilon_0} \qquad q = ne$$

$$-\nabla^2\varphi = \frac{(n_i - n_e)}{\varepsilon_0}e \rightarrow \varepsilon_0 \nabla^2\varphi = -e(n_i - n_e)$$

فرضیات: ۱) یک پتانسیل φ در سیستم وارد می‌کنیم

۲) یون‌ها به دلیل سنگینی تحت تأثیر پتانسیل قرار نمی‌گیرند

۳) الکترون‌ها دارای توزیع ماکسولی می‌شوند

$n_e = n_\infty e^{e\varphi/KT_e}$ ۴) مسئله در یک بعد حل می‌شود

$$e^{-\varepsilon/KT} \quad , \quad \varepsilon = \frac{1}{2}mv^2 + q\varphi \quad , \quad n_i = n_\infty$$

هدف: چگونگی تابعیت φ از x (در یک بعد) در پلاسما

$$\varepsilon_0 \nabla^2\varphi = -e\left(n_\infty - n_\infty e^{e\varphi/KT_e}\right)$$

$\varphi(x) = ?$

$$\varepsilon_0 \frac{d^2\varphi}{dx^2} = -en_\infty\left(1 - e^{e\varphi/KT_e}\right)$$

$$e^{e\varphi/KT_e} = 1 + \frac{e\varphi}{KT_e}$$

۵) $e\varphi \ll KT_e$

۶) $e^{e\varphi/KT_e}$ بسط داده می‌شود.

Subject:
Year. Month. Date. ( )

$$\varepsilon_0 \frac{d^2\varphi}{dx^2} = -en_\infty\left(1-1-\frac{e\varphi}{kT_e}\right)$$

$$\varepsilon_0 \frac{d^2\varphi}{dx^2} = \frac{e^2 n_\infty \varphi}{kT_e}$$

$$\frac{d^2\varphi}{dx^2} = \frac{n_\infty e^2}{\varepsilon_0 kT_e}\varphi$$

$$\varphi = \varphi_0\, e^{-\frac{n_\infty e^2 x}{\varepsilon_0 kT_e}}$$

$$\varphi = \varphi_0\, e^{-\frac{x}{\lambda_D}} \quad , \quad \lambda_D = \left(\frac{\varepsilon_0 kT_e}{n_\infty e^2}\right)^{1/2}$$

طول دبای

حفاظ دبای

پلاسما اجازه ورود بار

پتانسیل را نمی‌دهد

پارامتر پلاسما:

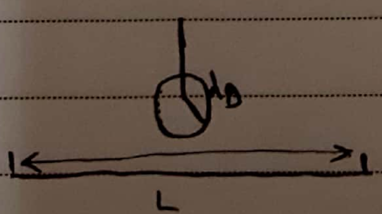
$$n = \frac{N}{V}$$

$$n = \frac{N_D}{\frac{4}{3}\pi\lambda_D^3} \rightarrow N_D = n\frac{4}{3}\pi\lambda_D^3 \rightarrow N_D \gg 1$$

پلاسما کامل ← یعنی تعداد ذرات درون حفاظ بیشتر و سطح پایدار و همگن‌سازی کند

حفاظ بیشتر باشد یعنی T_e ها زیاد باشد ، V_{th} ذرات زیاد می‌شود ، جنب و جوش زیاد می‌شود

در نتیجه پایداری بیشتر می‌شود



1) $\lambda_D \ll L$

2) $N_D \ll 1$

3) $\omega\tau > 1$

شرایط پایداری پلاسما ←

شرط متمایزکننده پلاسما

فرکانس پلاسما ←

زمان برخورد ذره

SAHEL

Scanned by CamScanner

بخش ۱-۳ خوانده شود :)

$T(K)$, $T(eV)$

$1eV = 11600^{\circ} K$

راکتور همجوشی عادی : $n = 10^{21}\ m^{-3}$ $KT = 10000\ eV$

آزمایشهای همجوشی : $n = 10^{19}\ m^{-3}$ $KT = 100\ eV$

$n = 10^{23}\ m^{-3}$ $KT = 1000\ eV$

یونسفر : $n = 10^{11}\ m^{-3}$ $KT = 0.05\ eV$

لامپ نئون : $n = 10^{15}\ m^{-3}$ $KT = 2\ eV$

فضای بین ستاره‌ای : $n = 10^{6}\ m^{-3}$ $KT = 0.01\ eV$

مسئله ← 1-1 , 1-2 , 1-3 , 1-5* , 1-7 , 1-6*

پروژه ← تخلیه‌های گازی (لیزرهای گازی) ، همجوشی گرما هسته‌ای کنترل شده

فیزیک فضا - تبدیل انرژی MHD و پیشرانش یونی

پلاسماهای حالت جامد - لیزرهای گازی

فصل دوم : حرکت تک ذرات : اگر خطوط میدان باشند وجود داشت

① تک ذره را بررسی می‌کنیم

② سیالی

③ نظریه جنبشی

فصل ۲: حرکت های تک ذره‌ای

یک ذره را در میدان های مختلف استفاده می کنیم

فرضیه: ۱) یک ذره با دارا جرم m

۲) ذره دارای بار q است

۳) میدان مغناطیسی یکنواخت و در یک راستای معین

۴) میدان الکتریکی صفر است

$$\Sigma f = ma$$

$$ma \rightarrow m\frac{dv}{dt} = F_L \quad , \quad F_L = q(E + v\times B)$$

$$m\frac{dv}{dt} = qE + qv\times B$$

اگر میدان B یکنواخت و در یک راستا معین داشته باشیم

$$B = (0, 0, B_0)$$

$$\vec{B} = B_0\hat{z}$$

$$m\frac{dv}{dt} = qv\times B \rightarrow \dot{v}_x = \frac{qB_0}{m}v_y \rightarrow \ddot{v}_x = -\frac{q^2B_0^2}{m^2}v_x$$

$$x:\ m\dot{v}_x = qv_yB \rightarrow \dot{v}_y = -\frac{qB_0}{m}v_x \rightarrow \ddot{v}_y = -\frac{q^2B_0^2}{m^2}v_y$$

$$y:\ m\dot{v}_y = -qv_xB$$

$$z:\ m\dot{v}_z = 0 \rightarrow \frac{dv_z}{dt} = 0 \rightarrow v_z = const$$

$$\begin{cases} \ddot{v}_x = -\omega_c^2 v_x \\ \ddot{v}_y = -\omega_c^2 v_y \end{cases} *$$

[illegible] فرکانس سیکلوترونی

$$\frac{dz}{dt} = c \rightarrow z = ct$$

Subject:

Year. Month. Date. ( )

$$* \quad v_{x,y} = v_{\perp} e^{\pm i\omega_c t + i\delta_{x,y}}$$

$$\omega_c = \frac{|q| B_0}{m} \longrightarrow \frac{qB_0}{m} = \pm \omega_c$$

$$\omega_c = \frac{|q| B_0}{m} \longrightarrow$$ فرکانس سیکلوترونی ذره

$$v_x = v_{\perp} e^{i\omega_c t} = \dot{x}$$

$$v_y = \frac{m}{qB_0} \dot{v}_x \quad , \quad v_y = \pm \frac{1}{\omega_c} i\omega_c v_{\perp} e^{i\omega_c t}$$

$$v_y = \pm i v_{\perp} e^{i\omega_c t}$$

$$v_x = v_{\perp} e^{i\omega_c t} = \frac{dx}{dt}$$

$$v_y = \pm i v_{\perp} e^{i\omega_c t} = \frac{dy}{dt}$$

$$x - x_0 = \int v_{\perp} e^{i\omega_c t} dt \longrightarrow x = \int v_{\perp} e^{i\omega_c t} dt + x_0$$

$$x = \frac{v_{\perp}}{i\omega_c} e^{i\omega_c t} + x_0 = -i \frac{v_{\perp}}{\omega_c} (\cos \omega_c t + i \sin \omega_c t) + x_0$$

نکته: قسمت حقیقی، حرکت ذره را مشخص می‌کند.

$$x = \frac{v_{\perp}}{\omega_c} \sin \omega_c t + x_0 \longrightarrow x = r_L \sin \omega_c t + x_0$$

$$r_L = \frac{v_{\perp}}{\omega_c} \longrightarrow$$ شعاع لارمور

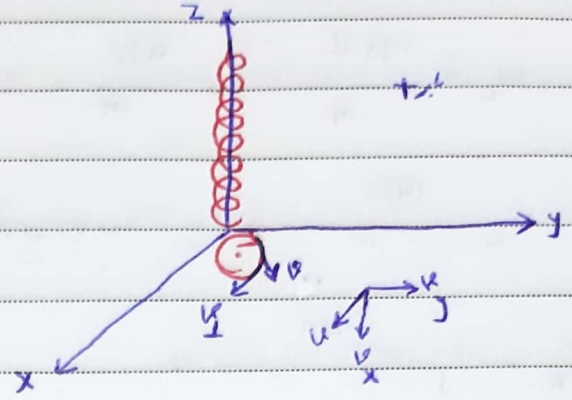
$$y = \pm r_L \cos \omega_c t + y_0 \longleftarrow$$ تمرین

مرکز چرخش ذره:

$$x = r_L \sin \omega_c t + x_0$$

$$y = \pm r_L \sin \omega_c t + y_0$$

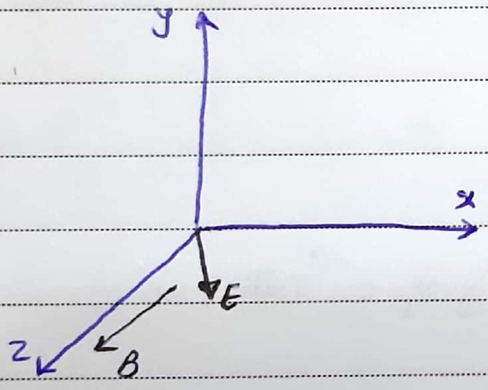
$$z = ct + z_0$$



(x_0, y_0) مرکز هدایت

اگر میدان الکتریکی بخواهیم اضافه شود: حرکت به صورت مجموع دو حرکت خواهد بود: چرخش لارمور به علاوه جابه‌جایی عادی مرکز راهنما

میدان مغناطیسی ایجاد می‌کند به خلاف جهت میدان مغناطیسی اولیه است چون پلاسماها خاصیت دیامغناطیسی دارند.



۱) $E = E_x \hat{x} + E_z \hat{z}$

۲) $\vec{B} = B \hat{z}$

$$m \frac{dv}{dt} = qE + q(v \times B)$$

$$x: \dot{v}_x = \frac{q}{m} E_x + \frac{q}{m} v_y B$$

$$y: \dot{v}_y = -\frac{q}{m} v_x B$$

حذف شده

$$\ddot{v}_y = -\omega_c^2 \left(v_y + \frac{E_x}{B}\right)$$

$$\frac{d^2}{dt^2}\left(v_y + \frac{E_x}{B}\right) = -\omega_c^2 \left(v_y + \frac{E_x}{B}\right)$$

$$z: \dot{v}_z = \frac{q}{m} E_z \rightarrow v_z = \frac{q}{m} E_z t + v_{z_0} \rightarrow z = \frac{1}{2} \frac{q}{m} E_z t^2 + v_{z_0} t + z_0$$

حرکت در راستای z یک حرکت شتاب‌دار با شتاب ثابت $\frac{q}{m} E_z$ است

$$A \times (B \times C) = B(A \cdot C) - C(A \cdot B)$$

Subject:

Year. Month. Date. ( )

$$v_x = v_\perp e^{i\omega_c t}$$

$$v_y = \pm i v_\perp e^{i\omega_c t} - \frac{E_x}{B}$$

$E_y = 0$

$$v_E = \frac{\vec{E} \times \vec{B}}{B^2} \quad *$$

مرکز هدایت یک سوق در راستای محور y دارد است

$$m\frac{dv}{dt} = q(v \times B) + qE$$

$$qE = -q(v \times B)$$

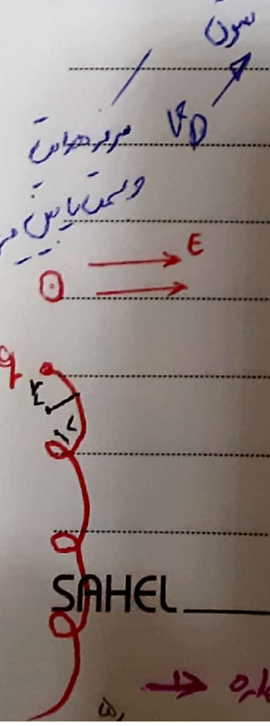
$$qE \times B = qB \times (v \times B)$$

$$= q\left(\vec{v}B^2 - B(\vec{v}_\perp \cdot B^2)\right) \rightarrow v_E = \frac{E \times B}{B^2}$$

$$* \rightarrow v_E = \frac{(E_x\hat{x} + E_z\hat{z}) \times B\hat{z}}{B^2} = \frac{E \cdot B\,(\hat{x} \times \hat{z})}{B^2}$$

$$v_E = -\frac{E_\cdot}{B_\cdot}\,\hat{y}$$

سرعت سوق در این حالت مستقل از q و m و $v_\perp$ است



جایی که افزایش انرژی صورت می‌گیرد جایی است که هم‌جهت است و این افزایش انرژی

باعث افزایش سرعت و طبق معادله لارمور باعث افزایش شعاع لارمور می‌شود

افزایش انرژی → افزایش سرعت → افزایش شعاع لارمور

کاهش انرژی → کاهش سرعت → کاهش شعاع لارمور

SAHEL

→ این حرکت [illegible]

$$\vec{v}_E = \frac{\vec{E}\times\vec{B}}{B^2} \quad *$$ سوق میدان الکتریکی *

$$q\vec{E} = \vec{F} \rightarrow \vec{E} = \frac{\vec{F}}{q} \quad **$$

$$* , ** \rightarrow \vec{v}_F = \frac{1}{q}\frac{\vec{F}\times\vec{B}}{B^2} \rightarrow \vec{v}_g = \frac{1}{q}\frac{m\vec{g}\times\vec{B}}{B^2} \rightarrow \vec{v}_g = \frac{m}{q}\frac{\vec{g}\times\vec{B}}{B^2} \quad *$$

$$\vec{F}_g = m\vec{g}$$

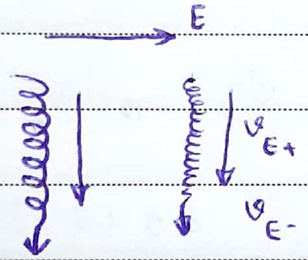
که سرعت سوق بستگی به بار دارد

شامل * و جنس ؟

ا)

تمرین: نحوه تغییر رفتار مسیر یون‌ها در اثر سوق گرانشی

$$v_E = \frac{\vec{E}\times\vec{B}}{B^2}$$



ا) $\rightarrow \vec{v}_{g+} > \vec{v}_{g-}$

جریان v_g

چون بسته به جرم است یون ≠ الکترون

$$J_{\cancel{tot}\ net} = (M+m)\, n\, \frac{\vec{g}\times\vec{B}}{B^2}$$

n چگالی ذرات است، حالا این ذره یون است یا الکترون

$$J_+ = q_+ n \vec{v}_{g+}$$

$$\rightarrow J_{net} = J_+ + J_- = \frac{qn(M+m)}{q}\frac{\vec{g}\times\vec{B}}{B^2}$$

$$J_- = q_- n \vec{v}_{g-}$$

$$v_g = \frac{1}{q}\frac{m\vec{g}\times\vec{B}}{B^2}$$

تمرین ۲: نشان دهید $\vec{g}_{net_E} = 0$ است.

تمرین ۳: جریان حاملهای ناشی از رانش را برای رساناهای $2\times10^{24}\,m^{-3}$ ، $2\times10^{19}\,m^{-3}$ و نیمه‌رسانا $n = 2\times10^{11}\,m^{-3}$

و برای میدانهای مغناطیسی $B = 1G$ ، $B = 10G$ ، $B = 1000G$ حساب کنید و عکس آن را برای سیالهای

میدان مغناطیسی زمین

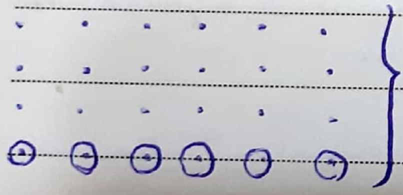
مسائل: ۲_۵ ، ۲_۶ ، ۲_۷ مهم

میدان مغناطیسی غیر یکنواخت:

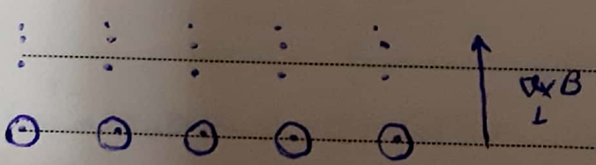
۱. غیر یکنواختی مکانی

۲. غیر یکنواختی زمانی

غیر یکنواختی مکانی



(تغییر عمود و موازی یعنی عمود بر میدان یا موازی با میدان)



عمود بر راستای انتشار میدان مغناطیسی

$\vec{B} = B_x\hat{x} + B_y\hat{y} + B_z\hat{z}$

$\vec{B} = B(y)\hat{z}$, $\vec{B} = B(z)\hat{z}$, $B(x,y,z)$, $B(t)$

$A(x,y,z) = A_x(x,y,z)\hat{x} + A_y(x,y,z)\hat{y} + A_z(x,y,z)\hat{z}$

$\nabla B \perp \vec{B}$

خطوط نیرو مستقیم هستند ولی چگالی آن‌ها در امتداد عمود بر میدان مغناطیسی تغییر می‌کند

$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$

$F_y = \mp \frac{1}{2} q v_\perp r_L \frac{\partial B}{\partial y}$, $B_z = \left[B_0 \pm r_L \cos\omega t + \frac{\partial B}{\partial y} \right]$

$\vec{v}_F = \frac{1}{q} \frac{\vec{F} \times \vec{B}}{B^2}$

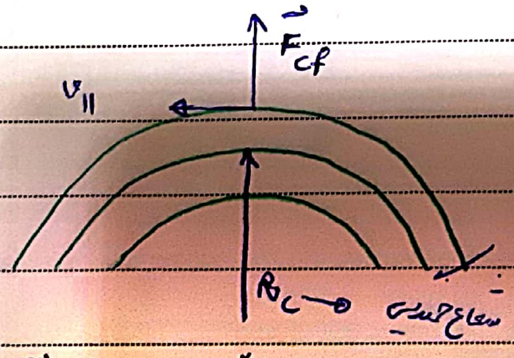
$\vec{v}_{\nabla B} = \pm \frac{1}{2} v_\perp r_L \frac{\vec{B} \times \vec{\nabla} B}{B^2} \longleftarrow$ در حالت کلی

$\vec{v}_{\frac{\partial B}{\partial y}} = \mp \frac{1}{2} \frac{v_\perp r_L}{B} \frac{\partial B}{\partial y} \hat{x}$? تعمیم

تمرین: جریان خالص ناشی از رانش را محاسبه کنیم.

وقتی می‌بینیم + و - در $v_{\frac{\partial B}{\partial y}}$ وجود دارد $J = nqV$ ایجاد می‌کنیم که جمع می‌شوند و یک جریان خالص به وجود

می‌آورند



سوق انحنایی:

شتاب عمودی مطلقاً ناشی از سرعت موازی است

شتاب موازی ناشی از سرعت عمودی است

$\vec{F}_{cf} = \frac{m v_\parallel^2}{R_c} \hat{r}$

$\vec{F}_{cf} = m v_\parallel^2 \frac{\vec{R}_c}{R_c^2}$ چون m, q دارد و جهتش به q هم بستگی دارد m دارد پس جریان خالص net

$\vec{v}_R = \frac{1}{q} \frac{\vec{F}_{cf} \times \vec{B}}{B^2} = \frac{m v_\parallel^2}{qB^2} \frac{\vec{R}_c \times \vec{B}}{R_c^2} \longrightarrow \vec{v}_R = \frac{m v_\parallel^2}{qB^2} \frac{\vec{R}_c \times \vec{B}}{R_c^2}$

انحنایی

Subject:

Year. Month. Date. ( )

$$\frac{\nabla |B|}{|B|} = -\frac{\vec{R}_c}{R_c^2}$$

$$\vec{v}_{\nabla B} = \mp \frac{1}{2} \frac{v_\perp r_L}{B^2} \frac{\vec{B} \times |B| \vec{R}_c}{R_c^2}$$

$$\vec{v}_{\nabla B} = \pm \frac{1}{2} \frac{v_\perp^2}{\omega_c} \frac{\vec{R}_c \times \vec{B}}{R_c^2 B}$$

$$\vec{v}_R = \frac{m v_\parallel^2}{q B^2} \frac{\vec{R}_c \times \vec{B}}{B^2}$$

تعمیم از کار خودم

مثبت خروج از صفحه: (I)

$$\vec{v} = \vec{v}_{\nabla B} + \vec{v}_R = \frac{m}{q} \frac{\vec{R}_c \times \vec{B}}{R_c^2 B^2} \left(v_\parallel^2 + \frac{1}{2} v_\perp^2 \right)$$

این میدان میدان مغناطیسی هم خمیدگی داشته باشد و هم تغییرات خطوط میدان در راستای شعاع داشته باشد

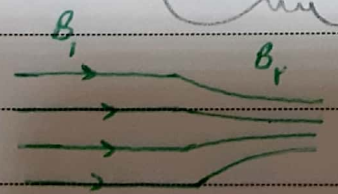
$$\frac{|q| B}{m} = \omega_c \longrightarrow \frac{qB}{m} = \pm \omega_c$$

ضریب $\frac{1}{2}$ در فرمول (I) عنوان شود انرژی جنبشی عمودی در حقیقت باشد انرژی جنبشی موازی بیشتر از

باشد انرژی جنبشی عمود است.

۹۷,۱۲,۵ (آینه‌های مغناطیسی) $\nabla B \parallel \vec{B}$

گرادیان میدان مغناطیسی موازی با میدان است.



$$|B_2| > |B_1|$$

$$\vec{F}_\parallel = -\mu \frac{\partial B}{\partial s} \rightarrow$$ راستای انتشار

جریان — سطحی که توسط مدار احاطه شده

$\mu = I A$ — ممان دوقطبی مغناطیسی

SAHEL

$$\mu = \frac{1}{2} \frac{m v_\perp^2}{B}$$

تمرین: نشان دهید از $\mu = IA$ می‌توان به رابطه $\mu = \frac{1}{2}\frac{mv_\perp^2}{B}$ رسید

$$A\frac{dA}{dt} =$$

$$\frac{d}{dt}AB = \frac{dA}{dt}B + A\frac{dB}{dt}$$

$$\frac{d}{dt}A^2 = \frac{dA}{dt}A + A\frac{dA}{dt}$$

$$\frac{d}{dt}A^2 = 2\frac{dA}{dt}A$$

$$A\frac{dA}{dt} = \frac{d}{dt}\frac{1}{2}A^2$$

$$\vec{F}_{\parallel} = -\mu\vec{\nabla}_{\parallel}B$$

$$m\frac{dv_{\parallel}}{dt} = -\mu\frac{\partial B}{\partial s}$$

$$mv_{\parallel}\frac{dv_{\parallel}}{dt} = -\mu\frac{\partial B}{\partial s}v_{\parallel}$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}mv_{\parallel}^2\right) = -\mu\frac{dB}{\cancel{ds}}\frac{\cancel{ds}}{dt}$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}mv_{\parallel}^2\right) = -\mu\frac{dB}{dt} \quad **$$

در یک میدان مغناطیسی از آنجا که نیروی حاصل عمود است میدان مغناطیسی نمی‌تواند کاری روی ذره انجام دهد از این رو

انرژی کل ذره باید ثابت باشد.

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}mv_\perp^2 + \frac{1}{2}mv_{\parallel}^2\right) = 0$$

باید انرژی جنبشی ذره صفر باشد

$$\frac{d}{dt}\left(\mu B + \frac{1}{2}mv_{\parallel}^2\right) = 0$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}mv_{\parallel}^2\right) + \frac{d}{dt}(\mu B) = 0 \quad *$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}mv_{\parallel}^2\right) = -\mu\frac{dB}{dt}$$

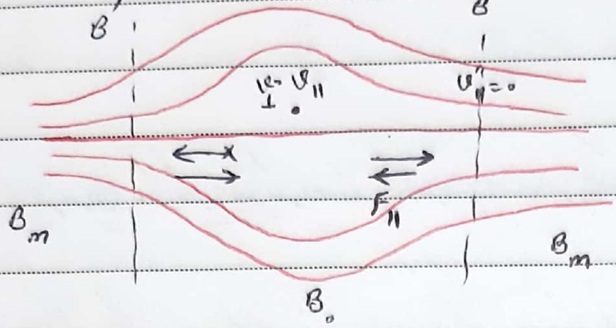
$$\frac{d}{dt}(\mu B) - \mu\frac{dB}{dt} = 0$$

$$\cancel{\mu\frac{dB}{dt}} + B\frac{d\mu}{dt} - \cancel{\mu\frac{dB}{dt}} = 0$$

$B \quad \frac{d\mu}{dt} = 0$ ناوردا

$B \neq 0 \quad \frac{d\mu}{dt} = 0 \longrightarrow \mu = \text{const}$

این تغییرات میدان مغناطیسی به صورت آرام باشند



$\vec{F}_{\parallel} = -\mu \vec{\nabla}_{\parallel} B$

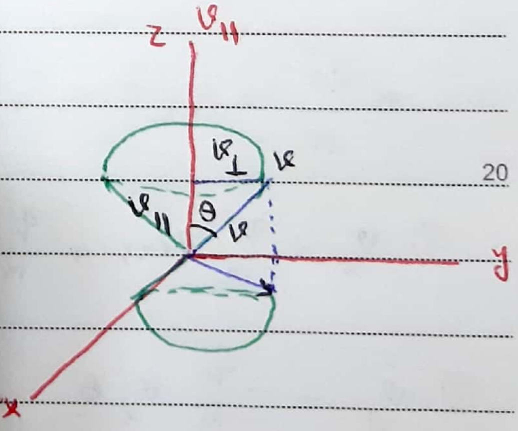
$v_0^2 = v_{\perp 0}^2 + v_{\parallel 0}^2$

$v_{\perp}'^2 = v_{\perp 0}^2 + v_{\parallel 0}^2 = v_0^2$

از فرض حرکت ناوردا بودن کمیت μ در هر نقطه‌ای به شدت مغناطیسی B در هر نقطه‌ای به میدان B' است و در آن نقطه سرعت موازی ذره صفر می‌شود.

$\mu_0 = \mu' \longrightarrow \frac{1}{2}\frac{m v_{\perp 0}^2}{B_0} = \frac{1}{2}\frac{m v_{\perp}'^2}{B'}$

$\frac{v_{\perp 0}^2}{v_{\perp}'^2} = \frac{B_0}{B'} \longrightarrow \frac{v_{\perp 0}^2}{v_0^2} = \frac{B_0}{B'}$



$\sin\theta = \frac{v_{\perp}}{v}$

$\sin^2\theta = \frac{v_{\perp 0}^2}{v^2} = \frac{B_0}{B'} \qquad B' < B_m$

$\sin^2\theta_m = \frac{B_0}{B_m} = \frac{1}{R_m} \longrightarrow$ نسبت آینه‌ای

$\sin^2\theta = \frac{B_0}{B'}$

$B' < B_m \longrightarrow \frac{1}{B'} > \frac{1}{B_m}$

$\frac{B_0}{B'} > \frac{B_0}{B_m} \longrightarrow \sin^2\theta > \sin^2\theta_m$

اگر سرعت ذره درون مخروط اتلافی باشد همه ذره خارج می‌کند
و ذراتی که سرعتشان خارج از مخروط اتلافی
باشد درون آینه مغناطیسی گیر می‌افتد

میدان الکتریکی غیر یکنواخت

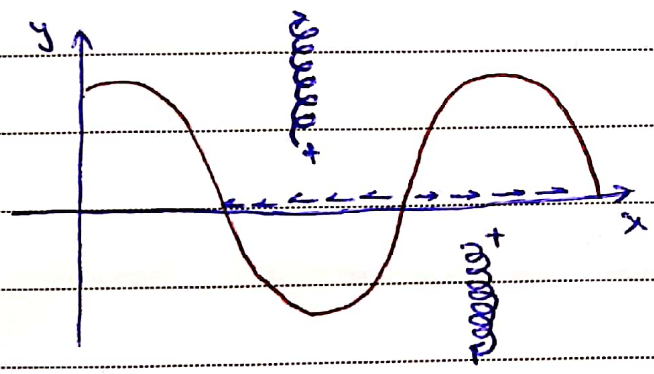
۱) مکانی

۲) زمانی

هدف: بررسی اثر میدان الکتریکی غیر یکنواخت مکانی و زمانی بر روی حرکت ذره باردار

۱) غیر یکنواختی مکانی: (وابستگی میدان الکتریکی به مکان)

۱) در حالتی که میدان الکتریکی به صورت سینوسی باشد $\vec{E} = E_0 \cos kx \, \hat{x}$



(۲) $k = \frac{2\pi}{\lambda}$

$B = B_0 \hat{z}$ میدان مغناطیسی

(۳) از معادله حرکت شروع می کنیم

$$m\frac{d\vec{v}}{dt} = q\left(\vec{E}(x) + \vec{v}\times\vec{B}\right)$$

① $\dot{v}_x = \frac{q}{m}E(x) + \frac{q}{m}v_y B_0 \xrightarrow{\text{مشتق دوم می گیریم}} \ddot{v}_x = \frac{q}{m}\dot{E}(x) + \frac{q}{m}\dot{v}_y B_0$ ③

② $\dot{v}_y = -\frac{q}{m}v_x B_0 \longrightarrow \ddot{v}_y = -\frac{q}{m}B_0 \dot{v}_x$ ④

$$\ddot{v}_x = \frac{qB_0}{mB_0}\dot{E}(x) + \underbrace{\frac{q}{m}B_0\left(-\frac{q}{m}B_0 v_x\right)}_{-\frac{q^2B_0^2}{m^2} \;=\; \omega_c^2}$$

عبارات را در معادله (۴) جایگذاری کنیم $\rightarrow \ddot{v}_y = -\frac{q}{m}B\left(\frac{q}{m}E(x) + \frac{q}{m}v_y B\right)$

$$\rightarrow \ddot{v}_y = -\omega_c^2 v_y - \frac{\omega_c^2 E(x)}{B}$$

$$\rightarrow \ddot{v}_x = -\omega_c^2 v_x \pm \omega_c \frac{\dot{E}(x)}{B}$$

$$x = x_0 + r_L \sin \omega_c t$$

در حالت قبل در درس ۲ داشتیم

$$\ddot{v}_y = -\omega_c^2 v_y - \omega_c^2 \frac{E_0}{B}\cos\Big(\underbrace{k(x_0 + r_L \sin\omega_c t)}_{\text{متوسط زمانی می‌گیریم}}\Big)$$

$$\ddot{\bar{v}}_x = -\omega_c^2 \bar{v}_x \pm \frac{\omega_c \bar{\dot{E}}_x}{B}$$

$$\bar{\dot{E}}_x = \frac{1}{T}\int_0^T \frac{d}{dt}\cos kx \, dt$$

$$\bar{\dot{E}}_x = \frac{1}{T}\int_0^T \frac{d\cos kx}{dt}\, dt$$

$$\frac{d\cos kx}{dt} = k\frac{dx}{dt}\sin kx = k v_x \sin kx$$

$$\bar{\dot{E}}_x = k\bar{v}_x \overline{\sin kx} = 0$$

$$\ddot{\bar{v}}_x = -\omega_c^2 \bar{v}_x$$

$$\ddot{\bar{v}}_y = -\omega_c^2 \bar{v}_y - \omega_c^2 \frac{E_0}{B}\overline{\cos\left(k(x_0 + r_L\sin\omega_c t)\right)}$$

B همان B است

$$\cos\varepsilon = 1 - \frac{1}{2}\varepsilon^2 + \dots$$

$$\sin\varepsilon = \varepsilon + \dots$$

$$\cos(Kx_0 + Kr_L\sin\omega_c t) = \cos Kx_0 \cdot \cos(Kr_L\sin\omega_c t) - \sin Kx_0 \cdot \sin(Kr_L\sin\omega_c t)$$

با فرض کوچک بودن $Kr_L\sin\omega_c t$ ، ترم های $\sin(Kr_L\sin\omega_c t)$ و $\cos(Kr_L\sin\omega_c t)$ را بسط می دهیم

$$\cos(Kx_0 + Kr_L\sin\omega_c t) = \cos Kx_0\left(1 - \frac{1}{2}K^2r_L^2\sin^2\omega_c t\right) - \sin Kx_0 \times Kr_L\sin\omega_c t$$

حال از عبارت فوق متوسط زمانی می گیریم

$$\overline{\cos(Kx_0 + Kr_L\sin\omega_c t)} = \overline{\cos Kx_0}\left(1 - \frac{1}{2}K^2r_L^2\underbrace{\overline{\sin^2\omega_c t}}_{1/2}\right) - \cancel{\overline{\sin Kx_0}\,Kr_L\overline{\sin\omega_c t}}$$

متوسط زمانی $\overline{\sin\omega_c t}$ ← صفر است

$$= \overline{\cos Kx_0}\left(1 - \frac{1}{4}K^2r_L^2\right)$$

و متوسط زمانی $\overline{\sin^2\omega_c t}$ ← $\frac{1}{2}$ است

$$\ddot{\bar v}_y = -\omega_c^2\bar v_y - \omega_c^2\frac{E_0}{B_0}\cos(K(x_0 + r_L\sin\omega_c t))$$

نشان دهنده شکل دیفرانسیلی حرکت است پس متوسط $\ddot{v}_y$ ، $\ddot{\bar v}_y$ صفر است

$$\ddot{\bar v}_y = 0 \to \bar v_y = \frac{\overbrace{-E_0\cos Kx_0}^{\vec E}}{B_0}\left(1 - \frac{1}{4}K^2r_L^2\right)$$

$$v_E = \frac{-E_0}{B_0}\hat y$$

$$\vec v_E = +\frac{\vec E_0\times\vec B_0}{B^2}\left(1 - \frac{1}{4}K^2r_L^2\right)$$

SAHEL

$$\vec v_E = \left(1 + \frac{1}{4}r_L^2\nabla^2\right)\frac{\vec E\times\vec B}{B^2}$$

Subject:
Year. Month. Date. ( )

وقتی به میدان الکتریکی با زمان تغییر می‌کند مقطع یک ترم اصلاح شده $\frac{1}{4} r_L^2 \nabla^2$ به سرعت سوق میدان بخواهیم اضافه می‌شود

$\vec{\nabla} = i\vec{K} \rightarrow \nabla^2 = -K^2$

[illegible]

میدان الکتریکی متغیر با زمان ( )

1) $\vec{B} = B_0 \hat{z}$

2) $E = E_0 e^{i\omega t} \hat{x}$

$$m\frac{d\vec{v}}{dt} = e(E + \vec{v} \times B)$$

$$\ddot{v}_x = -\omega_c^2 v_x \pm \omega_c \frac{\dot{E}_x}{B}$$

$$\ddot{v}_x = -\omega_c^2 v_x \pm i\omega\omega_c \frac{E_x}{B}$$

$$\ddot{v}_x = -\omega_c^2 \left(v_x \mp i \frac{\omega}{\omega_c} \frac{\tilde{E}_x}{B}\right)$$

برای حل مسئله تعاریف زیر را در نظر می‌گیریم

$$-\frac{dE_x}{dt} = \dot{E}_x = i\omega E$$

$$\tilde{v}_p = \pm i \frac{\omega}{\omega_c} \frac{\tilde{E}_x}{B} \longrightarrow$$

$E_x =$ مولفه x میدان

$$\tilde{v}_E = -\frac{\tilde{E}_x}{B}$$ سرعت سوق

طبق تعاریف فوق خواهیم داشت:

$$* \begin{cases} \ddot{v}_x = -\omega_c^2 (v_x - \tilde{v}_p) \\ \ddot{v}_y = -\omega_c^2 (v_y - \tilde{v}_E) \end{cases}$$

SAHEL

باید حواسمان جمع باشد مجموع سرعت سوق و سرعت v_p را داشته باشیم.

Scanned by CamScanner

برای v_x و v_y جواب‌های جزئی زیر را تعریف می‌کنیم:

$$\left.\begin{aligned} v_x &= v_\perp e^{i\omega_c t} + \tilde{v}_p \\ v_y &= \pm i v_\perp e^{i\omega_c t} + \tilde{v}_E \end{aligned}\right\} **$$

$$\ddot{v}_x = -\omega_c^2 v_\perp e^{i\omega_c t} + \ddot{\tilde{v}}_p$$

$$\ddot{\tilde{v}}_p = \mp i \frac{\omega^2}{\omega_c}\frac{\tilde{E}_x}{B}$$

$$\ddot{v}_x = -\omega_c^2 (v_x - \tilde{v}_p)$$

$$-\omega_c^2 \cancel{v_\perp e^{i\omega_c t}} - \omega^2 \tilde{v}_p = -\omega_c^2 (\cancel{v_\perp e^{i\omega_c t}} + \cancel{\tilde{v}_p}) - \cancel{\tilde{v}_p}$$

این جواب معادله حرکت نیست

$$\ddot{v}_x = -\omega_c^2 v_\perp e^{i\omega_c t} - \omega^2 \tilde{v}_p - \tilde{\omega}_p \tilde{v}_p - \omega_c^2 \tilde{v}_p$$

$$\omega_c^2\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_c^2}\right)$$

$$\ddot{v}_x = -\omega_c^2 v_x + (\omega_c^2 - \omega^2)\tilde{v}_p \qquad \ddot{v}_x = -\omega_c^2 v_x + \omega_c^2 \tilde{v}_p$$

$$\ddot{v}_y = -\omega_c^2 v_y + (\omega_c^2 - \omega^2)\tilde{v}_E \qquad \ddot{v}_y = -\omega_c^2 v_y + \omega_c^2 \tilde{v}_E$$

اگر ω از فرکانس سیکلوترونی ذره یا ω_c خیلی کوچکتر باشد

$$\omega \ll \omega_c$$

** و * صورت جمله‌ای است این جواب‌ها در معادلات ① و ② صدق می‌کنند در صورتی که میدان الکتریکی وابسته به زمان

کند تغییر کند.

Subject:
Year. Month. Date. ( )

۲ سرعت سوق داریم یکی در راستای میدان الکتریکی که با زمان نوسان کند

$$v_p = \pm \frac{1}{\omega_c B} \frac{d\vec{E}}{dt}$$

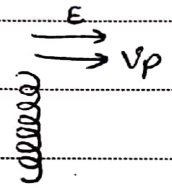
میدان ω با بار و جرم ذره وابسته است

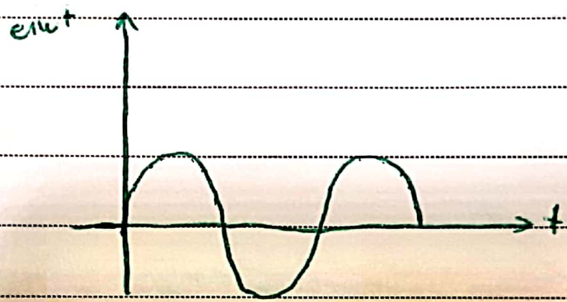
$$\frac{d}{dt} = i\omega$$

سوق قطبش :

ولی سرعت سوق در راستای $\perp$ داریم که ناشی از میدان الکتریکی متغیر است

$$\vec{J}_p = n_e (v_{ip} - v_{ep}) = \frac{n e}{e B^2}(m + M)\frac{d\vec{E}}{dt} \Rightarrow \vec{J}_p = \frac{\rho}{B^2}\frac{d\vec{E}}{dt}$$





میدان مغناطیسی متغیر با زمان : $B(t)$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\dot{\vec{B}}$$

یک میدان مغناطیسی ثابت نمی‌تواند به ذره انرژی بدهد ولی یک میدان مغناطیسی متغیر با زمان به واسطه میدان

القایی که ایجاد می‌کند به ذره انرژی داده و آن را شتاب می‌دهد

$$v_\perp = \frac{dl}{dt}$$

$dl \rightarrow$ عنصر طول در راستای مسیر

از $v_\parallel$ در برابر $v_\perp$ صرف نظر می‌کنیم

$$\vec{v}_\perp = \left[m\frac{d\vec{v}}{dt} = q\vec{E} \right] \rightarrow \frac{d}{dt}\frac{1}{2}mv_\perp^2 = qE \cdot \vec{v}_\perp = q\vec{E} \cdot \frac{d\vec{l}}{dt}$$

$$\int \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}mv_\perp^2\right) dt = \int q\vec{E} \cdot \frac{d\vec{l}}{dt}\, dt$$

SAHEL

Subject:

Year. Month. Date. ( )

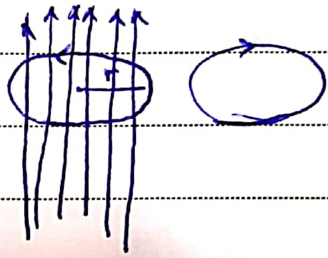
$$\delta\left(\tfrac{1}{2} m v_\perp^2\right) = \int_0^{2\pi/\omega_c} q\vec{E}\cdot\frac{d\vec{l}}{dt}\,dt = \oint q\vec{E}\cdot d\vec{l} = q\int(\vec{\nabla}\times\vec{E})\cdot d\vec{s}$$

$$= -q\int \dot{\vec{B}}\cdot d\vec{s}$$ مساحت محدود شده توسط شعاع لارمور

$$\delta\left(\tfrac{1}{2} m v_\perp^2\right) = -q\int \dot{\vec{B}}\cdot d\vec{s}$$

$\dot{\vec{B}}\cdot d\vec{s} > 0$ الکترونها

$\dot{\vec{B}}\cdot d\vec{s} < 0$ یونها



$$\delta\left(\tfrac{1}{2} m v_\perp^2\right) = \pm q\dot{B}\pi r_L^2 = \pm q\dot{B}\,\frac{\pi v_\perp^2 m}{\omega_c(\pm qB)} = \frac{\frac{1}{2} m v_\perp^2}{B}\,\frac{2\pi\dot{B}}{\omega_c}$$

گشتاور مغناطیسی → μ

دوره تناوب است

$$\frac{2\pi\dot{B}}{\omega_c} = \delta B$$ تغییرات میدان مغناطیسی در یک دوره تناوب

$$\delta\left(\tfrac{1}{2} m v_\perp^2\right) = \mu\,\delta B$$

$$\delta(\mu B) = \mu\,\delta B$$ در حالتی که میدان مغناطیسی با زمان تغییر می‌کند μ را گشتاور مغناطیسی ثابت

$$\rightarrow \boxed{\delta\mu = 0}$$ خواهد بود.

Subject:
Year. Month. Date. ( )

فصل ۳: پلاسما به عنوان سیال:

ارتباط بین پلاسما و الکترومغناطیس: (چون پلاسما ذره باردار است، حرکت ذره باردار تولید میدان الکتریکی و مغناطیسی)

معادلات ماکسول:

حالت خلأ:

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

جریان آزاد و جریان وابسته

$$\vec{\nabla}\times\vec{E} = -\dot{\vec{B}}$$

$$\vec{\nabla}\times\vec{B} = \mu_0\left(\vec{J} + \varepsilon_0\dot{\vec{E}}\right)$$

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{B} = 0$$

حالت دی‌الکتریک:

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{D} = \rho_f$$

جریان آزاد و وابسته

$$\vec{\nabla}\times\vec{E} = -\dot{\vec{B}}$$

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{B} = 0$$

$$\vec{\nabla}\times\vec{H} = \vec{J}_f + \dot{\vec{D}}$$

$$\vec{D} = \varepsilon\vec{E} \quad , \quad \vec{B} = \mu\vec{H}$$

نقش تشکیل ممان μ در پلاسما و مواد مغناطیسی:

علت خاصیت مواد مغناطیسی: $\vec{\mu}_i$ ها

ممان مغناطیسی

مغناطش $\vec{M} = \frac{1}{V_i}\sum_i \mu_i$

جریان مقید $J_b = \vec{\nabla}\times\vec{M}$

حاصل تغییر در مغناطش

$$\vec{\nabla}\times\vec{B} = \mu_0\left(\vec{J}_f + \vec{J}_b + \varepsilon_0\dot{\vec{E}}\right)$$

SAHEL

جریان مغناطیس شده

۱۲

Subject:
Year. Month. Date. ( )

$$\vec{\nabla}\times\vec{B} = \mu_0 \left(\vec{\nabla}\times\vec{M} + \vec{J}_f + \varepsilon_0 \dot{\vec{E}} \right)$$

$$\vec{\nabla}\times\left(\vec{B} - \mu_0 \vec{M} \right) = \mu_0 \left(\vec{J}_f + \varepsilon_0 \dot{\vec{E}} \right)$$

$$\vec{\nabla}\times\left(\frac{\vec{B}}{\mu_0} - M \right) = J_f + \varepsilon_0 \dot{\vec{E}}$$

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M}$$

$M = \chi_m(T)\, H$ $\qquad \chi \rightarrow$ ناشی از خود دوقطبی‌های مغناطیسی

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \chi_m H$$

ضریب تراوایی

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 (1+\chi_m) \vec{H}}{\mu_m} \rightarrow \vec{B} = \mu_m \vec{H}$$

$\vec{B} \propto \vec{M} \propto \sum \mu_i$ گشتاور

وارونه بین M و μ برای پلاسما

گشتاور مغناطیسی $\mu = \frac{\frac{1}{2} m v_\perp^2}{B} \rightarrow \mu \propto \frac{1}{B}$ باهم تقابل دارند

" بحث کلاسیک دی‌الکتریک " قطبیده شدن سیستم (قطبیدگی)

$$\rho_b = -\vec{\nabla}\cdot\vec{P} \rightarrow \varepsilon_0 \vec{\nabla}\cdot\vec{E} = \rho_f + \rho_b \rightarrow \varepsilon_0 \vec{\nabla}\cdot\vec{E} = \rho_f - \vec{\nabla}\cdot\vec{P}$$

$$\nabla\cdot\left(\vec{P} + \varepsilon_0 \vec{E} \right) = \rho_f \rightarrow \vec{\nabla}\cdot\vec{D} = \rho_f \rightarrow \begin{cases} D = \vec{P} + \varepsilon_0 \vec{E} \\ \rightarrow \\ \vec{P} = \chi_E\, \varepsilon_0 \vec{E} \end{cases}$$

$D = \varepsilon \vec{E} \qquad \varepsilon = \varepsilon_0 (1 + \chi_e)$

$\frac{\partial \rho_p}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot \vec{J}_p = 0$ برای پلاسما:

میدان اعمال شده (e^{iωt}) ، E عامل به وجود آمدن $\vec{J}_p$ است.

$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 (\vec{J}_f + \vec{J}_p + \varepsilon_0 \dot{\vec{E}})$

$\vec{J}_p = \frac{\rho}{B^2} \dot{\vec{E}} \rightarrow \vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 (J_f + \frac{\rho}{B^2} \dot{\vec{E}} + \varepsilon_0 \dot{\vec{E}})$

$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 (J_f + \underbrace{(\frac{\rho}{B^2} + \varepsilon_0)}_{\varepsilon} \dot{\vec{E}})$

$\varepsilon = \varepsilon_0 + \frac{\vec{J}_p}{\dot{\vec{E}}} \qquad \omega \ll \omega_c$

دی‌الکتریک ← پلاسما و ضریب مخصوص نقاطی خاص.

$\varepsilon = \varepsilon_0 + \frac{\rho}{B^2} \rightarrow \varepsilon_R = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} = 1 + \frac{\rho}{\varepsilon_0 B^2}$

$\varepsilon = \varepsilon_0 + \frac{J_p}{\dot{\vec{E}}} \qquad \omega \ll \omega_c$

$\rho \rightarrow 0 \rightsquigarrow \varepsilon_R \rightarrow \varepsilon_0$

$\varepsilon_R = 1 + \frac{\rho}{\varepsilon_0 B^2}$

$B \rightarrow \infty \rightarrow \varepsilon_R \rightarrow 1 \ , \ V_p \rightarrow 0$

$\varepsilon_R \rightarrow \frac{\rho}{\varepsilon_0 B^2}$

$B = 0{,}1\,T \rightarrow \rho = n = 10^{16}\,m^{-3}$ ρ_s ← چگالی پلاسما از جنس هیدروژن

$\varepsilon_R = \frac{\rho}{\varepsilon_0 B^2} = 189 \gg 1$ میدان الکتریکی ناشی از ذرات پلاسما با میدان خارجی اعمال شده

اختلاف زیادی دارد و پلاسما با ε بزرگ، مغناطیسی در برابر میدان‌های متناوب خارجی اعمال می‌کند مانند خاصیت مغناطیسی

می‌توان در برابر تابش خاصیت ایجاد می‌شود.

ضریب پذیرفتاری امواج پلاسما دهنده‌ی یکی از عوامل انتشار موج است هرچه زیادتر باشد در مقابل امواج مقاومت می‌کند

در حضور میدان محیط) ساده‌ترین نمونه $\leftarrow$ $\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{r^2}\hat{r}$

معادله حرکت سیال

تک ذره $= \frac{m\,dv}{dt} = q(\vec{E} + \vec{v}\times\vec{B}) + \vec{F} =$ ترکیب ذره

حال شرایطی سیال در نظر می‌گیریم تعداد معینی ذره وجود داشته باشد

سیال یعنی اگر در واحد حجم تعداد معینی ذره خاص وجود داشته باشد.

$n\frac{m\,dv}{dt} = qn(\vec{v}\times\vec{B} + \vec{E})$ $\longrightarrow$ برای n ذره

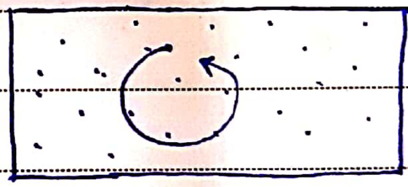
با زمان سرعت ذره در جا به جا حرکت می‌کند. $\square \rightarrow \square \rightarrow$

ربط سرعت
الکتریکی

$\leftarrow$ در یک نقطه ثابت در زمان تغییر می‌کند

تغییر سرعت در یک نقطه ثابت در زمان

تغییر سرعت در مواضع مختلف مکانی.



در سیال: تغییر سرعت در مواضع مختلف مکانی داریم

تغییر سرعت در یک نقطه ثابت در زمان

$$\frac{d\,G(x,t)}{dt} = \frac{\partial G}{\partial t} + \frac{\partial G}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial t} = \frac{\partial G}{\partial t} + \underbrace{v_x\frac{\partial G}{\partial x}}_{\text{مشتق همرفتی}}$$

گرم کردن فضا توسط یک ابزار

Subject:
Year. Month. Date. ( )

معادلات سیال :

$$\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \vec{v}\cdot\vec{\nabla}$$

مثال: پخش دود آب و تغییرات دما و تراکم اتومبیل‌ها →

$$mn\frac{d\vec{v}}{dt} = qn(\vec{E} + \vec{v}\times\vec{B})$$

$$mn\left[\frac{\partial\vec{v}}{\partial t} + (\vec{v}\cdot\vec{\nabla})\vec{v}\right] = qn(\vec{E} + \vec{v}\times\vec{B})$$

$$\frac{\partial\vec{v}}{\partial t} + (\vec{v}\cdot\vec{\nabla})\vec{v} = \frac{q}{m}(\vec{E} + \vec{v}\times\vec{B}) + \frac{F}{m}$$ معادله حرکت

پایستگی :

پایستگی یعنی با جابجایی ذره ثابت

$$\frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(n v_x) = 0$$

$$\begin{cases} \dfrac{\partial x}{\partial t} + \vec{\nabla}\cdot n\vec{v} = 0 \\ \dfrac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla}\cdot\rho\vec{v} = 0 \end{cases}$$ → هم ارزند

در سیال چیزی که ما نشستیم ندارد تغییر فشار است

تغییر فشار از جمله عوامل مهم است که در حرکت سیال اثر می‌گذارد

$\vec{\nabla}P$ → اگر گرادیان فشار داشته باشیم

$$nm\left(\frac{\partial\vec{v}}{\partial t} + (\vec{v}\cdot\nabla)\vec{v}\right) = -\frac{\partial P}{\partial x}$$ $F_p = -\vec{\nabla}\cdot\vec{P}$

$$m n\left[\frac{\partial\vec{v}}{\partial t} + (\vec{v}\cdot\nabla)\vec{v}\right] = qn(\vec{E} + v\times\vec{B}) - \nabla P$$ → تانسور

$\nabla\cdot P$ → تانسور

SAHEL

Subject:

Year. Month. Date. ( )

$$P = \begin{bmatrix} P & & 0 \\ & P & \\ 0 & & P \end{bmatrix} \xrightarrow[\text{به هم نخورد.}]{\text{وقتی همسانگرد}} \begin{bmatrix} P_\perp & & 0 \\ & P_\perp & \\ 0 & & P_\perp \end{bmatrix}$$

همسو رد کنید :

$$mn\left[\frac{\partial v}{\partial t} + (\vec{v}\cdot\vec{\nabla})\vec{v}\right] = qn\left[\vec{E} + \vec{v}\times\vec{B}\right] - \vec{\nabla}P - \frac{nm}{\tau}(\vec{v} - \vec{v}_i)$$

τ: زمان بین دو برخورد.

$\vec{v}_i$: سرعت یون

$$\left[\frac{\partial v}{\partial t} + (\vec{v}\cdot\vec{\nabla})\vec{v}\right] = \frac{q}{m}\left[E + \vec{v}\times B\right] - \frac{1}{nm}\vec{\nabla}P - f\,(v - v_i)$$

f: بسامد

مثل صفر در نظر بگیر

سوال خواسته شده

از برخی ترم‌ها صرف‌نظر کنیم.

v_i: سرعت ذرات سنگین

$\vec{v} \to \epsilon \quad \vec{E} \to \epsilon \quad \vec{B} \to \epsilon \quad n \to 1 \quad P \to 1$ اگر

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \vec{\nabla}\cdot(n\vec{v}) = 0 \quad (١)$$

$$\vec{\nabla}\times\vec{E} = -\dot{\vec{B}} \quad (٢) \qquad \nabla\times B = \mu(J + \varepsilon\dot{\vec{E}}) \quad (٤)$$

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{E} = q\frac{\sum n_i}{\varepsilon} \quad (٥)$$

$$(٣) \quad \frac{\partial v}{\partial t} + (\vec{v}\cdot\vec{\nabla})\vec{v} = -\frac{\vec{\nabla}P}{nm}$$

$$(١) \quad \frac{\partial n}{\partial t} + \vec{\nabla}\cdot(n\vec{v}) = 0$$

$v \to 0$

$P \to 1$

$n \to 1$

تعداد معادلات از مجهولات کمتر است

یک معادله کم داریم معادله حالت را وارد میکنیم

معادله حالت ← $P(n, T)$

حالت

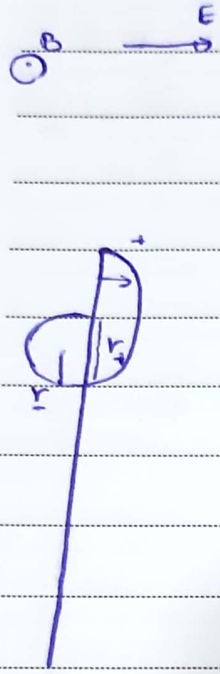
فشار $P = \gamma n K T \rightarrow \gamma = 1 \rightarrow$ گرادیان دما $\rightarrow \vec{\nabla}P = K T \vec{\nabla} n$

که در اسلاید

SAHEL

$\delta = \frac{2+N}{N}$ N تعداد جهات آزادی

مسئله ۴-۲:



$$r_\perp = \frac{m v_\perp}{|q| B}$$

$$\frac{1}{2} m v_\perp^2 = \varepsilon \rightarrow v_\perp^2 = \frac{2\varepsilon}{m}$$

$$r_\pm = \frac{m v_\perp}{qB} = \frac{m}{qB}\sqrt{\frac{2\varepsilon_0}{m}}\sqrt{1 \pm \frac{eEr_\pm}{\varepsilon_0}} =$$

فاصله $r_\pm$ از نقطه شروع

$$\rightarrow \frac{\sqrt{2m\varepsilon_0}}{qB}\sqrt{1 \pm \frac{eEr_\pm}{\varepsilon_0}}$$

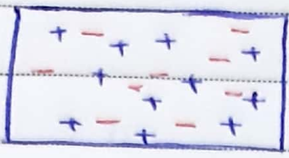
$$v_{\perp\pm} = \sqrt{\frac{2\varepsilon_\pm}{m}} \qquad \varepsilon_+ = \varepsilon_0 + eEr_+$$

$$\varepsilon_- = \varepsilon_0 - eEr_-$$

$$v_{\perp\pm} = \sqrt{\frac{(\varepsilon_0 \pm eEr_\pm)\times 2}{m}} \qquad T = \frac{2\pi}{\omega_c}$$

$$v_E = \frac{r_+ - r_-}{T} = \frac{r_+ - r_-}{\frac{2\pi}{\omega_c}} = \frac{(r_+ - r_-)\omega_c}{2\pi} = \frac{E}{B}$$

مسئله فصل ۱و۲



$M_p > m_e$ ما یک پلاسما داریم که شرایط ایجاد الکترون و یون ها وجود دارد شرط

مثل دو پلاسما کار داریم.

۳_۳_۷) مجموعه معادلات کامل دو سیالی:

چگالی بار $\rho = n_i q_i + n_e q_e$

چگالی جریان $\vec{J} = n_i q_i \vec{v}_i + n_e q_e \vec{v}_e$

$\varepsilon_0 \vec{\nabla} \cdot \vec{E} = n_i q_i + n_e q_e$ ← گاوس

$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\dot{\vec{B}}$

$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$

$\mu_0^{-1} \vec{\nabla} \times \vec{B} = n_i q_i \vec{v}_i + n_e q_e \vec{v}_e + \varepsilon_0 \dot{\vec{E}}$

$\alpha = i, e$

$$m_\alpha n_\alpha \left[\frac{\partial \vec{v}_\alpha}{\partial t} + (\vec{v}_\alpha \cdot \vec{\nabla}) \vec{v}_\alpha \right] = q_\alpha n_\alpha (\vec{E} + \vec{v}_\alpha \times \vec{B}) - \vec{\nabla} p_\alpha$$

$$\frac{\partial n_\alpha}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (n_\alpha \vec{v}_\alpha) = 0$$

$$p_\alpha = C_\alpha n_\alpha^{\gamma_\alpha}$$

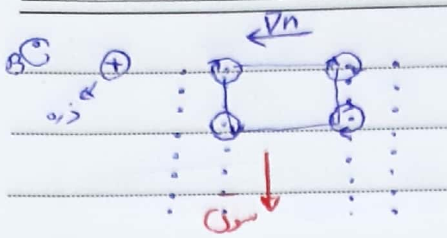
۳v_i ۳v_e ۱n_i ۱n_e

۳E ۳B p_i p_e

SAHEL

۱۲ + ۴ = ۱۶

Subject:
Year. Month. Date. ( )



سوق دیامغناطیسی :

$$\underset{①}{mn\left[\frac{\partial \vec{v}}{\partial t}+(\vec{v}\cdot\vec{\nabla})\vec{v}\right]} = \underset{②}{qn(\vec{E}+\vec{v}\times\vec{B})} - \nabla p$$

از این ترم صرف نظر می‌شود

به دلیل کوچکی

$$\frac{①}{②} \longrightarrow \frac{\left|mn\frac{\partial v}{\partial t}\right|}{|qn\,\vec{v}\times\vec{B}|} = \frac{m\omega v}{qBv} = \frac{\omega}{qB/m} = \frac{\omega}{\omega_c}$$

ω_c

$v \perp B$

$$\frac{\partial}{\partial t} = i\omega$$

با این شرط اگر $\omega \ll \omega_c$

جمله ① $\ll$ جمله ②

$$\vec{E}+\vec{v}\times\vec{B} = \frac{\vec{\nabla}p}{qn}$$

$$\vec{E}\times\vec{B} + (\vec{v}_\perp\times\vec{B})\times\vec{B} = \frac{\vec{\nabla}p\times\vec{B}}{qn}$$

$$\vec{E}\times\vec{B} + \cancel{(\vec{v}_\perp\cdot\vec{B})}_{0}\vec{B} - B^2\vec{v}_\perp = \frac{\vec{\nabla}p\times\vec{B}}{qn}$$

$$\vec{v}_\perp = \underbrace{\frac{\vec{E}\times\vec{B}}{B^2}}_{\vec{v}_E} - \frac{\vec{\nabla}p\times\vec{B}}{qnB^2} = \vec{v}_E + \vec{v}_{De}$$

SAHEL

12

Subject:

Year. Month. Date. ( )

سرعت سوق $\vec{v}_D = -\dfrac{\vec{\nabla} P \times \vec{B}}{q n B^2}$

عمود بر B

$P = \gamma n K T$ $\longrightarrow$ $P = nKT$

برای گرما $\gamma = 1$

سرعت دیامغناطیس

$$\vec{v}_D = \frac{KT}{qB^2}\,\frac{\vec{B}\times\vec{\nabla} n}{n}$$

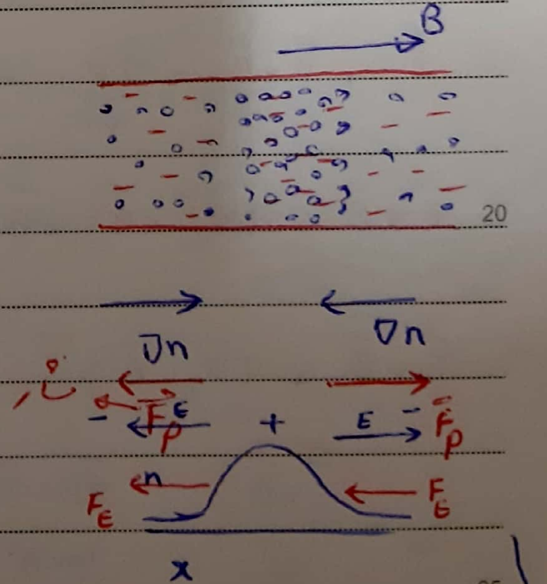
$$\vec{v}_D = \frac{\gamma KT}{qB^2}\,\frac{\vec{B}\times\vec{\nabla} n}{n}$$

اگر $\vec{B} \perp \vec{\nabla} n$ $\qquad v_{D\alpha} = \dfrac{\gamma K T_\alpha}{q_\alpha B^2}\,\dfrac{\vec{B}\times\vec{\nabla} n_\alpha}{n_\alpha}$

$$v_D = \frac{\gamma KT}{qB}\left|\frac{\nabla n}{n}\right| \qquad \alpha = i, e$$

$$\vec{J}_D = ne\,(v_{Di} - v_{De}) = (KT_i + KT_e)\,\frac{\vec{B}\times\vec{\nabla} n}{B^2}$$

سرعت‌های سوق در راستای B



$$mn\left[\frac{\partial v_z}{\partial z} + \cancel{(\vec{v}\cdot\vec{\nabla})\,v_z}\right] = qnE_z - \frac{\partial P}{\partial z}$$

از این جمله به دلیل کوچکی صرف نظر می کنیم

$$E_z = e\frac{\partial \varphi}{\partial z} = \frac{\gamma K T_e}{n}\,\frac{\partial n}{\partial z}$$

$E = -\nabla\varphi$

$$\left.\begin{array}{l} m\dfrac{\partial v_z}{\partial t} = q E_z - \dfrac{\gamma KT}{n}\dfrac{\partial n}{\partial z} \end{array}\right\} \longrightarrow E_z = \frac{\gamma KT}{qn}\,\frac{\partial n}{\partial z}$$

اگر $m \to 0$ $\qquad m\dfrac{\partial v_z}{\partial z} \to 0$

یعنی برای الکترون‌ها در نظر ... وقتی ... نیروی الکتریکی ... برابر ... نیروها تعادل برقرار می‌کند . به همین دلیل ... تعادل است .

$$\frac{d\varphi}{dz} = \frac{\delta K T_e}{n_e}\frac{dn}{dz}$$

$$\int d\varphi = \int \frac{\delta K T_e}{e}\frac{dn}{n}$$

$$e\varphi = K T_e \ln n + C$$

$$n = n_0 e^{e\varphi / K T_e}$$

رابطه ماکسول ـ بولتزمن

فصل ۴: امواج در پلاسما.

مشخصه های یک سیال

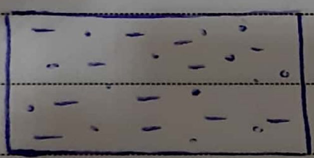
n ρ

V حجم

$\vec{v}$ سرعت

p فشار

T



$$n = \bar{n}\, e^{i(\vec{K}\cdot\vec{r} - \omega t)}$$

$$\vec{v} = \bar{\vec{v}}\, e^{i(\vec{K}\cdot\vec{r} - \omega t)}$$

کمیتها به صورت موج هایی نمایش داده می شوند

$$Re(n) = \bar{n}\cos(\vec{K}\cdot\vec{r} - \omega t)$$

$$\vec{E} = \bar{\vec{E}}\, e^{i(\vec{K}\cdot\vec{r} - \omega t + \delta)}$$ اختلاف فاز

$$\vec{E} = \overbrace{\bar{\vec{E}}\, e^{i\delta}}^{E_c}\, e^{i(\vec{K}\cdot\vec{r} - \omega t)}$$

$$\bar{\vec{E}}_c = \underbrace{\bar{E}\cos\delta}_{Re\,\bar{E}_c} + \underbrace{i\bar{E}\sin\delta}_{Im\,\bar{E}_c}$$

SAHEL

$$\delta = \frac{Im(\bar{E}_c)}{Re(\bar{E}_c)}$$

Subject:

Year. Month. Date. ( )

سرعت فاز

$d(Kx - \omega t) = 0$ برای ایستادن در راستای x

$K\,dx - \omega\,dt = 0$

$$v_\varphi = \frac{dx}{dt} = \frac{\omega}{K}$$

$$v_\varphi = \frac{\omega}{K}$$

$$v_\varphi > c$$

$$v_\varphi < c$$

سرعت گروه

$\omega \qquad \omega + d\omega$

$$E_1 = E_0 \cos\left((K + \Delta K)x - (\omega + \Delta\omega)t\right) = E\cos\Big[\overbrace{(Kx - \omega t)}^{a} + \underbrace{(\Delta K x - \Delta\omega t)}_{b}\Big]$$ جمع معادله

$2\Delta\omega$

$2\Delta K$

$$E_2 = E_0 \cos\left((K - \Delta K)x - (\omega - \Delta\omega)t\right) = E\cos\left[(Kx - \omega t) - (\Delta K x - \Delta\omega t)\right]$$

$$E_1 + E_2 = E_0\left[\cos\left((K+\Delta K)x - (\omega + \Delta\omega)t\right) + \cos\left((K - \Delta K)x - (\omega - \Delta\omega)t\right)\right]$$

$$E_1 + E_2 = E_0\left(\cos(a+b) + \cos(a-b)\right)$$

$$E_1 + E_2 = E_0\left(\cos a \cos b - \cancel{\sin a \sin b} + \cos a \cos b + \cancel{\sin a \sin b}\right)$$

SAHEL

Scanned by CamScanner

Subject:
Year. Month. Date. ( )

$E = 2E_0 \cos a \cos b$

$E = 2E_0 \cos(Kx - \omega t) \cos(\Delta K x - \Delta \omega K)$

$E = 2E_0 \cos(\Delta K x - \Delta \omega t) \cos(Kx - \omega t)$

[illegible]

$$v_g = \frac{\Delta \omega}{\Delta K} = \frac{d\omega}{dK}$$

$v_g < c$

سرعت فاز یعنی یک نقطه رو موج انتخاب می‌کنیم به چه سرعتی در حال حرکت است

ولی سرعت گروه یک مکان مشخص می‌کنیم به چه سرعتی موج از آن عبور کند.

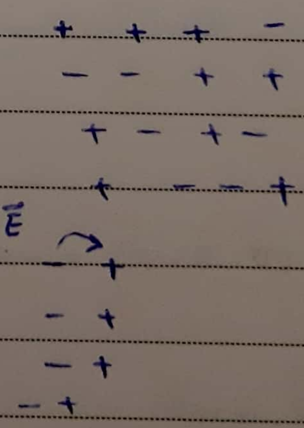
سرعت گروه به c نمی‌تواند برسد.

$$m n_e \left(\frac{\partial \vec{v}_e}{\partial t} + \vec{v}_e \cdot \nabla \vec{v}_e \right) = -e\vec{E}$$

نوسانات پلاسما یا موج لانگمیر

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot n_e \vec{v}_e = 0$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{-e(n_e - n_i)}{\varepsilon_0}$$



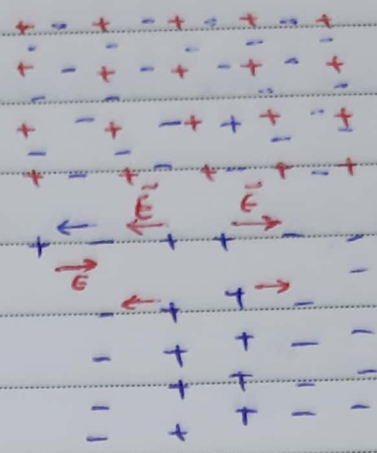
$A = A_0 + \varepsilon A_1 + \varepsilon^2 A_2 + \varepsilon^3 A_3$

خطی سازی

$A_1 \ll A_0$ شرط استفاده از روش خطی سازی

نوسانات پلاسما:

$$mn\left[\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v}\cdot\vec{\nabla})\vec{v}\right] = qn\vec{E} + \vec{F}$$



$$\frac{\partial n}{\partial t} + \vec{\nabla}\cdot(n\vec{v}) = 0$$

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{E} = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

$$n = n_0 + n_1 \qquad n_1 \ll n_0$$

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{v}_1 \qquad |\vec{v}_1| \ll |\vec{v}_0|$$

$$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}_1 \qquad |\vec{E}_1| \ll |\vec{E}_0|$$

$$|\vec{E}_0| = |\vec{v}_0| = 0 \longrightarrow |\vec{v}_1| < 1$$
$$|\vec{E}_1| < 1$$

۱) مسئله در راستای x بررسی شود و یک بعدی باشد $\qquad \vec{K} = K\hat{x} \quad , \quad \vec{E} = E_x\hat{x}$

۲) مشتق‌های اختلالی به صورت موج تخت در نظر گرفته شود $\qquad$ تمام پلاسما $\propto e^{ikx - i\omega t}$

۳) با توجه به بخش قبل $\qquad \frac{\partial}{\partial t} = -i\omega \quad , \quad \vec{\nabla} = ik\hat{x}$

۴) معادلات حاکم بر پلاسما به صورت زیر است. (برای الکترون)

$$mn\left(\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v}\cdot\vec{\nabla})\vec{v}\right) = -ne\vec{E}$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \vec{\nabla}\cdot(n\vec{v}) = 0$$

$$\varepsilon_0\,\vec{\nabla}\cdot\vec{E} = e(n_i - n_e)$$

ه) اعمال شرایط خودن روی مجموعه معادلات صفحه ۴

$$mn_e(-i\omega v_x + ikv_x^2) = -en_eE_x$$

$$-i\omega n_e + ikn_ev_x = 0$$

$$ik\varepsilon_0 E_x = e(n_i - n_e)$$

ج) اعمال روش خطی سازی

$$v_x = v_1 \,,\quad E_x = E_1 \qquad n_e = n_{e0} + n_1$$

$$m(n_{e0}+n_1)(-i\omega v_1 + ikv_1^2) = -e(n_{e0}+n_1)E_1$$

$$-i\omega mn_{e0}v_1 + \cancel{ikmn_1v_1^2} + \cancel{ikmn_{e0}v_1^2} - \cancel{i\omega mn_1v_1} = -en_{e0}E_1 - \cancel{en_1E_1} \quad *$$

مرتبه اول $\rightarrow$ $-i\omega mn_{e0}v_1 = -en_{e0}E_1$

مرتبه دوم $\rightarrow$ $-i\omega mn_1v_1 + ikmn_{e0}v_1^2 = -en_1E_1$

مرتبه سوم $\rightarrow$ $ikmn_1v_1^2 = 0$

$* \rightarrow -i\omega mn_{e0}v_1 = -en_{e0}E_1 \rightarrow \boxed{i\omega v_1 = \frac{e}{m}E_1}$ (1)

$$\frac{\partial}{\partial t}n + \vec{\nabla}\cdot n\vec{v} = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(n_{e0}+n_1) + \vec{\nabla}\cdot(n_{e0}+n_1)\vec{v}_1 = 0$$

$$\cancel{\frac{\partial}{\partial t}n_{e0}} + \frac{\partial}{\partial t}n_1 + \vec{\nabla}\cdot n_{e0}\vec{v}_1 + \cancel{\vec{\nabla}\cdot n_1\vec{v}_1} = 0 \rightarrow -i\omega n_1 + ikn_{e0}v_1$$

$$v_1\cdot\cancel{\nabla n_{e0}}$$

$$n_{e0}(\vec{\nabla}\cdot\vec{v}_1)$$

$\boxed{\omega n_1 = kn_{e0}v_1}$ (2)

$n_{e0} = n_0$ $\qquad ik\varepsilon_0 E_1 = e(\cancel{n_{i0} - n_{e0}} - n_1)$ $\qquad n_{i0} = n_{e0}$

$$\boxed{ik\varepsilon_0 E_1 = -en_1} \quad (۳)$$

۷) رابطه پاشندگی : $\omega(K)$

$i\omega v_1 = \frac{e}{m} E_1$

$\omega n_1 = K n_0 v_1$

$iK\varepsilon_0 E_1 = -en_1$

دو روش برای محاسبه رابطه پاشندگی :

۱) مجموعه معادلات تولید شده خطی را به صورت ماتریسی می‌نویسیم که برای جواب داشتن دترمینان ضرایب ماتریس صفر باشد و از صفر شدن دترمینان ضرایب ماتریس رابطه پاشندگی محاسبه می‌گردد

۲) با حذف متغیرها از مجموعه معادلات خطی شده به رابطه پاشندگی خواهیم رسید

استفاده از روش دوم :

$v_1 = \frac{e}{im\omega} E_1$

$\cancel{n_1 = \frac{K n_0 v_1}{\omega}}$ $\qquad n_1 = \frac{iK\varepsilon_0}{-e} E_1$

$\cancel{i}\omega n_1 = \cancel{i}K n_0 v_1$

$\omega \left(\frac{-i\cancel{K}\varepsilon_0}{e}\right)\cancel{E_1} = \cancel{K} n_0 \frac{e}{im\omega}\cancel{E_1}$

$\omega^2 = \frac{n_0 e^2}{m\varepsilon_0} \xrightarrow{\omega_p^2} \omega^2 = \omega_p^2 \rightarrow \omega = \pm \omega_p$

[illegible]

[illegible]

$\omega_p = \left(\frac{n_0 e^2}{m\varepsilon_0}\right)^{1/2}$

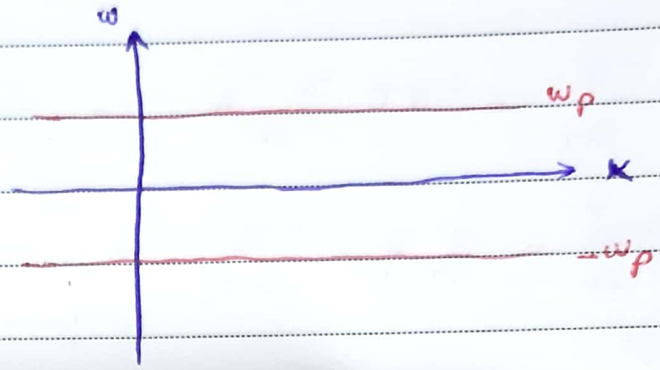
Subject:

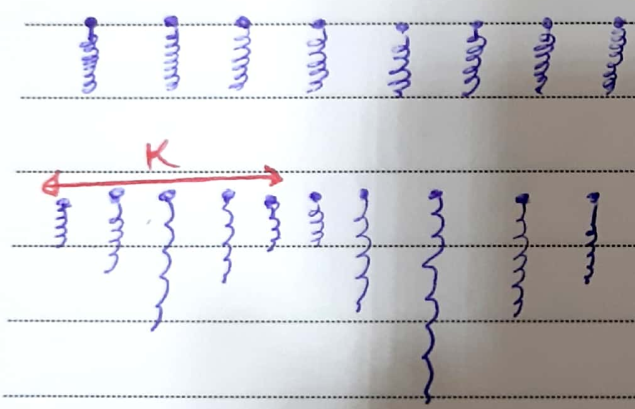
Year. Month. Date. ( )

$\omega = \pm \omega_p$

$v_g = \frac{\partial \omega}{\partial k} = 0$

بسامدهای زیر پلاسما منتشر شونده نیست





[illegible]

Subject:
Year. ۹۸ Month. ۲ Date. ۸ ( )

$$\frac{dv}{dt} = -\frac{e}{m}\vec{E} \longleftarrow \omega^2 = \omega_p^2 = \left(\frac{4\pi n_e e^2}{m}\right)$$

$$\omega^2 = \omega_p^2 = \left(\frac{n_e e^2}{m\varepsilon_0}\right)$$

امواج الکترونی پلاسما

$$F = -\nabla P$$

$$P = \gamma n K T$$

$$\nabla P = \gamma K T \nabla n$$

برای یک بعدی $\gamma = 3 \longrightarrow \nabla P = 3KT\nabla n$

$$\frac{\partial P}{\partial x} = 3KT \frac{\partial}{\partial x} n$$

(با خطی کردن معادله حرکت) $$\frac{\partial \vec{v}_1}{\partial t} = -\frac{e}{m}E_1 - \frac{\gamma K_B T_e}{m n_0}\nabla n_1$$

در یک بعد $$\frac{\partial v_1}{\partial t} = -\frac{e}{m}E_1 - \frac{3K_B T_e}{n_0 m}\frac{\partial n_1}{\partial x}$$

$$\frac{\partial n_1}{\partial t} + n_0\frac{\partial}{\partial x}v_1 = 0$$

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{E}_1 = -\frac{n_1 e}{\varepsilon_0}$$

$$\frac{\partial E_1}{\partial x} = \frac{-n_1 e}{\varepsilon_0}$$

$$\frac{\partial}{\partial t} = -i\omega \quad , \quad \frac{\partial}{\partial x} = iK \qquad \propto e^{-i\omega t + iKx}$$

$$-i\omega v_1 = \frac{e}{m}E_1 - \frac{3K_B T_e}{m n_0} iKn_1 \quad ۵$$

معادله‌ی حالت

$$-i\omega n_1 + iKn_0 v_1 = 0 \longrightarrow v_1 = \frac{\omega}{iKn_0}n_1 \quad ۶$$

$$iKE_1 = \frac{-n_1 e}{\varepsilon_0} \longrightarrow E_1 = \frac{i n_1 e}{K\varepsilon_0} \quad ۴$$

SAHEL

E_1 و v_1 و n_1 برای اینکه این مجموعه معادلات جواب داشته باشند باید دترمینان ضرایب آنها صفر شود.

$$①,② \rightarrow ③ \rightarrow i\omega\left(\frac{\omega}{K n_0} n_1\right) = \frac{e}{m}\left(\frac{i n_1 e}{K \varepsilon}\right) + \frac{3 K_B T_e}{m n_0} i K n_1$$

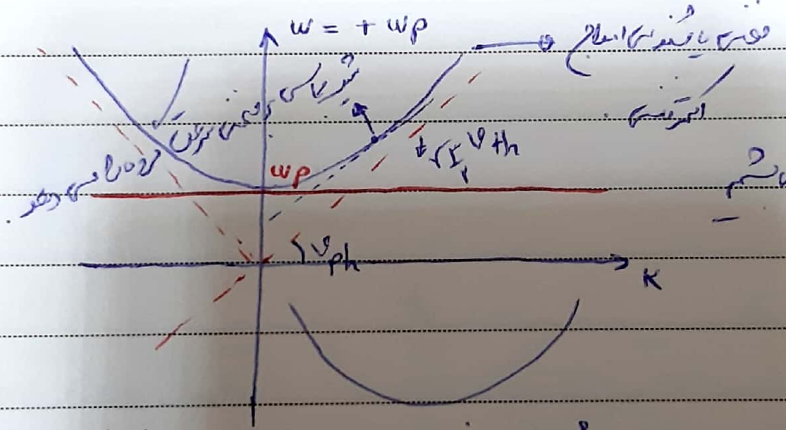
$$\frac{\omega^2}{K n_0} = \frac{e^2}{m K \varepsilon_0} + \frac{3 K_B T_e}{m n_0} K$$

$$\omega^2 = \frac{n_0 e^2}{m \varepsilon_0} + \frac{3 K_B T_e}{m} K^2$$

سرعت حرارتی ذرات $\frac{1}{2} m v_{th}^2 = K_B T_e \rightarrow \frac{K_B T_e}{m} = \frac{1}{2} v_{th}^2$

$$\omega_p^2 = \frac{n_0 e^2}{m \varepsilon_0}$$

رابطه پاشندگی برای امواج الکترونی $\rightarrow \omega^2 = \omega_p^2 + \frac{3}{2} v_{th}^2 K^2$



برای انتشار موج باید بیشتر از ω_p داشته باشیم

که مشتق ω ثابت و K است

در اینجا با توجه به اینکه ω^2 متناسب با K^2 است و مشتق ω نسبت به K (طول موج) ثابت صفر است پس

$$\omega^2 = \omega_p^2 + \frac{3}{2} v_{th}^2 K^2$$

انتشار خواهیم داشت.

بسیار بلند

در حد اعداد موج بسیار کوچک یا طول موج $K \rightarrow 0$ $\quad \omega^2 = \omega_p^2$ موج منتشر نمی شود.

در حد اعداد موج بسیار بزرگ $K \rightarrow \infty$ $\quad \omega^2 = \frac{3}{2} v_{th}^2 K^2$

و طول موج بسیار کوچک

$$\omega = \sqrt{\frac{3}{4}}\, v_{th} K$$

سرعت حرارتی ذرات عامل انتشار موج است.

$$y_c = a(x_c - x_1) + y_1$$

$$a = \frac{y_c - y_1}{x_c - x_1} = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

$$a = \frac{\Delta \omega}{\Delta k} = \frac{\partial \omega}{\partial k} = v_g$$

درحوزه فرکانس‌های پایین‌تر:

امواج صوتی‌ها:

امواج صوتی که در یک سیال جاری‌اند: (حرکت درون لوله‌ها)

فرمول‌بندی یک موج صوتی:

$$mn\left(\frac{\partial v}{\partial t} + v\frac{\partial v}{\partial x}\right) = F$$

$$\rho\left(\frac{\partial v}{\partial t} + v\frac{\partial v}{\partial x}\right) = -\frac{\partial P}{\cancel{n}}$$

$$\rho = \rho_0 + \rho_1$$

$$v = v_0 + v_1$$

$$P = P_0 + P_1$$

حالت خطی‌شده معادله

مقادیر ثابت و نوسانی را در معادله جایگزین:

$$(\rho_0 + \rho_1)\left(\frac{\partial}{\partial t}(v_0 + v_1) + (v_0 + v_1)\frac{\partial (v_0 + v_1)}{\partial t}\right) = -\cancel{\frac{1}{n}}\frac{\partial}{\partial x}(P_0 + P_1)$$

$$(\rho_0 + \rho_1)\left(\underbrace{\frac{\partial v_0}{\partial t}}_{0} + \frac{\partial v_1}{\partial t} + \underbrace{v_0\frac{\partial v_0}{\partial t}}_{0} + \underbrace{v_0\frac{\partial v_0}{\partial x}}_{0} + \underbrace{v_1\frac{\partial v_1}{\partial x}}_{0} + v_0\frac{\partial v_1}{\partial x}\right) =$$

$$-\cancel{\frac{1}{n}}\underbrace{\frac{\partial P_0}{\partial x}}_{0} - \cancel{\frac{1}{n}}\frac{\partial P_1}{\partial x}$$

حذف می‌شوند چون مرتبه دوم‌اند

$$\rho_0\frac{\partial v_1}{\partial t} + \underbrace{\rho_0 v_0}_{}\frac{\partial v_1}{\partial x} = -\cancel{\frac{1}{n}}\frac{\partial P_1}{\partial x} \longrightarrow \rho_0\frac{\partial v_1}{\partial t} = -\cancel{\frac{1}{n}}\frac{\partial P_1}{\partial x}$$

چون ترم تقاطعی سیال صفر است

$$\frac{\partial v_1}{\partial t} = -\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial P_1}{\partial x}$$

$$\frac{\partial P_1}{\partial t} + \rho_0 \frac{\partial v_1}{\partial x} = 0$$

P_1 ، ρ_1 ، v_1 مجهولات

تعداد معادلات ۲ عدد

معادله حالت $\quad P = C_s \rho^{\gamma} \longrightarrow \frac{\partial P}{\partial x} = C_s \gamma \rho^{\gamma - 1} \frac{\partial \rho}{\partial x}$

معادله سوم

$$\frac{\partial P}{\partial x} = \frac{\gamma C \rho^{\gamma}}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial x} = \frac{\gamma P}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial x}$$

$$\frac{\partial P}{\partial x} = \underbrace{\frac{\gamma P_0}{\rho_0}}_{C_s^2} \frac{\partial \rho}{\partial x}$$

$$\boxed{\frac{\partial P_1}{\partial x} = C_s^2 \frac{\partial \rho_1}{\partial x}}$$

$$\frac{\partial v_1}{\partial t} = -\frac{1}{\rho_0} C_s^2 \frac{\partial \rho_1}{\partial x}$$

$$\frac{\partial \rho_1}{\partial t} + \rho_0 \frac{\partial v_1}{\partial x} = 0$$

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} &= -i\omega \\ \frac{\partial}{\partial x} &= iK \end{aligned}\right\} \longrightarrow -i\omega v_1 = -\frac{1}{\rho_0} C_s^2 iK\rho_1$$

$$-i\omega \rho_1 + \rho_0 iK v_1 = 0 \longrightarrow v_1 = \frac{\omega}{K\rho_0}\rho_1$$

$$\frac{\omega^2 \rho_1}{K\rho_0} = \frac{K}{\rho_0} C_s^2 \rho_1 \longrightarrow \omega^2 = K^2 C_s^2$$

SAHEL

$$\longrightarrow \omega^2 = C_s^2 K^2 \longrightarrow C_s^2 = \frac{\gamma P_0}{\rho_0}$$

$$\omega = \pm C_s K$$

$$\frac{\partial \omega}{\partial K} = C_s = v_g$$

$$\frac{\omega}{K} = C_s = v_{ph}$$

$$v_{ph} = v_g$$

از جلسه عکس بگیرم ننوشتم

* نوسانات الکترواستاتیک عمود بر B_0

عمود: $\vec{K} \perp \vec{B}_0$

موازی: $\vec{K} \parallel \vec{B}_0$

طولی: $\vec{K} \parallel \vec{E}$ حالت الکترواستاتیک $\nabla \times E = 0$ موازی بودن این را نشان می‌دهد

عرضی: B_0 چه وجود داشته باشد و چه نه موج الکترومغناطیسی است $\vec{K}$ و $\vec{E}$ بردار موج عمود بر هم است تا بتواند $\vec{E}_1$ داشته باشد

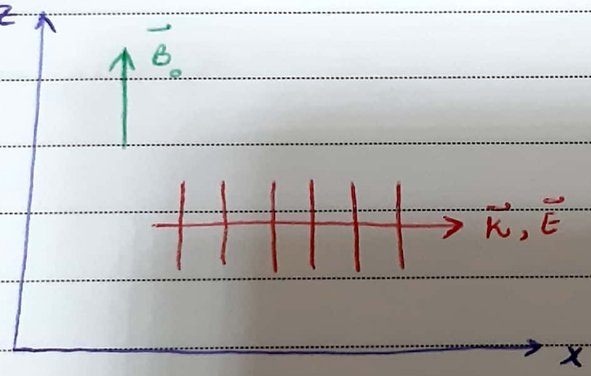
$$\nabla \times E = -\frac{\partial B}{c\,\partial t}$$

* ۱) $\vec{K} \perp \vec{B}_0$

$\vec{B} = B_0 \hat{z}$

$\vec{K} = K\hat{x}$

$E = E\hat{x}$



۲) $\vec{K} \parallel \vec{E}$ امواج طولی

$K_y = K_z = 0 \qquad E_y = E_z = 0$

۳) از حرکت حرارتی دما صرف نظر می‌کنیم $KT_e = 0$

۴) فرکانس بالاست

۵) یونها به دلیل سنگینی حرکت نمی‌کنند.

Subject:
Year. Month. Date. ( )

$$mn\left(\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \vec{u}\cdot\vec{\nabla}\vec{u}\right) = -en\left(\vec{E} + \vec{v}\times\vec{B}\right)$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \vec{\nabla}\cdot n\vec{v} = 0$$

$$\varepsilon_0\,\vec{\nabla}\cdot\vec{E} = -e\left(n_e - n_i\right)$$

روش خطی سازی :

شرایط : n_0 و B_0 ثابت هستند

$|\vec{E}_0|$ و $|\vec{V}_0|$ صفر هستند

$$n = n_0 + n_1 \qquad n_{e0} = n_{i0} = n_0$$

$$\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}_1$$

$$\vec{v} = \vec{v}_1$$

$$\vec{E} = \vec{E}_1$$

بعد از خطی سازی فقط مرتبه اول ها باقی میمانند

$$\cancel{n_0}\frac{\partial \vec{v}_1}{\partial t} = -\frac{e}{m}\left(\vec{E}_1 + \vec{v}_1\times\vec{B}_0\right)$$

$$\frac{\partial n_1}{\partial t} + \vec{\nabla}\cdot n_0\vec{v}_1 = 0$$

$$\varepsilon_0\,\vec{\nabla}\cdot\vec{E}_1 = -en_{e1}$$

با توجه به شرایط حاصل دو طرف برده شده

$$\vec{\nabla} = ik\hat{x} \qquad e^{i\vec{k}\cdot\vec{r} - i\omega t}$$

$$\frac{\partial}{\partial t} = -i\omega \qquad e^{ikx - i\omega t}$$

Subject:

Year. Month. Date. ( )

$$-i\omega \vec{v}_1 = -\frac{e}{m}\left(\vec{E}_1 + \vec{v}_1 \times \vec{B}_0\right)$$

$$x:\ i\omega v_{1x} = \frac{e}{m} E + \frac{e}{m} v_{1y} B_0$$

$$x:\ v_{1y} B_z - \cancel{B_y} v_z$$

$$y:\ i\omega v_{1y} = 0 - \frac{e}{m} v_{1x} B_0$$

$$z:\ i\omega v_{1z} = 0 \rightarrow v_{1z} = 0$$

$$v_{1x} = \frac{-ie}{m\omega} E - \frac{ie\underbrace{B_0}_{\omega_c}}{m\omega} v_{1y}$$

$$v_{1y} = i\frac{\overbrace{eB_0}^{\omega_c}}{m\omega} v_{1x}$$

$$v_{1x} = -i\frac{e}{m\omega} E - i\frac{\omega_c}{\omega} v_{1y}$$

$$v_{1y} = i\frac{\omega_c}{\omega} v_{1x}$$

معادلات پیوستگی $\rightarrow$

$$\left.\begin{aligned} v_{1x} &= \frac{-ie}{m\omega} E_1 - \frac{i\omega_c}{\omega} v_{1y} \\ v_{1y} &= \frac{+i\omega_c}{\omega} v_{1x} \\ -i\omega n_1 &= -iKn_0 v_{1x} \\ iK\varepsilon_0 E_1 &= -n_1 e \end{aligned}\right\}$$

$$v_{1y},\ v_{1x},\ n_1,\ E_1$$

Subject:

Year. Month. Date. ( )

معادلات حل شده را به فرم ماتریسی می‌نویسیم.

اول ـ سطر عوض کرد

$$\underbrace{\begin{bmatrix} 1 & \frac{i\omega_c}{\omega} & 0 & \frac{ie}{m\omega} \\ -\frac{i\omega_c}{\omega} & 1 & 0 & 0 \\ -kn_0 & 0 & \omega & 0 \\ 0 & 0 & e & ik\varepsilon_0 \end{bmatrix}}_{D} \begin{bmatrix} v_{1x} \\ v_{1y} \\ n_1 \\ E_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

با شرط یافتن پاسخ غیر صفر دترمینان ماتریس D را صفر قرار می‌دهیم

$$\begin{vmatrix} -\frac{i\omega_c}{\omega} & 1 & 0 & 0 \\ 1 & \frac{i\omega_c}{\omega} & 0 & \frac{ie}{m\omega} \\ -kn_0 & 0 & \omega & 0 \\ 0 & 0 & e & ik\varepsilon_0 \end{vmatrix} = 0$$

$$-\frac{i\omega_c}{\omega}\left[\frac{i\omega_c}{\omega}(ik\varepsilon_0\omega) + \frac{ie}{m\omega}\times 0\right]$$

بسط سطر دوم با منفی طرح

$$-1\left(1(ik\varepsilon_0\omega) + \frac{ie}{m\omega}(-kn_0e)\right)\Big] = 0$$

$$\cancel{i}\frac{\omega_c^2}{\omega}\cancel{ik\varepsilon_0} - \cancel{ik\varepsilon_0}\omega + \frac{\cancel{i}n_0e^2\cancel{k}}{m\omega} = 0$$

SAHEL

$$\omega_c^2 - \omega^2 + \underbrace{\frac{n_0e^2}{m\varepsilon_0}}_{\omega_p^2} = 0$$

$$w^2 = w_c^2 + w_p^2 = w_h^2$$

فرکانس دورگه‌ها

① امواج الکترواستاتیک الکترونی در عمود B دارای فرکانس دورگه بالا هستند.

② امواج در طول B همان نوسانات پلاسما را دارند.

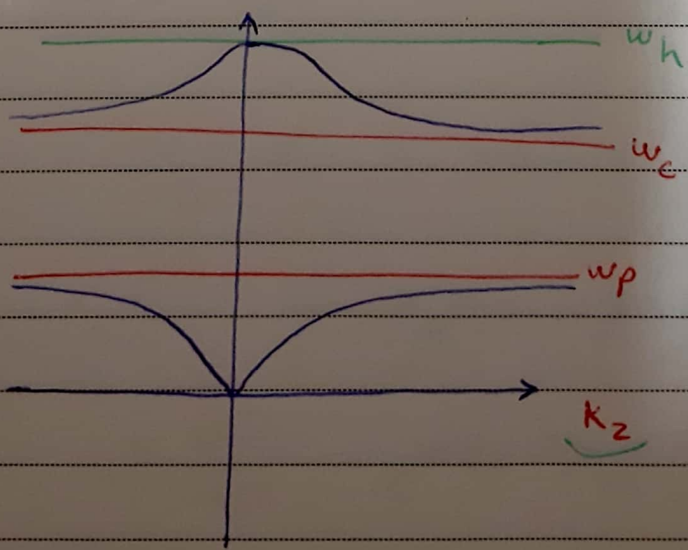
① نوسانات پلاسمایی : $B \to 0$

② شعاع لارمور : $w_p \to 0$

فرکانس نوسانات سیکلوترونی دارم

③ سرعت گروه منفی است.

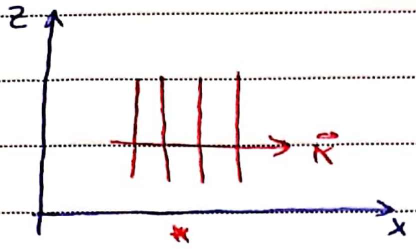
$w_p < w_c$



در K_z های بزرگ امواج موازی B

منتشر می‌شوند.

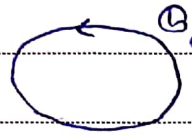
نوسانات الکتروستاتیک یونی عمود بر $\vec{B}$



۱) $K \perp B$ بنابراین $\vec{K}\cdot\vec{B}=0$

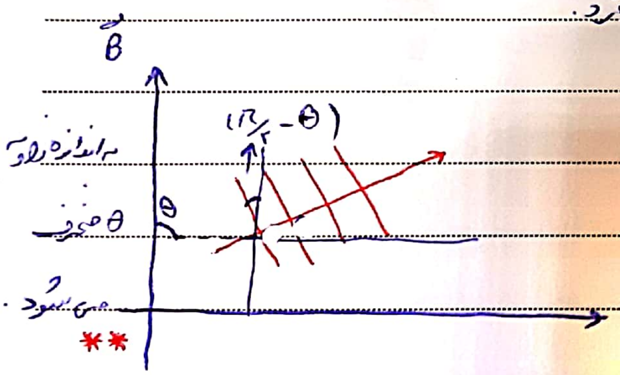
۲) سؤال: در این حالت امواج یونی صوتی چگونه منتشر می‌شوند.

زیرا اگر $\vec{K}$ و $\vec{B}$ دقیقاً عمود بر هم باشند، چون شعاع لارمور الکترون‌ها بسیار کوچک است



* در راستای y یک سرعت V_E داریم

است عملاً نمی‌توانند دنبال یون‌ها حرکت کرده و خنثی بودن سیستم را حفظ کنند. در این حالت تابع توزیع الکترون‌ها دیگر ماکسولی نیست و نمی‌توان از توزیع ماکسولی برای الکترون‌ها استفاده کرد.



** در این حالت الکترون‌ها در راستای z می‌توانند حرکت کنند و خنثی بودن را حفظ کنند. در این حالت تابع توزیع ماکسولی است.

$$M\frac{\partial \vec{v}_i}{\partial t} = -e\vec{\nabla}\varphi_1 + e\vec{v}_{i1}\times\vec{B}_0$$

$$-i\omega M v_{ix} = -eik\varphi_1 + e v_{iy} B_0$$

فرکانس سیکلوترونی یون‌ها.

$$-i\omega M v_{iy} = -e v_{ix} B_0 \rightarrow v_{iy} = -i\underbrace{\frac{eB_0}{M\omega}}_{\Omega_c} v_{ix}$$

$$v_{iy} = -i\frac{\Omega_c}{\omega} v_{ix}$$

$$-i\omega M v_{ix} = eiK\varphi_1 + eB_0 \left(\frac{-i\Omega_c}{\omega}\right) v_{ix}$$

$$v_{ix} = \frac{eK}{\omega M}\varphi_1 + i\overbrace{\frac{eB_0}{M}}^{\Omega_c}\frac{1}{\omega}\left(-\frac{i\Omega_c}{\omega}\right) v_{ix}$$

$$v_{ix} = \frac{e}{M}\frac{K}{\omega}\varphi_1 + \frac{\Omega_c^2}{\omega^2} v_{ix} \rightarrow \left(1-\frac{\Omega_c^2}{\omega^2}\right) v_{ix} = \frac{e}{M}\frac{K}{\omega}\varphi_1$$

$$\rightarrow v_{ix} = \frac{eK}{M\omega}\varphi_1\left(1-\frac{\Omega_c^2}{\omega^2}\right)^{-1}$$

$$v_{ix} = \frac{eK}{M\omega}\varphi_1\left(1-\frac{\Omega_c^2}{\omega^2}\right)^{-1}$$

$$v_{iy} = \frac{-i\Omega_c}{\omega^2}\frac{Ke}{m}\varphi_1\left(1-\frac{\Omega_c^2}{\omega^2}\right)^{-1}$$

از معادله‌ی پیوستگی خواهیم داشت:

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} + \vec{\nabla}\cdot n\vec{v} = 0$$

$$-i\omega n_1 + iKn_0 v_{ix} = 0$$

$$n_{i1} = \frac{n_0 K}{\omega} v_{ix}$$

$$n_{i1} = \frac{n_0 K}{\omega} v_{ix}$$

$$\frac{n_{e1}}{n_0} = \frac{e\varphi_1}{K_B T_e}$$ از توزیع بولتزمن

$$n_{e1} = n_{i1}$$

$$\rightarrow \omega^2 - \Omega_c^2 = K^2 \frac{K_B T_e}{M} \quad v_s^2$$

$$\omega^2 = \Omega_c^2 + K^2 v_s^2 \rightarrow$$ امواج یونی الکترواستاتیک

چرا فرکانس بالای یونی؟ یون‌ها در حال حرکت هستند

Subject:

Year. Month. Date. ( )

۱) اگر طولها بر هم عمود باشند.

$$V_{ix} = \frac{eK}{M\omega}\varphi_1\left(1-\frac{\Omega_c^2}{\omega^2}\right)^{-1}$$

$$V_{ex} = \frac{eK}{m\omega}\varphi_1\left(1-\frac{\omega_c^2}{\omega^2}\right)^{-1}$$

$$\longrightarrow \frac{1}{M}\left(1-\frac{\Omega_c^2}{\omega^2}\right)^{-1} = \frac{-1}{m}\left(1-\frac{\omega_c^2}{\omega^2}\right)^{-1}$$

$$M\left(1-\frac{\Omega_c^2}{\omega^2}\right) = -m\left(1-\frac{\omega_c^2}{\omega^2}\right)$$

$$n_{i1} = \frac{n_0 K}{\omega} V_{ix}$$

$$\omega^2 = \frac{e^2B^2}{Mm} = \Omega_c\omega_c$$

$$n_{e1} = \frac{n_0 K}{\omega} V_{ex}$$

$$\omega = \sqrt{\Omega_c\omega_c} = \omega_L$$

[illegible]

$$\underbrace{n_{e1} = n_{i1}}_{} \longrightarrow V_{ix} = V_{ex}$$

تقریب پلاسمایی

اگر از تقریب پلاسمایی شروع $\longrightarrow \epsilon_0\vec{\nabla}\cdot\vec{E} = (n_i - n_e)e$

اثبات کنید ترکیب $\longrightarrow \dfrac{1}{\omega_L^2} = \dfrac{1}{\omega_c\Omega_c} + \dfrac{1}{\Omega_c^2 p}$

[illegible]: