شماره ثبت: ۳۶۰۴۴۰۳
تاریخ: ۷۸/۲/۲۲

هندسه، نسبیت
و
بعد چهارم

نوشتهٔ
رودلف راکر
گروه ریاضی، دانشگاه ایالتی نیویورک

ترجمهٔ
یوسف امیرارجمند

انتشارات انجمن فیزیک ایران

راکر، رودلف، ۱۹۴۶ Rucker, Rudolf v.B., 1946
هندسه، نسبیت و بعد چهارم/ نویسنده رودلف راکر؛
مترجم، یوسف امیرارجمند. تهران: انجمن فیزیک ایران، ۱۳۷٤

عنوان اصلی:
Geometry, Relativity and the Fourth Dimension

کتابنامه
۱. بعد چهارم ۲. هندسهٔ غیراقلیدسی ۳. نسبیت (فیزیک)
الف. امیرارجمند، یوسف مترجم. ب. عنوان.
QA ٦٩٩ ۵۱٦/۱۸۲

Geometry, Relativity
and the Fourth Dimension
Rudolf v. B. Rucker

هندسه، نسبیت و بعد چهارم
نویسنده : رودلف راکر
ترجمهٔ : یوسف امیرارجمند
ویراستار : محمدابراهیم ابوکاظمی

حروفچینی : انتشارات انجمن فیزیك ایران
صفحه آرا : سهیلا شمس‌الله
لیتوگرافی: نقش
چاپ و صحافی: نیل
تیراژ : ۳۰۰۰
چاپ اول : تابستان ۱۳۷۴

فهرست

عنوان	صفحه
پیشگفتار	۵
فصل اول ـ بعد چهارم	۷
فصل دوم ـ هندسه نااقلیدسی	۳۰
فصل سوم ـ فضای خمیده	۵۷
فصل چهارم ـ زمان به مثابه بعد بالاتر	۸۶
فصل پنجم ـ نسبیت خاص	۱۰۱
فصل ششم ـ سفر زمانی	۱۳۵
فصل هفتم ـ شکل فضا ـ زمان	۱۴۶
فصل هشتم ـ خاتمه	۱۷۰

پیشگفتار

این کتاب دربارهٔ بعد چهارم و ساختار عالم نوشته شده‌است. هدف من، ارائهٔ تصویر شهودی از فضا زمان خمیده‌ای است که در آن زندگی می کنیم. برای موضوعهای مختلفی که در اینجا آورده‌ام کتابهای جداگانه خوبی وجود دارد. ولی، تاکنون همهٔ آنها را به‌صورت یکپارچه و ملموس ارائه نکرده‌اند. سالهای زیادی در پی چنین کتابی بودم، ولی چون چیزی نیافتم، خودم آن را نوشتم.

هندسه، نسبیت و بعد چهارم به این امید نوشته شده‌است که هر شخص علاقه مندی بتواند از آن استفاده کند. به‌خواننده‌ای که از سر تفنن می‌خواهد این کتاب را بخواند، سفارش می کنم از آن چند بخشی که خیلی ریاضی به نظر می‌رسند با مرور کوتاهی بگذرد. به‌هر حال، این کتاب در سطحی بالاتر از استاندارد کتابهای عمومی نوشته شده‌است. مقدار زیادی مطالب بدیع در آن گردآوری شده‌است، به‌طوری که ریاضیدانان و فیزیکدانان با تجربه هم در آن با نوآوریهای غیرمنتظره‌ای روبه‌رو خواهند شد.

رودلف روکر

۱

بعد چهارم

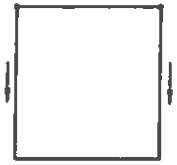
ما در فضای ۳ بعدی زندگی می کنیم. یعنی، حرکت در فضای ما سه درجهٔ آزادی دارد- نه کمتر و نه بیشتر. به‌عبارت دیگر، ما سه راستای حرکت داریم که دو به دو بر یکدیگر عمودند (چپ / راست، جلو / عقب، بالا / پایین). از ترکیب این سه نوع حرکت می توان به هر نقطه از فضا دست یافت (مثلاً، «در حدود ۲۰۰ قدم مستقیم به‌طرف رودخانه بروید و سپس حدود ۵۰ قدم به‌طرف راست بروید تا به یك درخت بزرگ بلوط برسید. به‌اندازهٔ تقریباً ۵ متر از درخت بالا بروید؛ من در آنجا منتظر شما هستم.») معمولاً حرکت در راستای بالا / پایین برای ما مشکل است؛ فضا برای یك پرنده یا یك ماهی بیشتر ۳ بعدی است تا برای ما. از طرف دیگر، فضا برای اتومبیلی که در یك جادهٔ دو طرفه حرکت می کند اساساً ۱ بعدی است و برای یك سورتمهٔ روی برف یا اتومبیلی که در یك پارکینگ به‌دنبال جای خالی می گردد اساساً ۲ بعدی است.

چگونه بعد چهارم می تواند وجود داشته باشد، یعنی راستایی وجود

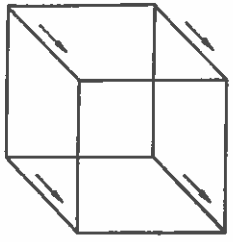
داشته باشد که بر تمام راستاهایی که ما می توانیم در فضای ۳ بعدیمان نشان دهیم عمود باشد؟ برای اینکه بهتر بفهمیم معنای «بعد چهارم» چه می تواند باشد، مراحل متوالی زیر را در نظر می گیریم:

یك نقطهٔ صفر بعدی را در نظر می گیریم (شکل ۱). نقطه را به اندازهٔ یك واحد به سمت راست حرکت می دهیم (این کار، یك پاره خط ۱ بعدی به وجود می آورد، شکل ۲). این پاره خط را به اندازهٔ یك واحد به طرف پایین حرکت می دهیم (این کار، با رسم خطوطی که پاره خطهای قدیم و جدید را به یکدیگر وصل می کنند یك مربع ۲ بعدی تولید می کند، شکل ۳). مربع را به اندازهٔ یك واحد به سمت جلو، خارج از کاغذ، حرکت می دهیم تا یك مکعب ۳ بعدی تولید شود (شکل ۴).

شکل ۱



شکل ۲



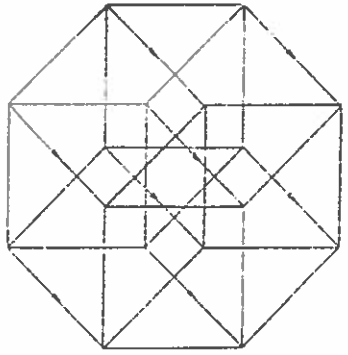
شکل ۳

شکل ۴

توجه داشته باشید که ما نمی توانیم واقعاً یك مکعب ۳ بعدی روی این ورق کاغذ ۲ بعدی ترسیم کنیم. ما بعد سوّم را به کمك خطی که نسبت به ابعاد چپ/ راست و بالا/ پایین مورّب است (به جای اینکه عمود باشد) نمایش می دهیم. هنوز چیزی راجع به بعد چهارم نمی دانیم؛ اما آیا واقعاً نمی توانیم سعی کنیم این بعد را روی کاغذ با راستایی نشان دهیم که عمود بر آن راستای مورّبی است که به کمك آن بعد سوّم را نمایش دادیم؟

اگر این کار را بکنیم، دنبالهٔ کارمان را می توانیم بگیریم و مکعب را

به اندازهٔ یك واحد در راستای بعد چهارم حرکت بدهیم و یك اَبَرمکعب ۴ بعدی تولید کنیم (شکل ۵).



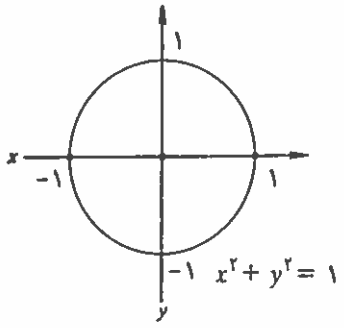
شکل ۵

این طرح اَبَرمکعب را از یك کتاب کوچك چاپ سال ۱۹۱۳، به نام مقدماتی دربارهٔ فضای برتر تألیف کلود براگدون نقل کرده ایم. او معماری بوده است که این طرح و طرحهای ۴ بعدی دیگری را در ساختمانهایی نظیر ساختمان اتاق بازرگانی روچستر به کار گرفته است.

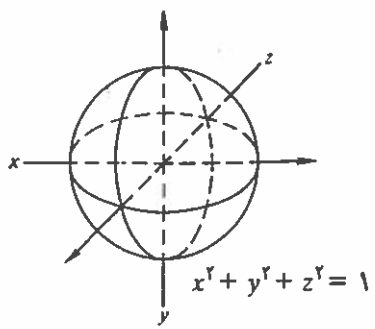
می توان به همین ترتیب کره هایی با ابعاد مختلف تصور کرد. یك کره به وسیلهٔ مرکز و شعاع آن تعیین می شود؛ بدین ترتیب کره ای به مرکز ۰ و شعاع ۱ عبارت است از مجموعهٔ تمام نقاط P به طوری که فاصلهٔ بین ۰ و P برابر ۱ باشد. این تعریف به تعداد ابعادی که فضا دارد، بستگی ندارد. چیزی به نام کرهٔ صفر بعدی به شعاع ۱ وجود ندارد، زیرا فضای صفر بعدی فقط دارای یك نقطه است. یك کرهٔ ۱ بعدی به شعاع ۱ حول ۰ متشکل است از دو نقطه (شکل ۶).

یك کرهٔ ۲ بعدی به شعاع ۱ را می توان با شکل ۷ در صفحهٔ xy نشان داد. یك کرهٔ ۳ بعدی به شعاع ۱ در دستگاه مختصات xyz شبیه شکل ۸ است.

شکل ۶



شکل ۷



شکل ۸

گرچه به قیاس می توانیم بگوییم که یك کرهٔ ۴ بعدی (ابر کره) در دستگاه $xyzt$ عبارت است از مجموعهٔ چهارتاییهای (x, y, z, t) به طوری که $x^2 + y^2 + z^2 + t^2 = ۱$ ، اما نمی توانیم بگوییم تصویر ذهنی خیلی خوبی از اَبَرکره در دست داریم. جالب توجه اینکه، آنالیز ریاضی به تصویر احتیاج ندارد و ما واقعاً با استفاده از حساب دیفرانسیل و انتگرال می توانیم بدست آوریم که چه مقدار فضای ۴ بعدی درون اَبَرکره‌ای به شعاع r جای گرفته است.

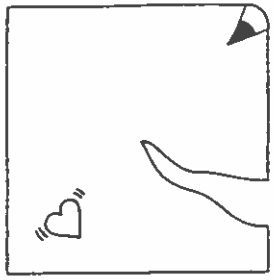
فضای ۱ بعدی داخل یك کرهٔ ۱ بعدی به شعاع r عبارت است از طول $۲r$

فضای ۲ بعدی داخل یك کرهٔ ۲ بعدی به شعاع r عبارت است از مساحت πr^2

فضای ۳ بعدی داخل یك کرهٔ ۳ بعدی به شعاع r عبارت است از حجم $\frac{4}{3}\pi r^3$

فضای ۴ بعدی داخل یك کرهٔ ۴ بعدی به شعاع r عبارت است اَبَرحجم $\frac{1}{2}\pi^2 r^4$

یکی از مؤثرترین روشها برای تصور کردن بعد چهارم روش تشبیه است، یعنی وقتی که سعی می کنیم، یك شیء ۴ بعدی را به تصویر درآوریم بد نیست به کوششهای یك موجود ۲ بعدی توجه کنیم که می خواهد یك شیء ۳ بعدی را برای خود تجسّم کند. این کار خیلی به ما کمك خواهد کرد. آن موجود ۲ بعدی را، که کوششهایش در این کار مورد نظر ماست، آقای مربع می نامیم و فرض می کنیم که ایشان در سرزمین «تخت آباد» زندگی می کند. (شکل ۹).

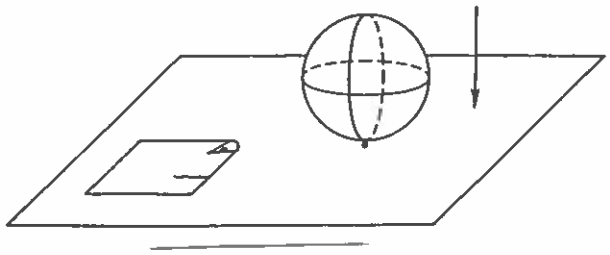


شکل ۹

آقای مربع ابتدا در کتاب فلاتلند (*Flatland*)، به اصطلاح ما تخت‌آباد، ظاهر شد، که ادوین آبوت در حدود سال ۱۸۸۴ نوشته بود. معلوم نیست که آیا آبوت واقعاً ابداع کنندهٔ این شیوهٔ پرورش درك شهودی از بعد چهارم بوده‌است یا دیگری؛ تمثیل غار افلاطون را می توان اولین اشاره بر مفهوم «تخت آباد» دانست.

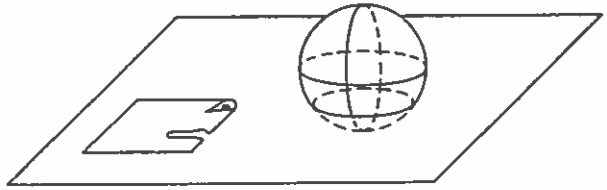
آقای مربع می تواند به طرف بالا/ پایین یا چپ/ راست و یا در هر راستایی که ترکیبی از این دو نوع حرکت باشد حرکت کند. او از وجود هر گونه بعد دیگری، غیر از ۲ بعدی که می شناسد، کاملاً بی خبر است و وقتی که آقای کره شبی از راه می رسد تا آقای مربع را با بعد سوّم آشنا کند، این کار را دشوار می یابد.

اولین کاری که آقای کره انجام داد این بود که مستقیماً از فضا وارد اتاق کار آقای مربع شد. وقتی که آقای کره اولین تماس را با مقطع ۲ بعدی فضای ۳ بعدی خود که همان تخت‌آباد باشد برقرار کرد. چیزی که آقای مربع دید یك نقطه بود (شکل ۱۰).



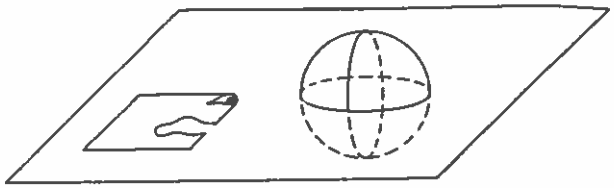
شکل ۱۰

در حینی که آقای کره به‌حرکت خود ادامه می‌داد، نقطه رشد کرد و به یك دایرهٔ کوچك تبدیل شد (شکل ۱۱). دایره کم‌کم بزرگتر شد (شکل ۱۲) و سپس کوچك شد (شکل ۱۳) و سرانجام جمع شد و دوباره به‌صورت یك نقطه درآمد (شکل ۱۴)، بعد هم ناپدید شد.

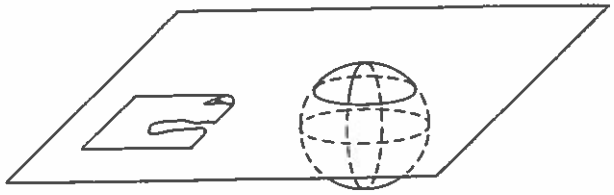


شکل ۱۱

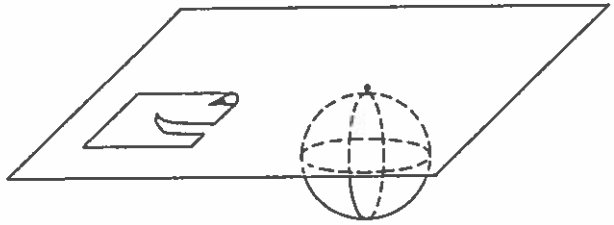
تعبیر آقای مربع از این رویداد این بود که «این موجود اصلاً نباید یك دایره باشد بلکه باید یك شعبده‌باز بسیار تردست باشد». شما چه می‌گفتید



شکل ۱۲



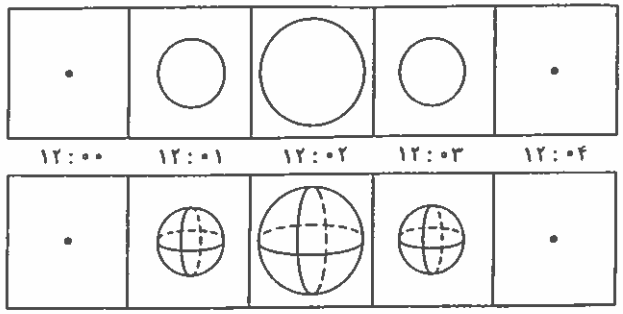
شکل ۱۳



شکل ۱۴

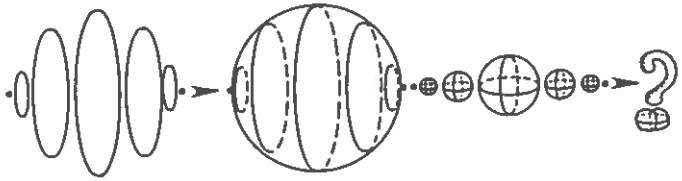
اگر صدای شَبَحی می‌گفت، «من آقای اَبَرکره هستم. من چیزهایی در مورد بعد چهارم به‌شما خواهم آموخت و به‌این منظور هم اکنون از فضای شما خواهم گذشت»، و سپس نقطه‌ای را می‌دیدید که کم‌کم متورّم می‌شد، بعد به یك کرهٔ بزرگ تبدیل می‌شد آنگاه، کوچك می‌شد و دوباره به یك نقطه می‌رسید و در یك چشم بر هم‌زدن با پوزخند از عرصهٔ وجود خارج می‌شد ما می‌توانیم تجربهٔ آقای مربع و تجربهٔ شما را، به‌صورت دو مجموعهٔ نقاشی

متحرك یکی بالای دیگری، باهم مقایسه کنیم (شکل ۱۵).



شکل ۱۵

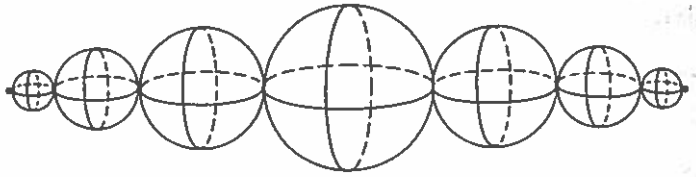
تفاوت بین این‌دو تجربه در این است که ما بسادگی می‌دانیم چگونه باید دایره‌ها را در بعد سوّم روی‌هم قرارداد تا تبدیل به یك کره شوند، در صورتی که بهیچوجه واضح نیست که چگونه باید کره‌ها را در بعد چهارم روی‌هم قرار داد تا یك اَبَرکره به‌وجود آید (شکل ۱۶).



شکل ۱۶

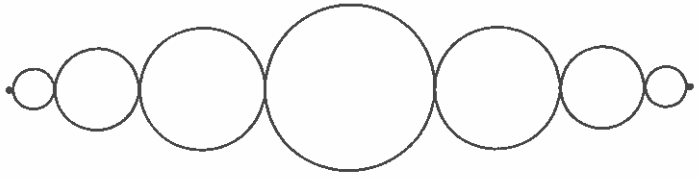
مع‌هذا می‌توانیم برخی طریقه‌های ممکن را در نظر بگیریم. یکی از آنها این است که ممکن‌است کره‌ها را مانند دانه‌های مروارید نخ شده به‌خط کنیم و یك اَبَرکره شبیه به‌شکل ۱۷ به‌وجود آوریم.

می بینیم که این پیشنهاد ابلهانه‌است زیرا اگر دایره‌ها را مانند شکل ۱۸



شکل ۱۷

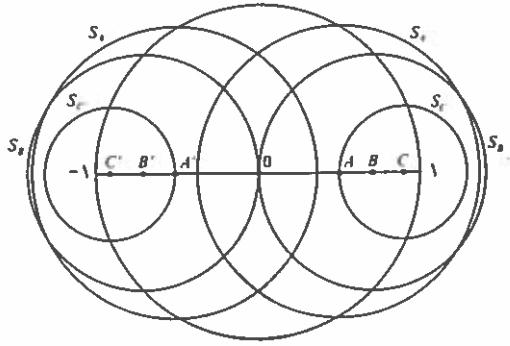
به‌خط کنیم، مسلماً یك کره به‌دست نمی آوریم بلکه فقط نوعی طرح ۲ بعدی عایدمان می‌شود. همین‌طور به‌خط کردن یك رشته مروارید تنها یك جسم ۳ بعدی به‌دست می‌دهد در صورتی که ما به‌دنبال یك شیء ۴ بعدی هستیم. اِشکال دیگری که بر مدل رشتهٔ مروارید وارد است ناپیوستگی آن‌است، یعنی به‌جای اینکه متشکل از مجموعه‌ای نامتناهی از کره‌ها باشد دارای تعدادی متناهی کره‌است. اِشکال آخری هم این‌است که در این ترسیم شعاع کره‌های «رشته» به‌طور علمی تعیین نشده‌اند.



شکل ۱۸

بیایید اِشکال آخری را دقیقتر بررسی کنیم. به‌نظر معقول می آید که طول «رشته» باید با قطر بزرگترین کره برابر باشد. نکته در اینجاست که کره‌ای داریم که در امتداد این طول حرکت می کند، ابتدا به‌صورت یك نقطه‌است و سپس آنقدر باد می کند تا به‌اندازهٔ بزرگترین کره می‌رسد و از آن به‌بعد آنقدر کوچك می‌شود تا باز تبدیل به‌یك نقطه می گردد. برای

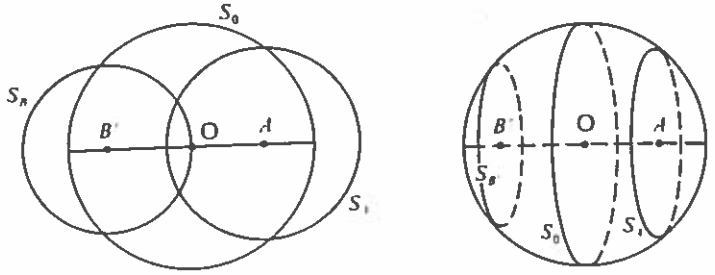
تجسّم این وضع، بدواً دربارهٔ تبدیل یك کره ۳ بعدی به یك شکل ۲ بعدی اندکی بحث می‌کنیم. فرض کنید کره‌ای را برش می‌دهیم و به بینهایت دایره تقسیم می‌کنیم. سپس فرض کنید که هر یك از این دایره‌ها همزمان حول قطرهای قائم‌شان به‌اندازهٔ ۹۰° چرخانده شود. بدین ترتیب کره به یك شکل ۲ بعدی تبدیل خواهد شد که از تعداد بینهایت دایرهٔ روی هم افتاده تشکیل شده‌است. این فرایند را می‌توان با کِرکِره‌ای مقایسه کرد که وقتی بند آن را می‌کشند تمام اجزای آن از وضعیت افقی به وضعیت قائم در می‌آیند. شکل ۲ بعدی حاصل شبیه شکل ۱۹ است.



شکل ۱۹

توجه کنید که شعاع هریك از دوایر متعلق به‌این «کِرکِرهٔ بستهٔ» کرهٔ ۳ بعدی، برابر است با فاصلهٔ عمودی بین مرکز آن و S_0، یعنی دایره‌ای که شعاعش برابر شعاع کرهٔ ۳ بعدی‌است (شکل ۲۰).

اکنون اگر شکل ۱۹ را در نظر بگیرید به‌جای هر کدام از دایره‌های آن کره‌ای قرار دهید، چیزی به‌دست خواهید آورد که از بینهایت کرهٔ توخالی ۳ بعدی ساخته شده‌است. به‌خاطر داشته باشید روشی که به کمك آن شکل ۲ بعدی (سطحی که از بینهایت دایره تشکیل شده‌است) را به یك کرهٔ ۳ بعدی



قبل از چرخش بعد از چرخش

شکل ۲۰

تبدیل کردیم این بود که هریك از دایره‌های تشکیل‌دهندهٔ آن را به‌اندازهٔ ۹۰° حول محور قائم چرخاندیم. بنابراین به‌نظر می‌رسد که نحوه چرخاندن بعد از چرخش جسم ۳ بعدی مفروض و تبدیل آن به‌اَبَرکرهٔ ۴ بعدی این باشد که هریك از کره‌های تشکیل‌دهندهٔ آن را حول صفحه‌ای که از قطبها می‌گذرد و بر صفحهٔ کاغذ عمود است به‌اندازهٔ ۹۰° بچرخانیم. چگونه باید یك کره را حول یك صفحه چرخاند؟ همان‌گونه که به‌زودی خواهیم دید، این کار در صورتی که بتوان در بعد چهارم حرکت کرد، زیاد مشکل نیست. از یك کره، پس از آنکه به‌این نحو چرخانده‌شود، چه باقی می‌ماند؟ خوب، نیمی از کره به قسمتی از فضای ۴ بعدی که «زیر» فضای ۳ بعدی ما قرار دارد می‌رود و نیم دیگر به قسمتی از فضای ۴ بعدی که «بالای» فضای ۳ بعدی ما است. و (اما) در فضای ما چه باقی می‌ماند؟ فقط یك دایرهٔ بزرگ، و آن قسمتی از کره است که در صفحه‌ای که حول آن دوران انجام‌شده‌است قرار دارد. این دقیقاً با آنچه به هنگام دوران ۹۰ درجه‌ای دایره‌ای در فضای ۳ بعدی، به‌طرف خارج از صفحهٔ کاغذ، اتفاق می‌افتد قابل مقایسه‌است. در این حالت، تنها چیزی که روی کاغذ باقی می‌ماند دو نقطه از دایره یا یك دایرهٔ ۱ بعدی‌است. برای هضم همهٔ این مطالب نیاز به کمی تفکّر واقعی داریم. اما به‌خواندن ادامه

دهید، به خواندن ادامه دهید که مطلب بعد از یکی دو صفحه آسان‌تر خواهد شد.

بیایید برای یك لحظه به نکته‌ای که چند سطر قبل بدان اشاره شد باز گردیم، و آن اینکه فضای ۳ بعدی ما فضای ۴ بعدی را به‌دو ناحیهٔ متمایز تقسیم می‌کند.

یك نقطه روی یك خط، خط را به‌دو قسمت تقسیم می‌کند.

یك خط در یك صفحه، صفحه را به‌دو قسمت تقسیم می‌کند.

یك صفحه در یك فضای ۳ بعدی، فضا را به‌دو قسمت تقسیم می‌کند.

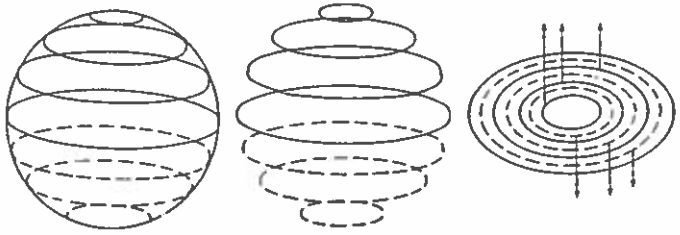
یك فضای ۳ بعدی در یك ابر فضای ۴ بعدی، اَبَرفضا را به‌دو قسمت تقسیم می‌کند.

در قدیم مردم زمین را یك صفحهٔ بدون انتها می‌دانستند که دنیای ۳ بعدی را به‌دو نیمه تقسیم می‌کند، نیمهٔ بالایی یا عالم «بهشت» و نیمهٔ پایینی یا عالم «دوزخ». اگر فضای ۳ بعدیی را که اشغال کرده‌ایم مسطح فرض کنیم (به مفهومی که در فصول بعد روشن خواهد شد)، آنگاه می‌توانیم «بهشت» و «دوزخ» را به‌عنوان دو نیمه از فضای ۴ بعدی تصور کنیم که تنها توسط دنیای ۳ بعدی ما از یکدیگر جدا می‌شوند. هر فرشته‌ای که از بهشت رانده‌شود باید، قبل از اینکه بتواند به‌دوزخ برود، از فضای ما عبور کند.

اکنون اگر اَبَرکره‌ای را در نظر بگیریم که مقطع آن با فضای ۳ بعدی بزرگترین دایرهٔ ۳ بعدی ممکن باشد، این اَبَرکره به‌یك نیم اَبَرکرهٔ بهشتی و یك نیم اَبَرکرهٔ دوزخی تقسیم خواهد شد. از این مفهوم می‌توانیم استفاده کنیم و راه جدیدی برای تجسّم اَبَرکره به‌دست آوریم.

اگر یك کرهٔ معمولی را برداریم و نیمکرهٔ شمالی و جنوبی آن را روی صفحهٔ استوا پهن کنیم، یك قرص یا دایرهٔ توپر به‌دست می‌آوریم. همین‌طور می‌توانیم نیم اَبَرکره‌های بهشتی و دوزخی را تصور کنیم که در فضای بزرگترین کرهٔ سازنده‌اش پهن شده و تشکیل یك کرهٔ توپر داده‌اند. کرهٔ توپر را دوباره می‌توان به‌یك اَبَرکره تبدیل کرد به‌شرط اینکه بتوانیم به نحوی

محتویات آن را در دو جهت عمود بر تمام جهات فضایمان بیرون بکشیم. این کار را چگونه انجام می‌دهیم؟ خوب، چگونه محتویات یك دایرهٔ توپر را بیرون می‌کشید و آن را به‌یك کره تبدیل می‌کنید؟ تصور کنید که دوایر متحدالمرکز داخلی یك در میان متعلق به نیمکره‌های شمالی و جنوبی باشند. می‌توانید آنها را در جهات مخالف بکشید بدون اینکه مجبور شوید آنها را از داخل یکدیگر عبور دهید (شکل ۲۱). پس برای اینکه دوباره کرهٔ توپرمان را باز کنیم، کره‌های متحدالمرکز آن را یك در میان به‌طرف نواحی بهشت و دوزخ می‌کشیم.

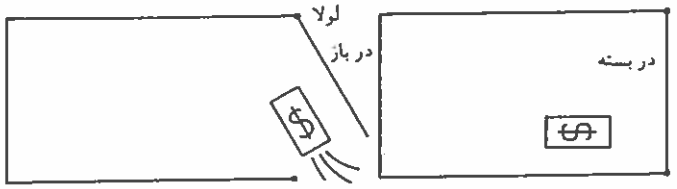


شکل ۲۱

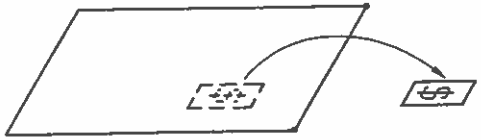
در این بحث اَبَرکره، از چند ایدهٔ جدید در مورد بعد چهارم استفاده کرده‌ایم: یکی از آنها این‌است که می‌توانیم یك شیء ۳ بعدی را حول یك صفحه بچرخانیم و تنها یك مقطع مسطح از این شیء را در فضای خودمان باقی بگذاریم. ایدهٔ دیگر این‌است که ما می‌توانیم، با حرکت در امتداد بعد چهارم، «از سَدها عبور کنیم» بدون اینکه در آنها رخنه کرده‌باشیم. برای توضیح این ایده‌ها و ایده‌های دیگر اجازه بدهید ما دوباره به‌سراغ آقای مربع برویم.

پس از اینکه کره، خود را به آقای مربع نشان داد، آقای مربع در حالت ناباوری باقی ماند. از این رو، آقای کره چند حقهٔ دیگر زد. ابتدا او شیئی را از داخل یك صندوق در بسته در اتاق آقای مربع برداشت بدون اینکه صندوق

را باز کند و یا دیوارهٔ آن را بشکند. این کار چگونه امکان داشت؟ یك صندوق در سرزمین تخت‌آباد فقط یك شکل دو بعدی بسته، مانند یك مستطیل است (شکل ۲۲). اما ما می‌توانیم از راه بعد سوم به داخل آن برویم بدون اینکه «دیواره» های صندوق را بشکنیم. (شکل ۲۳).



شکل ۲۲



شکل ۲۳

شبیه ۴ بعدی آن این‌است که موجودی ۴ بعدی باید بتواند، مثلاً، زردهٔ تخم‌مرغ را بدون اینکه پوست آن را بشکند در بیاورد و یا تمام پول (داخل) یك گاوصندوق را بدون باز کردن صندوق و یا عبور از دیواره‌های آن بردارد، یا اینکه در یك اتاق در بسته در جلوی شما ظاهر شود بدون اینکه از در، دیوارها، کف و یا سقف آن وارد شده‌باشد. منظور این نیست که موجود ۴ بعدی برای اینکه از در بسته عبور کند، به نحوی باید «غیر مادی» شود و یا از عرصهٔ وجود خارج شود. برای آنکه انگشتتان را در داخل یك مربع قرار دهید، لازم نیست که حتی برای یك لحظه هم انگشت شما از عرصهٔ وجود خارج شود. منظور این‌است که چون بعد چهارم بر تمام جهت‌های

فضای معمولی ۳ بعدی ما عمود است، محفظه‌های ما هیچ دیواری در مقابل این جهت ندارند. تمام اجسام در بستهٔ روی زمین در مقابل یك ناظر ۴ بعدی بازند، حتّی داخل قلب شما.

سرانجام تنها راهی که آقای کره برای متقاعد کردن آقای مربع در قبول حقیقی بودن بعد سوّم در اختیار داشت این بود که او را از سطح زمین بیرون بکشد و چگونگی حرکت در ۳ بعد را به‌او نشان دهد. آیا امیدی هست که چنین چیزی در مورد ما اتفاق بیفتد؟ احتمال دارد که موجودات ۴ بعدیی وجود داشته باشند که اگر با اقدامات مقتضی فراخوانده شوند، ما را از ۳ بعد منقبض شدهٔ‌مان خارج سازند و «شیء واقعی» را به‌ما نشان بدهند. بسیاری از مردم در زمان جنبش روح‌گرایی، در حدود سال ۱۹۰۰، این مسئله را باور داشتند. این فکر وجود داشت که ارواح موجوداتی ۴ بعدی هستند که می‌توانند در هر نقطه ظاهر و یا محو شوند، همه چیز را ببینند و غیره. حتی یك ستاره‌شناس محترم به نام پروفسور زولنر، کتابی با عنوان فیزیک متعالی نوشت که در آن جلساتی را شرح داده‌است که خود در آنها حضور داشت و می‌خواست ثابت کند که ارواح واقعاً موجوداتی ۴ بعدی هستند. به نظر می‌رسد که بیچاره خیلی ساده‌لوح بوده‌است زیرا کتابش اصلاً قانع کننده نیست. عموماً فکر بعد چهارم، به‌جای اینکه به کاوش ریاضی روشنی منجر شود، ظاهراً نویسندگان را عجولانه به بازار مکارهٔ اسرار علوم خفیه می‌کشاند. اینکه چیزی مشکل باشد بدین معنا نیست که باید باعث گمراهی شود. بهترین کتابی که دربارهٔ بعد چهارم از دیدگاه عرفانی نوشته شده‌است، کتاب «ارغنون چهارم» نوشتهٔ اوزپنسکی‌است. او در کتاب دیگرش با عنوان «مدل جدیدی برای جهان» نیز فصل خوبی در مورد بعد چهارم دارد.

در هر صورت، تخت‌آباد آبوت کمی پس از اینکه آقای مربع «سفرش» را به بعد سوّم شروع کرد پایان می‌یابد. اهالی تخت‌آباد در را روی او قفل کردند و کلید را به‌دور انداختند. از بخت بسیار بلند، راقم این سطور روایت واقعی بقیهٔ زندگانی آقای مربع را به‌دست آورده‌است.

آقای مربع به‌مدت ده سال در زندان بود تا اینکه ناگهان سر و کلهٔ دوست قدیمی‌اش آقای کره به‌شکل دایره‌ای با اندازهٔ متغیر در سلول محقّر مربع ظاهر شد. «چی شده بچه جون؟»

«آه ای کرهٔ محترم، ای کاش هرگز تو را ندیده بودم، ای کاش زوایایم آنقدر کوچك بود که هرگز پیام تو را درك نمی کردم»

«مرد حسابی، کجاشو دیدی؟ می‌خواهی تو را از این زندان بردارم و توی اتاق خواب همسرت بگذارم؟ اما باید بگم که تو خونه‌ات یك نون خور دیگر پیدا شده، یك مثلث متساوی‌الساقین بزرگ و نوك تیز».

«ای کره، ای کره، کاش آنها حرف مرا باور می کردند، بیرون آوردن من هیچ فایده‌ای ندارد. اونها دو مرتبه مرا حبس می کنند، شاید حتی با گیوتین سَرَم را قطع کنند. نه. می‌دانستم تو بر می گردی؛ من نقشه‌ای دارم. مرا پشت و رو کن، مرا پشت و رو کن، اگر این کار را بکنی همین بدن من وجود بعد سوم را ثابت خواهد کرد».

سپس آقای مربع فکر خودش را توضیح داد. او دربارهٔ خط آباد کمی بیشتر فکر کرده‌بود. خط آباد دنیایی بود که سالها قبل مربع یکبار در خواب دیده بود. خط آباد از یك خط طولانی تشکیل می‌شود که در آن پاره خط ها (اهالی خط آباد) با اندامهای حسی در دو انتهایشان به‌جلو و عقب می‌لغزند (شکل ۲۴).

شکل ۲۴

آقای مربع دربارهٔ خط آباد همان‌طور فکر می کرد که ما دربارهٔ تخت آباد فکر می کنیم. او برای مواجهه با مشکلاتی که با بعد سوم داشت، مشکلات اهالی خط آباد را با بعد دوم در نظر می گرفت. او برای اینکه عقاید فتنه برانگیز بعد سوم را تبلیغ کرده بود در زندان به‌سر می برد، و بنابراین

تمایل او به‌اینکه آقای کره تغییراتی دائمی در تخت‌آباد پدید آورد تا گواهی بر واقعیت بعد سوم باشد قابل درك بود. (دراینجا توجه کنید که پروفسور زولنر هم می خواست ارواح کاری انجام دهند که اثباتی دائمی و بی‌چون و چرا برای ۴ بعدی بودن آنها باشد. فکر او فکر خوبی بود. او دستور داد دو حلقه از چوب یك پارچه تراشیدند؛ آزمایش با میکروسکوپ نشان می‌داد که این حلقه‌ها هرگز بریده و باز نشده بودند. فکر او این بود که چون ارواح آزادانه در بعد چهارم حرکت می کنند، می توانند این دو حلقه را بدون آن‌که بشکنند و یا ببرند به یکدیگر وصل کنند. برای اینکه اطمینان حاصل شود که حلقه‌ها قبلاً به‌هم متصل نبوده‌اند، آنها را از دو نوع چوب مختلف برگزید: یکی را از توسکا و دیگر را از بلوط. او حلقه‌ها را به‌یك جلسهٔ احضار ارواح برد و از ارواح خواست تا آنها را به‌یکدیگر وصل کنند، اما متأسفانه آنها این کار را انجام ندادند.)

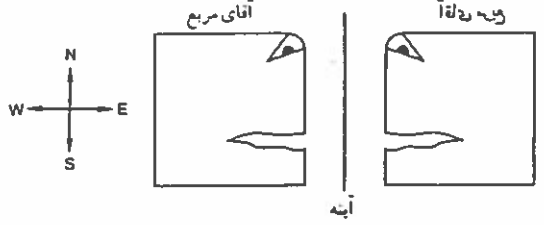
آقای مربع در این فکر بود که اگر روزی به‌خط آباد برود چه تغییر ملموسی می تواند درآنجا به‌وجود آورد. البته او می توانست یکی از پاره‌خطها را بردارد، اما احتمالاً این کار نوعی ناپدید شدن اسرارآمیز تلقی می‌شد. او به‌خاطر آورد که تمام اهالی خط آباد صدای خاصی در هر انتها داشتند. صدای بَم در طرف چپ و صدای زیر در طرف راست. اگر او یکی از آنها را سر و ته کند، صداها عوض می‌شدند و در خط آباد همه می توانستند این تغییر را حس کنند (شکل ۲۵). حال، اگر او می توانست یك پاره‌خط را حول یك نقطه بچرخاند، آیا آقای کره نمی توانست یك مربع را حول یك خط بچرخاند (شکل ۲۶)؟ و هر کسی در تخت‌آباد قادر به‌تشخیص آن بود زیرا همه طوری ساخته شده بودند که اگر چشمشان به‌طرف شمال بود دهانشان به‌طرف مشرق قرار می گرفت. آقای کره می توانست آقای مربع را پشت و رو کند و به‌تصویر آینه‌ای آن تبدیل کند (شکل ۲۷)!

این خواسته بلافاصله انجام شد. آقای مربع (یا شاید [illegible]) نگهبان را صدا زد: «نگاه کن خنگ خدا، من از بعد سوم چرخیده‌ام. من

تصویر آینه‌ای خودم هستم. ها، ها، ها! مرا به کاهن اعظم نشان بده! حالا آنها باورم خواهند کرد، باید باور کنند!»

شکل ۲۵

شکل ۲۶



شکل ۲۷

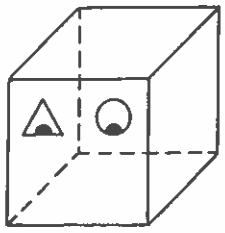
خوب، اهالی تخت آباد کاملاً تحت تأثیر قرار گرفتند. آنقدر تحت تأثیر قرار گرفته بودند که مصمّم شدند آقای مربع را اعدام کنند.

قبل از اینکه به این داستان که موی بر اندام راست می‌کند ادامه دهیم، بیایید در مورد مشابه این داستان برای خودمان فکر کنیم. ظاهراً این طور به نظر می‌رسد که یك موجود ۴ بعدی می‌تواند ما را با چرخاندن، در

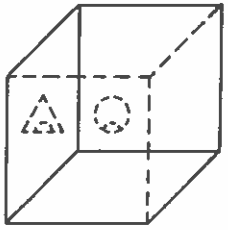
بعد چهارم، حول صفحه‌ای که از وسط ما عبور می‌کند، مثلاً صفحه‌ای که شامل نوك دماغ، ناف و ستون فقرات می‌شود، ما را به تصویر آینه‌ای خودمان تبدیل کند. از چنین دورانی چه حالی به ما دست می‌دهد؟ من چه می‌دانم؟ اما چند مطلب را می‌توانم به شما بگویم. یکی این حقیقت نسبتاً تلخ است که در حین دوران، تنها چیزی که از شما در فضای ۳ بعدی باقی است صفحه‌ای است که دوران حول آن صورت می‌گیرد. یعنی، چون یك مقطع عمودی از یك انسان به نظر خواهید آمد ـ زیرا اگر دوباره به تصاویر دَوَران آقای مربع نگاه کنید می‌توانید در تصویر وسط ببینید که یك تخت آبادی فقط یك مقطع از بدن او را می‌تواند مشاهده کند. اگر آقای کره وسط کار، دَوَران را متوقف می‌ساخت و آقای مربع را نسبت به صفحهٔ تخت آباد بالا و پایین می‌برد، نگهبان تمام مقاطع بدن آقای مربع را می‌دید. در مورد شما هم همین طور است. در واقع مدلی هم داریم که چگونگی دَوَران یك شیء ۳ بعدی را در فضای ۴ بعدی نشان می‌دهد. تصویر آقای مکعب را در شکل ۲۸ در نظر بگیرید که دارد از پشت این صفحهٔ کاغذ به شما نگاه می‌کند، چشم راست او مثلثی است اما چشم چپ او گرد است. فرض کنید این صفحهٔ کاغذ یك آینه است. در این صورت تصویر آقای مکعب در آینه، در آن طرف کاغذ خواهد بود که پشتش به شماست (شکل ۲۹). توجه داشته باشید که شما به هیچ طریقی نمی‌توانید آقای مکعب را طوری در فضای ۳ بعدی حرکت دهید که به تصویر آینه‌ایش تبدیل شود، همان‌طور که شما نمی‌توانید با رفتن به پشت آینه خود را به جای تصویرتان در آینه قرار دهید. قلب شما همیشه در سمت چپ است، قلب تصویر شما در آینه همیشه در طرف راست خواهد بود. اما اگر شما به این تصویر نگاه کنید (شکل ۳۰)، این شکل متناوباً به صورت آقای مکعب و تصویر آقای مکعب در آینه به نظر می‌آید. وقتی این شکل بدون چشمها کشیده شود (مانند شکل ۴) به آن مکعب نِکِر می‌گویند. اگر چند لحظه به یك مکعب نِکِر نگاه کنید، این مکعب خود به خود به صورت تصویرش در آینه و سپس دوباره به حالت اول بر می‌گردد. اگر مکعب را در

حین «انجام» این عمل به‌قدر کافی نگاه کنید، حرکت ناگهانی آن از یك حالت به‌حالت دیگر به‌صورت یك حرکت پیوسته به نظر می‌آید. اما این حرکت تنها در صورتی می‌تواند پیوسته باشد که چرخشی در فضای ۴ بعدی باشد. پس شاید ما بتوانیم یك پدیدهٔ ۴ بعدی را در ذهنمان تولید کنیم! هـ. ا. ك دابز در کتاب فریزر (ر. ك. کتابشناسی) مقاله‌ای دارد که در آن این بحث ارائه شده‌است و او نتیجه می‌گیرد که ذهن ما ۴ بعدی‌است، با ۳ بعد فضایی و ۱ بعد «زمان موهومی».

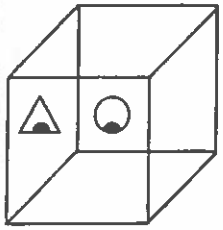
اکنون به آقای مربع بیچاره برمی‌گردیم. دوستانش او را «موجود منفور در نظر خدایان» می‌خواندند و آماده می‌شدند که گردنش را با گیوتین بزنند.



شکل ۲۸



شکل ۲۹



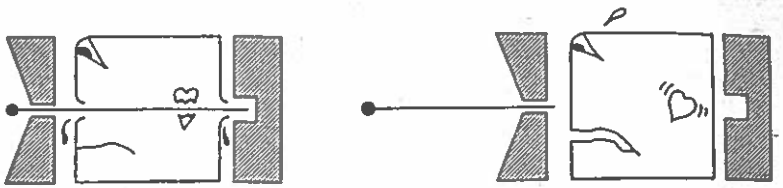
شکل ۳۰

نحوهٔ کار گیوتین ۳ بعدی این است که بخشی از یك صفحه را بین دو قسمت بدن قربانی قرار می‌دهد. گیوتین تخت آباد نیز به‌این نحو کار می‌کند که یك پاره خط را بین دو قسمت بدن چند ضلعی محکوم قرار می‌دهد (شکل ۳۱). تفاوت، همان‌است که قبلاً دیدیم.

آقای مربع بسیار مضطرب بود. او آنقدر نگران بود که وقت نکرد از تصویر آینه‌ای خود لذت ببرد، مثلاً بتواند برگردان بنویسد و چیزهایی نظیر آن. او چندین و چند بار از کره کمك خواست اما جوابی نیامد.

بالاخره در یك سحرگاه گرفته و غمگین آقای مربع را به «میدان شقه کردن» در قرارگاه گیوتین هدایت کردند. او بسیاری از دوستانش را دید اما

آنها در چشمان او نگاه نکردند. حکم اعدام وی قرائت‌شد و دو مثلث متساوی‌الساقین نوك تیز او را به‌طرف ابزار وحشتناك اعدام کشاندند. و سپس، و سپس، و سپس...



قبل بعد

شکل ۳۱

مسائل فصل اول

(۱) این جدول را کامل کنید:

	راس	ضلع	وجه	حجم
نقطه	۱	–	–	–
پاره‌خط	۲	۱	–	–
مربع	۴	۴	۱	–
مکعب				
ابَرمکعب				
ابَرابَرمکعب				

(۲) هشت مکعبی را که هشت حجم ابَرمکعب شکل ۵ را تشکیل می‌دهند مشخص کنید. بهتر است چند نسخه از این شکل تهیه کنید و مکعبها را مستقیماً در کتاب نکشید. یك راه ساده برای کپی کردن این شکل این است که هشت ضلعی

منظم رسم کنید و سپس با هر یك از اضلاع هشت‌ضلعی مربعی بکشید.

(۳) اَبَرحجم اَبَرمکعبی که هر ضلع آن دو متر است چند اَبَرمترمکعب می‌شود؟

(۴) فرمول اَبَرحجم اَبَرکره‌ای به‌شعاع r بامحاسبهٔ انتگرال معین $\int_{-r}^{r} \pi(\sqrt{r^2-x^2})^2 dx$ به‌دست می‌آید. این انتگرال چگونه به‌دست می‌آید؟
(راهنمایی: این انتگرال را با انتگرال $\int_{-r}^{r} \pi(\sqrt{r^2-x^2})^2 dx$ که حجم کره‌ای به‌شعاع r را به‌دست می‌دهد مقایسه کنید.)

(۵) فرض کنید هر شیئی در فضای ما در امتداد بعد چهارم یك سانتیمتر ضخامت داشته باشد. آیا ما متوجه این مؤلفهٔ بعد چهارم در بدن خود می‌شویم؟
(راهنمایی: آیا اگر در تخت‌آباد همه چیز در امتداد بعد سوم یك سانتیمتر ضخامت می‌داشت، آقای مربع متوجه آن می‌شد؟)

(۶) پروفسور زولنر برای اینکه نشان دهد «ارواح» می‌توانند خودشان و اشیای موجود در فضای ۳ بعدی را در فضای ۴ بعدی آزادانه حرکت‌دهند، آزمایش دیگری نیز انجام داد. کار زولنر این بود که یك صدف حلزون را روی میز قرار داد و از ارواح خواست که آن را به‌تصویرش در آینه برگردانند. اختلاف یك صدف حلزون ماریپچ و تصویرش در آینه در چیست؟

(۷) در واقع، تصاویری که از دنیا در شبکیهٔ ما نقش می‌بندند ۲ بعدی هستند. چه نوع تجربیات بصری باعث می‌شوند که دنیای قابل رؤیت خود را در واقع ۳ بعدی بدانیم؟ فکر می‌کنید آقای مربع چگونه موفق می‌شود تصاویر ۱ بعدی شبکیهٔ خود را به‌صورت تصاویر ذهنی یك دنیای ۲ بعدی درآورد؟

(۸) اگر انگشتان یك دست خود را در تخت‌آباد فرو ببریم، آقای مربع پنج شیء با اشکال نامنظم مشاهده خواهد کرد که هر کدام را پوست صورتی سختی پوشانده‌است. اگر یك موجود ۴ بعدی «انگشتان» یك «دست» خود را در فضای ما فرو کند، ما چه می‌بینیم؟

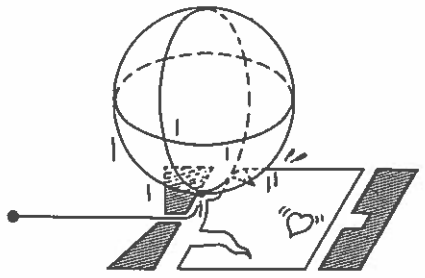
(۹) یکی از هدفهای نقاشان سبك کوبیسم این بود که تمام مناظر ممکن یك شیء را روی یك تابلو با یکدیگر ترکیب کنند. عکس شیئی که از نقطه‌ای در خارج از فضای ۳ بعدی برداشته شده‌باشد، تا چه حد این هدف را عملی می‌سازد؟

(۱۰) عارفان بارها گفته‌اند که ضمیر آگاه ما ممکن‌است ابعاد بالاتری داشته باشد. اگر تصور کنیم که نقوش افکار ۲ بعدی آقای مربع در داخل سر او در فضای ۲ بعدی تخت‌آباد شبکه‌وار باشد، در این‌صورت چگونه می‌توانیم افکار با «ابعاد بالاتر» او را نمایش دهیم؟ چرا برای او انتقال این افکار به‌دوستان تخت‌آبادیش مشکل خواهد بود؟

۲

هندسهٔ نا اقلیدسی

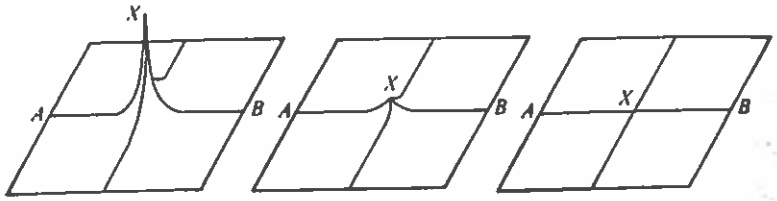
و سپس سر و کلهٔ کره پیدا شد. در همان لحظه‌ای که جلاّد داشت «تیغهٔ گیوتین را به جلو می‌راند، آقای کره خود را به نقطه‌ای بین آقای مربع و «تیغه» رساند، آن را چسبید و شروع به بالا کشیدن کرد. او شروع به کشیدن فضای تخت آباد کرد و آنقدر به‌این کار ادامه داد تا فضای کوچك بین آقای مربع و «تیغه» به‌اندازه‌ای رسید که می‌توانست تمام «تیغه» را در خود جای دهد.



شکل ۳۲

منظور ما این است که فضای تخت آباد را مانند یك قشر لاستیکی تصور کنیم که در صورت کشیده‌شدن در بعد سوم می‌تواند تغییر شکل دهد.

چطور است که کشیده‌شدن نقطه‌ای بین آقای مربع و «تیغه» توسط آقای کره فضا را جادارتر می‌کند؟ اثر بالا کشیدن را در نقطهٔ خاصی از تخت آباد بررسی می‌کنیم (شکل ۳۳).



شکل ۳۳

واضح است که اگر نقطهٔ X را بین دو نقطهٔ A و B انتخاب کنیم و آن را به بالا بکشیم، می‌توانیم فاصلهٔ بین A و B را هر قدر که مایل باشیم بزرگ کنیم. مخصوصاً آقای کره توانسته بود با بالا کشیدن نقطهٔ بین نوك «تیغه» و آقای مربع، فاصلهٔ بین آقای مربع و «تیغه» را از طول «تیغه» بیشتر کند.

تخت آبادیها سخت تحت تأثیر قرار گرفتند. اگر شما مردی را می‌دیدید که از زیر گیوتین جان سالم به‌در برده‌است فقط به‌این دلیل که تیغهٔ گیوتین آخرین سانتیمتر فاصله تا گردن او را نپیموده است، آیا تحت تأثیر قرار نمی‌گرفتید؟ وقتی که آقای کره قلب کاهن اعظم را درآورد تخت آبادیها دیگر دیوانه شده‌بودند و فریاد می‌زدند «قبل از اینکه آقای مربع همهٔ ما را بکشد او را آزاد کنید!» و بدین گونه بود که آقای مربع که زمانی یك چند ضلعی محکوم بود، یکی از محققین تراز اول دانشگاه تخت آباد شد.

آقای مربع که در برخورد با فضای منحنی دچار سردرگمی شده‌بود، هرگز به‌مخیله‌اش هم خطور نکرده بود که ممکن‌است فضایی غیر از فضای

تخت وجود داشته باشد. برای اینکه مبادا مشکلات این موجود را که از لحاظ تعداد ابعاد مستضعف‌است مورد تمسخر قرار دهیم، باید اکنون از خود سئوال کنیم که نکند فضای ۳ بعدی خودمان هم به نحوی «خمیده» باشد.

به فضای ۲ بعدی تخت، صفحه می گوییم؛ اما مفهوم فضای خمیده ۳ بعدی به قدری برای ما بیگانه‌است که حتی در زبانهای زنده هم لغتی برای بیان «فضای ۳ بعدی بدون انحنا یا ناخمیده» نداریم. ریاضیدانان گاهی فضای ۳ بعدی بدون انحنا را E^3 می گویند (و به همین ترتیب، صفحه را E^2 و خط مستقیم را E^1 می نامند). حرف E حرف اول نام لاتینی اقلیدس[1] است و او اولین کسی بود که خواص فضای تخت را به نحوی جامع تشریح کرد.

بیایید همگی (شما، من و آقای مربع) ببینیم اقلیدس دربارهٔ فضای تخت چه گفته‌است. دستگاه اقلیدسی اساساً از پنج اصل موضوع و اثبات تعداد زیادی قضیه به کمك این اصول تشکیل می‌شود. این اصول پنج گانه بر تعدادی فرض که نحوهٔ رفتار نقطه‌ها و خطوط مستقیم را در فضا تعیین می کنند استوارند. این بر عهدهٔ ماست که ببینیم آیا این فرضها در فضایی که ما در آن زندگی می کنیم صادق‌اند یا نه. این بر عهدهٔ آقای مربع‌است که ببیند آیا این فرضها در تخت‌آباد صادق‌اند یا نه. معلوم شده‌است این سئوال که آیا اصل موضوعهای اقلیدس در یك فضا صادق‌اند، با این سئوال که آیا آن فضا «تخت» یا بدون انحنا است (به هر معنایی که تصوّر شود) یکی‌است.

اصل موضوعهای اقلیدس کدام‌اند؟

اصل موضوع اوّل:

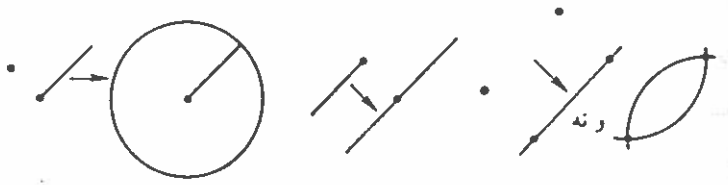
فقط یك خط راست وجود دارد که دو نقطهٔ متمایز را به یکدیگر وصل می کند (شکل ۳۴ را ببینید). منظور از «فقط یك» این‌است که «حداقل یك خط

1. Euclid

راست (وجود دارد) و نه بیشتر». منظور از «خط راست» چیست؟ در واقع، ما تصوّر نسبتاً واضحی از اینکه در فضای ما یك خط راست چیست داریم و آن عبارت‌است از کوتاهترین مسیر بین دو نقطه. با وجود این، برای اینکه در آغاز تعداد فرضها حداقل باشد، در مورد خطوط راست هیچ فرض اولیه‌ای درنظر نمی گیریم. تنها آن دسته از خواص خطوط راست را می پذیریم که با استفاده از اصل موضوعهایی که قبول می کنیم، قابل اثبات باشند.

اصل موضوع دوّم:

هر خط راست را می توان تا بینهایت ادامه داد (شکل ۳۵). این مربوط می‌شود به این احساس ما از فضا که برای آن هیچ مرز و لبه‌ای تصور نمی کنیم. ما هرگز به نقطه‌ای نمی‌رسیم که نتوانیم یك خط راست را بعد از آن ادامه دهیم.



شکل ۳۴ شکل ۳۵ شکل ۳۶

اصل موضوع سوّم:

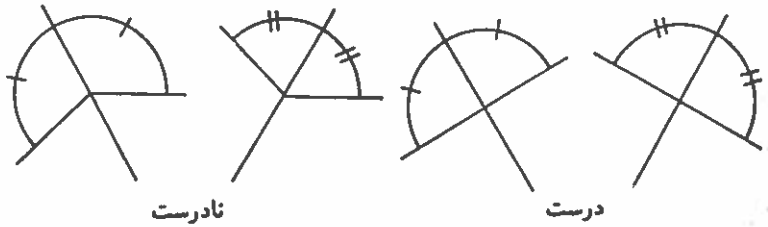
می توان دایره‌ای با هر مرکز و هر شعاع داده‌شده رسم کرد. (شکل ۳۶). این فرض، آن‌طور که از ظاهرش پیداست، در مورد نقاط و خطوط راست، نیست. دراینجا «دایره» به چه معناست؟ ما تعریفی بهتر از تعریف اقلیدس نمی توانیم ارائه دهیم: «دایره یك شکل تخت، متشکل از یك خط‌است، به‌طوری که تمام خطوط راستی که از یکی از نقاط داخلی شکل به آن می‌رسند با یکدیگر مساوی هستند وآن نقطه را مرکز دایره گویند.» اما

اینکه بتوانیم دوایر مختلفی ترسیم کنیم، چه ربطی به خواصّ فضا دارد؟ ممکن است به این فکر تمایل داشته باشیم که توانایی ترسیم دایره بستگی به داشتن پرگار دارد، نه به برخی خواص اساسی فضا نسبت به خطوط راست و نقاط آن! اما آیا خوب کار کردن پرگار به نحوی به فضا مربوط نمی‌شود؟ شما از کجا می‌دانید که پرگار دایره می‌کشد - یعنی از کجا می‌دانید که فاصلهٔ بین سوزن پرگار و مداد آن هنگامی که پرگار را حول سوزن می‌چرخانید ثابت باقی می‌ماند؟ ظاهراً نکته در اینجاست که یك جسم مادی (یا یك پاره خط تصوری) وقتی در فضا حرکت می‌کند اندازه‌اش تغییر نمی‌کند. بدین ترتیب قسمتی از آنچه اصل موضوع سوّم می‌گوید این‌است که فاصله را باید در فضا طوری تعریف کرد که طول یك پاره‌خط به‌هنگام حرکت از یك محل به‌محل دیگر تغییر نکند.

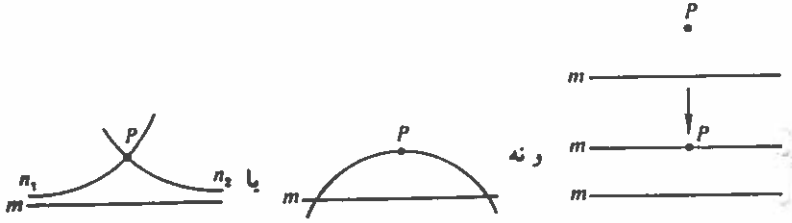
اصل موضوع چهارم:
همهٔ زوایای قائمه با یکدیگر برابرند (شکل ۳۷). مفهوم این اصل پیش از آنکه ما زاویهٔ قائمه را تعریف کنیم واضح نیست: «وقتی یك خط راست خط راست دیگری را قطع می‌کند و زوایای مجاور مساوی هستند، هر یك از زوایای مساوی را قائمه گویند.» به نظر می‌رسد که این اصل موضوع معادل باشد با این فرض که چیزهایی که به آنها «خط راست» می‌گوییم گوشه ندارند، طریق دیگر برای بیان این مطلب این‌است که بنابر اصل موضوع چهارم، فضا به‌طور «موضعی تخت»است، یعنی اینکه ناحیه‌ای از فضا که به‌اندازهٔ کافی کوچك باشد از خود هیچ انحنایی نشان نمی‌دهد.

اصل موضوع پنجم:
خط m و نقطهٔ P را که روی خط m قرار ندارد در نظر می‌گیریم. فقط یك خط n وجود دارد که از P عبور می‌کند و با m موازی‌است (شکل ۳۸). در اینجا قرار بر این‌است که دو خط غیر متقاطع را موازی بگوییم. از دو طریق

ممکن‌است اصل موضوع پنجم اعتبار خود را از دست بدهد. اول اینکه ممکن‌است هیچ خطّی که از P عبور می‌کند با m موازی نباشد یا اینکه بیش از یك خط از P عبور کند و همه با m موازی باشند. معلوم شده‌است که هر دو حالت بالا امکان‌پذیر هستند، البته به‌شرط اینکه نوع مناسب «خطوط راست» را انتخاب کنیم.



شکل ۳۷



شکل ۳۸

عموماً، ما چهار اصل موضوع اول اقلیدس را برای فضای خودمان می‌پذیریم. این مطمئناً درست است که اگر دو نقطهٔ نزدیك به‌هم داشته باشیم فقط یك مسیر از یکی به‌دیگری وجود دارد که کوتاهترین‌است. این مطلب مطمئناً درست‌است که ظاهراً فضا هیچ گونه مرزی ندارد. این هم مطمئناً درست‌است که وقتی اشیا را به‌این‌طرف و آن‌طرف حرکت می‌دهیم، ظاهراً

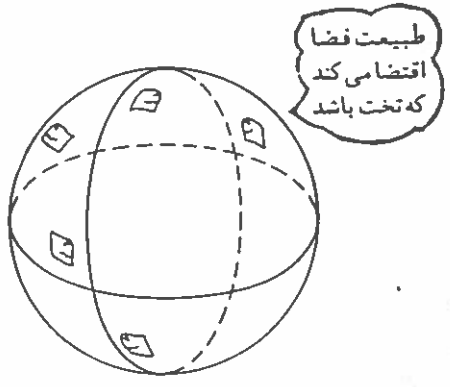
منقبض و یا منبسط نمی‌شود. و این نیز مطمئناً درست‌است که خطوط راست ما گوشه‌دار نیستند. اما قبول اصل موضوع پنجم بر مبنای تجربه آنقدرها هم آسان نیست. آیا این امکان وجود ندارد که خطوطی که در ابتدا موازی به نظر می آیند بتدریج که از ما دور می‌شوند به یکدیگر نزدیك شوند؟ یا، برعکس، آیا ممکن نیست خطوطی که در ابتدا طوری به نظر می آیند که گویی می‌خواهند یکدیگر را قطع کنند، وقتی که تا بینهایت ادامه یابند از یکدیگر فاصله بگیرند و شاید به‌طور مجانبی به یکدیگر نزدیك شوند اما در واقع هرگز با هم برخورد نکنند؟

قرنها مردم براین باور بودند که امکان ندارد اصل موضوع پنجم در فضای ما نادرست باشد. دو نوع استدلال برای این اعتقاد ارائه می‌شد. استدلال اول این بود که خداوند در کارش سرهم‌بندی نمی کند، فکرشان این بود که فضا صورتی مطلق، تقریباً الهی و سرمدی‌است. از این رو دور از انتظار است که این فضا شامل خطوطی باشد که با نقض اصل موضوع پنجم، به‌صورتی نامنظم همگرا و یا واگرا شوند. استدلال دومی که برای تخت بودن فضا آورده‌شده‌است اساساً از آن ایمانوئل کانت فیلسوف آلمانی‌است. کانت در زمانی این مطلب را نوشت که دیدگاههای علم کلام تعبدیی که در برگیرندهٔ استدلال اول در تأیید اصل پنجم بود داشت اعتبار خود را از دست می‌داد. برهان او برای اثبات اصل پنجم این بود که فضا تا حدود زیادی مخلوق ذهن ماست، و چون ما نمی توانیم فضای نااقلیدسی را تصوّر کنیم، بنابراین فضای ما اقلیدسی‌است (یعنی اصل پنجم در مورد آن صدق می کند). این استدلال که فضا مخلوق ذهن خود ماست، عقیدهٔ جالب‌توجهی‌است. منظور این‌است که ما چیزی را که در فضا قرار نگرفته باشد نمی‌توانیم ببینیم یا تصور دیدن آن را بکنیم. به گفتهٔ کانت، فضا «وجه اجتناب‌ناپذیر ادراك ماست». ممکن‌است فضا وجود «خارجی» نداشته باشد، اما بدون استفاده از چارچوب نظم‌دهندهٔ فضا هیچ راهی برای منظم کردن ادراکات حسی‌مان نداریم. این درست، اما چرا نباید بتوانیم فضای نااقلیدسی را تصور کنیم؟

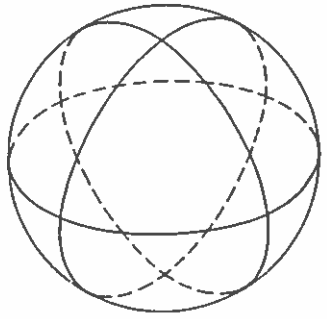
کانت تصور می کرد که ما نمی توانیم این کار را بکنیم زیرا هیچکس تا زمان او (حدود سال ۱۷۸۰) این کار را نکرده‌بود. پس او نتیجه گرفت که فضای ما حتماً باید با اصل پنجم سازگار باشد، زیرا شق‌های دیگر غیرقابل تصورند.

مع‌هذا، کانت در اشتباه بود. ما فضاهای نااقلیدسی را می توانیم تصور کنیم. بیایید با فضایی شروع کنیم که در آن خطوط موازی وجود ندارد. به‌جای اینکه با فضای ۳ بعدی کار کنیم، کار را برای خود آسان می گیریم و از فضای ۲ بعدی آغاز می کنیم؛ یعنی نوعی تخت‌آباد را در نظر می گیریم که در آن هر دو خطّی در جایی با هم برخورد می کنند.

منظور این‌است که تخت‌آباد را به‌صورت سطح یك کره بزرگ تلقی کنیم (شکل ۳۹). آقای مربع و دار و دسته‌اش طوری انحنا دارند که به‌سطح کره چسبیده‌اند. آنها می توانند هر قدر دلشان می‌خواهد روی کره این‌ور و آن‌ور بروند و می توانیم تصور کنیم که آنها هنوز حتی متوجه هم نشده‌اند که فضای آنها چیزی غیر از آن صفحهٔ بینهایت وسیعی‌است که در ذهنشان بود. کشف بزرگشان که چیزی غیر عادی‌است، فعلاً بماند. اما بیایید ببینیم آیا اصل پنجم در یك فضای ۲ بعدی کروی (و نه تخت) صادق‌است یا نه!



شکل ۳۹ گوی آباد



شکل ۴۰ دوایر عظیمه

نه‌خیر، صادق نیست. چرا؟ خوب، اولاً معنای «خط راست» در سطح کره دقیقاً چیست؟ واضح است که هر خطی که روی سطح یك کره باشد «واقعاً» نمی‌تواند راست باشد، و ما اجازه نداریم از زیر سطح عبور کنیم و خطوطی مانند قطر کره را رسم کنیم (زیرا این گونه خطوط روی سطح کره قرار ندارند؛ و تا آنجا که به آقای مربع مربوط می‌شود، فضای داخل و خارج سطح کره وجود ندارند). خوب، کدام یك از خطوطی که ما می‌توانیم روی سطح کره رسم کنیم راست‌تر است؟ یعنی، اگر آقای مربع و دوستش دکتر لیوینگ چیپ نخی را بردارند و محکم بکشند، این نخ روی چه نوع خطی قرار می‌گیرد؟ به یك نقشهٔ کرهٔ زمین نگاه کنید.

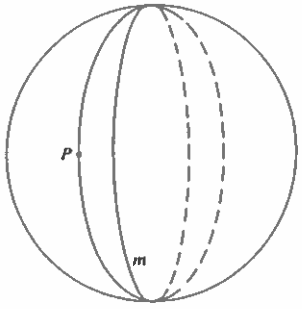
در این کره خطوط طول جغرافیایی و خط استوا، راست به نظر می‌رسند اما خطوط عرض جغرافیایی، منحنی به نظر می‌آیند. از هیچ طریقی نمی‌توانید خطی راست‌تر از خط استوا روی این کره رسم کنید.

خطوطی را که روی کره «راست» می‌نامیم همان دایره‌های عظیمه هستند؛ «عظیمه» از این حیث که به هیچ طریقی نمی‌توان دایرهٔ عظیمه را بزرگتر ساخت (شکل ۴۰). اگر خط استوا را به طرف شمال یا جنوب بلغزانید کوچکتر خواهد شد. شعاع دایرهٔ عظیمه برابر شعاع کره‌است و از آن بزرگتر نمی‌شود، اگر آقای مربع در امتداد دایرهٔ عظیمه حرکت کند، این احساس را ندارد که به چپ یا به راست خم می‌شود. او خم می‌شود، اما تنها در جهت بعد سوم یعنی، در جهتی عمود بر فضای ۲ بعدی‌اش.

اما، هدف از این حرفها این بود که فضایی به‌دست آوریم که در آن اصل پنجم فاقد اعتبار باشد. اگر روی کره دوایر عظیمه را به‌عنوان خطوط راست در نظر بگیریم، اصل پنجم دیگر صادق نیست زیرا هر دو دایرهٔ عظیمه یکدیگر را قطع می‌کنند. مثلاً، یك دایرهٔ عظیمه m و یك نقطهٔ غیر واقع بر آن را در نظر بگیریم و سعی کنیم دایره عظیمه‌ای بیابیم که از P عبور کند و هرگز با m برخورد نکند (یعنی با m موازی باشد). این کار عملی نیست!

یك جنبهٔ غیر عادی دیگر هندسهٔ روی کره این‌است که اصل اول نیز در

آنجا صادق نیست. اگر، مثلاً، دو قطب شمال و جنوب را در نظر بگیریم، نه تنها یك بلکه بینهایت دایرهٔ عظیمه وجود دارد که این دو نقطه را به یکدیگر وصل می‌کند (شکل ۴۱). (این امکان وجود دارد که از اصل اول صرفنظر نکرد و خطوط موازی هم نداشت ـ ر. ك مسئلهٔ ۳).



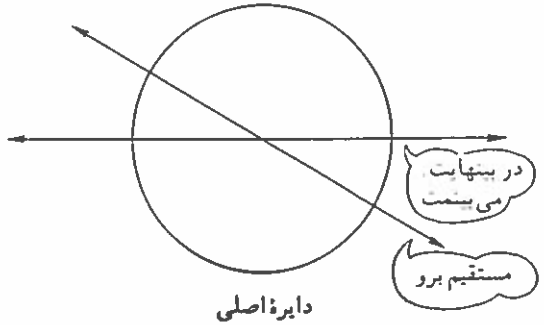
شکل ۴۱

توجه داشته باشید که ما مدل «اصل موضوع بدون خطوط موازی» را با در نظر گرفتن یك فضای خمیده به‌دست آوردیم و فرض کردیم که «خطوط راست» خطوطی هستند که اصطلاحاً به آنها ژئودزیك‌های آن سطح می‌گویند. یك خط ژئودزیك روی یك سطح خمیده عبارت‌است از خطی که تا حد امکان راست باشد، از آن نوع خط‌هایی که با محکم کشیدن یك نخ (که نمی‌تواند از روی سطح خارج شود) روی سطح مورد نظر به‌دست می‌آید. دوایر عظیمه ژئودزیکهای روی کره هستند. چه می‌شد اگر به‌جای اینکه یك فضای خمیده و «خطوط راستِ» راست را در نظر بگیریم، یك فضای تخت و «خطوط راستِ» خمیده‌را مورد نظر قرار دهیم؟

به‌عبارت دیگر، کاری که اکنون مایل به‌انجام آن هستیم این‌است که مجموعه‌ای از خطوط خمیده در یك صفحهٔ معمولی به‌دست آوریم به‌طوری که اگر بخواهیم مدعی «راست» بودنشان شویم، چیزی حاصل

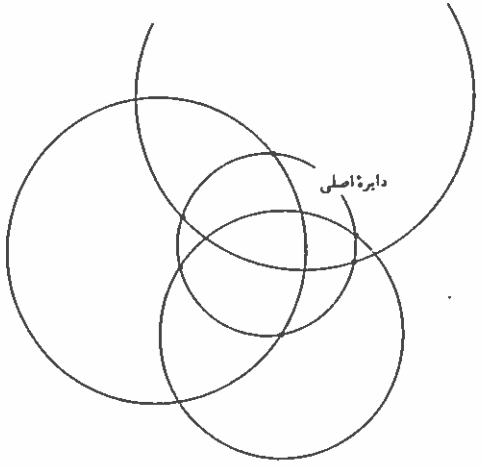
شود که رفتارش دقیقاً مانند کره و دوایر عظیمه‌اش باشد. مسئله‌ای نیست. کاری که باید انجام داد این است.

این صفحه را در نظر بگیرید و نقطه‌ای در بینهایت بدان اضافه کنید. فکر اصلی این است که در هر جهت دلخواهی که تا ابد برویم به این نقطهٔ واقع در بینهایت برسیم. حالا یك دایرهٔ بزرگ قشنگ روی صفحهٔ خود بکشید و آن را دایرهٔ اصلی بخوانید. حال ادعا می کنیم که دایرهٔ اصلی یك «خط راست» است. دیگر چه چیزی «خط راست» خواهد بود؟ اولاً تمام خطوط راستی که از مرکز دایره عبور می کنند. توجه داشته باشید که هر دو خط از این خطوط راست در دو نقطه یکدیگر را قطع می کنند، مرکز دایرهٔ اصلی و نقطهٔ واقع در بینهایت. چون فقط یك نقطه در بینهایت داریم، تمام چهار پیکان در این یك نقطه در بینهایت با هم برخورد می کنند (شکل ۴۲).



شکل ۴۲

در ثانی، هر دایره‌ای را که دایرهٔ اصلی را در دو نقطهٔ متقاطر این دایره قطع کند یك «خط مستقیم» می‌خوانیم. علاوه بر مطالعهٔ شکل ۴۳، بد نیست اگر یك پرگار به‌دست بگیرید و برای خودتان یك دایرهٔ اصلی و چند دایره که دایرهٔ اصلی را در دو نقطهٔ متقاطر قطع می کنند رسم کنید. اگر این دوایر «خطوط راست» باشند، با چه نوع فضایی سر و کار داریم؟ فقط برای اینکه نامی بر آن نهاده باشیم، آن را کرهٔ تخت می‌خوانیم.



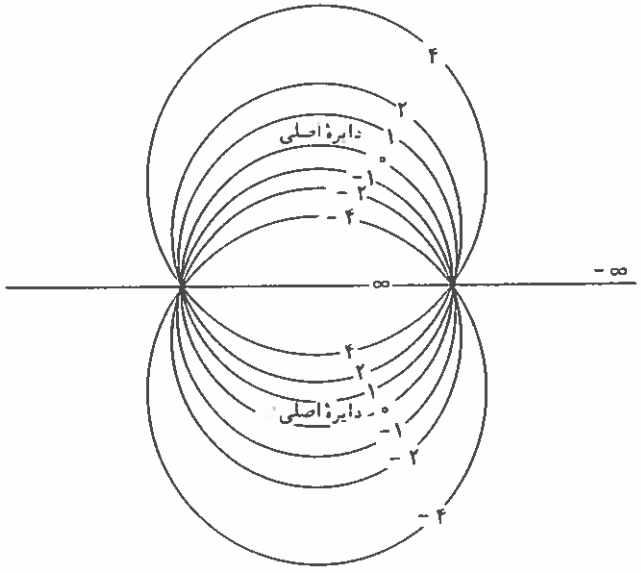
شکل ۴۳

توجه داشته باشید که از هر دو نقطهٔ متقاطر، تعداد زیادی «خط راست» عبور می کند. ما این خطوط را، برحسب مکان مرکز آنها بر محور x مشخص می کنیم؛ نقطهٔ صفر این محور را می توان روی مرکز دایرهٔ اصلی تصور کرد (شکل ۴۴).

ملاحظه کنید که تمام «خطوط راست» شکل ۴۴ از آن نوع خطوطی هستند که اگر در نزدیکی محور x به آنها نگاه کنید انتظار دارید که موازی باشند، اما همهٔ آنها یکدیگر را قطع می کنند. به‌عبارت دیگر صفحه (بعلاوهٔ نقطهٔ واقع در بینهایت) با این «خطوط راست»، مدل دیگری برای هندسه نااقلیدسی است. در اینجا نیز درست مانند کره، «اصل موضوع بدون خطوط موازی» صادق است و اصل موضوع اول نقض می‌شود.

رابطهٔ بین فضایی که به آن کرهٔ تخت می گوییم و سطح یك کرهٔ واقعی چیست؟ آنها یکریخت هستند. یعنی، می توانیم یك نگاشت یك به یك از مجموعهٔ نقاط کره بر مجموعهٔ نقاط صفحه (بعلاوهٔ نقطهٔ واقع در بینهایت)

پیدا کنیم به‌طوری که هر «خط راست» روی کره با یك «خط راست» متعلق به کرهٔ تخت متناظر شود. این نگاشت را تصویر استریو گرافیک (رسم‌الجسمی) می‌نامند. نحوهٔ کار چنین‌است.

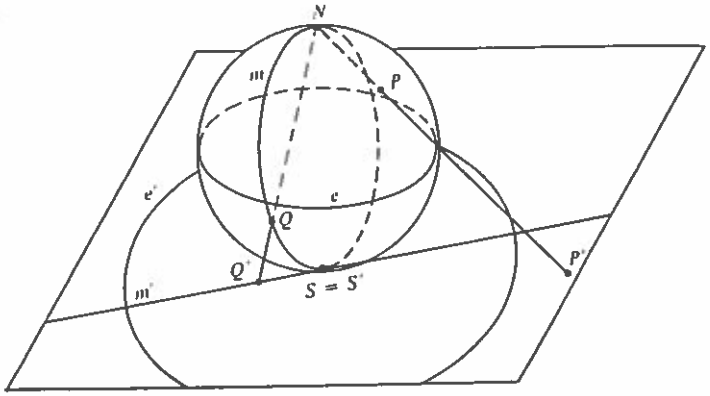


شکل ۴۴

یك کره بردارید و روی یك صفحه قرار دهید. کره را طوری قرار دهید که قطب جنوب آن نقطهٔ تماس با صفحه باشد. اکنون نقطهٔ دلخواه P را روی کره در نظر بگیرید، خط راست NP را از قطب‌شمال به نقطهٔ P رسم کنید و آنقدر ادامه دهید تا این خط صفحه را قطع کند. نقطه‌ای را که محل تلاقی ادامهٔ خط NP با صفحه‌است P' بنامید. P' تصویر P تحت نگاشت استریوگرافیك‌است (شکل ۴۵).

توجه کنید که هر نقطهٔ P روی کره یك تصویر منحصر به‌فرد P' دارد. تصویر قطب جنوب نقطه‌ای‌است که در آن کره با صفحه در تماس‌است.

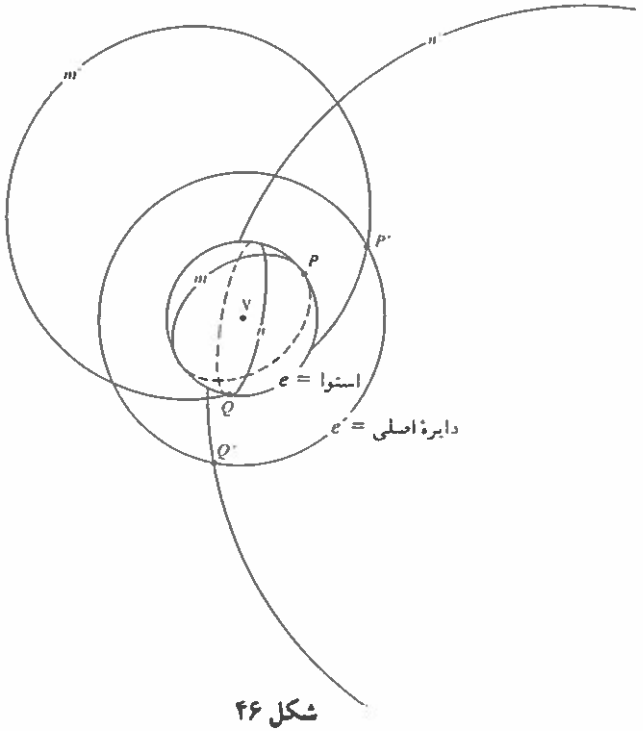
تصویر قطب شمال نقطهٔ واقع در بینهایت‌است. می‌توانیم تصاویر دوایر عظیمهٔ روی کره را به‌این نحو به‌دست آوریم که فرض کنیم m' تصویر دایرهٔ عظیمهٔ m است، در حالی که m' عبارت‌است از مجموعهٔ تمام نقاط P' به‌طوری‌که P روی m قرار دارد. فرض کنیم تصویر دایرهٔ استوا، دایرهٔ اصلی روی صفحه باشد. مشاهده می‌کنیم که تصویر هر دایرهٔ عظیمهٔ m روی کره عبارت‌است از m' که یك «خط راست» کرهٔ تخت محسوب می‌شود. شکل ۴۶ منظرهٔ مورد بحث را از بالای قطب شمال نشان می‌دهد.



شکل ۴۵

هر نقطهٔ واقع در نیمکرهٔ شمالی به خارج دایرهٔ اصلی می‌رود و هر نقطه واقع در نیمکرهٔ جنوبی به داخل دایرهٔ اصلی می‌رود. دوایر عظیمه‌ای که از قطب شمال عبور می‌کنند به‌خطوطی که از مرکز دایرهٔ اصلی رد می‌شوند می‌روند. سایر دوایر عظیمه به‌دوایری می‌روند که دایرهٔ اصلی را در دو نقطهٔ متقاطر قطع می‌کنند. دلیل آن این است که هر دایرهٔ عظیمه‌ای دایرهٔ استوا را در دو نقطهٔ متقاطر (از دایرهٔ استوا) قطع می‌کند. تصاویر این نقاط عبارتند از دو نقطهٔ متقاطر دایرهٔ اصلی (که تصویر استوا است).

چیزی که در اینجا بدان اشاره کرده‌ایم این‌است که کرهٔ واقعی و کرهٔ تخت



شکل ۴۶

فضاهای یکریخت هستند. وقتی از «فضا» سخن می گوییم مقصودمان مجموعه‌ای از نقاط و مجموعه‌ای از «خطوط راست» است. هنگامی که کره را به عنوان فضا در نظر می گیریم، مقصود ما مجموعهٔ نقاط واقع بر کره به عنوان نقاط و مجموعهٔ دوایر عظیمه روی کره به عنوان «خطوط راست» است. هرگاه به کرهٔ تخت به عنوان یك فضا اشاره کنیم، مقصود ما مجموعهٔ نقاط روی صفحه (بعلاوهٔ نقطهٔ واقع در بینهایت) به عنوان مجموعهٔ نقاط و مجموعهٔ خطوط و دوایری است که دایرهٔ اصلی را در دو نقطهٔ متقاطر قطع می کنند و به عنوان مجموعهٔ «خطوط راست» تلقی می شوند. زمانی که ما دو فضای یکریخت مانند کره و کرهٔ تخت داریم، می توانیم نتیجه بگیریم که کسی که در یکی یا

دیگری سکونت دارد هیچ راهی برای اینکه بتواند تعیین کند که «واقعاً» در کدام یك ساکن است ندارد. یعنی آقای مربع ممکن است بتواند مطلع شود که فضای او «کروی» است اما برای او هیچ راهی برای تعیین اینکه فضای او کرهٔ واقعی است و یا کرهٔ تخت وجود ندارد.

پس تفاوت بین کرهٔ واقعی و کرهٔ تخت در چیست؟ کره یك فضای خمیده است که «خطوط راست» آن ژئودزیکها هستند (مقصود کوتاهترین خطوط ممکن بین دو نقطه هستند؛ به طور کلی در هر سطحی می توان ژئودزیك بین P و Q را به این نحو به دست آورد که نخی را بین P و Q بکشیم به طوری که نخ کاملاً روی سطح قرار گیرد و تا حد امکان کشیده باشد). کرهٔ تخت یك سطح تخت است که «خطوط راست» آن خمیده هستند. در موردی فضای خمیده و خطوط راست داریم و در مورد دیگر فضای تخت و خطوط خمیده. مدل نوع اول را مدل فضای خمیده و مدل نوع دوم را مدل میدان گویند. یعنی، می توانیم تخت آباد را یك کره حقیقی تصور کنیم به شرطی که استدلال کنیم (بنابر عللی) فضای تخت آباد خمیده است و در آن اشیاء به طور طبیعی در امتداد مسیرهای ژئودزیك حرکت می کنند. از طرف دیگر اگر فضای تخت آباد را تخت بگیریم، اما اشیای آن به طور طبیعی به سبب وجود یك میدان سراسری، که بر همه چیز در تخت آباد اثر می کند، در امتداد مسیرهای خمیده حرکت کنند. در این صورت تخت آباد را کرهٔ تخت در نظر گرفته ایم. در حالت اول یك انحنای فضای بی دلیل و در حالت دوم یك میدان بی علت را می پذیریم. بعداً خواهیم دید که این دید دوگانه از فضا پایهٔ نظریهٔ نسبیت عام اینشتین است زیرا در آنجا میدانهای نیروی گرانشی برحسب انحنای فضا ـ زمان توضیح داده می شوند.

یك تفاوت بین کرهٔ واقعی و کرهٔ تخت، که خوانندهٔ هشیار بدان توجه کرده، این است که دومی به نظر بینهایت بزرگ می آید در صورتی که کره سطحی متناهی دارد. اگر فاصله را در کرهٔ تخت به نحوی غیر عادی تعریف کنیم، می توانیم این اختلاف بین دو مدل را از میان برداریم. در واقع به این

ترتیب خواهیم توانست تعریف دقیقی برای معنی این عبارت که فضای ما خمیده‌است، ارائه دهیم (در فصل سوم، «فضای خمیده»، وارد این بحث خواهیم شد).

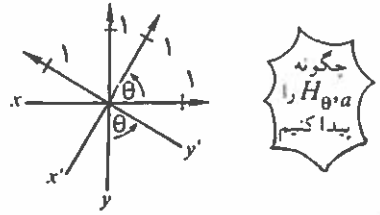
اما اکنون می خواهیم چند مدل دیگر از هندسهٔ نااقلیدسی را که در آنها «اصل موضوع تعدد خطوط موازی» معتبر است به‌دست آوریم. به‌یاد بیاورید که مطابق اصل پنجم اگر یك خط m و یك نقطهٔ P غیر واقع بر این خط داشته باشیم، فقط یك خط n وجود دارد که از P می گذرد و هرگز m را قطع نمی کند. کره و کرهٔ تخت مدلهایی بودند که در آنها چنین خطی وجود نداشت. اکنون می خواهیم مدلهایی پیدا کنیم که در آنها تعداد زیادی از این خطوط n وجود دارند.

این بار ساده‌تر است که با مدل میدان شروع کنیم و سپس از روی آن، مدل فضای خمیده وابسته را پیدا کنیم. فضایمان را زین تخت خواهیم نامید. نقاط این زین تخت تمام نقاط صفحه‌اند و «خطوط راست» زین تخت، هذلولیهای نوع خاصی هستند.

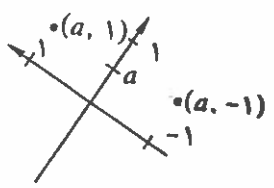
به‌ازای هر θ، به‌طوری که $0° \leq \theta < 360°$ و هر عدد حقیقی a به‌طوری که $a \geq 0$، فرض می کنیم $H_{\theta,a}$ خطی باشد که از چرخش شاخهٔ راست هذلولی $x^2/a^2 - y^2 = 1$ به‌اندازهٔ θ درجه در جهت خلاف حرکت عقربه‌های ساعت به‌دست می آید. به‌این ترتیب، برای ترسیم $H_{\theta,a}$ ابتدا محورهای جدید x ، y را طوری رسم می کنیم که با محورهای قدیم زاویهٔ θ بسازند و سپس خطوط مجانبی را رسم می کنیم که از مبدأ مختصات و نقاط $(a\ ,\ 1)$ و $(a\ ,\ -1)$ عبور کنند. آنگاه هذلولیی را با این مجانبها طوری رسم می کنیم که از نقطهٔ $(a\ ,\ 0)$ بگذرد (نگاه کنید به‌شکل ۴۷).

توجه داشته باشید که اگر $a = 0$، در این صورت هذلولی $y^2 - (x^2/a^2) = 1$ همان محور y است. بدین ترتیب «خطوط راست» ما، علاوه بر چند نوع هذلولی، خطوط راست واقعیی خواهند بود که از مبدأ عبور می کنند. چرا ما هر هذلولیی را به‌عنوان خط راست در نظر نگرفتیم؟ زیرا در آن‌صورت بین

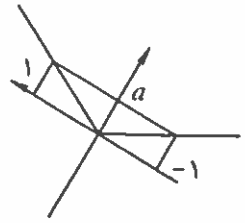
دو نقطه تعداد زیادی خط راست وجود می‌داشت و از این‌رو اصل اول خدشه‌دار می‌شد. اتفاقاً، من با کمك استاد پاول شیفر توانسته‌ام ثابت کنم که به‌ازای هر دو نقطه در صفحه دقیقاً یك خط $H_{\theta,a}$ وجود دارد که از این دو نقطه عبور می کند. از این‌رو زین تخت یکی از مدلهای اصل اول است (شکل ۴۸).



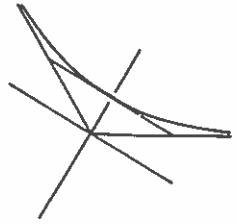
۱- محورهای جدید را طوری رسم می کنیم که با محورهای اصلی زاویهٔ θ بسازند.



۲- محورهای اصلی را فراموش می کنیم و نقاط $(a,-1)$ و $(a,1)$ را نسبت به محورهای جدید مشخص می کنیم.



۳- مستطیلی با گوشه‌های $(0,1)$ ، $(a\ ,\ 1)$ ، $(a\ ,-1)$ و $(0,-1)$ رسم می کنیم. خطوطی می کشیم که از مبدأ و گوشه‌های مستطیل بگذرد.

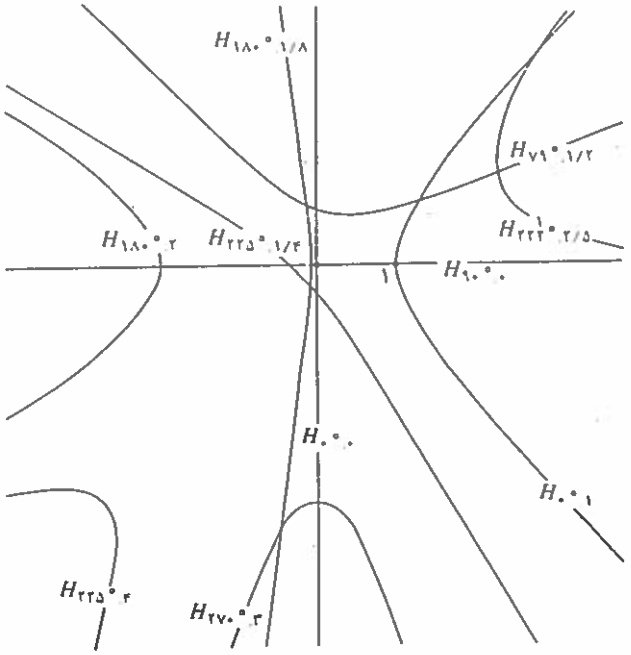


۴- آن شاخه از هذلولی را، که بر مستطیل مماس است و خطوط قطری مجانبهای آن هستند، رسم می کنیم.

شکل ۴۷

زین تخت، مدلی برای اصل دوم نیز به شمار می‌رود، زیرا هر کدام از «خطوط راست» آن الی غیرالنهایة در دو جهت ادامه پیدا می کند. زین تخت

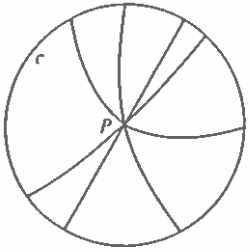
برای اصل سوم، مدل نیست، به این معنا که برگار خمی رسم می کند که تمام شعاعهایش با یکدیگر برابرند ـ و «خطوط راستی» که از یك نقطه در جهات مختلف ادامه پیدا می کنند به انحای مختلف خمیده‌اند. اما اصل سوم به این معنا معتبر است که در هر امتداد دلخواه، باید بتوانیم فاصلهٔ r تا یك نقطهٔ معین را در راستای یك «خط راست» اندازه بگیریم. نحوهٔ محاسبهٔ فواصل در فضاهای میدانی مانند کرهٔ تخت و زین تخت مسئله ای است ظریف. مسئله این است



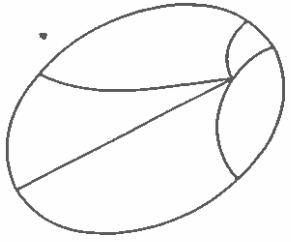
شکل ۴۸

که مطابق احساس طبیعی ما «خطوط راست» باید ژئودزیک باشند. حتی می توان استدلال کرد که محتوای اصل سوم همین است، مشروط بر آن که اصل سوم را چنین بگیریم: «اگر تکه نخی را برداریم و یك سر آن را به نقطهٔ

P وصل کنیم و آن را به حرکت درآوریم به نحوی که همیشه تا حد ممکن کشیده باشد، آنگاه سر آزاد نخ خم c را ترسیم خواهد کرد که یك دایره است ـ دایره به این معنا که اگر دو «خط راست» دلخواه را که از نقطهٔ P عبور می کند در نظر بگیریم، پاره «خطهای راستی» که بین P و c قرار می گیرند همه باهم برابرند» (شکل ۴۹). این صورت اصل سوم در مورد کرهٔ تخت و زین تخت، اگر فرض کنیم که فواصل در این فضاها مانند فواصل در صفحه، اندازه گرفته می شوند، اعتبار ندارد. گرچه، هیچ مانعی ما را از ارائهٔ تعاریف دیگری برای فاصله در این فضاها، چنانکه در فصل بعد خواهیم دید، باز نمی‌دارد. اگر فاصله به نحو مناسبی تعریف شود، «خطوط راست» ما ژئودزیك خواهند بود! یك نخ کشیده، در امتداد یك خط ژئودزیك که آن هم یك «خط راست» است، قرار خواهد گرفت. چرخاندن یك تکه نخ، منحنی بسته‌ای تولید خواهد کرد که در تعریف دایره صدق می کند، گرچه این منحنی شبیه به دایره نخواهد بود همان‌طور که آن «خطوط راست» نیز شبیه خط راست نیستند (شکل ۵۰).



شکل ۴۹

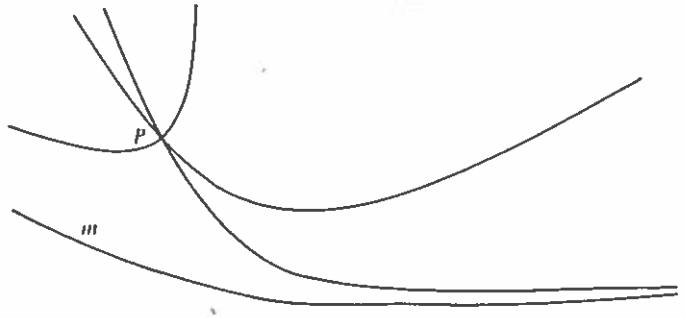


شکل ۵۰

اصل چهارم در زین تخت معتبر خواهد بود زیرا تمام «خطوط راست» منحنی های هموار (مشتق پذیر) هستند. یکی از راههایی که ممکن است اصل چهارم نقض شود این است که با مدلی از فضای خمیده سر و کار پیدا کنیم که در جایی از آن یك قلهٔ کوچك وجود داشته باشد. در چنین قله‌ای (مانند

قله‌ای که آقای کره با کشیدن تخت آباد به‌وجود آورد) ممکن است دو خط با یکدیگر تلاقی کنند و چهار زاویهٔ مساوی بسازند که هر کدام کوچکتر از ۹۰° باشد! اصل چهارم می‌گوید که فضا چنین «نقاط تکینی» ندارد.

بنابراین، ظاهراً چهار اصل موضوع اول اقلیدس در فضایی که زین تخت خوانده می‌شود معتبرند. اما اصل پنجم چطور؟ این اصل دوام نمی‌آورد زیرا اگر «خط راست» m و نقطهٔ P در خارج آن را در نظر بگیریم، می‌توانیم تعداد زیادی هذلولی با شکل مطلوب پیدا کنیم که از نقطهٔ P عبور کنند و با m برخورد نکنند (شکل ۵۱).

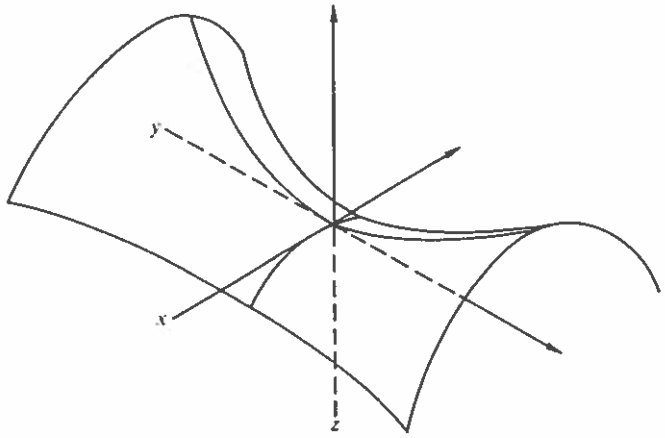


شکل ۵۱

ما از کرهٔ واقعی شروع کردیم و پس از تأمل دربارهٔ تصویر استریوگرافیک به کرهٔ تخت رسیدیم (مفهوم کرهٔ تخت از کتاب هانس رایشنباخ به نام فلسفهٔ فضا و زمان گرفته شده‌است). اما، در واقع، ما بدواً بی آن‌که به مدل فضای خمیده فکر کرده باشیم به زین تخت رسیدیم. ایده‌ای که در پس زین‌تخت نهفته است به این شرح است: تصور کنید که در مبدأ یك فضای عجیب و غریب ایستاده‌اید. خطوط دید شما ـ یعنی خطوطی که از مبدأ می‌گذرند ـ راست هستند، اما به نظر می‌رسد خطوطی که از مبدأ عبور نمی‌کنند رفته‌رفته که دور می‌شوند و به‌طرف بینهایت می‌روند خمیده

می‌شوند. این اثر برای خطوطی که از شما دورترند برجسته‌تر می‌شود. اگر در این فضا در دالانی بایستید، خودتان را می‌بینید که در کمر باریك یك ساعت شنی ایستاده‌اید (البته به فرض این که ادراکهای حسّی شما هنوز به این فضای جدید خو نکرده باشند).

آیا مدل فضای خمیده‌ای وجود دارد که رابطه‌اش با زین تخت مشابه باشد با رابطهٔ موجود بین کرهٔ حقیقی و کرهٔ تخت؟ راستش را بخواهید، مطمئن نیستم که چنین فضایی وجود داشته باشد. بیایید، یك مدل فضای خمیده را که ممکن‌است «به‌درد ما بخورد» توصیف کنم. زینی را در نظر بگیرید که نمایش $z = xy$ باشد، که «سهیموار هذلولوی» است (شکل ۵۲).



شکل ۵۲

مطابق معمول فرض می‌کنیم که «خطوط راست» ژئودزیك باشند. این زین برای چهار اصل اول بعلاوهٔ «اصل تعدد خطوط موازی»، درست مانند زین تخت، یك مدل است.

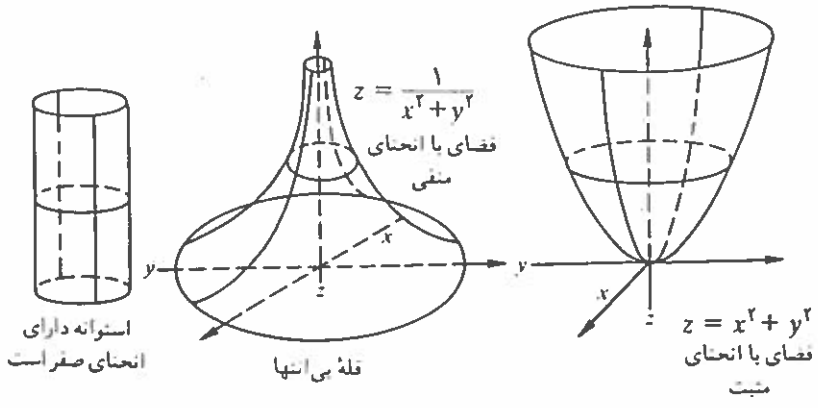
مسئلهٔ مشکل این است که آیا زین و زین تخت، یکریخت (ایزومورف) هستند؟ نگاشت بدیهی این است که فرض کنیم نقطهٔ (x, y, z) روی زین به

نقطهٔ (x, y) در روی زین تخت نگاشته شود. به‌عبارت دیگر، ما هر نقطهٔ زین را مستقیماً روی (یا زیر) صفحهٔ xy تصویر می‌کنیم. آیا این نگاشت ژئوزدیکهای زین را به «خطوط راست» زین تخت تبدیل می‌کند؟ اگر جواب منفی باشد، آیا می‌توان نگاشت را طوری اصلاح کرد که این کار انجام شود؟ اینها سئوالات مشکلی هستند ولی ظاهراً به‌جرئت می‌توان گفت که اگر مدل فضای خمیده‌ای وجود داشته باشد که با زین تخت یکریخت باشد، این مدل چیزی شبیه زین خواهد بود.

آقای مربع چگونه می‌تواند بداند که در چه نوع فضایی زندگی می‌کند؟ شاید برای او آزمودن اصل پنجم مشکل باشد. مثلاً، در (فضای) زین تخت، ممکن است او در تعقیب دو خط که برحسب ظاهر باید روزی یکدیگر را قطع کنند به‌راه خود همچنان ادامه دهد، اما هرگز نخواهد دانست که آیا این دو خط واقعاً همدیگر را قطع نمی‌کنند و یا اینکه او هنوز به‌اندازهٔ کافی جلو نرفته است. منظور ما طرح این سئوال است که آیا با استفاده از خواص موضعی فضا می‌توان مشخص کرد که کدامیک از اصول سه‌گانه «موازی‌ها» در مورد آن فضا صادق است؟

جواب مثبت است. می‌توان، با استفاده از اصل پنجم ثابت کرد که مجموع زوایای هر مثلث ۱۸۰° است. می‌توان، با استفاده از اصل پنجم، قضیهٔ فیثاغورث را ثابت کرد. معلوم شده‌است که اگر اصل پنجم کاذب باشد هر دو اثبات ساقط می‌شوند. ما تمام اطلاعات لازم را بزودی در جدولی خواهیم آورد، اما اجازه بدهید ابتدا یك وجه تمایز اساسی بین سطوحی از قبیل کره و سطوحی از قبیل زین قائل شویم. می‌گوییم یك رویه دارای انحنای مثبت است اگر کاو ـ کاو یا کوژ ـ کوژ باشد؛ و رویه دارای انحنای منفی است اگر کاو ـ کوژ یا کوژ ـ کاو باشد. معنای این (حرفها) چیست؟ یك رویه را در نظر بگیرید و نقطه‌ای روی آن انتخاب کنید. دو خط روی رویه ترسیم کنید که یکدیگر را در این نقطه با زاویهٔ قائمه قطع کنند و به نحوی باشند که حداقل یکی از این خطوط تا حد ممکن خمیده باشد. اگر این دو خط در یك جهت خمیده باشند

(هر دو به‌طرف بالا و یا هردو به‌طرف پایین)، می‌گوییم رویه در آن نقطه دارای انحنای مثبت است. اگر این‌دو خط در دو جهت مختلف باشند (یکی به‌طرف بالا و دیگری به‌طرف پایین) می‌گوییم رویه در این نقطه دارای انحنای منفی است. کره در هر نقطه‌اش دارای انحنای مثبت است. و قلهٔ بی انتها در هر یك از نقاطش دارای انحنای منفی است. رویهٔ $z = x^2 + y^2$ در هر نقطه دارای انحنای مثبت است، رویهٔ $z = 1/(x^2 + y^2)$ در اکثر نقاطش دارای انحنای منفی است. اینکه رویه‌ای در یکی از نقاطش دارای انحنای صفر باشد به‌چه معناست؟ معنای آن این است که حداقل یکی از دو خطی که بدان اشاره شد واقعاً راست است. مثلاً استوانه در هریك از نقاطش دارای انحنای صفر است. (برای نمایش انحناهای مختلف نگاه کنید به شکل ۵۳.)



شکل ۵۳

در جدول زیر رابطهٔ بین نوع فضا و خواص مختلفی که این فضا می‌تواند داشته باشد، نمایش داده‌شده‌است.

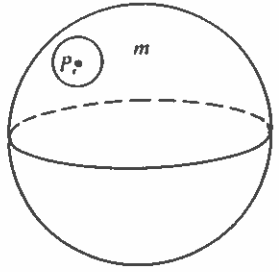
مدل فضای خمیده از این نوع دارای انحنای ... است	اگر یك خط m و یك نقطهٔ P خارج از m داشته باشیم، ... خط وجود دارد که از P می‌گذرد و با m موازی است	مجموع زوایای یك مثلث ... است	مربع وتر مثلثی به اضلاع a و b ... است	محیط دایره‌ای به قطر واحد ... است
مثبت	صفر	$> ۱۸۰^\circ$	$< a^۲+b^۲$	$< \pi$
صفر	یك	$= ۱۸۰^\circ$	$= a^۲+b^۲$	$= \pi$
منفی	چندین	$< ۱۸۰^\circ$	$> a^۲+b^۲$	$> \pi$

مسائل فصل ۲

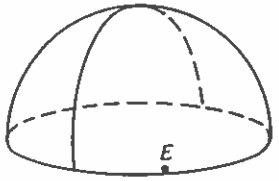
(۱) چرا (طول) وتر مثلث قائم‌الزاویه‌ای که با اضلاع ۳ و ۴ روی کره‌ای رسم می‌شود کمتر از ۵ است؟ چرا مساحت دایره‌ای به شعاع ۲ روی یك زین بزرگتر از ۴π است؟

(۲) اگر روی کره نقطه‌ای مانند P و شعاع r (کمتر از $\frac{1}{4}$ محیط کره) را در نظر بگیریم، واضح است که برای ترسیم دایره‌ای حول P با شعاع r روی کره، می‌توانیم از تکّه نخی به همان طول استفاده کنیم. می‌توان ثابت کرد که تصویر استریوگرافیك هر دایرهٔ m عبارت است از یك دایرهٔ m' روی صفحه (شکل ۵۴). آیا P' (تصویر P) در مرکز m' قرار خواهد گرفت؟ تبعات این امر در مورد تابع فاصله در صفحهٔ کرهٔ تخت چیست؟

(۳) قبلاً گفتیم این امکان وجود دارد که خطوط موازی نداشته باشیم اما در عین حال اصل اول معتبر باشد. یکی از راههای انجام دادن این کار این است که نیمکره‌ای را در نظر بگیریم و برخی از نقاط لبهٔ آن را دوتا دوتا شناسایی کنیم. یعنی، برای هر نقطهٔ E واقع بر استوا (شکل ۵۵) نقطهٔ دیگری روی استوا مانند E^* انتخاب و ادعا می‌کنیم که E و E^* یك نقطهٔ واحد هستند. برای مرتبط ساختن E و E^* چه قاعده‌ای را باید به کار بست؟



شکل ۵۴



شکل ۵۵

(۴) در آینه‌ای نگاه کنید و فرض کنید که تمام قسمتهای چهره‌تان را که دارای انحنای منفی است به‌رنگ آبی و تمام قسمتهای دارای انحنای مثبت را به‌رنگ قرمز در آورده‌اید. در این صورت، چه شکل و ریختی خواهید داشت؟

(۵) یك دایرهٔ اصلی ترسیم کنید و دو نقطه مانند P و Q انتخاب کنید و طبق آنچه در شکل ۵۶ نشان داده شده‌است «خط راست» بین این دو نقطه را روی کرهٔ تخت رسم کنید.

چگونه «خط راست» بین دو نقطه را روی کرهٔ تخت پیدا کنیم؟

(۱) دایرهٔ اصلی و P و Q معین شده‌اند.

(۲) پاره خط PQ را رسم کنید. عمود منصف آن را بکشید.

(۳) خط PC را رسم کنید.

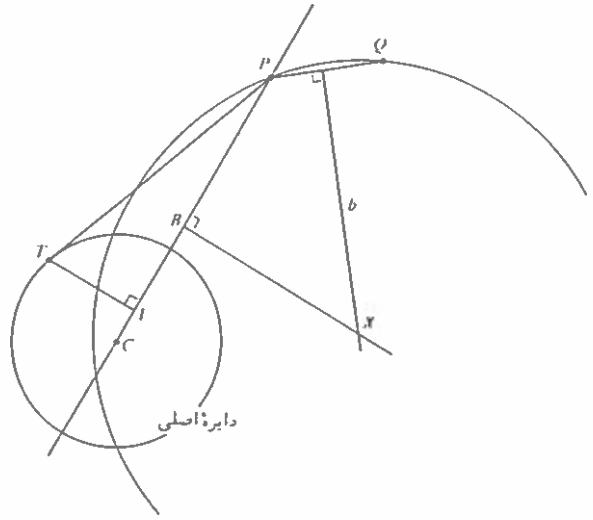
(۴) مماس PT بر دایرهٔ اصلی را بکشید.

(۵) (خط) TI را بر PC عمود کنید.

(۶) نقطهٔ B را طوری تعیین کنید که داشته باشیم $CB = \frac{1}{2} IP$

(۷) خط BX را عمود بر CP رسم کنید.

(۸) دایرهٔ به‌مرکز X و شعاع XP «خط راست» بین P و Q است.



شکل۵۶

۳

فضای خمیده

برگردیم به سراغ آقای مربع، پروفسور فضاهای عالی در دانشگاه تخت آباد. او را در حالی می‌یابیم که در اتاق کارش غرق در تفکر است و دربارهٔ کشف محیّرالعقول لیوینگ چیپ کاشف، تأمل می کند.

لیوینگ چیپ اوائل آن سال تصمیم گرفته بود که لبهٔ دنیا را کشف کند. ما باید این را توضیح بدهیم که اهالی تخت آباد معتقد بودند که تخت آباد ناحیه‌ای است در داخل یك دایره به شعاع تقریباً دو هزار کیلومتر، که پیمودن آن برای تخت آبادیها یك سال طول می کشد. در قدیم آنها معتقد بودند که فضای تخت آباد بینهایت است، چیزی که مابه آن صفحهٔ بینهایت می گوییم، اما جدیداً معتقد شده بودند که فضای آنها متناهی است، گرچه هیچکس نمی توانست بگوید که در آن سوی لبه چه چیزی قرار دارد. این اعتقاد به متناهی بودن فضا تا حدودی نتیجهٔ اظهارات آقای کره بود که مرتباً شنبه شب ها در معبد بعد سوم در مرکز شهر ظاهر می‌شد و می گفت «ای مردمان تخت، دنیای شما گرد و مشابه یك توپ بزرگ مثل خود من است، تقریباً

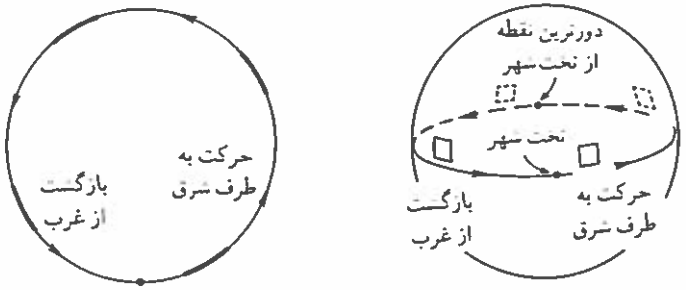
به قشنگی خودم. ما مردم ۳ بعدی به‌دنیای شما کرهٔ اثیری شمارهٔ ۶۶۶ می گوییم». اظهارات آقای کره معمولاً مرموز بودند، اما این یکی به‌اندازهٔ کافی روشن بود: فضای تخت آباد اندرون یك دایرهٔ بزرگ بود.

به نظر آقای مربع یك چیز این استدلال درست نبود، اما فکر کردن در مورد این چیزها کار بسیار مشکلی بود. و، تازه، غیرممکن بود که تخت آباد واقعاً به‌صورت کره باشد مانند آقای کره... یا به‌نظر این‌طور می آمد تا اینکه لیوینگ چیپ از سفرش به «لبهٔ فضا» بازگشت. لیوینگ چیپ در سال قبل در جهت شرق حرکت کرده بود. او فکر می کرد که پس از یکسال مسافرت به‌لبهٔ دنیا می رسد. وقتی در می‌یافت لبهٔ دنیا چگونه‌است می توانست تعدادی عکس بردارد، چند آزمایش انجام دهد، شاید هم می توانست تکه‌ای از آن را بکند، یك پرچم تخت منقش به‌اسم کاهن اعظم در آنجا بگذارد و به‌خانه بازگردد.

لیوینگ چیپ بعد از دو سال برگشت اما به‌جای اینکه از طرف شرق بازگردد از طرف غرب آمد. اگر لیوینگ چیپ در حرفش مبنی براینکه او دو سال تمام در امتداد خط راست حرکت می کرده بدون اینکه هیچوقت به‌لبهٔ دنیا برسد، هرگز برنگشته و هرگز از مسیر مستقیم منحرف نشده پافشاری نمی کرد، این امر آنقدرها تعجب آور نمی بود. کاهن اعظم پیشنهاد کرد که لیوینگ چیپ اعدام شود، اما از روزی که آقای مربع از زندان فرار کرده‌بود دیگر مقام کاهن اعظم تا حدود زیادی تشریفاتی شده‌بود. مردم می خواستند راز بزرگ لیوینگ چیپ را بفهمند نه آن‌که آن را نابود کنند و برای توضیح به آقای مربع روی آوردند.

شما، ای خواننده، نباید از اینکه می‌شنوید آقای مربع به‌این نتیجه رسید که فضای تخت آباد باید سطح یك کره باشد متعجب شوید. اما به‌جای اینکه تمام داستان را از اول تا آخر به‌زبان ۲ بعدی بگوییم، بیایید ۱ بعد هم به آن اضافه کنیم و ببینیم چه می‌شود اگر فضای ۳ بعدی ما اَبَررویهٔ یك اَبَرکره باشد.

اولاً، می توانستیم کار بزرگ لیوینگ چیپ را تکرار کنیم. اگر از قطب شمال در یك سفینهٔ فضاپیما سفر را آغاز کنیم و مستقیماً از زمین دور شویم و به‌اندازهٔ کافی به پرواز ادامه دهیم، پس از مدتی یك سیارهٔ زیبا در پیش روی خود خواهیم دید و وقتی به‌زمین بنشینیم خواهیم دید که در قطب جنوب هستیم.



تخت‌آباد کروی　　خط‌آباد «کروی»

شکل ۵۷

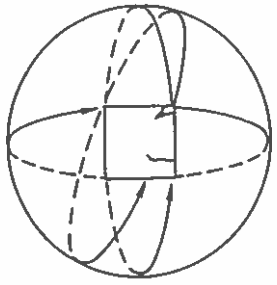
توجه داشته باشید که تصوّر یك خط آباد «کروی» و یك تخت‌آباد کروی به‌یك اندازه ساده‌است (شکل ۵۷). چرا تصوّر اینکه فضای ما «کروی» است تا این حد مشکل‌است؟ علت این‌است که (در این صورت) انحنای فضای ۳ بعدی ما در جهت بعد چهارم می‌شد. «خطوط راست» ما در واقع منحنی می‌شدند اما در جهتی که بر ما ناشناخته‌است. اگر یك دایرهٔ عظیمه روی کره، مثلاً خط استوا، را در نظر بگیریم مطلب واضح‌تر می‌شود. اگر آقای مربع در امتداد خط استوا سُر بخورد، خواهد گفت: «این خط راست‌است: نه به‌طرف راست می‌پیچد و نه به‌طرف چپ. اگر این خط واقعاً خمیده باشد باید در همان جهت بعد سوم مرموز خمیده باشد». همین‌طور، یك خط در فضای ما ممکن‌است ظاهراً نه به‌طرف چپ بپیچد و نه به‌طرف راست، نه

به طرف ما بیاید و نه از ما دور شود، اما با این وصف ممکن است در جهت بعد چهارم بپیچد.

اگر فضای ما اَبَرکروی باشد می توانیم، بدون اینکه به دور جهان پرواز کنیم، این را کشف کنیم. چون در فصل گذشته آموختیم که هر مثلثی که با خطوط مستقیم رسم شود (مجموع زوایای آن) در واقع بیش از ۱۸۰° خواهد بود. مگر اینکه شعاع اَبَرکره‌ای که اَبَررویهٔ آن فضای ۳ بعدی ما را تشکیل می دهد بسیار کوچك باشد، (در این صورت) این نوع انحرافات آنقدر کوچك می شوند که دیگر قابل توجه نیستند.

Fig. 58.

شکل ۵۸



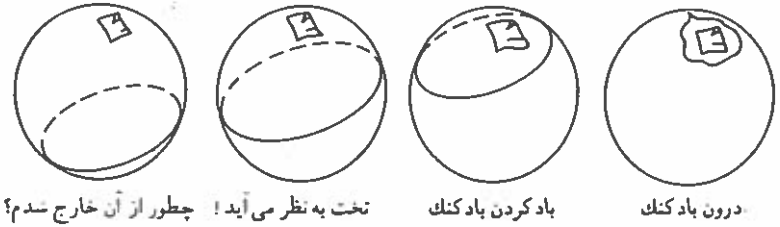
شکل ۵۹

تصور اینکه ساکن شدن در اَبَررویهٔ یك اَبَرکرهٔ نسبتاً کوچك، مثلاً با محیطی برابر با ۵۰ متر، چگونه خواهد بود خالی از لطف نیست. اگر در چنین فضای ۳ بعدیی غوطه‌ور بودید، در هر جهت که حرکت می کردید پس از ۵۰ متر به نقطهٔ شروع حرکتتان می رسیدید. تصور کنید که خودتان در چنین فضایی غوطه‌ور هستید غیر از شما و مقداری هوا، مادهٔ دیگری وجود ندارد و شما به یك موتور جت دستی مجهّز هستید که شما را به حرکت در می آورد. در ابتدا در وضعیتی قرار دارید که شباهت زیادی به وضعیت یك

فضانورد معلق در فضای خارج دارد. اختلاف در اینجاست که شما اگر از نقطهٔ شروع در امتداد یك خط راست حرکت کنید پس از ۵۰ متر به نقطهٔ شروع خود باز می گردید. چه می بینید؟ ظاهراً در هر جهت که نگاه کنید خودتان را می بینید، چرا؟ خوب، اگر آقای مربع روی کرهٔ نسبتاً کوچکی زندگی می کرد چه می دید؟ در هر جهتی نگاه می کرد خودش را می دید (شکل ۵۹). او یك آقای مربع خیلی بزرگ را در ۵۰ متری خود می دید. تصویری که او می دید در واقع از این هم غریب تر است، در چند صفحهٔ دیگر به این (مطلب) خواهیم پرداخت.

اما، برگردیم به شما که در فضای کروی کوچك و جمع و جور خود غوطه‌ور هستید و تصویری عظیم از خود در فاصلهٔ ۵۰ متری مشاهده می کنید، یك بادکنك بزرگ و قابل انبساط برای اجرای یك آزمایش جدید در اختیار شما قرار می دهیم. تصور کنید که به داخل این بادکنك بی باد می روید تا آن را باد کنید. فرض کنیم شما این کار را با آزاد کردن هوای فشرده از یك مخزن هوای فشرده که تصادفاً همراه شماست انجام می دهید. بادکنك شروع به انبساط می کند و شما در مرکز یك کرهٔ لاستیکی در حال انبساط قرار می گیرید. گرچه، وقتی قطر کره به ۸ متر نزدیك می شود چیز عجیبی اتفاق می افتد. دیوارهٔ لاستیکی که شما را از فضای خارج جدا می کند از حالتی که به طرف شما خمیده بود خارج می شود و کم کم تخت به نظر می آید. شما به نحوی با دیواری احاطه شده‌اید که تخت است، نه انحنایی دارد و نه گوشه‌ای! اگر هوای متراکم بیشتری از مخزن آزاد کنید، دیوار شروع به خمیده شدن و دور شدن از شما می کند و بزودی بادکنکی که شما ابتدا در داخل آن بودید تبدیل به بادکنکی می شود که خارج از آن قرار دارید. تصویر اردکی که قبلاً روی سطح خارجی بادکنك بود اکنون روی سطح داخلی آن قرار دارد. ظاهراً بدون اینکه بادکنك پاره یا سوراخ شود پشت و رو شده است. شما بدون اینکه از دیوارهٔ بادکنك عبور کرده باشید از داخل به خارج آن رفته‌اید. متحیّر و اندکی مبهوت به آقای مربع روی می آورید.

فرض کنیم که فضای ۲ بعدی تخت آباد رویهٔ یك کره با محیط ۵۰ متر را در بر می گیرد. رفتن شما در یك بادکنك متناظر است بارفتن آقای مربع در یك منحنی بستهٔ لاستیکی. لحظه‌ای که بادکنك ۲ بعدی انبساط پیدا کرده و یك دایرهٔ عظیمه گشته‌است متناظر است با لحظه‌ای که بادکنك شما تخت به نظر می آید (شکل ۶۰).

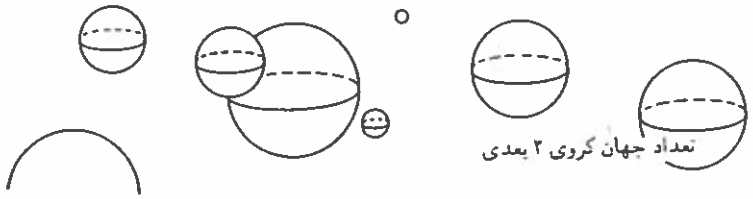


شکل ۶۰

این فکر که فضای ۳ بعدی ما ممکن است کروی باشد از مقولهٔ علم تخیلی نیست، بلکه فکری است که بسیاری از دانشمندان مسؤول بدان جداً اعتقاد دارند. آلبرت اینشتین یکی از اولین کسانی بود که این فکر را مطرح ساخت. جاذبهٔ این فکر در چیست؟ شاید در این باشد که می توانیم فضایی داشته باشیم که نامتناهی نیست اما مرزی هم ندارد. مسلماً نمی خواهیم فضای ما محدود باشد. این ایده (مرز) فی نفسه معنای چندانی ندارد، زیرا اگر می توانستیم به نقطه‌ای در مرز برسیم چه چیز ما را از پیشرفت باز می داشت؟ از طرف دیگر چیزی در وجود ماست که ما را از این فکر که فضا الی غیرالنهایه ادامه داشته باشد، و در آن بینهایت ستاره، سیاره و بینهایت تمدن وجود داشته باشد باز می دارد. اما اگر فضای ۳ بعدی ما اَبَررویهٔ یك اَبَرکره، باشد، می توانیم فضایی داشته باشیم که بدون مرز است و در عین حال متناهی. اما آیا نقطهٔ واقع در انتهای دیگر جهان نوعی مرز به‌حساب نمی آید؟ در واقع خیر؛ اگر شما در آن نقطه قرار بگیرید کاملاً آزاد خواهید بود تا در هر یك از

سه جهت فضا که مایل هستید حرکت کنید. فقط یك چیز هست و آن اینکه تمام این جهت‌ها به‌طرف زمین خواهد بود. (مثل اینکه اگر در استرالیا باشید، آزاد هستید که کشتی را در هر یك از دو جهت فضایی به حرکت درآورید. اما نکته در اینجاست که هر یك از این جهات به‌ایالات متحده آمریکا ختم می‌شود.)

در اینجا طبیعی است که بپذیریم همان‌طور که ممکن است تعداد زیادی تخت آبادهای کروی در فضای ۳ بعدی شناور باشند (شکل ۶۱)، این امکان هم وجود دارد که تعداد زیادی جهان اَبَرکروی در فضای ۴ بعدی شناور باشند. چرا نتوانیم از اَبَرکره‌مان پیاده شویم؟



شکل ۶۱

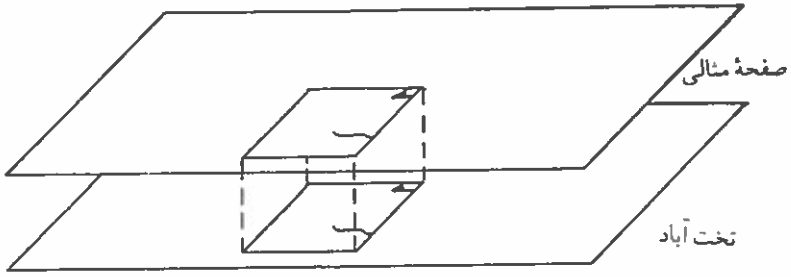
مسئله در اینجاست که برای اینکه بتوانیم در جهت بعد چهارم حرکت کنیم احتیاج به‌این داریم که بتوانیم نیرویی در جهت بعد چهارم اعمال کنیم و این کار از دست ما ساخته نیست. آقای مربع هر قدر دست و پا بزند فقط روی کره‌اش به این‌طرف و آن‌طرف سُر می‌خورد.

حالا که صحبت از جهانهای ۳ بعدی شناور در فضای ۴ بعدی است اجازه بدهید به مفهوم «جهانهای موازی» نیز که گهگاه در داستانهای علمی ـ تخیلی و نوشته های علوم خفیه می‌خوانیم، اشاره‌ای بکنیم. فعلاً فکر فضای خمیده را به کنار می گذاریم و به‌مفهوم تخت آباد به‌عنوان یك صفحهٔ نامتناهی بر می گردیم. مفهوم «جهان ـ موازی» این است که دو یا هفت و یا بینهایت تخت آباد موازی با یکدیگر وجود داشته باشند. در یك روایت، مردم آنقدر از

یك دنیای موازی به دنیای موازی دیگر می‌روند تا دنیایی مناسب حال خود پیدا کنند، نکته این است که هر حالت ممکن حداقل در یکی از این جهانهای موازی بی‌شمار تحقق پیدا می‌کند. به‌روایت دیگر، ما در عین حال در تمام این جهانها زندگی می‌کنیم؛ مثلاً «صفحهٔ مثالی» را یك جهان موازی می‌دانند که در آن «بدنهای مثالی» ما زندگی می‌کنند. (شکل ۶۲). بدن مثالی گاهی اعمال بدن فیزیکی ما را تقلید می‌کند، اما گاهی هم- مانند زمانی که خواب می‌بینیم- بدن مثالی مستقل از بدن فیزیکی عمل می‌کند. گفته می‌شود کسانی که روی این موضوع کار می‌کنند، می‌توانند وقتی در خواب هستند «بیدار شوند» و واقعاً در صفحهٔ مثالی کارهایی را انجام دهند، مثلاً به نقاط دور دست بروند و اخبار رویدادهای آنجا را با خود بیاورند. اینکه تا چه حدّ بدن مثالی با بدن فیزیکی ارتباط دارد، در نوشته‌هایی که من مطالعه کردم واضح نیست. در اوایل این قرن این نوع مفاهیم بسیار مورد توجه بودند و به‌تازگی هم مطالعات علوم خفیه به نحوی احیا شده‌است. گرچه، بیشتر آنچه من خوانده‌ام به نظر می‌آید که حاوی مقدار زیادی خوش خیالی باشد. چون زندگی در اجتماعات صنعتی ما همواره کم ماجراتر می‌شود، بسیاری از مردم در پی یافتن راههای جدید رسیدن به مجهول هستند. شاید ما در واقع موجودات ۴ بعدی هستیم و بدنهای فیزیکی ما چیزی بیشتر از مقاطع ۳ بعدی بدن کامل ما نیستند. اما نمی‌توان گفت که دلیل قانع‌کننده‌ای در این مورد وجود دارد. دلیل قانع‌کننده عبارت است از تعمیم نظریهٔ کنونی فیزیك به نحوی منسجم و قانع‌کننده به طوری که ۴ بعدی بودن اجسام فیزیکی معمولی را در برگیرد و نتایج تجربی قابل تحقیقی را پیشگویی کند. تا زمانی که نظریهٔ خوبی برای بدنهای مثالی و پدیده‌های روحی و غیره وجود نداشته باشد هیچ آزمایشی نمی‌تواند واقعاً قانع‌کننده باشد.

برگردیم به ایدهٔ دنیاهای اَبَرکروی که در فضای ۴ بعدی شناور هستند، توجه داشته باشید که ما می‌توانیم به سطوح بالاتر نیز برویم و بگوییم که

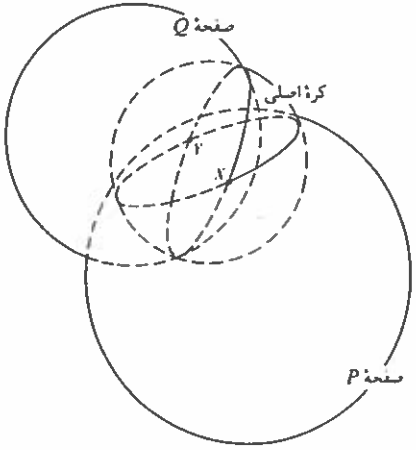
فضای ۴ بعدیی که در آن اَبَرکرهٔ ما شناور است، خود در واقع خمیده‌است و اَبَراَبَررویهٔ اَبَراَبَرکره است که در فضای ۵ بعدی شناور است و تعداد این اَبَراَبَرکره‌ها بسیار زیاد است و اینکه فضای ۵ بعدی در واقع اَبَراَبَراَبَررویهٔ یك اَبَراَبَراَبَرکره است که در فضای ۶ بعدی شناور است و همین‌طور الی آخر. اگر شروع به افزایش ابعاد کنیم، هیچگونه سد معقولی بجز بینهایت برای متوقف ساختن ما وجود ندارد. آیا فضای بینهایت بعدی باید خمیده‌باشد یا تخت؟ ریاضیدانان به دلایلی دیگر یك نوع فضای بینهایت بعدی تخت به نام فضای هیلبرت را در واقع مورد مطالعه قرار داده‌اند. اما به قول واتلی اسمیت، «ماهیت فضاهایی که ابعاد زیادی دارند مسئله‌ای است که به نظر من نباید در اینجا مطرح شود زیرا این مسئله به نحو بارزی خارج از حیطهٔ سیاست عملی قرار می‌گیرد.»



شکل ۶۲

درست همان‌طور که توانستیم کرهٔ تخت یکریخت کرهٔ واقعی را به دست آوریم و برای این کار نقاط را نقاط صفحه، بعلاوهٔ نقطهٔ واقع در بینهایت و «خطوط راست» را دایره‌ها و بعضی از انواع خطوط فرض کردیم، همان‌طور هم می‌توانیم یك اَبَرکرهٔ تخت به دست آوریم. برای این کار نقاط را نقاط فضای ۳ بعدی معمولی، صفحات را کره‌ها و برخی از انواع صفحه و «خطوط راست» را دوایر و برخی از انواع خطوط فرض می‌کنیم. این کار را باید به این ترتیب انجام داد که یك کرهٔ قشنگ در فضای ۳ بعدی خودتان

انتخاب کنید. و آن را کرهٔ اصلی بنامید. اکنون بگویید که «صفحه» عبارت است از (۱) هر صفحه‌ای که از مرکز دایرهٔ اصلی عبور کند و (۲) هر کره‌ای که کرهٔ اصلی را قطع می‌کند و فصل مشترکش یك دایرهٔ عظیمه است. یك «خط راست» عبارت است از (۱) هر خطی که از مرکز دایرهٔ اصلی بگذرد، و (۲) هر دایره‌ای که کرهٔ اصلی را در دو انتهای یك قطر قطع کند. این مدل در کتاب بسیار خوب هانس رایشنباخ به نام فلسفهٔ فضا و زمان توصیف شده است. توجه داشته باشید که هر دو «صفحه» یکدیگر را در یك «خط راست» قطع می‌کنند. بدین ترتیب، در شکل ۶۳، «صفحات» P و Q کره‌هایی هستند که فصل مشترکشان یك «خط راست» یا دایره‌ای است که از دو نقطهٔ انتهایی یك قطر کرهٔ اصلی X و Y عبور می‌کند (این دایره را رسم نکرده‌ایم زیرا شکل زیاده از حد شلوغ می‌شد).



شکل ۶۳

می‌توانیم اَبَرکرهٔ تخت را تحت یك نگاشت استریوگرافیك ۴ بعدی با اَبَرکرهٔ واقعی یکریخت بدانیم. برای این کار یك فضای ۳ بعدی و یك اَبَرکره

را که یك نقطهٔ مشترك S داشته باشند در نظر می‌گیریم. اگر P نقطه‌ای از اَبَررویهٔ ۳ بعدی اَبَرکره باشد، خط راست NP را در فضای ۴ بعدی ترسیم می‌کنیم و آن را ادامه می‌دهیم تا فضای ۳ بعدی را در نقطهٔ منحصر به‌فرد P' قطع کند. در اینجا درك این مطلب که ممکن است یك خط در فضای ۴ بعدی تنها در یك نقطه با یك فضای ۳ بعدی تلاقی کند حائز اهمیت است.

اجازه بدهید به چیزی بازگردیم که برای ذهنمان کمتر آزار دهنده باشد: منظورم آقای مربع است. برای او واضح بود که فضایش کروی است. به هرحال، لیوینگ چیپ به سفر «دور فضا» رفته بود، مگر نه؟ اما با کمال تعجب، شاید هم جای تعجبی وجود نداشته باشد، نظریهٔ آقای مربع را همگان رد کردند. رئیس او با صدایی که طنین گیوتین از آن بر می‌خاست به او گفت: «پروفسور مربع، فضا نمی‌تواند خمیده باشد، ماهیت فضا اقتضا می‌کند که تخت باشد، خداوند (هرگز) یك جهان ناقص خلق نمی‌کند». مربع جواب داد، «آخر مگر نمی‌بینید؟ فضا در جهت بعد سوم خمیده است، در غیر این صورت لیوینگ چیپ چگونه می‌توانست بدون اینکه به چپ و یا راست منحرف شود به دور جهان برود؟» رئیس پرخاش کنان گفت: «دکتر مربع، بعد سوم حقیقی نیست. بعد سوم تمثیلی بیش نیست برای آنچه معجزه آسا و ذاتاً غیر قابل توضیح است. و اما راجع به حقهٔ لیوینگ چیپ بگویم... پدر تویستور دارد روی آن واقعهٔ کوچك غیر عادی کار می‌کند».

پدر تویستور واعظ اول معبد بعد سوم بود. او این معبد را در آشفته بازاری که پس از نجات آقای مربع از گیوتین پیش آمد بنیانگذاری کرده بود. اهالی تخت آباد که از این تهاجم (به قول پدر تویستور) واقعیات خارق‌العاده به جانهایشان گیج شده و به‌شدت ترسیده بودند در پی رهبری بودند که دنیای تغییر یافته‌شان را برایشان قابل فهم سازد و پدر تویستور آنچه را که به‌دنبالش بودند در دست داشت. آقای مربع به آسانی می‌توانست قدرت را در دست بگیرد، اما سفرهای او به بعد سوم همچنین ماههای زندان، او را نسبت به نژاد چند ضلعی بدگمان کرده بود. او به زندگی نسبتاً منزوی

در دانشگاه تخت آباد قانع بود. دیدار او مشکل نبود، اما تعداد کمی این زحمت را به‌خود می‌دادند. به‌هر حال، او را در ردیف خل‌وضعها به‌شمار می‌آوردند.

پدر تویستور ریاضیدان خوب و با هوشی بود، اما هیچ اعتقادی به بعد سوم نداشت. او در یافتن توضیحات ۲ بعدی برای پدیده‌های ۳ بعدی استاد بود و در عین حال ظاهراً از بعد سوم طرفداری می‌کرد. او الفاظ «۳ بعدی» و «معجزه‌آسا» را به‌طور مترادف به‌کار می‌برد. نمی‌توانست حقه‌های شعبده‌بازی پیش‌پاافتاده را به‌عنوان «پدیده‌های ۳ بعدی» نادیده بگیرد. معبد بعد سوم موفقیت بزرگی بود زیرا به‌این ترتیب رویدادهایی را که در ابتدا واقعیتشان ناراحت‌کننده بود می‌شد با عنوان آرامبخش «معجزه‌آسا» مطرح کرد.

بلافاصله پس از گفتگوی آقای مربع با رئیسش، پدر تویستور به‌دیدن او آمد و به‌گرمی شروع به‌صحبت کرد «خوب پروفسور، باز هم بازیهای قدیمی؟ این چیزی که در بارهٔ فضاهای کروی به‌گوشم خورده دیگر چیست؟ بعد سوم را به‌علمای دین بسپار! اگر بعد سومی در دنیای واقعی باشد، آن بعد زمان است؛ بعد سومی در فضا وجود ندارد که چیزی را خم کند!»

مربع جواب داد «بسیار خوب تویستور، تو حتماً یك توضیح معجزه‌آسای ۲ بعدی در آستین داری. بگو تا بشنویم.»

تویستور بدون ملاحظه گفت، «هیچی توش نیست. لیوینگ چیپ وقتی که از تخت شهر دور می‌شد، مرتب رشد می‌کرد. آنقدر سریع رشد می‌کرد که بعد از یك‌سال به بینهایت رسید. چون تنها یك بینهایت وجود داشت، او از هر جهتی که می‌خواست می‌توانست برگردد. او تصادفاً جهتی را انتخاب کرد که بازگشتش از طرف غرب شد، هر چند که در ابتدا به‌طرف شرق رفته بود.» تویستور با لبخند تسلی‌بخش بر چهرهٔ خشم‌آلود آقای مربع نگریست.

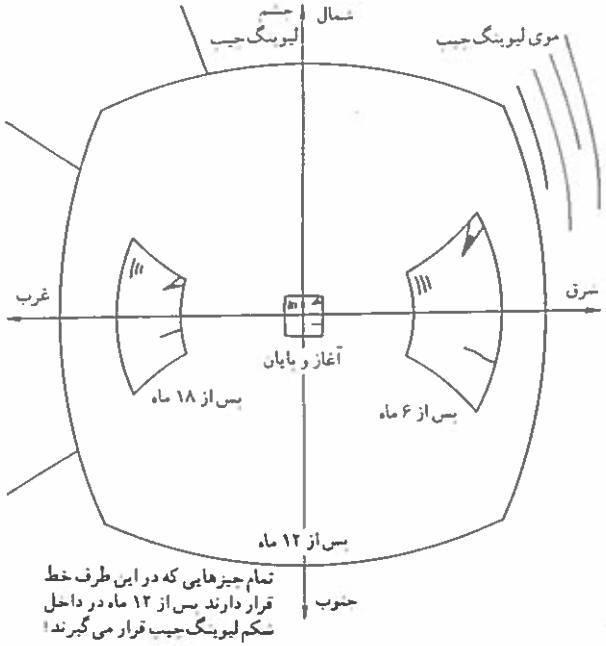
آقای مربع فریاد زد «مسخره است».

تویستور در جواب گفت، «مسخره نیست، مربع عزیز، معجزه‌آساست».

اجازه بدهید منظور پدر تویستور را بررسی کنیم. آقای مربع کرهٔ واقعی را در ذهن دارد و پدر تویستور کرهٔ تخت را در نظر می‌گیرد. چون هر دو فضا یکریخت‌اند، من از همین حالا می‌توانم بگویم که هیچکس در این بحث برنده نخواهد شد. این همان نکتهٔ مورد نظر ماست: انحنای فضا در یك بعد بالاتر را می‌توان با این فرض توضیح داد که اشیایی که در فضای تخت ایده‌آل به‌این طرف و آن‌طرف حرکت داده‌می‌شوند به‌نحو مناسبی کوچك و بزرگ می‌شوند. شکل ۶۴ سفر لیوینگ چیپ را آن طور که پدر تویستور می‌گوید نشان می‌دهد.

توجه کنید که اگر یك تخت‌آباد کروی را در نظر بگیرید و صفحه‌ای را در تخت شهر بر آن مماس کنید، تصویر مربعی که در اطراف کره حرکت می‌کند، همان طور که در شکل ۵۷ نشان داده‌شده‌است، درست به آنچه پدر تویستور می‌گوید شباهت پیدا می‌کند. هرگاه مربع شامل نقطه‌ای باشد که از آن خطوط تصویر رسم می‌شوند، تصویر مربع بینهایت می‌شود. این شد یك حرفی، زیرا اگر ساکنان تخت شهر، وقتی که لیوینگ چیپ در نقطه‌ای از فضای کروی تخت‌آباد درست مقابل تخت شهر قرار گرفته بود، در یك تلسکوپ قوی نگاه می‌کردند ـ در هر جهتی که نگاه می‌کردند لیوینگ چیپ را می‌دیدند. اکنون اگر آمدیم و به‌هر طرف که تلسکوپ را گرداندیم قسمتی از یك شخص را در تاریکی مشاهده‌کردیم، می‌توانیم نتیجه بگیریم که این «شخص» بینهایت بزرگ‌است. مثلاً اگر فرض کنیم فضای ۳ بعدی ما کروی باشد و فضانوردی در دورترین نقطه از فضا نسبت به‌ما شناور باشد، چنین چیزی اتفاق خواهد افتاد. یکی از ویژگیهای عجیب وضع ظاهر این فضانورد، که از شکل ۶۴ پیداست، این است که او «پشت رو» به‌نظر می‌آید. یعنی به‌جای اینکه پوست او رویه‌ای باشد که داخل آن قسمتهای درونی بدنش قرار دارند و در خارج آن ما باشیم، برعکس پوست او رویه‌ای می‌شود که در خارج آن قسمتهای درونی بدنش قرار دارند و ما در داخل آن

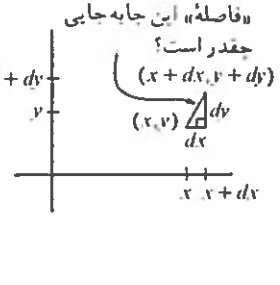
واقع شده‌ایم. آیا او هم چیزی را غیرعادی می‌یابد؟ خیر، او خود را کاملاً طبیعی می‌بیند. فقط ما به‌نظر او پشت رو و بینهایت بزرگ می‌آییم. این رفتار غیرعادی بدن فضانورد در «بینهایت» را در اصطلاح «تکینکی مختصاتی فضا» گویند که در مقابل آن (اصطلاح) «تکینکی اساسی فضا» قرار دارد. یعنی این رفتار غیرعادی فضا امری ظاهری بیش نیست و اگر به‌نحوی دیگر به‌چیزی نگاه کنیم می‌توانیم آن را حذف کنیم.



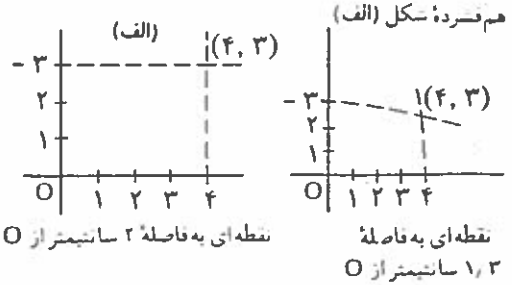
شکل ۶۴

به مباحثهٔ مربع ـ تویستور باز می‌گردیم. معلوم شد که تویستور واقعاً فرمولی برای آهنگ رشد لیوینگ چیپ به‌دست آورده بود. ایدهٔ او این بود که فضای تخت آباد یك صفحهٔ بینهایت دکارتی است ـ هر نقطه دارای مختصات (x , y) است و ما نقطهٔ $(۰ , ۰)$ را به‌تخت شهر اختصاص می‌دهیم ـ اما

فاصلهٔ ds بین دو نقطه به‌مختصات (x , y) و $(x + dx , y + dy)$ دیگر، مانند زمانی که همه چیز عادی بود، برابر ریشهٔ دوم $(dx^۲ + dy^۲)$ نیست. نکته در اینجاست که اگر (x , y) و $(x + dx , y + dy)$ دو نقطه از این فضا باشند، ضرورت مطلقی در کار نیست که اهالی تخت آباد فرض کنند «فاصله» یا مقدار فضای بین این دو نقطه خودبه‌خود، چنانکه قضیهٔ فیثاغورث می‌گوید، برابر ریشهٔ دوم $(dx^۲ + dy^۲)$ باشد. باری، درست دانستن قضیهٔ فیثاغورث، همان‌گونه که در فصل ۲ گفتیم، معادل‌است با درست دانستن اصل موضوع پنجم اقلیدس. شاید قسمتهای خاصی از صفحه‌ای که تخت آبادیها در آن زندگی می‌کنند، پس از آنکه به‌هر نقطه مختصات دکارتی‌اش اختصاص داده‌شد، کشیده و قسمتهایی هم فشرده شده باشند (شکلهای ۶۵ و ۶۶).



شکل ۶۵



شکل ۶۶

می‌توان فاصله‌ها را با فرض تساوی فاصلهٔ بین دو نقطهٔ P' و Q' در صفحه با فاصلهٔ واقعی بین دو نقطهٔ P و Q روی کره که P' و Q' تصاویر آنها هستند، محاسبه کرد و نشان داد که فاصلهٔ ds بین دو نقطهٔ صفحه با مختصات (x , y) و $(x + dx , y + dy)$ برابر است با

$$ds = \frac{۱}{۱ + \frac{۱}{۴K^۲}(x^۲ + y^۲)} \sqrt{dx^۲ + dy^۲}$$

که در آن K شعاع کره‌ای است که اهالی تخت‌آباد در آن زندگی می‌کنند. یعنی به گفتهٔ تویستور، فاصلهٔ واقعی بین دو نقطه با مختصات (x , y) و $(x + dx , y + dy)$ به جای $\sqrt{dx^2 + dy^2}$ که قبلاً می‌پنداشتیم، برابر است با

$$\frac{1}{1 + \frac{1}{4K^2}(x^2 + y^2)} \sqrt{dx^2 + dy^2}$$

آقای مربع K را شعاع جهان تلقی خواهد کرد، اما تویستور که به فضای تخت معتقد است K را نوعی ثابت جهانی خواهد گرفت که الزاماً مضمون فیزیکی ندارد. می‌توانیم صفحه را کره‌ای با شعاع بینهایت بدانیم و توجه کنیم که اگر K بینهایت باشد، فرمول تویستور برای فاصله به‌صورت فرمول فاصلهٔ معمولی در می‌آید.

در اینجا باید کمی مکث کنیم و معنای دقیق dx و dy را بیان کنیم. برداشت ما از dx و dy کمیتهای بینهایت کوچک غیر صفری است که قدر مطلق آنها از هر عدد حقیقی کوچکتر است. ممکن است بپرسید فایدهٔ یك فرمول برای فاصلهٔ بینهایت کوچك بین دو نقطهٔ بینهایت نزدیك به‌هم چیست؟ فایدهٔ آن در حساب دیفرانسیل و انتگرال این است که برای جمع‌زنی تعداد بیشمار بینهایت کوچك و تعیین اعداد حقیقی معمولی، روشی در دست داریم. این فرایند را انتگرالگیری می‌گویند. طبق تعریف، فاصلهٔ بین دو نقطه P' و Q' در امتداد یك خط معلوم m عبارت است از حاصل جمع بینهایت عنصر بینهایت کوچك فاصله در امتداد خط m بین P' و Q' (که معمولاً به‌صورت $\int_{P'}^{Q'} ds$ نوشته می‌شود) و در آن معمولاً فرض بر آن است که منظور از خط m مشخص است. بدین ترتیب فاصلهٔ بین تخت شهر $(0 , 0)$ و منتهی‌الیه شرقی جهان $(\infty , 0)$ برابر است با

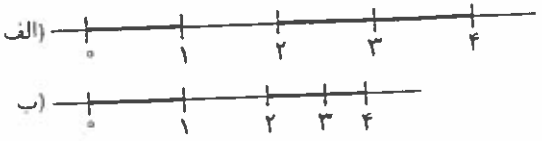
$$\int_{(0,0)}^{(\infty,0)} ds = \int_{x=0}^{x=\infty} \frac{1}{1 + \frac{1}{4k^2} x^2} dx$$

$$= 2K \arctan \frac{x}{2K} \Big]_0^{\infty} = \pi k$$

که در آن از این حقیقت استفاده کرده‌ایم که فرمول ds، فاصلهٔ بین $(x , 0)$ و $(x + dx , 0)$ را به‌صورت $dx\,[1/(1+(x/2K)^2)]$ تعیین می‌کند. توجه کنید که مقدار πK دقیقاً برابر است با فاصلهٔ یك نقطه روی کره‌ای به‌شعاع K با نقطه‌ای از کره که در مقابل آن قرار دارد.

پس رابطهٔ بین ادعای تویستور، مبنی بر اینکه تخت‌آبادیها هر قدر از مرکز دورتر شوند بزرگتر می‌شوند و فرمول ds، که می‌گوید هر قدر (x^2+y^2) بزرگتر باشد تغییر فاصلهٔ ds مربوط به تغییر مختصات معلوم dx و dy کوچکتر می‌شود، چیست؟ این دو گفته اساساً معادل هستند. مثلاً، یك محور x ها داریم که در آن برخی نقاط را ۰، ۱، ۲ و غیره نامیده‌ایم. اکنون، به‌عنوان مثال، میله‌ای داریم که روی محور x ها قرار دارد، انتهای چپ آن در نقطهٔ ۰ و انتهای راست آن در نقطهٔ ۱ است. حال، فرض کنید که میله را به‌طرف راست روی محور حرکت می‌دهیم و وقتی میله بی‌حرکت می‌شود انتهای چپ آن در نقطهٔ ۲ و انتهای راست آن در نقطهٔ ۴ قرار می‌گیرد. در اینجا دو نوع نتیجه‌گیری امکان‌پذیر است: (الف) میله در جریان حرکت به‌طرف راست انبساط پیدا کرد و طول آن از یك واحد به‌دو واحد رسیده است. یا (ب) فاصلهٔ واقعی بین دو نقطهٔ ۲ و ۴ برابر است با فاصلهٔ واقعی بین دو نقطهٔ ۰ و ۱ (شکل ۶۷).

نتیجهٔ (الف) در صورتی طبیعی به‌نظر می‌رسد که معتقد باشیم با یك فضای اقلیدسی ثابت سر و کار داریم که مختصات دکارتی هر نقطهٔ آن مشخص



شکل ۶۷

است. وقتی پدیده‌های ظاهراً نااقلیدسی در این دنیا ظاهر می‌شوند، توضیح این است که انبساط و انقباض عجیب و غریبی در ماده اتفاق می‌افتد که به موقعیت آن در فضا مربوط می‌شود و با وجود این تأکید می‌کنید که فضا، فضای اقلیدسی است.

نتیجهٔ (ب) در صورتی به نظر درست می‌آید که احساس کنیم نباید یك جسم صُلب مانند خط‌کش را بنابه موقعیتش در فضا انبساط یافته و یا منقبض شده بدانیم. در اینجا احساس ما این است که اگر خط‌کشی چوبی به طول یك متر را برداریم و با خود به آن‌طرف کهکشان ببریم، طول آن باز هم یك متر خواهد بود. هرگاه پدیده‌های ظاهراً نااقلیدسی در دنیا اتفاق بیفتند، توضیح این است که فضای ما در واقع اقلیدسی نیست، و به همین دلیل هر کوششی برای قرار دادن مختصات دکارتی در رابطهٔ $ds^2 = dx^2 + dy^2$ محکوم به شکست است.

گرایشهای امروزی این است که نتیجهٔ (ب) را بپذیریم، البته با این استدلال که چون فضای مطلق نتیجهٔ (الف) غیر قابل مشاهده‌است (بنابراین) وجود خارجی ندارد. روش جدید این است که (ابتدا) خطوط مختصات را به نحوی طبیعی تعیین کنند و سپس فاصله را به‌این ترتیب به‌دست آورند که در هر نقطه (x, y) فاصلهٔ متناظر به هر تغییر مختصات را واقعاً اندازه بگیرند. معلوم می‌شود که اگر فرض کنیم فضا به‌طور موضعی تخت‌است (یعنی اگر در هر ناحیه‌ای که به‌اندازهٔ کافی کوچك باشد، فضا اقلیدسی به نظر بیاید) در این‌صورت سه تابع مکان $g_{11}(x, y)$، $g_{12}(x, y)$ و $g_{22}(x, y)$ خواهیم‌داشت به‌طوری که:

$$ds^2 = g_{11}(x, y)\,dx^2 + g_{12}(x, y)\,dxdy + g_{22}(x, y)\,dy^2$$

اغلب این سه تابع g را در یك تابع (واحد) به‌صورت زیر ادغام می‌کنند

$$G(x, y) = \begin{bmatrix} g_{11}(x, y) & g_{12}(x, y) \\ g_{12}(x, y) & g_{22}(x, y) \end{bmatrix}$$

که مقدار آن در هر نقطه یك ماتریس یا تانسور است. در موارد ۳ بعدی یك تابع مشابه $G(x, y, z)$ داریم که برابر است با ماتریس متقارن زیر

$$G(x, y, z) = \begin{bmatrix} g_{11}(x,y,z) & g_{12}(x,y,z) & g_{13}(x,y,z) \\ g_{12}(x,y,z) & g_{22}(x,y,z) & g_{23}(x,y,z) \\ g_{13}(x,y,z) & g_{23}(x,y,z) & g_{33}(x,y,z) \end{bmatrix}$$

که در آن داریم

$$\begin{aligned} ds^2 = {} & g_{11}(x,y,z)dx^2 + 2g_{12}(x,y,z)dxdy + 2g_{13}(x,y,z)dxdz \\ & + g_{22}(x,y,z)dy^2 + 2g_{23}(x,y,z)dydz \\ & + g_{33}(x,y,z)dz^2 \end{aligned}$$

تابع G را تانسور متریک گویند. معلوم شده‌است که اگر دستگاه مختصات دلخواهی برای فضا مفروض باشد و در هر نقطهٔ مختصاتی تانسور متریك (نیز) مشخص باشد، در این‌صورت تمام آنچه را که دربارهٔ ساختار فضا دانستنی‌است می‌دانیم. اگر مختصات را طور دیگری تعیین کنیم یك تانسور متریك دیگر به‌دست می‌آوریم اما نوعی رابطهٔ طبیعی بین تانسور متریك جدید و تانسور متریك قدیم وجود خواهد داشت.

همانگونه که قبلاً دیدیم، اگر مختصات دکارتی معمولی در صفحه را انتخاب کنیم، در این‌صورت

$$G(x, y) = \begin{bmatrix} \left[\dfrac{1}{1 + \dfrac{(x^2 + y^2)}{4K^2}}\right]^2 & 0 \\ 0 & \left[\dfrac{1}{1 + \dfrac{(x^2 + y^2)}{4K^2}}\right]^2 \end{bmatrix}$$

به‌فضای کروی منتهی می‌شود؛ یعنی صفحه را دقیقاً شبیه به کرهٔ تخت می‌نمایاند.

اجازه بدهید این مطلب را روشن کنیم. چرا، اگر $G(x,y)$ به‌صورتی که هم اکنون مشخص کردیم باشد، کوتاهترین مسیرها باید شبیه به دوایری باشند که در شکل ۴۳ نشان داده شده‌اند؟

یا، اگر بخواهیم دوباره به زبان چند ضلعی‌ها حرف بزنیم، پدر تویستور چگونه می تواند استدلال کند که انبساط فرضی اشخاصی که از تخت شهر دور می‌شوند موجب می‌شود که کوتاهترین مسیر بین P و Q خط خمیده باشد نه خط راست (شکل ۶۸)؟ جواب ساده‌است. چون وقتی یك خط کش را از ۰ دور می کنیم بر طولش افزوده می‌شود، بنابراین اگر خط کشی را چند بار پشت سر هم در امتداد مسیر خمیده PQ قرار دهیم، تعداد این دفعات کمتر از تعداد دفعاتی خواهد بود که باید (برای اندازه گیری خط مستقیم PQ) آن را پشت سر هم در امتداد مسیر مستقیم PQ قرار دهیم. یك نخ کشیده‌شده از P به Q در واقع در امتداد منحنی قرار می گیرد. توجه داشته باشید که مثلث OPQ یك مثلث قائم‌الزاویه است که مجموع زوایای آن ۲۷۰° است.

اکنون می توانیم کم کم بفهمیم که چطور فضای ۳ بعدیمان را کروی تصور کنیم. می پذیریم که به آسانی نمی توان انحنا در جهت بعد چهارم را تجسّم کرد، اما کِش آمدن خط کشها را می توانیم تصور کنیم. پس ایده این است که با تصویری ذهنی از فضای اقلیدسی ۳ بعدی معمولی خوب شروع کنیم. حال فرض کنید هر خط کش یا شیء دیگری که از مبدأ دور می‌شود منبسط می گردد. انبساط را فرمول زیر تعیین می کند.

$$ds = \frac{1}{1+\frac{x^2+y^2+z^2}{4K^2}}\sqrt{dx^2+dy^2+dz^2}$$

که در اینجا هم، K شعاع مطلوب ابرکره‌ای است که می خواهیم روی ابرروئه آن ساکن شویم. فرمول بالا این را می گوید که مقدار تغییر فاصله‌ای که

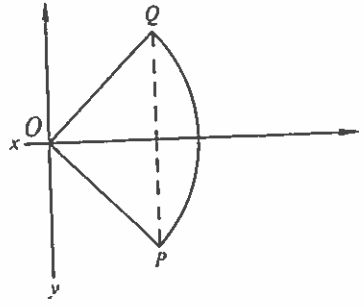
به‌سبب تغییر مختصات (dx, dy, dz) در نقطهٔ (x, y, z) ایجاد می‌شود

$$\frac{1}{1+\frac{x^2+y^2+z^2}{4K^2}}$$

بار بزرگتر از تغییری است که در مبدأ ایجاد می‌شود. به‌عبارت دیگر، باید تغییر مختصات در نقطهٔ $(x, y, z,)$ به‌اندازهٔ

$$1+\frac{x^2+y^2+z^2}{4K^2}$$

بار بزرگتر باشد تا تغییر فاصله به‌اندازهٔ تغییر فاصله‌ای باشد که همین تغییر مختصات در مبدأ ایجاد می کند. باز هم این بدان معناست که اگر شیئی با اندازهٔ ثابت را از مبدأ به نقطهٔ (x, y, z) ببریم، در این صورت اندازهٔ شیء نسبت به دستگاه مختصات ما باید بزرگ شود. بخصوص، اندازهٔ آن باید به قدری سریع رشد کند که پس از گذشت زمانی متناهی، شیء بتواند به بینهایت برسد و از آن عبور کند.



شکل ۶۸

جالب است

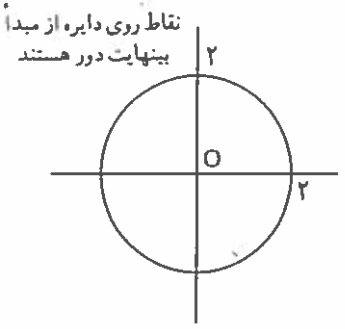
اگر شعاع جهان را عدد موهومی، مثلاً i بگیریم وضعیت جالب توجهی به وجود می آید. ابتدا مورد ۲ بعدی را در نظر می گیریم. اگر $K = i$ ، در

این صورت $K^2 = -1$ و به‌دست می‌آوریم

$$ds = \frac{1}{1 - \frac{x^2+y^2}{4}} \sqrt{dx^2+dy^2}$$

صفحه‌ای را که در آن فاصله این گونه تعریف شده‌است، شبه کرهٔ تخت گویند، و شبه کره عبارت است از کره‌ای با شعاع موهومی که معلوم نیست چه معنایی داشته باشد.

مانند مورد K حقیقی، تغییر شکل متریك در مبدأ اتفاق نمی‌افتد، یعنی در $(0, 0)$ داریم $ds^2 = dx^2 + dy^2$. در اینجا اگر از مبدأ دور شویم چه اتفاق می‌افتد؟ به‌تدریج که به‌دایره‌ای به‌مرکز مبدأ و به‌شعاع ۲ نزدیك می‌شویم، $(x^2 + y^2)$ به ۴ نزدیك می‌شود و مخرج عبارت ds به‌صفر می‌رسد. این بدین معناست که رفته‌رفته که به‌دایره مورد اشاره نزدیك می‌شویم، ds حتی به‌ازای (dx, dy) های کوچك، بسیار بزرگ می‌شود. این را می‌توان چنین مجسم کرد که خط‌کش چوبی به‌تدریج که به‌دایرهٔ با شعاع ۲ نزدیك می‌شود کوچك شود و آنقدر کوچك شود که فاصلهٔ بین نقاط ۰ و ۲ در شکل ۶۹ به بینهایت برسد!



شکل ۶۹

در خارج از دایره چیزهای حتی عجیبتری اتفاق می‌افتند. در آنجا تمام ds ها منفی هستند. فاصلهٔ بین هر دو نقطه در خارج از دایره عددی است منفی. بعلاوه، اگر P نقطه‌ای خارج از دایره باشد، در این‌صورت فاصلهٔ P تا بینهایت یك عدد منفی متناهی‌است در حالی که فاصلهٔ P تا هر نقطه روی محیط دایره، منهای بینهایت‌است.

قبل از اینکه به‌شکل ژئودزیکها در این حالت بیندیشیم، اجازه بدهید بگویم که (در فضای ۳ بعدی اقلیدسی) هیچ رویهٔ خمیده‌ای وجود ندارد که همانند کره که با کرهٔ تخت متناظر است، با شبه کره متناظر شود. (این را دیوید هیلبرت در سال ۱۹۰۱ اثبات کرد.) مفهوم ریمانی نمایش یك رویه با صفحهٔ اقلیدسی که به کمك یك تابع تانسوری تعیین شکل ds انجام می‌شود اساساً از مفهوم نمایش رویه به کمك یك صفحهٔ تغییر شکل یافته در فضای ۳ بعدی غنی‌تر است. در فضای ۳ بعدی، شبه کرهٔ حقیقی وجود ندارد اما می‌توانیم آن را به‌طور تحلیلی با فرمول بالا برای ds نمایش دهیم.

بیایید توجه خود را فقط به‌ناحیه‌ای از صفحه که در داخل دایره‌ای به‌مرکز مبدأ و شعاع ۲ قرار دارد معطوف کنیم. این ناحیه با متریك شبه کروی بینهایت به‌نظر می‌رسد، هر چند که تحت متریك معمولی اقلیدسی ناحیه‌ای محدود است. بر عکس این متریك، متریك کروی‌است که در بالا بدان اشاره شد، این متریك تمام صفحه را یك ناحیهٔ محدود می‌نمایاند، گرچه تحت متریك اقلیدسی معمولی این صفحه بینهایت‌است.

درست همانگونه که فضای ۳ بعدی کروی را با تصور یك فضای ۳ بعدی اقلیدسی نمایش دادیم که در آن خط کشها به‌تدریج که از مبدأ دور می‌شوند رشد می‌کنند، می‌توانیم فضای ۳ بعدی شبه کروی را نیز با تجسّم داخل یك کره در فضای اقلیدسی معمولی نمایش دهیم که در آن خط کشها با دور شدن از مبدأ و نزدیك شدن به سطح کره آب می‌روند. اگر کوچك شدن خط کشها با سرعت کافی صورت گیرد، فاصلهٔ بین مرکز کره و سطح آن بینهایت به‌نظر خواهد آمد. بدین ترتیب می‌توانیم دنیایی داشته باشیم که در هر جهت، تا

آنجا که ما می‌توانیم بگوییم، الی غیرالنهایه ادامه داشته باشد اما در حقیقت فضای ۳ بعدی ناقابل داخل یك توپ تنیس باشد. مهم فقط این است که همه چیز به تدریج که از مرکز توپ دور می‌شوند کوچکتر شوند. این بدان معمّای قدیمی می‌ماند که هرگز نمی‌توانیم از اتاقی که در آن هستیم بیرون برویم زیرا ابتدا باید نصف مسافت را برویم، سپس نصف باقیمانده را و سپس نصف باقیماندهٔ بعدی را و همین‌طور تا بینهایت (شکل ۷۰). اما اگر هر بار که یکی از آن نصف‌ها را می‌پیمودید اندازه‌تان نیز نصف می‌شد، در این‌صورت فاصلهٔ هر یك از آن گامهای بیشمار از نظر شما مساوی می‌شد، مثلاً برابر یك متر، و شما نمی‌توانستید از اتاق خارج شوید.

شکل ۷۰

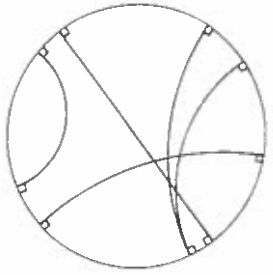
فضای شبه کروی انحنای منفی دارد، برخلاف فضای کروی که دارای انحنای مثبت است. حال اگر به فضای صفحه‌ای بازگردیم، ژئودزیکها چه شکلی دارند؟ بیایید، مانند قبل، فقط به آن قسمت از صفحه واقع در داخل دایرهٔ با شعاع ۲ و فاصلهٔ ds بیندیشیم

$$ds = \frac{۱}{۱ - \frac{x^۲ + y^۲}{۴}} \sqrt{dx^۲ + dy^۲}$$

معلوم می‌شود که ژئودزیك قوسی است از یك دایره که دایرهٔ با شعاع ۲ را عمودی قطع می‌کند.

شکل ۷۱ (که از پوانکاره است) یکی از بهترین مدلهای موجود برای هندسهٔ هذلولوی است. توجه کنید که، مثلاً، ممکن است خطوط بسیاری از یك نقطهٔ معلوم P عبور کنند و خط معلوم m را قطع نکنند.

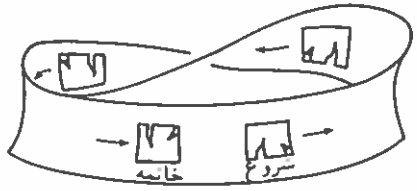
قبلاً بحث کردیم که اگر یکی از اهالی تخت‌آباد روی کره در جهت دلخواه به اندازهٔ کافی پیش برود، چگونه دوباره به نقطهٔ شروع حرکتش باز می‌گردد. اکنون اجازه بدهید یك نوع دیگر از تخت‌آباد را در نظر بگیریم که در آن هم بازگشت صورت می‌گیرد... اما به شکل تصویر تخت‌آبادی در آینه.



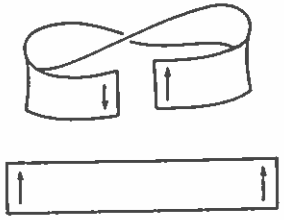
شکل ۷۱

رویه‌ای را که در شکل ۷۲ ترسیم شده نوار موبیوس گویند. به آسانی می‌توانید یکی از این نوارها را بسازید، نواری از کاغذ بردارید و آن را طوری وصل کنید که دو انتها دارای جهتهای مختلف باشند، آن طور که در شکل ۷۳ نشان داده‌شده‌است.

توجه کنید که وقتی آقای مربع به دور نوار موبیوس سُر می‌خورد واقعاً



شکل ۷۲

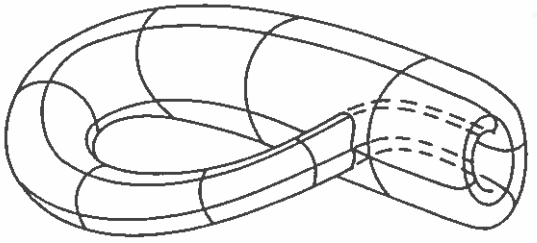


شکل ۷۳

به تصویر خود در آینه مبدل می‌شود. ممکن‌است وسوسه شویم که بگوییم وقتی او باز می‌گردد «در طرف دیگر» ورقهٔ فضاست. اما اگر فضایِ او واقعاً ۲ بعدی باشد دیگر چیزی به‌عنوان این طرف و آن طرف وجود ندارد یکی از راههای تجسّم این (وضعیت) با نوار موبیوس کاغذی این است که تصور کنیم آقای مربع را با جوهری کشیده‌اند که کاغذ را خیس و به آن طرف کاغذ نفوذ می‌کند.

البته برای تخت‌آباد این امری غیرطبیعی است که به‌صورت سطح نوار موبیوس درآید. نوار دارای کناره‌است و هیچ فضایی نباید دارای کناره باشد، می‌توانیم کناره‌ها را به‌این ترتیب غیر قابل دسترس سازیم و میدانی فرض کنیم که به‌موجب آن هر یك از اهالی تخت‌آباد که به‌طرف کناره حرکت کند کوچك و کوچکتر شود. اما راه بهتری (هم) وجود دارد.

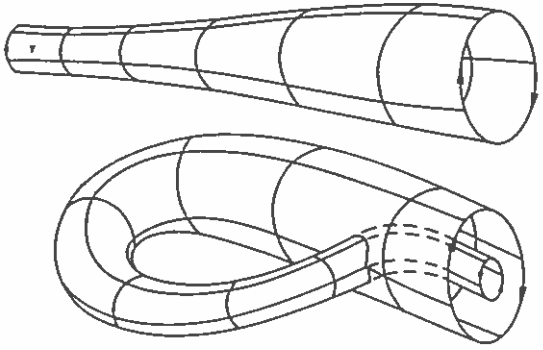
رویه‌ای که در شکل ۷۴ نشان داده شده یك بطری کلاین است. این بطری را می‌توان به‌طور نظری، با برداشتن یك استوانه و وصل دو انتهای آن به نحوی که جهتشان مخالف یکدیگر باشد ساخت (شکل ۷۵).



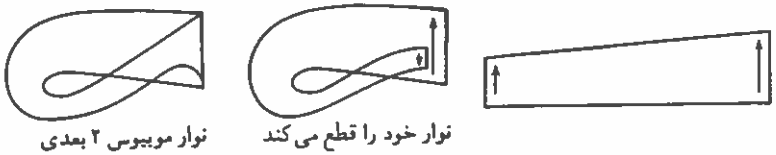
شکل ۷۴

بیهودگی کوشش ما برای ساختن یك بطری کلاین در فضای ۳ بعدی در این است که لازم است رویه خودش را قطع کند. باید بتوانیم ادعا کنیم شیئی که روی رویه حرکت می‌کند می‌تواند آزادانه از «دیواره»ای که در آنجا بطری در خود رخنه می‌کند عبور کند.

در فضای ۴ بعدی ساختن بطری کلاین کاملاً امکان‌پذیر است. برای درك این مطلب فرض کنید اهالی تخت‌آباد بخواهند یك نوار موبیوس درست کنند. آنها مجبور می‌شوند به‌نحوی شبیه به‌شکل ۷۶ اقدام کنند تا بتوانند دو انتهای نوار را با جهت‌های مختلف به‌یکدیگر وصل کنند. البته، وقتی ۳ بعد در اختیار داشته باشیم، می‌توانیم انتهای نوار را از صفحهٔ انتهای راست خارج کنیم، آن را تاب بدهیم و برای وصل کردن مجدد به آن صفحه بازگردانیم.



شکل ۷۵



شکل ۷۶

به همین طریق، در فضای ۴ بعدی می‌توانیم انتهای چپ را از فضای انتهای راست خارج کنیم، آن را «بپیچانیم» و برای وصل کردن دوباره به فضای انتهای راست بازگردانیم. بطری صاف کلاین در فضای ۴ بعدی را

می توان به این نحو مجسّم کرد که در ذهن بطری کلاین ۳ بعدی را آنقدر بکشیم تا ناحیه‌ای که بطری خود را قطع می کند حذف شود.

توجه کنید که اگر آقای مربع در بطری کلاین زندگی می کرد و در برخی جهات (خاص) پیش می‌رفت، به جای اول خود بازمی گشت بدون اینکه به تصویر آینه‌ایش تبدیل شده باشد، اما سفر در برخی جهات دیگر باعث می‌شد که او به شکل تصویر آینه‌ایش (از سفر) بازگردد. اگر فضای ما خمیده و به صورت ابررویهٔ یك ابربطری کلاین در فضای ۵ بعدی بود، چنین چیزی اتفاق می‌افتاد.

مسائل فصل ۳

(۱) فرض کنید که کهکشانها به‌طور یکنواخت در فضا توزیع شده‌اند. اگر فضای ما اقلیدسی باشد، در این صورت به‌ازای هر مقدار r، تعداد کهکشانهایی که در فاصلهٔ r از کهکشان ما قرار دارند برابر می‌شود با r^3 ضربدر یك عدد ثابت. آیا اگر فضای ما ابررویهٔ یك ابرکره باشد، باز هم چنین چیزی اتفاق می‌افتد؟

(۲) فرض کنید که فضای ما ابرکروی باشد و یك ناوگان سفینه‌های فضایی از زمین حرکت کنند و در بسیاری از جهات مستقیماً از زمین دور شوند. این سفینه‌ها برای اولین بار در کجا به یکدیگر خواهند رسید؟

(۳) یك آینهٔ کروی را تصور کنید و فرض کنید که تمامی جهان خارج از آینه، در داخل آن منعکس شده‌باشد. به تدریج که شخص از آینه دور می‌شود و به طرف بینهایت می‌رود، تصویر او به طرف مرکز آینه حرکت می کند و در همان حال مدام کوچك می‌شود. اگر شما در این دنیای آینه زندگی می کردید، آیا می توانستید این امر را تشخیص بدهید؟

(۴) گاهی گفته می‌شود که هر شیئی با ورود به یك میدان گرانش قوی (مثلاً نزدیك به سطح خورشید) کوچك می‌شود. آیا می توانید برای بیان این واقعیت راهی بیندیشید که بنابر آن بتوانید بگویید که وقتی اشیا به این طرف و آن طرف حرکت می کنند در واقع کوچك یا بزرگ نمی‌شوند؟

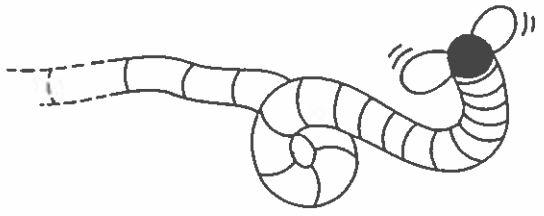
(۵) چنین مطرح شده‌است که اگر ماده‌ای مانند تصویرش در آینه معکوس شود، همان چیزی است که به پاد ماده معروف است. به آسانی می توان متوجه پاد ماده شد زیرا پاد ماده با ماده به صورت انفجاری ترکیب می‌شود. اکنون به یاد بیاورید که اگر مادهٔ تخت آباد در جهتی (خاص) به دور بطری کلاین بگردد به شکل تصویرش در آینه در می آید اما اگر در جهتی دیگر بگردد این امر اتفاق نمی‌افتد. اگر مشاهده کنیم که پاد ماده تنها از جهت‌های خاصی به زمین اصابت کند، چه فرضیه‌ای می توانیم ارائه دهیم؟

(۶) تخت آباد را به صورت سطح سنگ مرمری تصور کنید که یك منبع حرارتی در نقطهٔ O آن قرار دارد. فرض می کنیم که تخت آبادیها و تمامی وسائل اندازه‌گیری آنها در اثر گرما دستخوش انبساط می‌شوند. آقای مربع فضای تخت آباد را در نزدیکی نقطهٔ O با انحنای مثبت می بیند یا منفی؟

۴

زمان به مثابه بعد بالاتر

هم اکنون که در حال نوشتن این سطور هستم، مگسی در اطراف میز تحریرم وزوز می کند. تقریباً زمستان است و او به‌داخل آمده تا خود را گرم کند و نیز چیزی بخورد. وقتی در حرکت است (و اکنون که دارم راجع به‌او صحبت می کنم، دارد حسابی خود نمایی می کند)، در واقع چیزی که من می بینم حرکت یك شیء سیاه نیست، بلکه فقط نوعی دنباله است که در فضا تشکیل می‌شود (شکل ۷۷).



شکل ۷۷

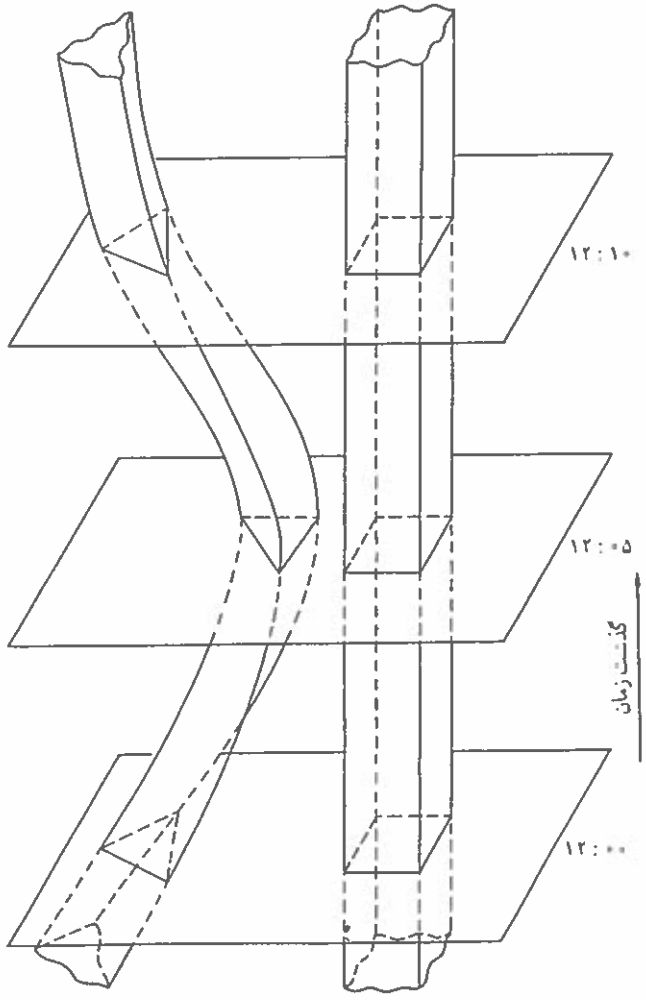
دقیقه‌ای مکث کنید و دستتان را مطابق یك نقش پیچیدهٔ ۳ بعدی تکان دهید. به دنباله‌ها نگاه کنید. وجود آنها به‌چه اعتباری است؟ چه می‌شد اگر دست شما در عین حال در تمام این وضعیت‌ها قرار می‌گرفت؟ چه می‌شود اگر دستتان را از بینی به گوشتان ببرید و دوباره به بینی بازگردانید ـ چرا دست قدیم در (محل) بینی سر راه دست جدید در بینی قرار نمی گیرد؟

دیدگاهی که می خواهیم در این فصل بدان بپردازیم این است که تمام اشیای ۳ بعدی در واقع دنباله‌هایی از فضا ـ زمان ۴ بعدی هستند. «فضا» یك مقطع ۳ بعدی نسبتاً دلخواه از فضا ـ زمان است که به‌تصور ما در جهت بُعد باقیمانده، یعنی «زمان» در حرکت است.

آیا، در این صورت، زمان بعد چهارم‌است؟ خیر، ضرورتاً این طور نیست. ممکن‌است ۴ بعد داشته باشیم ـ مثلاً، ۳ بعد برای زندگی کردن و ۱ بعد برای اینکه فضا را در جهت آن انحنا بدهیم ـ و سپس زمان را بعنوان بعد پنجم به میان بیاوریم. اینکه به‌زمان به‌مثابه یك بعد بالاتر بنگریم هم ممکن است و هم مفید. اما خواننده نباید عجولانه نتیجه بگیرد هروقت که دربارهٔ بُعد بالاتر صحبت می کنیم، منظورمان زمان است؛ اگر بر این امر پافشاری کنید که بعد چهارم چیزی جز زمان نیست، بسیاری از مطالبی که دربارهٔ بعد چهارم متذکر شدیم اعتبار خود را از دست می‌دهند. بعضی چیزها که در یك فضای ۴ بعدی خاص امکان‌پذیر هستند در فضا ـ زمان ۴ بعدی امکان‌پذیر نیستند.

برای دست یافتن به‌تصویر ذهنی خوبی از فضا ـ زمان، بیایید به تخت آباد برگردیم. فرض کنید که آقای مربع در میدانی تنها نشسته‌است. سَرِ ظهر پدرش، آقای مثلث، را می‌بیند که از طرف غرب به‌او نزدیك می‌شود. آقای مثلث در ساعت ۱۲ و ۵ ثانیه به کنار آقای مربع می‌رسد، با او به‌اختصار گفتگو می کند وسپس سُر می‌خورد و به‌همان جایی که آمده‌بود باز می گردد. اکنون اگر زمان را در جهت عمود بر فضا بدانیم، در این‌صورت می توانیم زمان را در تخت آباد به‌صورت جهتی عمود بر صفحهٔ تخت آباد

نمایش دهیم. فرض می کنیم که «دیرتر» و «بالاتر در بعد سوم» یکی باشند، در این صورت می توانیم یك تخت آبادی بی حرکت را با یك کِرم یا دنبالهٔ عمودی و یك تخت آبادی متحرك را توسط یك کِرم یا دنبالهٔ خمیده نمایش دهیم، همان طور که در شکل ۷۸ نشان داده شد.



شکل ۷۸

این کِرمهای ۳ بعدی فضا ـ زمان را می توانیم موجودات بی‌زمان بدانیم. می توانیم از آنها برای تولید تخت آبادی که دارای موجودات زنده‌است استفاده کنیم. به‌این ترتیب که یك صفحهٔ ۲ بعدی برداریم و آن را به‌طرف بالا (در جهت پیشرفت زمان) حرکت دهیم و حرکات و اشکالی را که از تقاطع کرمها با صفحهٔ متحرك به‌وجود می آیند تماشا کنیم. سعی کنید عکسی مانند شکل ۷۸ را تصور کنید که تمام فضا و زمان تخت آباد را در بر می گیرد. کلاف سردرگم عظیمی از کرمهای با ضخامت‌های مختلف! در واقع، کِرم (خود) کلاف سردرگمی از نخها خواهد بود که هر نخ (آن) با دنبالهٔ یك اتم متناظر است. با اینکه می‌دانیم هر اتم موجود در بدن تقریباً هر هفت سال یکبار عوض می‌شود، مشاهده می کنیم که در واقع هیچ نخ واحدی وجود ندارد که در سراسر طول زندگی یك موجود ادامه داشته باشد. موجود زنده یك نقش ماندگار است نه مجموعهٔ خاصّی از ذرات.

تمرین ذهنی جالب توجه این است که سعی کنیم به‌دنیای خودمان برحسب فضا ـ زمان بنگریم. مثلاً، وقتی در میان جمعیتی از مردم راه می رویم، سعی کنیم مردم را به‌صورت دنباله هایی در فضا ـ زمان ببینیم نه به‌صورت موجودات فضایی که در فضا ـ زمان به‌سوی جلو در حرکت‌اند. با این دید، آنچه در حقیقت دنیای ما را تشکیل می‌دهد «کرمهایی» در فضا ـ زمان ۴ بعدی‌است و جهان در هر لحظه مقطع ۳ بعدی خاصی از این ساختار ۴ بعدی است.

اگر بکوشیم این نظر را بپذیریم که جهان ما یك نقش بدون تغییر در فضا ـ زمان است، آنگاه این سئوال پیش می آید که «اگر واقعاً گذشته و آینده وجود دارند، چرا ما نمی توانیم آنها را ببینیم؟ چه باعث می‌شود که ادراك ما از خود این‌طور باشد که در زمان به‌جلو می رویم؟» به‌عبارت دیگر، اگر دو کِرم شکل ۷۸ را در نظر بگیریم و موجودیت آنها را بدون تغییر فرض کنیم، به نظر نمی رسد که این (امر) بتواند احساس آقای مربع را مبنی بر اینکه در زمان به‌جلو می رود تأمین کند. ممکن است بگویید کِرمهای فضا ـ زمانی

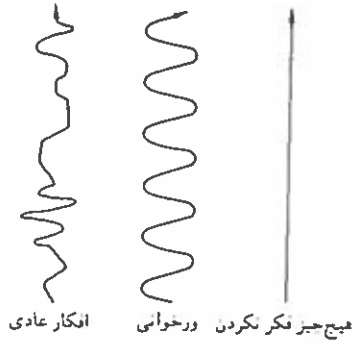
بدون تغییر را در نظر بگیریم و یك مقطع فضایی نورانی را به طرف بالا حرکت دهیم تا نمایشی از ضمیر خودآگاه آقای مربع باشد، اما چنین چیزی به نظر کمی تصنعی می آید. زیرا اگر در ملکوت لایتغیر فضا ـ زمان، گذشته و آینده با یکدیگر همزیستی داشته باشند، آیا نباید هر مقطعی برای همیشه نورانی باشد؟ اما احساس ما (قطعاً) این است که زمان می گذرد.

اگر دیدگاه فضا ـ زمانی جهان را از ته قلب بپذیریم، آنگاه سئوال به این صورت در می آید «توهم گذر زمان از کجا ناشی می شود؟» اشخاص مختلفی کوشیده‌اند به این سئوال پاسخ دهند. یکی از بهترین این کوششها مقالهٔ دیوید پارك به نام «افسانهٔ گذشت زمان» در منتخب مقالات فریزر است (ر. ك کتابشناسی). نظر پارك این است که ما در حقیقت در لحظه ـ لحظهٔ زندگیمان هستیم. تمام لحظات تاریخ گذشته و آینده در چارچوب فضا ـ زمان ۴ بعدی به طور دائم وجود دارند. توهم گذشت زمان نتیجه‌ای از ساختار جهان است؛ بخصوص نتیجه‌ای است از این حقیقت که اثراتی که یك رویداد روی حافظه می گذارد همیشه در نقاطی از فضا ـ زمان قرار دارند که مقادیر مختصه‌های زمانی آنها از مختصهٔ زمانی رویداد بزرگتر است. این حقیقت توضیح‌پذیر نیست؛ یکی از خواص قابل مشاهدهٔ جهان است و بس. یعنی، افکار و رویدادها تنها در زمانهایی به حافظه می روند که «دیرتر» است از زمانهایی که این افکار یا رویدادها به وقوع می پیوندند. هر نقطه از کِرم مارپیچ زندگی یك شخص از طریق مقایسهٔ خاطرات جای خود را نسبت به نقاط دیگر کِرم مارپیچ زندگی پیدا می کند. در این ادعا که خودِ گذشتهٔ من که شکل ۷۸ را کشیدم هنوز وجود دارد تناقضی وجود ندارد. من همیشه در حال کشیدن آن تصویر، تایپ کردن این جمله و رفتن به استقبال مرگ هستم. هر لحظه از زندگی ما همیشه وجود دارد. زمان نمی گذرد. ممکن است بگویید «ببین، من می دانم که همین الان وجود دارم. گذشته گذشته است و آینده هنوز وجود ندارد. اگر گذشته وجود داشت می توانستم ضمیر خودآگاه خود را پنج دقیقه به عقب ببرم». اما ضمیر خودآگاهی برای جلو یا عقب پریدن وجود ندارد؛ ما

همیشه در تمام لحظات زندگی خود، خودآگاه هستیم. خودآگاهی پنج دقیقه قبل غیر قابل تغییر است. حتی اگر سخن گفتن از «پنج دقیقه عقب بردن» معنی داشت و حتی اگر به نحوی انجام دادن این کار امکان‌پذیر بود، ما متوجه نمی شدیم که آن را انجام داده‌ایم! زیرا اگر ما به جسم و ذهن پنج دقیقه قبل خود باز می گشتیم، هیچ خاطره‌ای از بودن در آینده نداشتیم. در فکر همان فکرها بودیم و همان اعمال را انجام می دادیم. می توانید بارها و بارها (به گذشته) بپرید و این فصل را تا این نقطه ۵۰ بار بخوانید بدون اینکه متوجه شوید. این طور نیست که من مفهوم «پریدن به گذشته» را با معنی بدانم. زیرا این نظر تلویحاً شامل مفهوم خودآگاهیی می شود که مقطع متحرك خاصی از فضا ـ زمان را «روشن» می کند. و این همان توهمی است که دارم بر ضد آن استدلال می کنم.

آیا غیر از نقاط مختلف مارپیچ زندگی انواع دیگری از خودآگاهی را در اختیار داریم؟ آیا راهی وجود دارد که به جای فضای متحرك، از فضا ـ زمان بدون حرکت خود آگاهی داشته باشیم؟ این نوع آگاهی باب طبع اهل باطن است. اهل یوگا دربارهٔ خلود و آزادی، خودآگاهی از حال سرمدی و زمان متعالی سخن می گویند. آیا آنها دربارهٔ ادراك مستقیم دنیای لایتغیر فضا ـ زمان سخن می گویند؟ گزارشها نشان می دهند زمانی که در حالت ریاضت عمیق گذرانده می شود به صورت دورهٔ بی‌زمان به خاطر آورده می شود. به نظر می رسد که امکان فرار از احساس گذشت زمان واقعاً وجود داشته باشد. تجربهٔ واقعی این نوع «اشراق» را معمولاً نمی توان در حالات عادی خودآگاهی به طور کامل به خاطر آورد. آیا این بدین معناست که این نوع حالات خودآگاهی روزنهٔ مستقیمی به دنیای فضا ـ زمان فراهم می آورد؟ شاید (این طور باشد)، شاید هم نه. می توان استدلال کرد که رسیدن به احساس «بی‌زمانی» حیله‌ای بیش نیست که عملکرد آن بدین قرار است: ما از این طریق متوجه گذشت زمان می شویم که هر لحظه از خودآگاهی، از لحظه‌ای که درست قبل از آن و لحظه‌ای که درست بعد از آن قرار دارد

متمایز است. دلیل آن این است که ما همیشه داریم به افکار جدیدی می‌اندیشیم به چیزهای جدیدی توجه می‌کنیم. پس، روش ورود به حالت خلسهٔ یوگا این است که فکر کردن به افکار جدید را متوقف سازیم. بدین ترتیب که یا به هیچ چیز فکر نکنیم (که کار آسانی نیست)، و یا توجه خود را به یك فکر دور تکراری و وردخوانی متمرکز سازیم. اگر به هیچ چیز فکر نکنیم، هیچ طریقی برای تمیز بین یك لحظه و لحظه‌ای قبل از آن و لحظهٔ بعد از آن در دست نداریم. وقتی در حال وردخوانی و تکرار مکررات هستیم، هیچ راهی برای قائل شدن تمایز بین یك تکرار و تکرار قبل از آن و یا بعد از آن وجود ندارد. بنابراین هر یك از این تمرینها منجر به پیدایش حس بی‌زمانی می‌شود (شکل ۷۹). اجازه بدهید در اینجا یك جملهٔ معترضه بگویم و آن اینکه استفاده از این روش به هیچ‌وجه خاص شرق نیست؛ دعای «سلام بر مریم» شاید متداولترین وردخوانی غربی باشد. خوب، این احساسهای بی‌زمانی خوشایند و با ارزش هستند. اما آیا آنها حقیقتاً خودآگاهی ۴ بعدی به شمار می‌روند؟ شاید این‌طور نباشد، اما در راه پرورش خودآگاهی ۴ بعدی نقطهٔ شروع خوبی هستند.



شکل ۷۹

ترفند دیگری برای پرورش خودآگاهی فضا ـ زمانی در کتاب کارلوس

کاستاندا به نام «واقعیتی دیگر» تشریح شده‌است که داستان یك سرخ‌پوست مکزیکی به نام دون خوان و کوشش او برای یاد دادن یا نشان دادن نحوهٔ جدید تعبیر واقعیت به کاستاندا است. از برخی از سلسله وقایع در کتاب این طور استنباط می‌شود که دون خوان در واقع سعی داشته‌است به کاستاندا نحوهٔ نگرش فضا ـ زمانی را بیاموزد. یکی از تمرینهایی که دون خوان در نظر داشت این بود که کاستاندا کم‌کم به‌جای دیدنیها به شنیدنیها یا صداها بیشتر توجه کند. این (امر) ممکن است به نظر بی‌اهمیت جلوه کند اما در حقیقت انسان متمدن تا حد زیادی بصری است. بیشتر اطلاعات ما (مثل کلمات چاپ شده) از طریق چشمها به ما می‌رسند، برخلاف مثلاً آن شکارچی بَدوی که تا حد بسیار زیادتری به گوشهای خودش وابسته بود (مانند آوازهای قبیله‌ای و، صدای حیوانات). نکتهٔ جالب توجه در مورد گوشها این است که آنها به‌جای ساختار فضا ساختار زمان را حس می‌کنند. به‌عبارت دیگر شما نمی‌توانید با یك «چشم انداختن» گوشها پی ببرید که در یك اتاق چه می‌گذرد. برای اینکه بشنوید چه دارد اتفاق می‌افتد به‌زمان احتیاج دارید. مثلاً توجه کنید چگونه یك آواز را از رادیو می‌شنوید. شما نُت‌ها را یکی‌یکی نمی‌شنوید بلکه ترکیب نُتها، حرکت از ترکیب به یك ترکیب دیگر و بالا و پایین رفتن‌ها را می‌شنوید. یعنی ساختار زمان را ادراك می‌کنید.

نگریستن به وقایع از دیدگاه تاریخی راه دیگری است برای نزدیك شدن به جهان‌بینی فضا ـ زمانی. ما می‌توانیم از خودمان به‌عنوان یك ساختار فضا ـ زمانی بیشتر آگاه شویم اگر به خاطر داشته باشیم که پنج دقیقه قبل، پنج ساعت قبل (و یا) پنج سال قبل چگونه بوده‌ایم. حتّی لحظات پرقدرت تجدید خاطره هم وجود دارد که به نظر می‌رسد (در آن لحظات) واقعاً به صحنهٔ رویداد گذشته باز می‌گردیم. نویسندهٔ آرژانتینی خورخه لوئیس بورخس در مقاله‌اش با عنوان غیر متعارف «ردیهٔ جدیدی بر زمان» تا بدانجا پیش می‌رود که می‌گوید وقتی ما یك حالت خاص خودآگاهی را دوباره به وجود می‌آوریم، در واقع به آن زمانی باز می‌گردیم که آن حالت خود آگاهی

اولیه در ما وجود داشت.

بیایید اکنون مسئلهٔ اراده را مورد بحث قرار دهیم. یکی از اشکالاتی که معمولاً به این نظر، که تمام فضا و تمام زمان را می‌توان در یك ساختار بی‌حرکت فضا ـ زمان پیچید، وارد می‌کنند این است که ظاهراً آنچه تا این لحظه اتفاق افتاده‌است آینده را به‌طور کامل تعیین نمی‌کند. احساس (ما) این است که بین راههای مختلفی که برای انجام دادن یك عمل وجود دارد، حق انتخاب داریم و بنابراین آینده نمی‌تواند از قبل وجود داشته باشد.

جواب آسان به‌این اشکال این است که ادعا کنیم که ما فاقد اراده هستیم و ادعا نامهٔ خوبی هم می‌توانیم برای آن تنظیم کنیم. هر بار که شخصی کار غیرمترقبه‌ای انجام می‌دهد آناً این سئوال پیش می‌آید که «چرا این کار را کردی؟». در این سئوال این اعتقاد تلویحی نهفته است که همیشه دلیلی برای اعمال یك شخص وجود دارد، و اینکه در واقع او فاقد اراده است و تنها به نیروی فشارهای داخلی و خارجی عکس‌العمل نشان می‌دهد.

این جواب کاملاً قانع‌کننده نیست زیرا انتخابهایی وجود دارند که در ظاهر کاملاً غیرقابل پیش بینی هستند. به نظر می‌آید که در مورد انتخابهای بی‌اهمیتی مانند اینکه کدام کفش را اول بپوشیم، به‌طور تصادفی و غیر قابل پیش بینی تصمیم می‌گیریم. در فیزیك پدیده‌هایی وجود دارند که اساساً تصادفی به نظر می‌آیند. مثلاً اگر یك اتم اورانیوم داشته باشیم، حتی علی‌الاصول هم هیچ راهی برای پیش‌بینی اینکه آیا این اتم در ده ثانیه آینده واپاشیده می‌شود و یك ذرهٔ آلفا گسیل می‌کند یا خیر وجود ندارد. اگر ما نتوانیم این را پیش بینی کنیم، چطور ممکن است که سرنوشت این امر پیشاپیش در فضا ـ زمان معلوم شده باشد.

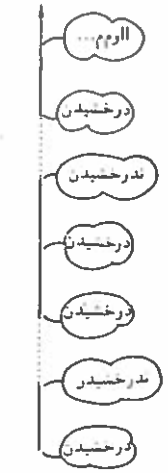
خوب، چرا که نه؟ به هر حال، لازمهٔ جبری بودن، پیش بینی‌پذیری نیست. تمام آینده به‌انضمام پیچ و خمهای کوچك غیر قابل پیش بینی (راه) که اتفاق می‌افتد می‌تواند پیشاپیش معلوم باشد. با این وجود، این وضعیت هنوز خیلی رضایتبخش نیست. احساس (ما) این است که اگر چیزی

نیست که اتم اورانیم را وادارد تا در ده ثانیهٔ آینده واپاشیده شود یا نشود، در این‌صورت باید برای آن اتم ممکن باشد هر کدام را که می‌خواهد انتخاب کند. اما اگر آینده از قبل معلوم باشد، در واقع این امکان برای اتم وجود ندارد که هرکدام را که می‌خواهد انجام دهد. یا واپاشیده خواهد شد که در این‌صورت برای آن واقعاً امکان نداشته‌است که واپاشیده نشود، یا واپاشیده نخواهد شد که در این‌صورت برای آن واقعاً امکان نداشته‌است که واپاشیده شود، گرچه ما این را نمی‌دانستیم. آیا راهی وجود دارد که جهان را طوری تنظیم کنیم که آینده‌های مختلف و ممکن، به‌جای اینکه (تنها) به‌طور نظری امکان‌پذیر باشند، به‌طور حقیقی امکان‌پذیر باشند؟

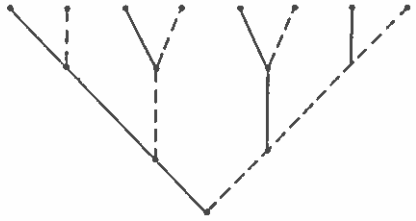
بله، راهی وجود دارد. راه‌حل این است که ما می‌توانیم با دنیایی کار کنیم که شاخه‌شاخه می‌شود. این نظر را چندین فیزیکدان جدّی مطرح کرده‌اند (ر. ك کتابشناسی. دوویت، ویراستار: تعبیر چند جهانی مکانیک کوانتومی). برای اینکه تصویری از این نظر داشته باشیم بیایید با یك فضای صفر بعدی نقطه آباد، یعنی فضایی که شامل یك نقطه می‌شود، کار کنیم. اکنون فرض کنیم این نقطه می‌تواند، در پایان هر ثانیه، تصمیم بگیرد که در ثانیهٔ بعدی بدرخشد و یا ندرخشد. اکنون اگر ماریپیچ زندگی این نقطه را رسم کنیم خطی به‌دست می‌آید که به‌طرف بالا (به‌طرف زمان آینده) به‌پیش می‌رود و برخی فواصل یك ثانیه‌ای روشن و در برخی فواصل یك ثانیه‌ای خاموش است (شکل ۸۰). چون تمامی این خط در فضا ـ زمان وجود دارد، نتیجه بگیریم که احساس نقطه مبنی بر اینکه در انتهای هر ثانیه تصمیم بگیرد که در ثانیهٔ بعدی بدرخشد یا ندرخشد، توهمی بیش نبوده‌است.

برای اینکه انتخاب نقطه حقیقی باشد، لازم است که جهانخط او هر بار که تصمیم به‌درخشیدن / ندرخشیدن می‌گیرد دو شاخه شود (شکل ۸۱)، یعنی تمام آینده‌های ممکن او حقیقتاً وجود دارند. او این توهم را خواهد داشت که تنها یکی از آنها را تجربه می‌کند، ولی در واقع بسیاری از آنها هستند که همهٔ زندگیهای ممکن را تجربه می‌کنند. هریك از این «من‌ها» این

توهم را خواهد داشت که منحصر به‌فرد است، این توهم را خواهد داشت که آگاهانه توالی خاصی از درخشیدن / ندرخشیدن را انتخاب کرده‌است، احساس خواهد کرد که ارادهٔ او یکی از جهانهای ممکن را تحقّق بخشیده‌است. در واقع، تمام جهانهای ممکن وجود خواهند داشت.



شکل ۸۰



شکل ۸۱

اگر این «مدل جهان شاخه شاخه» را برای جهان خودمان بپذیریم، می بینیم که تعداد شاخه های جهان ما گیج کننده‌خواهد بود. زیرا هربار که یك رویداد غیر قطعی کوانتومی در اتم به‌وقوع بپیوندد یا نپیوندد، جهان به دو شاخه تقسیم خواهد شد. این امر منجر به‌تولید شاخه های زیادی در هر ثانیه می‌شود. در این‌صورت آیا تمام جهانهای ممکن وجود خواهند داشت؟ آیا، مثلاً دنیایی وجود خواهد داشت که شما در آن آدم فوق‌العاده‌ای باشید؟ مطمئناً، برای اینکه شما (بتوانید) پرواز کنید فقط لازم است که تمام اتمهای بدن شما تصادفاً همزمان، در طی افت و خیزهای تصادفی، به بالا حرکت کنند! (این امر) غیر محتمل است اما غیر ممکن نیست! برای اینکه به‌واقعیت نزدیکتر باشیم باطلنمایی را که «گربهٔ شرودینگر» خوانده می‌شود و اروین

شرودینگر، یکی از بنیانگذاران مکانیك کوانتومی آن را توصیف کرد. در نظر می گیریم.

گربه‌ای را با یك بطری در بستهٔ گاز سیانور در اتاقی قرار می‌دهیم. در کنار بطری چکشی تعبیه شده‌است که به‌یك شمارگر گایگر که در کنار مقدار کمی اورانیم قرار دارد متصل‌است. چکش طوری با شمارگر گایگر جفت شده‌است که اگر یك اتم اورانیم بین ساعت ۱۲ ظهر و ۱۲ و ۱ ثانیه بعد از ظهر واپاشیده شود، شمارگر گایگر این واپاشی را آشکارسازی خواهد کرد و سبب خواهد شد که چکش شیشه را بشکند و بدین ترتیب گربه را بُکُشد. باطلنمایی قضیه در اینجاست که قبل از بازگشت به اتاق، مثلاً حدود ۶ بعد از ظهر، و مشاهده اینکه آیا گربه هنوز زنده‌است یا خیر، از نظر فیزیکی (طبق مکانیك کوانتومی) نمی‌توانیم بگوییم گربه قطعاً مرده است یا قطعاً زنده است. احتمال معینی وجود دارد که طی آن دقیقهٔ حیاتی بعد از ظهر، اتمی فروپاشیده باشد، و قبل از مشاهدهٔ آنچه واقعاً اتفاق افتاده‌است، هر دو دنیا از لحاظ نظری وجود دارند. عدم قطعیت بدین سبب پیش می آید که قوانین مکانیك کوانتومی فقط تحول احتمالات را در طی زمان توصیف می کند؛ تحقق یك مشاهدهٔ خاص در فضای احتمال مکانیك کوانتومی پدیده‌ای نیست که بتوان آن را از راههای قطعی توضیح داد.

راه‌حل هیو اِورِت برای این وضعیت (مقالهٔ او با توضیحاتش در کتاب دورِیت آمده‌است) این است که بگوید همهٔ حالات در فضای احتمال مکانیك کوانتومی حقیقتاً وجود دارند: جهانی وجود دارد که در آن گربه زنده می‌ماند و جهانی وجود دارد که در آن گربه می‌میرد، و ما دو شاخه می‌شویم و به هر دو جهان وارد می‌شویم. برای این جهان شاخه شاخه به‌چند بعد نیاز داریم؟

ظاهراً، به‌یك معنا، به ۵ بعد احتیاج داریم: ۳ بعد برای فضا، ۱ بعد برای زمان و ۱ بعد برای اینکه در جهت آن جهانها بتوانند شاخه‌شاخه شوند. از طرف دیگر اگر شاخه‌ای را که هر ذره به‌وجود می آورد مستقل از شاخه‌ای که ذره‌ای دیگر به‌وجود می آورد بدانیم، ما برای هر ذره در جهان به ۱ بعد

احتیاج خواهیم داشت ـ و به‌این ترتیب تعداد ابعاد خیلی زیاد خواهد شد.

هنگامی که شروع کردیم زمان را به‌عنوان یك بعد بدون حرکت در نظر بگیریم، ایجاد یك نوع آگاهی فضا ـ زمانی را مورد بحث قرار دادیم. اگر موافق با اورت فرض کنیم که این جهانها حقیقتاً وجود دارند، آیا ممکن است به نحوی بتوانیم تمام جهانهای مختلف و ممکن را احساس کنیم؟ شاید ما، به طریقی، از جهانهای متعدد ممکن آگاه هستیم و توجه‌مان را از یکی به دیگری به‌عقب و جلو معطوف می‌سازیم. یك روز ما را دوست دارند و روز دیگر همه از ما متنفرند؛ لحظه‌ای همه چیز عشق‌است و لحظهٔ دیگر با فضا ـ زمان خمیده سر و کار داریم؛ آسمان آبی را می‌بینیم که از میان درختان می‌درخشد، چشم برهم می‌زنیم و برگهای سبز را در مقابل آسمان می‌بینیم. مردی به بزرگی لودویگ ویت گنشتاین گفته‌است که «شخص بدبین و شخص خوش‌بین در دو جهان مختلف زندگی می‌کنند»؛ چرا این (گفته) را همین‌طور (که هست) تحت‌اللفظی نپذیریم؟ فرض کنیم به دنیاهای ممکن زیادی به نوعی دسترسی داریم، برای شناختن همهٔ آنها چه کار باید بکنیم؟ یعنی با فرض اینکه واقعیت حقیقی از تعداد زیادی واقعیتهای منفرد ممکن تشکیل شده باشد، چه کار می‌توانیم انجام دهیم که به‌جای دریافت تك‌تك کانالها قادر به‌دریافت کل واقعیت شویم؟ موضوع این است که باید فرایندهای درونی نامگذاری، ارزشیابی، قضاوت و مواردی از این قبیل را که در تشکیل جهان‌بینیها دخیل‌اند متوقف کنیم. تنها راه موجود، برای اینکه به نحوهٔ نگرش خاصی وابسته نباشیم، این است که اصلاً روش و سیستمی نداشته باشیم. به گفتهٔ دون خوان (در کتاب کاستاندا: واقعیتی دیگر)، «دنیا این‌چنین و آن‌چنان یا این‌طور و آن‌طور است، صرفاً به‌این دلیل است که ما به‌خود می‌گوییم که دنیا این‌طور است. اگر ما دیگر نگوییم که دنیا این‌طور و آن‌طور است، دنیا هم دیگر این‌طور و آن‌طور نخواهد بود. من فکر نمی‌کنم که شما در این لحظه آمادهٔ دریافت چنین ضربهٔ سنگینی باشید، بنابراین باید به آهستگی شروع به رشته کردن بافتهٔ جهان کنید.»

واقعیت چیست؟ بی‌خیالش! با وجود این، رسیدن به آن نصف عیش است.

مسائل فصل ۴

(۱) اگر می‌گویید که بعد چهارم زمان است، قاعدتاً باید ممکن باشد که یك ابرکره در فضا و زمان بسازید. چگونه می‌توان این کار را انجام داد؟

(۲) فضا ـ زمان با فضای ۴ بعدی به‌چندین دلیل یکی نیست. مثلاً امکان حرکت به‌جلو وعقب در زمان ما را قادر می‌سازد تا به‌یك اتاق مهر و موم شده وارد شویم (چگونه؟)،اما ما را قادر نمی‌سازد که شام کسی را، بدون اینکه مزاحمش شویم، از شکمش بیرون بکشیم (چرا؟).

(۳) داستان کشتار گاه‌پنج نوشتهٔ کورت وُنگات دربارهٔ شخصی است که به‌ترتیبی به‌هم ریخته زندگی می‌کند؛ مثلاً ابتدا سال ۱۹۵۰ و سپس سال ۱۹۴۶ و سپس سال ۱۹۶۵ و بعد سال ۱۹۴۳ و غیره را تجربه می‌کند. اگر شما به‌این ترتیب زندگی می‌کردید، آیا لزوماً متوجه (این امر) می‌شدید؟ آیا چنین ادعایی معنا داراست؟ در کتاب ونگات آن شخصیت متوجه جهش به‌این‌طرف و آن‌طرف می‌شود زیرا خاطرات او پیوسته است. یعنی در سال ۱۹۴۶، او سال ۱۹۵۰ را به‌یاد می‌آورد. این وضعیت به‌چه نحوی با بینش فضا ـ زمان که در این فصل مطرح شد، مغایرت دارد؟

(۴) اگر زمان در جهان ما واقعاً شاخه‌شاخه شود، آیا راهی وجود دارد که شما بتوانید در (انتخاب) شاخه‌ای که وارد می‌شوید مؤثر باشید؟ آیا این سئوال معنی دارد؟ مردم گاهی سکه می‌اندازند و از روی نقشی که پدید می‌آید با ای چینگ تفأل می‌کنند تا بدانند در کدام شاخه از جهان وارد می‌شوند. آیا اگر تفأل با ای چینگ را خوب یاد بگیریم می‌توانیم دنیایی را که در آن هستیم

بهبود بخشیم؟

(۵) در مکانیک کوانتومی، یک سیستم (مثلاً یک شخص) را با «بردار حالت» در فضای هیلبرت نمایش می‌دهند که احتمال وجود آن یا او را در هریک از جهانهای ممکن مشخص می‌کند. بردار حالت یک سیستم چیزی شبیه به این است: $< \ldots , \frac{1}{100} , \frac{1}{20} , \frac{1}{4} , \frac{1}{100} , \ldots >$ که در آن مجموع اعداد برابر ۱ است و هر یک از اعداد احتمال اینکه یک اندازه‌گیری (مثلاً اندازه‌گیری موضع) سیستم را در حالت متناظر با آن به‌دست بدهد نشان می‌دهد. بردار حالت یک سیستم بلافاصله پس از انجام یک اندازه‌گیری و واداشتن سیستم به‌اینکه تنها در یک جهان وجود داشته باشد، به‌چه صورت خواهد بود؟

(۶) می‌توان مدعی شد که تنها در صورتی اجازه داریم بگوییم که رویداد A قبل از رویداد B اتفاق می‌افتد که در زمان رویداد B شواهدی (مثلاً خاطره‌ای) دال بر اینکه رویداد A به‌وقوع پیوسته‌است در دست داشته باشیم. آیا، در این‌صورت، افکار شما الزاماً دارای ترتیب خطی زمانی خواهند بود؟

۵

نسبیت خاص

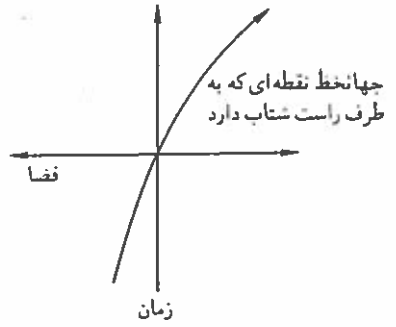
در قسمت اول فصل گذشته، این نظر را که دنیای ۳ بعدیی که در هر لحظه در آن زندگی می‌کنیم چیزی جز مقطعی از فضا- زمان ۴ بعدی نیست مورد بحث قرار دادم. با در نظر گرفتن وضع موجود در دنیایمان، دربارهٔ ساختار فضا ـ زمان چه می‌توان گفت؟ هندسهٔ فضا ـ زمان چیست؟ و چه نوع متریکی دارد؟

برای اولین بار آلبرت اینشتین در سال ۱۹۰۵ در مقالهٔ خود «دربارهٔ الکترودینامیک اجسام متحرک» این سئوالات را به‌طور جدی مورد بررسی قرار داد. این همان مقاله‌ای است که در آن نظریهٔ مشهور نسبیت خاص برای اولین بار ارائه شد. مقاله تا حدودی تحلیلی و فاقد تصویر است. در سال ۱۹۰۸ یک ریاضیدان جوان روسی به نام مینکوفسکی، مقاله‌ای ارائه داد که در آن نسبیت خاص را به‌عنوان نظریهٔ هندسی فضا ـ زمان تعبیر کرده بود. در این مقاله که «فضا و زمان» نام دارد، از نوعی تصویر که به آن نمودار مینکوفسکی می‌گویند استفاده شده‌است. اجازه بدهید باراگراف اول این مقاله را که

معروف است، نقل کنیم:

> نظراتی که من می‌خواهم در مورد فضا و زمان مطرح کنم از خاك فیزیك تجربی روییده‌اند و نقطهٔ قوتشان هم در همین جاست. اینها نظراتی بنیادی هستند. از این به بعد فضا و زمان هر کدام به تنهایی محکوم به رنگ باختن‌اند و فراموش خواهند شد و تنها نوعی اتحاد میان آنهاست که واقعیت مستقلی را حفظ خواهد کرد.

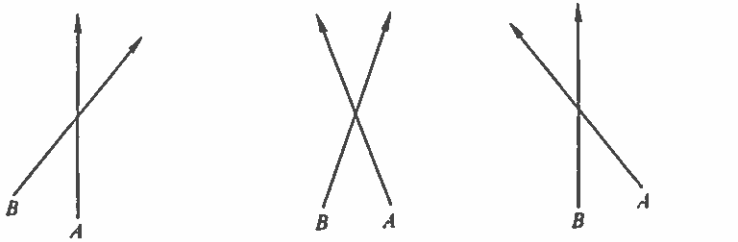
برای رسم نمودار مینکوفسکی صفحهٔ xy را در نظر می‌گیریم، محور xها را «فضا» و محور yها را «زمان» می‌نامیم. چون تنها یك بعد فضایی وجود دارد، نمودار مینکوفسکی را می‌توان فضا ـ زمان خط آباد دانست. در شکل ۷۸ نوعی نمودار مینکوفسکی را برای یك فضای ۲ بعدی رسم کرده‌ایم. نمودار کامل مینکوفسکی برای فضای ۳ بعدی، البته، به ۴ بعد احتیاج دارد، اما معلوم می‌شود که نمودار مینکوفسکی خط آباد برای اهداف ما کافی است (شکل ۸۲).



شکل ۸۲

نسبی بودن حرکت برای ما مفهومی آشناست. اگر دو سفینهٔ فضایی با موتور خاموش در فضای تهی در حرکت باشند و از کنار یکدیگر در جهات مختلف عبور کنند، در این صورت غیرممکن است بتوان با اطمینان گفت این

یکی، یا دیگری، و یا هر دو در حال حرکت هستند. آنچه مسلم است فقط این است که آن دو نسبت به یکدیگر در حرکت‌اند (شکل ۸۳)



شکل ۸۳

آیا واقعاً ممکن نیست که بگوییم کدام یك از آنها در حرکت است؟ از تجربه می‌دانیم هیچ آزمایش مکانیکیی نمی‌تواند بگوید که آیا در حالت حرکت انتقالی یکنواخت (یعنی، بدون شتاب و بدون چرخش) هستیم یا خیر. بدین ترتیب، مثلاً، اگر در حال رانندگی با سرعت ثابت ۱۰۰ کیلومتر در ساعت در یك بزرگراه باشیم و بطری نوشابه‌ای را به‌طرف شخصی که در صندلی عقب نشسته است بیاندازیم، بطری با سرعت ۱۰۰ کیلومتر در ساعت به صورت او نخواهد خورد تا او را بکُشد. یا اگر در سفری مثلاً به شیراز و در حین پرواز در راهروی هواپیما بازی یویو را تمرین می‌کنید، احتیاج ندارید که سرعتتان را در هوا بدانید تا بتوانید روشتان را با آن مطابقت دهید.

اما شاید آزمایش ترفندآمیزی وجود داشته باشد که در آن با استفاده از پرتوهای نور یا یك سیکلوترون یا ترازوی بسیار بسیار دقیق همراه با ساعتها و مترهای کامل بتوانید بگویید آیا در حرکت هستید یا خیر. اینشتین در کتاب «اصل نسبیت» خود می‌گوید چنین آزمایشی وجود ندارد: «اگر تغییر حالت سیستمهای فیزیکی در دستگاههای مختصاتی اندازه‌گرفته شود که

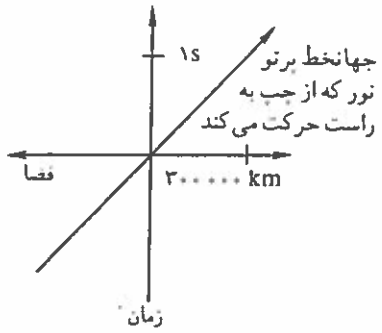
نسبت به یکدیگر در حرکت انتقالی یکنواخت هستند، (در این صورت) قوانینی که تحت آنها حالات سیستمهای فیزیکی دستخوش تغییر می‌شوند، خود تغییر نمی‌کنند.» قبل از اینکه خرگوشها را از کلاه بیرون بیاوریم، به یك اصل دیگر احتیاج داریم و آن اصل ثابت بودن سرعت نور است: سرعت یك پرتو نور را هر وقت که اندازه بگیریم، همواره نتیجه‌ای یکسان به‌دست می‌آوریم و مهم نیست که به‌طرف منبع نور در حرکت باشیم یا از آن دور شویم و این هم مهم نیست که منبع نور به‌طرف ما در حرکت باشد یا از ما دور شود. البته اگر اصل نسبیت را بپذیریم می‌توانیم قسمت «مهم نیست که منبع نور به‌طرف ما در حرکت باشد و یا از ما دور شود» را از جملهٔ قبل حذف کنیم زیرا اصل نسبیت می‌گوید که ما همیشه می‌توانیم فرض کنیم که بی‌حرکت هستیم و تمام حرکتهای نسبی بین ما و منبع نور را به‌منبع نور نسبت دهیم.

قورت دادن اصل ثابت بودن سرعت نور در ابتدا کمی مشکل است. اگر سنگی را در حالی که به‌جلو می‌دوید پرتاب کنید، سرعت آن نسبت به وقتی که آن را در حالی که بدون حرکت ایستاده‌اید پرتاب می‌کنید زیادتر است. بنابراین آیا نباید سرعت نور چراغهای جلویی ماشینی که با سرعت به‌طرف شما می‌آید بیشتر از سرعت نور چراغهای جلویی یك ماشین پارك شده باشد؟ بیایید موقتاً مفهوم اثیر نوربَر را بپذیریم که عبارت‌است از نوعی مادهٔ کشسان که فضای خالی بین اتمها را پُر می‌کند. در این‌صورت نور را می‌توان موجی در اثیر دانست، بسیار شبیه به‌صدا، که موجی در هواست و آب‌خیز که موج آب است. اما سرعت صدا در هوا هیچ ربطی به‌سرعت منبع (صدا) ندارد. یك گلولهٔ تفنگ ناحیه‌ای با فشار بالا تولید می‌کند که در هوا با سرعتی منتقل می‌شود که به حرکت تفنگ بستگی ندارد. سرعت چین و شکن موجی که از پرتاب یك سنگ در دریاچه تولید می‌شود برابر است با سرعت چین و شکن موجی که از افتادن یك سنگ در آن دریاچه تولید می‌شود. از این رو ممکن است فکر کنیم که سرعت نزدیك شدن یك پرتو نور به ما لازم نیست به‌حرکت منبع (نور) بستگی داشته باشد.

در واقع هم همین‌طور است. سرعتهای ستاره‌های مختلف آسمان نسبت به ما گسترهٔ وسیعی را تشکیل می‌دهند اما نور تمام آنها با سرعت یکسان به ما می‌رسد. این حقیقتی‌است که به‌طور تجربی آزموده شده‌است. پس، خیلی خوب، شما ممکن است فکر کنید علت اینکه سرعت نور به حرکت منبع بستگی ندارد این است که نور یك ارتعاش اثیری است که آهنگ انتقال آن تنها به‌اثیر بستگی دارد؛ اثیر وقتی که مرتعش شود، به‌اینکه ارتعاش از کجا آمده کاری ندارد ـ بلکه آن را با سرعت معمول گسیل خواهد کرد.

اما اگرشما نسبت به‌اثیر در حرکت باشید چه می‌شود ـ آیا این حرکت نباید سرعت نور را تغییر دهد؟ اگر با یك قایق موتوری در جهت مناسب و با سرعت مناسب حرکت کنید می‌توانید قایق را بین دو موج اقیانوس نگهدارید؛ با این وصف آیا ما نباید بتوانیم با دور شدن از منبع نور در داخل اثیر، سرعت نور را دستکم کاهش دهیم؟ اصل نسبیت می‌گوید که دورشدن ما از منبع نور فرقی با دور شدن منبع نور از ما ندارد و از طریق مشاهدات، می‌دانیم که این کار سرعت نور را تغییر نمی‌دهد، بنابراین، باید نتیجه بگیریم که حرکت نسبت به‌اثیر سرعت پرتوهای نور را که مشاهده می‌کنیم تغییر نمی‌دهد. بنابراین اثیر، حتی از آنچه تصور می‌کردیم ناملموس‌تر است؛ در واقع (اثیر) از آن چیزهایی نیست که بتوان نسبت به آن حرکت نسبی داشت، معلوم می‌شود که اگر اثیر را به‌جای فضای ایده‌آل به‌صورت فضا ـ زمان ایده‌آل در نظر بگیریم، دیگر گرفتاری پیش نمی‌آید.

به هر حال، سرعت نور چیست؟ معمولاً آن را با نماد ثابت c نمایش می‌دهند. معلوم شده است که سرعت نور، c، در حدود سیصد هزار کیلومتر در ثانیه است. برای مقاصد ما، مناسب این است که c را دقیقاً سیصد هزار کیلومتر در ثانیه بگیریم. معمولاً مقیاس در محورهای فضا و زمان نمودار مینکوفسکی طوری تنظیم می‌شود که شیب پرتوهای نور ± 1 باشد. بدین ترتیب اگر هر واحد فضا سیصد هزار کیلومتر و هر واحد زمان یك ثانیه باشد، سرعت نور یك واحد فضا در هر واحد زمان خواهد بود (شکل ۸۴).



شکل ۸۴

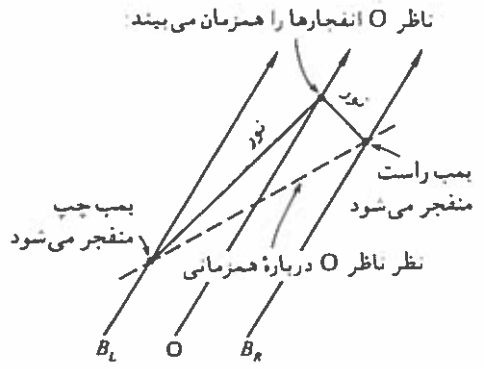
شکل ۸۵

در جهان بینی نسبیتی فضا ـ زمان نوعی زمینهٔ مطلق است که مفاهیم متمایز فضا و زمان خود را روی آن تصویر می کنیم. «نقاط» فضا ـ زمان را رویداد می گویند. یك رویداد عبارت است از محلی خاص در فضا ـ زمان. تولد شما رویدادی است در فضا ـ زمان؛ تایپ کردن نقطهٔ پایان این جمله رویدادی است در فضا ـ زمان. هیچ طریق برتری برای نسبت دادن مختصات فضا و زمان به رویدادهای فضا ـ زمان وجود ندارد. اما مسیر پرتوهای نور نوعی ساختار درونی برای فضا ـ زمان فراهم می آورد. یعنی، اینکه آیا پرتو نوری وجود دارد که دو رویداد را به یکدیگر متصل کند یا خیر، بستگی به نظر شخصی ندارد، چیزی نیست که دو ناظر مختلف بتوانند بر سر آن با یکدیگر اختلاف داشته باشند. اگر رویداد A انفجار یك بمب هیدروژنی در ماه باشد و رویداد B مشاهدهٔ جرقهٔ نوری که در ماه ایجاد می‌شود توسط شما باشد، در این صورت هیچ ناظری نمی تواند در اینکه پرتو نوری وجود دارد که رویداد A را به رویداد B متصل می کند چون و چرا کند (شکل ۸۵). چیزی که حقیقتاً در مورد پرتوهای نور حائز اهمیت است این است که تمام ناظرها در مورد سرعت نور با یکدیگر توافق دارند.

اکنون ببینیم چگونه این امر بر تعریف همزمانی اثر می گذارد. فرض

کنید که سکوی طویلی (مثلاً یك قطار) با سرعت زیاد به طرف راست در حرکت است و ناظر O در وسط این سکو قرار گرفته و مثلاً در هر انتهای سکو بمب کوچکی کار گذارده شده است. بمبها را می خواهند منفجر کنند و O می خواهد ببیند آیا می تواند بگوید که انفجارها همزمان صورت می گیرد یا خیر. یعنی او می خواهد بداند رویداد انفجار بمب سمت چپ او و رویداد انفجار بمب سمت راست او دارای مختص زمانی یکسان هستند یا خیر. این کاملاً معقول به نظر می‌رسد که O بگوید «اگر من جرقه های حاصل از انفجارها را همزمان مشاهده کنم نتیجه خواهم گرفت که هر دو بمب همزمان منفجر شده‌اند، زیرا فاصلهٔ محل استقرار بمبها از من به یك اندازه است و تنها در صورتی جرقه های انفجار همزمان به من می رسند که انفجارها همزمان صورت گرفته باشند». اما، توجه داشته باشید که اگر O دو جرقه را همزمان ببیندما باید فکر کنیم که بمب سمت چپ اول منفجر شده است. زیرا، ما این طور استدلال خواهیم کرد که چون او از جرقهٔ چپ دور می‌شود و به طرف جرقهٔ راست می‌رود، برای اینکه جرقهٔ چپ در همان زمانی به او برسد که جرقه راست می‌رسد، جرقهٔ چپ می بایست زودتر راه افتاده باشد (شکل ۸۷). البته O آزاد است و می تواند خود را بدون حرکت فرض کند. بر طبق نظریهٔ نسبیت خاص، مفهومی که او از همزمانی دارد و مفهومی که ما از همزمانی داریم به یك اندازه معتبرند. نحوهٔ تقسیم فضا ـ زمان به وسیلهٔ O با نحوهٔ تقسیم ما متفاوت است. ما فضا ـ زمان را به صورت پیوستاری از مقطع های فضایی افقی مشاهده می کنیم که در جهت زمان به روی هم انباشته شده‌اند. تنها اگر شخصی نسبت به ما در حرکت باشد، جهت زمان او متفاوت است و نظر او دربارهٔ اینکه چگونه این پیوستار را بُرش دهد و مقاطع فضایی تهیه کند نیز متفاوت است (یك مقطع فضایی، مجموعه‌ای از رویدادهای همزمان است). تفاوت اول آنقدرها تعجب آور نیست؛ مسلماً اگر او در حال حرکت باشد محور زمان وی می تواند نسبت به ما فرق داشته باشد. مگر نه اینکه محور زمان شما مجموعهٔ تمام رویدادهایی است که مختص فضایی آنها صفر است، و

* اگر فرض کنیم که در مبدأ ساکن هستید در این صورت جهانخط شما همان محور زمان خواهد بود.

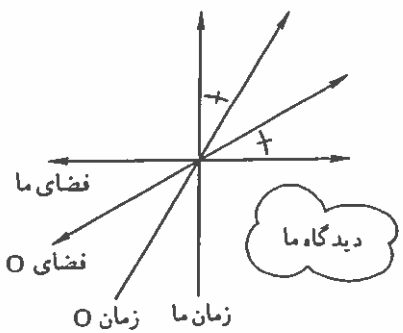


شکل ۸۶

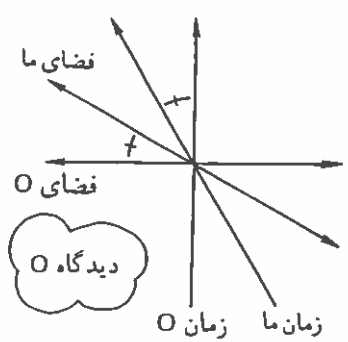
چیزی که واقعاً تعجب برانگیز است این است که همزمان با تغییر محور زمان محور فضای شما نیز تغییر می کند. معلوم می‌شود زاویه‌ای که محور فضای شما با محور افقی می‌سازد برابر است با زاویه‌ای که محور زمان با محور عمودی می‌سازد. این را باید به یاد داشته باشیم که برای اینکه بدانیم کدام دستگاه مختصات «درست» است هیچ راهی وجود ندارد. چیزی به نام مختصات «درست» وجود ندارد: هر گونه تقسیم فضا ـ زمان به فضا و زمان به یك اندازه اختیاری است. بدین ترتیب، به نظر O در شکل ۸۷ ، محورهای او متعامد خواهند بود و محورهای ما شیبدار.

نکتهٔ اصلی این است که ادعای اینکه رویدادهای دور همزمان هستند یا نه واقعاً معنی ندارد. همزمانی یك خاصیت ذاتی فضا ـ زمان نیست؛ بلکه فقط ساختهٔ نحوهٔ ادراك ما است که فضا ـ زمان ۴ بعدی را به یك پیوستار ۳ بعدی فضا که در امتداد یك محور زمان قرار گرفته است تقسیم می کنیم.

مفهوم همزمانی یکی از مفاهیم با اهمیت است. بیایید کمی بیشتر دربارهٔ



شکل ۸۷

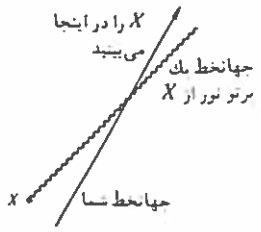


شکل ۸۸

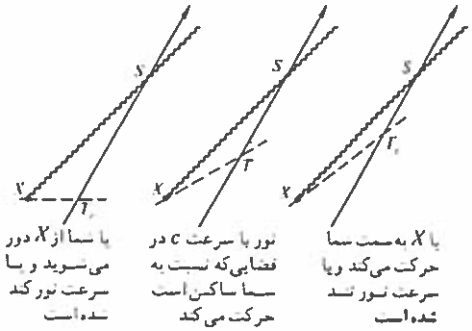
آن بحث کنیم. اگر از رویدادی یك علامت نوری دریافت کنیم، چگونه پی می بریم که آن رویداد واقعاً در چه زمانی اتفاق افتاده است؟ سرعت نور باید برای تمام ناظرها ثابت و برابر با سیصد هزار کیلومتر در ثانیه باشد که در این صورت یك ضریب تبدیل بین فضا و زمان به‌دست می آید. یعنی، اگر از محلی که می دانیم با ما سیصد هزار کیلومتر فاصله دارد یك علامت نوری دریافت کنیم، در این صورت می توانیم نتیجه بگیریم که علامت یك ثانیه قبل گسیل شده است. اما اگر از محلی که علامت گسیل می‌شود در حال دور شدن باشیم چطور؟ اینشتین می گوید چنین چیزی وجود ندارد. به‌محض اینکه یك علامت به‌راه می‌افتد ما می توانیم فرض کنیم اثیری که علامت را حمل می کند همراه با ما حرکت می کند. لازم نیست حرکت‌مان را نسبت به‌منبع به‌حساب بیاوریم. اگر می‌دانستیم چگونه آن را به‌حساب بیاوریم می دانستیم که در حرکت هستیم و این اصل نسبیت را نقض می کرد. می‌دانیم که اگر منبع از ما دور شود، فرقی نمی کند زیرا موج نوری فرایندی است که «فراموش می کند از کجا آمده است»، و ما مختار هستیم هر حرکت نسبی بین خودمان و منبع را به منبع نسبت بدهیم. پس اگر از منبع جرقهٔ نور با سرعتی در حدود نصف سرعت نور دور شویم (از دید شخصی که این نمودار مینکوفسکی را رسم می کند)، چه اتفاق خواهد افتاد؟ چگونه می توانیم

بدانیم در کدام نقطه از جهانخط ما رویداد X اتفاق افتاده است (شکل ۸۹)؟

برای ما دو اصل راهنما وجود دارد: اصل نسبیت و اصل ثابت بودن سرعت نور. کاری که باید انجام دهیم این است که رویدادی مانند T را در جهانخط خود اختیار کنیم و بگوییم، «X و T همزمان به‌وقوع پیوسته‌اند». مثلاً، T می‌تواند رویداد قرائت ساعت در ساعت ۱۲ ظهر باشد. رویداد مشاهدهٔ علامت نوری از X را رویداد S می‌نامیم (شکل ۹۰).



شکل ۸۹



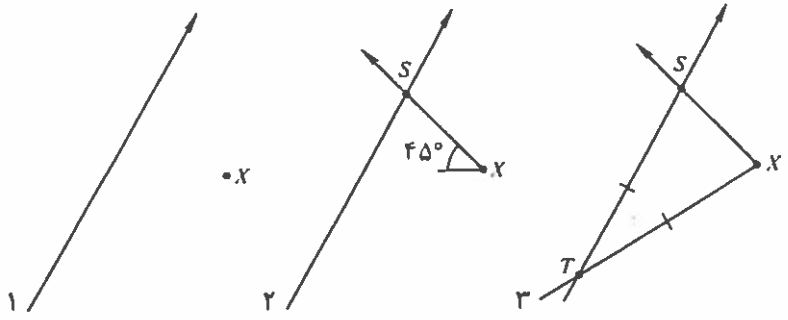
شکل ۹۰

اکنون T را باید طوری انتخاب کنیم که فاصلهٔ فضایی بین X و T برابر باشد با حاصلضرب c در فاصلهٔ بین T و S. اگر زمان زودتری، T_e را انتخاب کنیم، در این‌صورت زمان بیشتری طول می‌کشد تا نوری که از X می‌آید فاصلهٔ کوتاهتری را طی کند و ما مجبور می‌شویم نتیجه بگیریم که یا (الف) داریم از محل فضایی X دور می‌شویم، یا (ب) نوری که از X می‌آید با سرعتی کمتر از سیصد هزار کیلومتر در ثانیه به‌ما نزدیك می‌شود. به‌همین ترتیب، اگر رویداد دیرتری، T_l را انتخاب کنیم، در این‌صورت مجبور خواهیم شد نتیجه بگیریم که (الف) به‌طرف محل فضایی X در حرکت هستیم، یا (ب) نوری که از X می‌آید با سرعتی بیش از سیصد هزار کیلومتر در ثانیه

به ما نزدیك می‌شود، زیرا در این مورد ظاهراً مسافت بیشتری را در زمان کوتاهتری طی می‌کند.

توجه داشته باشید که نتایج (الف) در دو حالت ناقض اصل نسبیت هستند که بر طبق آن همیشه مجاز هستیم فرض کنیم نور در اثیری که نسبت به ما ساکن است حرکت می‌کند؛ یعنی مجاز هستیم فرض کنیم که نسبت به هر رویدادی ساکن هستیم. از طرف دیگر نتایج (ب) در دو حالت ناقض اصل ثابت بودن سرعت نور هستند که می‌گوید تمام ناظرها باید سرعت تمام پرتوهای نور را یکسان بیابند.

پس اکنون می‌توانیم ببینیم که رویداد T در هر جهانخط مستقیم را چگونه باید بیابیم تا شخصی که جهانخط را می‌پیماید آن رویداد را همزمان با یك رویداد داده‌شدهٔ X بداند. با توجه به اینکه جهانخطهای پرتوهای نوری همواره با جهت افقی زاویهٔ ۴۵° می‌سازند، از X جهانخط یك پرتو نور را رسم می‌کنیم. رویداد S را در جایی که جهانخط پرتو جهانخط مرجع را قطع می‌کند تعیین می‌کنیم. نقطهٔ T را روی جهانخط مرجع طوری تعیین می‌کنیم که فاصلهٔ XT با فاصلهٔ ST برابر باشد. شخصی که جهانخط مرجع را می‌پیماید باید نتیجه بگیرد که T با X همزمان است. T را می‌توان در واقع از محل تقاطع عمود منصف (پاره‌خط) XS با جهانخط داده‌شده به‌دست آورد (شکل ۹۱).



شکل ۹۱

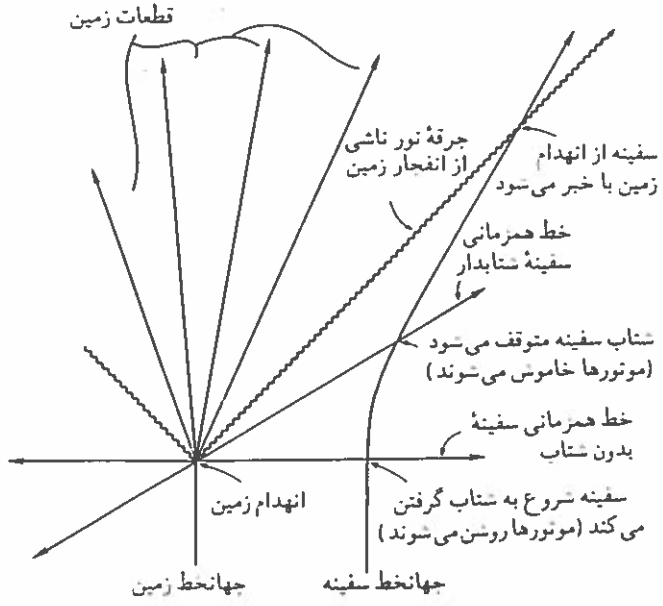
نسبیت همزمانی می‌تواند به‌وضعیتهای تناقض آمیز (باطلنما) منجر شود. یك سفینهٔ فضایی را تصور کنید که در فضا، در نزدیکیهای سیارهٔ پلوتو، شناور است و فاصلهٔ آن با زمین ثابت باقی می‌ماند. زمانی کاپیتان تصمیم می گیرد که به‌راهش ادامه‌دهد و از منظومهٔ شمسی خارج شود. بنابراین موتورها را روشن می کند، شتاب می گیرد و از زمین دور می‌شود. پس از مدتی موتورها را خاموش می کند و سفینه به‌دور شدن از زمین ادامه می دهد اما این بار با سرعت ثابت سفینه برای مدتی دور می‌شود و سپس سرنشینان تصمیم می گیرند که در تلسکوپ نگاه کنند و ببینند که احوال زمین قدیمی خودشان چطور است. آنچه در تلسکوپ مشاهده‌می کنند، باعث وحشت‌شان می‌شود: زمین به وسیلهٔ یك سلاح آخرالزمانی ویران می‌شود، یك بمب بسیار قوی زمین را متلاشی و قطعه‌قطعه می کند به‌طوری که هر قطعه به‌اندازهٔ یك سیارك است.

البته آنها توجه دارند که انهدام زمین در لحظهٔ مشاهدهٔ آنها اتفاق نمی‌افتد؛ مدتی طول می کشد تا نور انفجار از زمین به‌سفینه برسد. اما آنهامی خواهند دقیقاً بدانند که انهدام زمین درچه زمانی به‌وقوع پیوسته است. مخصوصاً آنها می‌خواهند بدانند که انهدام زمین قبل از شتاب‌گیری سفینه و دور شدن آن به‌وقوع پیوست یا بعد از آن.

کاپیتان حرفش این است که انفجار زمین درست بعد از اینکه او موتورها را خاموش کرد اتفاق افتاده‌است. او ادعا می کند که «من احساس کردم که زمین به ما احتیاج دارد و بنابراین موتور را خاموش کردم». او برای این ادعا شواهدی می آورد و به یك نمودار مینکوفسکی که در دسترس دارد اشاره می کند که خط همزمانی سفینه در حالی که از زمین دور می‌شود طوری است که انفجار زمین بر لحظه‌ای که او موتور را خاموش کرد تطبیق می کند.

یکی از همراهان استدلال می کند که انفجار زمین درست قبل از اینکه کاپیتان موتورها را روشن کند اتفاق افتاده است. او فریاد زد «کاپیتان می دانست که نزدیك است زمین به آتش کشیده شود و بنابراین تصمیم

گرفت که از منظومهٔ شمسی خارج شود. من فکر می کنم که او یك خائن ناجوانمرد است و باید اعدام شود!» او برای استدلالش شواهدی می آورد و می گوید که خط همزمانی سفینه که از زمین دور نمی‌شد طوری است که انفجار زمین با لحظه‌ای که کاپیتان موتورها را روشن کرد مطابقت دارد.



شکل ۹۲ آیا زمین قبل از شتاب گرفتن سفینه منفجر شده است یا بعد از آن؟

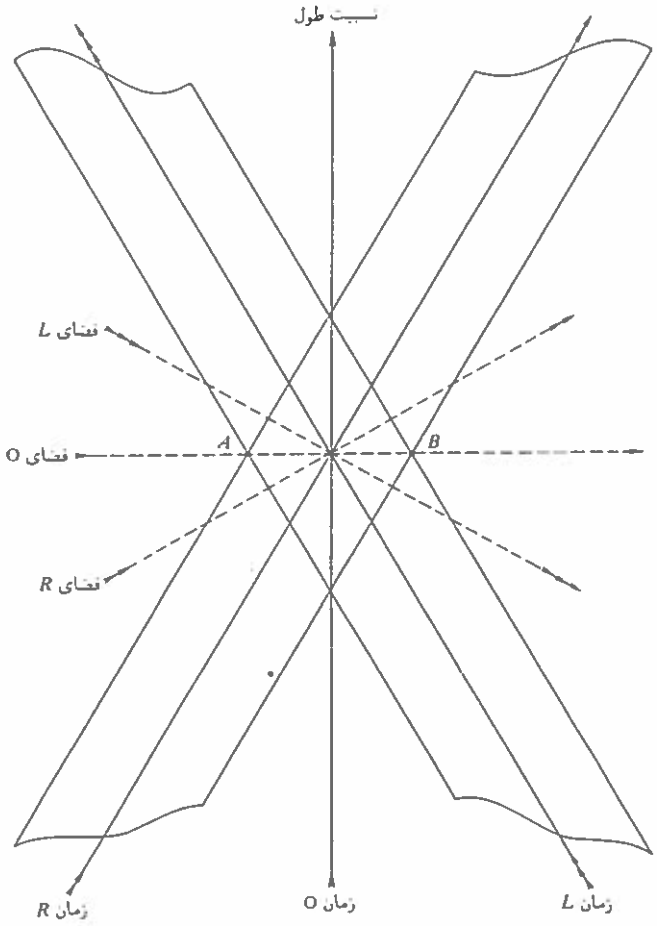
آیا زمین قبل از شتاب گرفتن سفینه منفجر شد و یا بعد از آن؟ حق با کیست؟ زمین قبل از شتاب منفجر شد، بعد از شتاب منفجر شد، یا در هر دو زمان و یا در هیچیك (شکل ۹۲)؟ در واقع، جواب حقیقی وجود ندارد! این چه معنی دارد که سئوالی دربارهٔ دنیا مطرح کنیم و هیچ جواب حقیقی برای آن نداشته باشیم؟ معنای آن این است که نوع سئوال شما درست نیست. در این مورد درسی که می‌توان گرفت این است که سخن گفتن از همزمانی دو رویداد دور از هم بی‌معناست.

باید منتظر بدتر از اینها بود. بزودی خواهیم دید که طول اشیا معنای مطلقی ندارد. دو پاره‌خط را تصور کنید که در خط آباد با سرعت زیاد از کنار یکدیگر عبور می‌کنند. یك پاره‌خط با سرعتی نصف سرعت نور به‌طرف راست و پاره‌خط دیگر با سرعتی نصف سرعت نور به‌طرف چپ حرکت می‌کند. در وسط پاره‌خطی که به‌طرف راست می‌رود نقطه‌ای بنام R قرار دارد، و در وسط پاره‌خطی که به‌طرف چپ می‌رود نقطه‌ای به نام L مفروض است. قبل از شروع حرکت هر دو پاره‌خط به‌یك طول بودند و از نظر ما ظاهراً هنوز هم طول آنها با هم مساوی است. اگر چه R خواهد گفت که پاره‌خط L کوتاهتر از پاره‌خط اوست و L خواهد گفت که پاره‌خط R کوتاهتر از پاره‌خط اوست. این امر چگونه امکان‌پذیر است؟ بیایید نگاهی به نمودار مینکوفسکی بیندازیم (شکل ۹۳). ما خود را بر یك نقطهٔ ثابت O در خط آباد منطبق می‌گیریم.

ما جهانخطهای L، R، O و همچنین جهانخطهای نقاط انتهایی پاره‌خطهایی را که R و L سوار بر آنها هستند رسم کرده‌ایم. توجه کنید رویدادی در فضا ـ زمان وجود دارد که در آن L، R، O همزمان در یك نقطه قرار می‌گیرند. ما خطوط همزمانی این سه ناظر را که از این رویداد عبور می‌کنند رسم کرده‌ایم. خط همزمانی O افقی است، خط همزمانی R سر بالااست و خط همزمانی L سر پایین است. کشیدن خطوط همزمانی ساده است زیرا زاویهٔ بین محور فضای هر ناظر X و محور فضای O باید همیشه با زاویهٔ بین محور زمان X و محور زمان O برابر باشد. (به‌همین دلیل است که سرعت نور همواره ثابت به نظر می‌آید، یعنی خطی که از مبدأ عبور می‌کند در یك دستگاه شیب آن برابر ۱ است در هر دستگاه دیگری نیز شیب ۱ خواهد داشت.)

در اینجا رویداد A و رویداد B مورد نظر ما هستند. رویداد A وقتی اتفاق می‌افتد که نوك پاره‌خط L از مقابل انتهای پاره‌خط R عبور می‌کند؛ رویداد B وقتی است (و جایی است) که نوك پاره‌خط R از مقابل انتهای

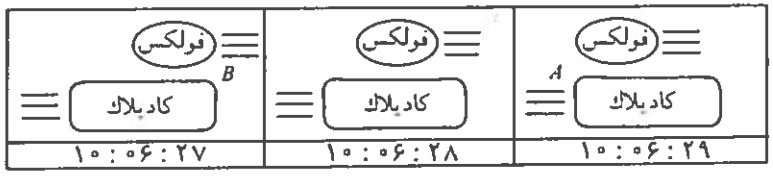
پاره‌خط L عبور می‌کند. بنابر O، رویدادهای A و B همزمان هستند. بنابراین O نتیجه می‌گیرد که دو پاره‌خط طول مساوی دارند زیرا لحظه‌ای وجود دارد که آن دو کاملاً بر یکدیگر منطبق می‌شوند.



شکل ۹۳

بنابر R، رویداد A پس از رویداد B اتفاق می‌افتد زیرا در لحظه‌ای که

او L را ملاقات می‌کند، رویداد B زیر خط همزمانی R (یعنی گذشتهٔ R) قرار دارد و رویداد A در بالای خط همزمانی R (یعنی آیندهٔ R) قرار دارد. از این رو R خواهد گفت: «اول نوک پاره‌خط من از دُم پاره‌خط L عبور می‌کند و سپس، چند لحظه دیرتر، دُم پاره‌خط من از نوک پاره‌خط L می‌گذرد». R چنین نتیجه می‌گیرد که پاره‌خط او درازتر است. اگر کمی دربارهٔ این (نتیجه گیری) فکر کنیم می‌بینیم درست است. گیریم که، مثلاً، شما سوار یك کادیلاك هستید و به‌طرف شرق می‌رانید و شخص دیگری یك فولکس واگن را به‌طرف غرب می‌راند. (شکل ۹۴). علامت تزیینی جلوی ماشین شما ابتدا با سپر عقب فولکس واگن همردیف می‌شود (در این زمان، علامت تزیینی جلوی فولکس واگن تقریباً با درب عقب اتومبیل شما همردیف می‌شود و سپس، پس از چند لحظه، سپر عقب شما با علامت تزیینی جلوی فولکس واگن همردیف خواهد شد. از این مثال می‌توانید نتیجه بگیرید که شما ماشین بزرگتری دارید.



شکل ۹۴

در واقع برای اینکه به نمودار مینکوفسکی بنگریم و مشاهده کنیم که R پاره‌خط L را کوتاهتر از پاره‌خط خود تصور می‌کند، راه ساده‌تر دیگری هم وجود دارد. فقط به خطی که روی آن نوشته شده‌است: «فضای R» نگاه کنید، این خط همزمانی R برای لحظه‌ای‌است که مسیر آن مسیر L را قطع می‌کند. کافی است که این را محور فضای R بگیرید، در این‌صورت مشاهده می‌کنید که در این محور فضای پاره‌خط L از پاره‌خط R کوتاهتر است.

در واقع، برای این استدلال لازم نبود که R و L هر دو حرکت کنند. از دیدگاه R، می‌توانیم بگوییم که R می‌تواند خود را بی‌حرکت بداند و این فقط L است که حرکت می‌کند. پس نتیجهٔ این بحث این است که اشیای در حال حرکت ظاهراً در جهت حرکتشان منقبض می‌شوند. R تصور می‌کند که بی‌حرکت است و L حرکت می‌کند، پس او L را منقبض شده‌می‌بیند؛ L خود را بی‌حرکت و R را در حال حرکت می‌داند، پس او R را منقبض شده می‌بیند. O فکر می‌کند که R و L در جهت خلاف یکدیگر با سرعتهای مساوی حرکت می‌کنند، بنابراین او هر دو را به یك اندازه منقبض شده می‌بیند. توجه داشته باشید که ما هنوز این را معلوم نکرده‌ایم که اگر R و L متوقف شوند، طول پاره‌خطهای R و L از نظر O چقدر می‌شود. قبل از اینکه بتوانیم این کار را انجام دهیم به مفهوم بازهٔ بین دو رویداد فضا ـ زمان احتیاج داریم.

اما ابتدا بیایید یکی از نتایج به‌ظاهر باطل نسبیت طول را بررسی کنیم که آن را باطلنما یا پارادوکس نیزه و انبار غلّه گویند. یك انبار غلّه به‌طول ۱۰ متر را در نظر بگیرید که شخصی در حالی که نیزه‌ای به‌طول ۲۰ متر را حمل می‌کند به‌طرف آن می‌دود (شکل ۹۵). دیوار عقب انبار از کاغذ است به‌طوری که او می‌تواند بدون اینکه کشته شود از آن عبور کند. نقشه این است که بگذاریم او وارد انبار شود و به‌محض اینکه انتهای نیزه وارد انبار شد در را ببندیم. این شخص از آن دونده‌های واقعاً سریع است. در واقع او با سرعتی برابر با $\frac{3}{4}$ سرعت نور می‌دود. همان‌طور که محاسبه نشان می‌دهد، اگر او سریع بدود طول نیزه‌ای که حمل می‌کند به نظر کشاورزی که در انبار است ۱۰ متر خواهد آمد. از طرف دیگر، با در نظر گرفتن اصل نسبیت، دونده انبار را نصف آن اندازه‌ای می‌بیند که قبل از شروع حرکت نسبی دارا بود؛ یعنی او فکر خواهد کرد که انبار فقط ۵ متر طول دارد.

اکنون به نظر می‌رسد که ما می‌توانیم به نحوی مطلق حکم کنیم که حق با کیست، کشاورز یا دونده. زیرا به‌محض اینکه تمام نیزه از در انبار رد

می‌شود و کشاورز در را برهم می‌زند، یا دونده و نیزه‌اش کاملاً در داخل انبار قرار خواهند گرفت و یا دونده، قبل از آن، دیوار عقب انبار را خواهد شکافت. درست؟ نه چنین نیست. اینکه آیا دونده قبل و یا بعد از اینکه کشاورز در را ببندد دیوار عقب را خواهد شکافت، موکول به قضاوتی است که در مورد رویدادهای همزمان داریم! و همزمانی رویدادها در نقاط مختلف یك مفهوم نسبی است!

شکل ۹۵

کشاورز می‌گوید: «خوب، من اول درو بستم، بعد صدای شکافته شدن دیوار عقبو شنیدم». دونده می‌گوید: «وقتی نیزه دیوار عقب را سوراخ کرد، من نگاهی به پشت انداختم و دیدم که نیزه هنوز از در انبار خیلی بیرون است. او در را هنوز نبسته بود که من خودم محکم به دیوار خوردم و بیرون رفتم. ببین، فکر کردم گفتی دیوار کاغذیه!» احساس دونده این خواهد بود که، کشاورز به این دلیل فکر کرده بود، که او کاملاً در انبار قرار گرفته که زمانی که

نیزه داشت به دیوار بتونی عقب اصابت می‌کرد احساس کرد و وانمود کرد که این احساس با احساس بسته‌شدن در همزمان بود. احساس کشاورز این خواهد بود که دونده فکر کرده‌است که نیزه او در انبار جا نمی‌گیرد، زیرا لجوجانه وانمود کرده‌است که اصابت او با دیوار قبل از بسته‌شدن در صورت گرفته‌است.

کدامیك واقعاً درست می‌گوید، کشاورز یا دونده؟ مانند باطلنمای انفجار زمین هیچ جواب واقعی برای آن وجود ندارد. مسئله اینجاست که آنچه واقعاً وجود دارد جهانخطهای فضا ـ زمان هستند. هیچ گونه تقسیم‌بندی ساختاری فضا ـ زمان به یك مؤلفهٔ زمان و یك مؤلفهٔ فضا وجود ندارد. ناظرهای مختلف این تقسیم‌بندی را به طریقه های مختلف انجام می‌دهند.

همان‌طور که مشاهده کردیم، اگر دو رویداد متمایز A و B داشته باشیم، هیچ روش مطلقی برای دانستن اینکه آیا A و B همزمان هستند وجود ندارد؛ و هیچ روش مطلقی برای دانستن فاصلهٔ بین A و B وجود ندارد (نسبیت طول). معلوم می‌شود که هیچ راهی برای یافتن زمان مطلق سپری شده بین رویدادهای A و B نیز در دست نیست، اما این را می‌گذاریم برای بعد.

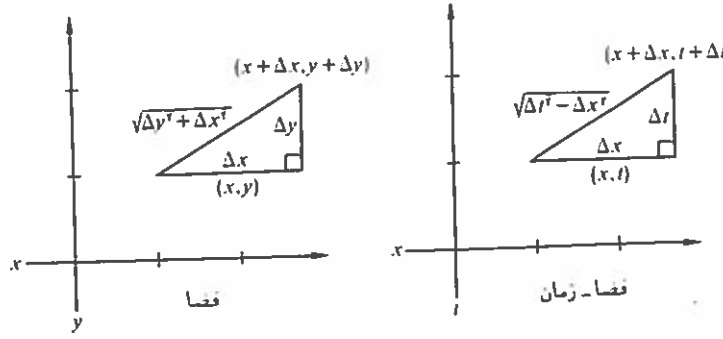
کاری که مایلیم اکنون انجام دهیم این است که ببینیم آیا نوعی رابطه بین رویدادهای A و B وجود دارد که به ناظر بستگی نداشته باشد؟ در حال حاضر دو نوع از این روابط را می‌شناسیم: (۱) اگر A و B هر دو در یك مکان و در یك زمان اتفاق بیفتد تمام ناظرها در مورد آن باهم توافق خواهند داشت، و (۲) اگر رویداد B را دریافت یك علامت نوری بگیریم که گسیل آن رویداد A باشد، در این صورت همگان بر سر آن باهم توافق خواهند داشت. با وجود این دو حقیقت و اصل ثابت بودن سرعت نور، این امکان وجود دارد که از نظر ریاضی ثابت کنیم که بازهٔ بین رویدادهای A و B برای تمام ناظرها یکسان خواهد بود. مقصود از «بازه» را توضیح خواهیم داد.

دستگاه مرجع یك ناظر را در نظر می‌گیریم. فرض می‌کنیم که او

مختصات (x, t) را به‌رویداد A و مختصات (x', t') را به‌رویداد B نسبت می‌دهد. در این‌صورت می‌گوییم بازهٔ بین A و B عدد r است به‌طوری که

$$r^2 = c^2 (t' - t)^2 - (x' - x)^2$$

در اینجا c سرعت نور است (تقریباً همان سیصد هزار کیلومتر در ثانیه)، پس می‌بینیم که بازهٔ r برحسب واحد مسافت (متر) خواهد بود. همان‌طور که قبلاً اشاره کردیم، اکثراً در نظریهٔ نسبیت واحدها طوری انتخاب می‌شوند که سرعت نور یک واحد فاصله بر واحد زمان باشد. فرض کنیم این کار انجام شده باشد. اگر به‌جای $t - t'$ بنویسیم Δt و به‌جای $x - x'$ بنویسیم Δx، (رابطه) ساده‌تر خواهد شد. "Δ" را «میزان تغییر» (یا دلتا) می‌خوانیم. اکنون تعریف ما از بازه، صورت $r^2 = \Delta t^2 - \Delta x^2$ را به‌خود می‌گیرد. اگر به‌جای r بنویسیم Δl «یا تغییر بازه»، داریم $\Delta l^2 = \Delta t^2 - \Delta x^2$، یعنی «تغییر بازه به‌توان دو برابر است با تغییر زمان به‌توان دو منهای تغییر فضا به‌توان دو».

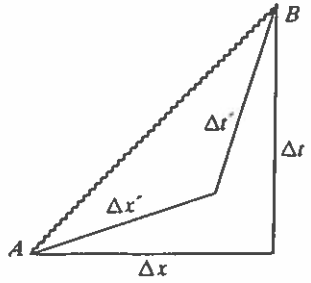


شکل ۹۶

می‌بینیم که بازه در صفحهٔ xt با فاصله در صفحهٔ xy تفاوت بسیار دارد. برای بازه داریم $\Delta l^2 = \Delta t^2 - \Delta x^2$، در صورتی که برای فاصله داریم (فاصله را با s نمایش می‌دهیم) $\Delta s^2 = \Delta x^2 + \Delta y^2$. این معادلهٔ آخر همان قضیهٔ معروف

فیثاغورث است!

توجه کنید که اگر $\Delta x = \pm \Delta t$ باشد، بازهٔ بین دو رویداد صفر خواهد شد. تحت چه شرایطی جدایی فضایی بین دو رویداد A و B برابر جدایی زمانی بین آن‌دو خواهد شد؟ دقیقاً وقتی که پرتو نوری A را به B وصل می‌کند زیرا با سرعت یک واحد فضایی بر واحد زمانی حرکت می‌کند. ممکن است معنای یك متر یا یك ثانیه در دستگاه مختصات $x't'$ با نظر اشخاصی که در دستگاه مختصات xt هستند متفاوت باشد، اما اختلاف بین واحد فضا و واحد زمان در دو دستگاه همواره طوری تنظیم شده‌است که سرعت نور برابر یك باشد. یعنی، سرعتی که با مقایسهٔ رویداد A و رویداد B به‌دست می‌آوریم، یا باید برابر $\Delta x/\Delta t$ و یا $\Delta x'/\Delta t'$ باشد. اما در هر صورت حاصل باید برابر c باشد، که در بحث ما عدد یک است. بنابراین باید داشته باشیم $\Delta x = \Delta t$ و $\Delta x' = \Delta t'$ و از این رو $\Delta l = 0$ و $\Delta l' = 0$



شکل ۹۷

می‌دانیم که بازهٔ فضا ـ زمانی با فاصلهٔ فضایی کاملاً تفاوت دارد. اگر فاصلهٔ بین دو نقطه صفر باشد، می‌دانیم که آن‌دو نقطه یکی هستند، اما اگر بازهٔ بین دو رویداد صفر باشد تنها معنی آن این است که یك پرتو نور وجود دارد (یا ممکن است وجود داشته باشد) که آن دو را به‌یکدیگر وصل می‌کند. مثلاً اگر انفجاری در سیصد هزار کیلومتری ما ثانیه‌ای پیش صورت

گرفته باشد و یك پرتو نور آن هم‌اکنون به ما برسد. این امر نشان می‌دهد که بازهٔ رویداد انفجار و رویداد ایستادن ما در اینجا همین الان، برابر صفر است، در واقع برای اینکه بازهٔ بین A و B صفر باشد لازم نیست که پرتو نوری عملاً از A به B فرستاده شود؛ بلکه فقط کافی است که این امر امکان‌پذیر باشد. به عبارت دیگر تنها لازم است که $\Delta x = \pm \Delta t$ باشد.

رویدادی را در نظر بگیرید که عبارت است از وجود خود شما در لحظهٔ قرائت این جمله. می‌توانید خودتان را در مبدأ دستگاه فضا ـ زمان ۴ بعدی تصور کنید. چون ما به‌جای خط آباد ۱ بعدی در فضای ۳ بعدی زندگی می‌کنیم، باید به‌جای «خط همزمانی» از «فضای همزمانی» سخن بگوییم. «فضای همزمانی» شما عبارت است از تمام رویدادهای فضا ـ زمانی که به‌اعتقاد شما در همین لحظه اتفاق می‌افتند. مثلاً، روشن کردن سیگار توسط شخصی در زیر باران در نقطه‌ای از زمین، افزایش لحظه‌ای دما در قطب شمال خورشید و مرگ یك سلول در بدن بهترین دوستمان را باید از جملهٔ این رویدادها برشمرد.

محور زمان شما خطی است در فضا ـ زمان ۴ بعدی که جهانخط شما را شامل می‌شود، یعنی تمام رویدادهای زندگی شما، اعم از گذشته و آینده، را در بر می‌گیرد. (در اینجا این نکته را متذکر می‌شویم که این گفته که جهانخط شما را می‌توان به‌عنوان قسمتی از محور زمان در یك دستگاه مختصات فضا ـ زمان مطابق با نظریهٔ نسبیت خاص در نظر گرفت صحیح نیست. مسئله در اینجاست که جهانخط شما «مستقیم» نیست. مثلاً، سیاره‌ای که در آن زندگی می‌کنید در حال دوران است؛ مثلاً، شما همیشه در حال جنب و جوش هستید و سرعت خود را با این‌طرف و آن‌طرف رفتن تغییر می‌دهید. اما اگر در فضای تهی شناور بودید و به‌هیچ نحوی شتاب مثبت و منفی نداشتید، آنگاه این بحث صحیح بود.)

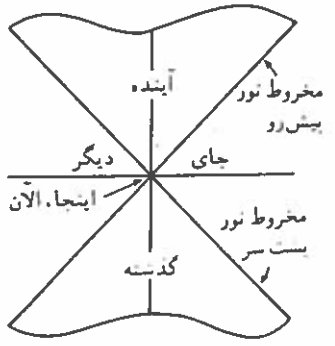
اکنون چیزی که می‌خواهم دربارهٔ آن صحبت کنم مخروط نور شماست. مخروط نور شما عبارت است از مجموعهٔ تمام رویدادهایی که بازهٔ بین آنها و

شما صفر است. مخروط نور شما عبارت است از مجموعهٔ تمام رویدادهایی مانند A که یا (۱) جرقه نوری که در A زده شود توسط شما همین الان و در همین جا مشاهده خواهد شد، و یا (۲) جرقهٔ نوری که همین الان و در همین جا زده‌شود (مثلاً با انفجار کلّهٔ شما) درست در زمان و مکانی که منطبق است با A قابل رؤیت خواهد بود. مخروط زمان شما دو نیمه دارد، مخروط نور پشت سر (رویدادهای مربوط به‌مورد ۱) و مخروط نور پیش‌رو (رویدادهای مربوط به‌مورد ۲).

برای اینکه به‌رویدادهایی که در مخروط پیش‌روی شما قرار دارد برسید باید با سرعت نور حرکت کنید. تا آنجا که ما می‌دانیم، اشیای مادی هرگز نمی‌توانند با سرعت نور حرکت کنند. بنابراین هر رویدادی که بتوانید بیافرینید در مخروط پیش روی شما قرار خواهد داشت. کل این رویدادها را آینده شما می‌گویند. رویدادهای واقع در مخروط نور پشت سر را گذشتهٔ شما می‌گویند. اگر رویدادی که از یك موجود عجیب و غریب سوار بر یك سفینهٔ فضایی تشکیل می‌شود در گذشته شما در حرکت باشد، در این‌صورت ممکن است که او همین الان و در همین جا به شما ملحق شود. اگر رویداد راه افتادن او در گذشتهٔ شما نباشد، در این‌صورت هیچ راهی وجود ندارد که او بدون اینکه از نور سریعتر حرکت کند الان و در اینجا حضور پیدا کند.

دربارهٔ رویدادهایی که نه در روی مخروط نور پشت سر شما و نه در داخل آن و نه روی مخروط پیش روی شما و نه در داخل آن اتفاق می‌افتند چه می‌توان گفت؟ مجموعهٔ این رویدادها را جای دیگرمی نامند (شکل ۹۸). فکر کردن در مورد رویدادهایی که درجای دیگر قرار دارند ارآمش بخش است. هیچ راهی وجود ندارد که چنین رویدادهایی همین الان در شما اثر بگذارند و هیچ راهی هم وجود ندارد که کارهایی که شما انجام می‌دهید بتواند در چنین رویدادی اثر بگذارند. «خدای من، چه می‌شود اگر روسها همین الان ما را مورد حملهٔ اتمی قرار دهند؟» «خونسرد باش، جانم. این مال جای دیگر است». ببین جانم، اگر روسها واقعاً در همین لحظه در حال فشار دادن

دکمه باشند، دراینجا و الان تأثیری به حال شما نمی کند. البته، تقریباً ده ثانیه دیگر رویداد فشار دکمه در گذشته شما قرار خواهد گرفت، اما فعلاً در جای دیگر قرار دارد.



شکل ۹۸

این یك حقیقت جالب توجه است که تمامی فضای همزمانی شما درجای دیگرشما قرار دارد. در این جهان ۳ بعدی که تشکیل شده‌است از رویدادهایی که شما می گویید در این لحظه اتفاق می‌افتند، هیچ راهی وجود ندارد که بتوانید چیزی را تغییر دهید، و هیچ راهی وجود ندارد که چیزی در آن بتواند اینجا و الان در شما اثر بگذارد. تا شما چیزی را ببینید و آن را تشخیص دهید، آن چیز دیگر در گذشتهٔ شما قرار دارد. اگر سنگی پرتاب کنید، در آینده به‌زمین خواهد افتاد.

برگردیم به نمودار خط آباد مینکوفسکی. برای تعیین اینکه آیا رویداد (x , y) نسبت به یك ناظر مستقر در مبدأ $(۰ , ۰)$، در جای دیگر قرار دارد یا خیر، یك راه ساده وجود دارد. بازهٔ بین $(۰ , ۰)$ و (x , t) برابر است با ریشهٔ دوم $x^۲ - t^۲$. اگر $|t|$ از $|x|$ بزرگتر باشد. در این‌صورت $x^۲ - t^۲$ مثبت است و $l = \sqrt{t^۲ - x^۲}$ یك عدد حقیقی است. اگر $|t|$ از $|x|$ کوچکتر باشد، در این‌صورت $x^۲ - t^۲$ منفی است و $l = \sqrt{t^۲ - x^۲}$ یك عدد موهومی‌است. اگر

$|t|$ با $|x|$ برابر باشد، $x^۲ - t^۲$ صفر است و l نیز صفر است.

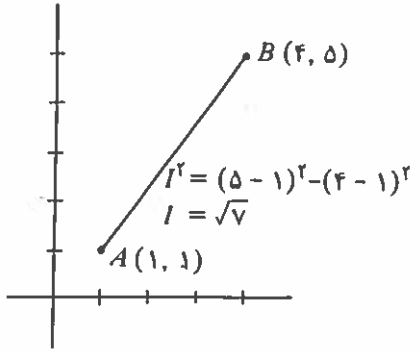
اگر $|t|$ از $|x|$ بزرگتر باشد، در این‌صورت برای سفر از $(۰ , ۰)$ به (x , t) باید کندتر از نور حرکت کرد. اگر $|t|$ از $|x|$ کوچکتر باشد، برای سفر از $(۰ , ۰)$ به (x , y) باید تندتر از نور حرکت کرد. درستی این امر از آن جهت است که سرعت از تقسیم مسافت بر زمان، یعنی $|x/t|$، به‌دست می آید و در این بحث سرعت نور برابر ۱ است.

اگر بازهٔ بین دو نقطه حقیقی باشد، می گوییم فاصلهٔ بین آنها زمان گونه است. اگر بازهٔ بین دو نقطه موهومی باشد، گوییم فاصلهٔ بین دو نقطه فضا گونه است. اگر بازهٔ بین دو نقطه صفر باشد، گوییم فاصلهٔ بین دو نقطه نور گونه است.

نکتهٔ قابل توجه در مورد بازه این است که هر که آن را اندازه بگیرد، مقدار یکسانی به‌دست می آورد. دونده و کشاورز در مورد فاصلهٔ فضایی بین درب انبار و (دیوار) عقب آن اختلاف نظر داشتند و در مورد فاصلهٔ زمانی بین نوك نیزه هنگام شکافتن دیوار عقب و انتهای نیزه هنگام ورود از درب جلو نیز اختلاف نظر داشتند. آنها در مورد فاصلهٔ فضایی بین این دو رویداد هم اختلاف نظر داشتند. مع‌هذا، آنها بازهٔ جدایی فضا ـ زمانی بین این دو رویداد را یکسان ارزیابی می کنند.

چون بازه در نظر هرکس که آن را اندازه بگیرید یکسان‌است، اگر اعتقاد بر این باشد که بازهٔ بین دو رویداد A و B زمان گونه است، در این‌صورت هر ناظر دیگری هم بر این اعتقاد خواهد بود. اگر اعتقاد بر آن باشد که بازهٔ بین دو رویداد فضا گونه است، در این‌صورت هر ناظر دیگری هم بر این اعتقاد خواهد بود. یعنی اگر بر آن باشیم که می توانیم رویداد راه‌افتادن یك سفینهٔ فضایی را A و رویداد بر زمین نشستن آن را B بگیریم، هر ناظر دیگری نیز با ما هم رأی خواهد بود. در شکل ۹۹ بازه برابر ریشهٔ دوم ۷ است.

اگر جدایی بین دو رویداد A و B زمان گونه باشد، این سئوال وارد است



شکل ۹۹

که آیا B در گذشته A قرار دارد و یا در آیندهٔ آن. اگر جدایی بین A و B فضاگونه باشد، در این‌صورت نمی‌توان برای رویدادهای A و B هیچ ترتیب زمانی مطلقی قائل شد. اگر جدایی دو رویداد فضاگونه باشد، بعضیها خواهند گفت که آنها همزمان هستند و بعضیها خواهند گفت A اول اتفاق می‌افتد و برخی خواهند گفت B اول اتفاق می‌افتد، این عکس موردی است که جدایی زمان‌گونه است و همگان موافق‌اند که مثلاً B در آیندهٔ A قرار دارد.

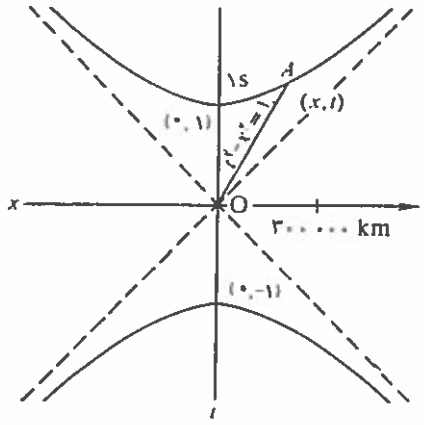
اگر به‌شکل ۹۳ رجوع کنید، دو رویداد A و B را خواهید دید که جدایی بین آنها فضاگونه است، و می‌توانیم نشان‌دهیم که R و O و L تمام آرای ممکن را در مورد اینکه کدام رویداد اول اتفاق می‌افتد خواهند داشت.

در صفحهٔ xy مجموعهٔ نقاطی که فاصلهٔ آنها از مبدأ برابر ۱ است، یك دایره، دایرهٔ واحد، تشکیل می‌دهند. در صفحهٔ xt مجموعهٔ تمام نقاطی که بازهٔ بین آنها و مبدأ برابر ۱ است، چه شکلی خواهد داشت؟

اگر بازهٔ بین $(۰, ۰)$ و (x, t) برابر ۱ باشد، در این‌صورت باید داشته باشیم $۱ = x^۲ - t^۲$. در صفحهٔ xt نمودار این منحنی چیست؟ هذلولی واحد؛ دلیل این امر این است که $|t|$ همیشه باید از $|x|$ بزرگتر باشد، اما به ازای مقادیر بزرگ، $|t|$ و $|x|$ تقریباً با هم برابرند؛ از این رو خطوط $x = t$ و

$x = -t$ مجانبهای نمودار هستند.

اگر این قرار را که یك واحد فضا برابر سیصد هزار کیلومتر و یك واحد زمان برابر یك ثانیه است حفظ کنیم، آن‌وقت می‌توانیم ببینیم که در نیمهٔ بالایی هذلولی از O برابر یك است (یك ثانیه یا سیصد هزار کیلومتر، هر دو را می‌توان گفت به شرطی که این را درك کنیم که سیصد هزار کیلومتر زمان [برابر] یك ثانیه است، یعنی برابر است با زمانی که طول می‌کشد تا نور سیصد هزار کیلومتر را طی کند). رفتن از O به A در امتداد خطی که در شکل ۱۰۰ نشان داده‌شده ظاهراً چقدر طول می‌کشد؟



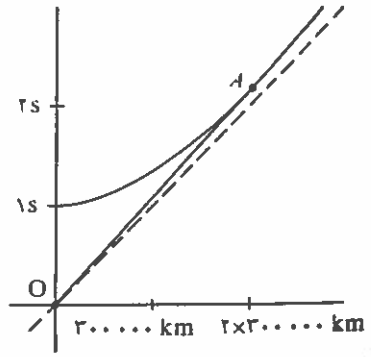
شکل ۱۰۰

نسبت به چارچوب مختصاتی که ما رسم کرده‌ایم، این‌طور به نظر می‌آید که مختص t مربوط به A تقریباً برابر ۱٫۲ است. اما از نظر کسی که محور زمانش در امتداد پاره‌خط OA است چطور؟ در نظر او حین رفتن از O به A فضا تغییر نمی‌کند (مثلاً ممکن است او در یك سفینهٔ فضایی نشسته باشد و آن سفینه به‌قدری بزرگ باشد که او تصور کند ساکن است؛ او

می گوید که از جایی به جای دیگر «می‌رسد» زیرا دنیای خارج در حرکت است). یعنی اگر مختصات A در دستگاه مختصاتش به‌صورت (x', t') باشد، در این‌صورت می‌دانیم $x' = 0$. اما بازهٔ بین O و A را همه باید برابر ۱ اندازه بگیرند. پس داریم $t'^2 - x'^2 = 1$ یا $t'^2 = 1$ یا $t' = 1$. به‌عبارت دیگر ناظر متحرك مختصات $(1, 0)$ را به A نسبت می‌دهد. به‌عبارت دیگر، ناظر متحرك فکر می‌کند که برای رفتن از O به A تنها به یك ثانیه وقت نیاز دارد، و ما فکر می‌کنیم که او (برای این کار) به ۱٫۲ ثانیه احتیاج دارد!

در واقع شما می‌توانید طی یك ثانیه به‌هر نقطه‌ای از جهان سفر کنید! مثلاً فرض کنیم شما می‌خواهید به‌ستاره‌ای بروید که ششصد هزار کیلومتر با شما فاصله دارد و می‌خواهید در ظرف یك‌ثانیه به آنجا برسید. در ابتدا به نظر می‌آید که چنین چیزی امکان‌پذیر نیست زیرا نور در یك ثانیه فقط می‌تواند سیصد هزار کیلومتر طی کند و انتظار نمی‌رود که شما بتوانید سریعتر از نور حرکت کنید.

اما به محض اینکه به نمودار مینکوفسکی این وضعیت (شکل ۱۰۱) نگاه کنید، می‌بینید که فقط اگر بتوانید با سرعتی به‌اندازهٔ کافی نزدیك به سرعت نور راه بیفتید، رویداد A که مختصهٔ فضایی آن برابر ۲ است و روی هذلولی واحد قرار دارد می‌تواند رویداد رسیدن شما باشد. بازهٔ بین A و O یك بازهٔ زمان‌گونه به‌طول ۱ است. از این‌رو اگر در امتداد پاره‌خط OA حرکت می‌کردید، تصور می‌کردید که آن پاره‌خط محور زمان شماست (در حالت حرکت یکنواخت، شخص همیشه محور زمان را با جهانخط خودش یکی می‌داند). از این رو به نقطهٔ A مختصات $(t', 0)$ را نسبت می‌دادید. اکنون چون A روی هذلولی واحد قرار دارد، می‌دانیم که بازهٔ بین O و A برای هر ناظری برابر یک به‌نظر می‌آید. بنابراین ناظر متحرك باید بازهٔ $OA = t'^2 - x'^2$ را مساوی ۱ بداند. اما در نزد او $x' = 0$، از این رو باید $t' = 1$. «فقط یك ثانیه طول کشید!»



شکل ۱۰۱

دقیقاً با چه سرعتی باید حرکت کنید تا از زمین دو واحد فضا را در یك واحد زمان طی کنید (یعنی ششصد هزار کیلومتر را در یك ثانیه، یا دو سال نوری را در یك‌سال طی کنید)؟ البته، شما می‌توانید ادعا کنید که ساکن هستید، اما با چه سرعتی نسبت به‌چارچوب مرجع زمین باید بروید؟ مردم روی زمین فکر نمی کنند که برای رفتن به آن ستاره شما فقط یك ثانیه وقت صرف کرده‌اید. در چارچوب مرجع آنها مختص t رویداد A کمی بزرگتر از ۲ است، یعنی برخلاف چارچوب مرجع شما که در آن رویداد A دارای مختص t' برابر ۱ است.

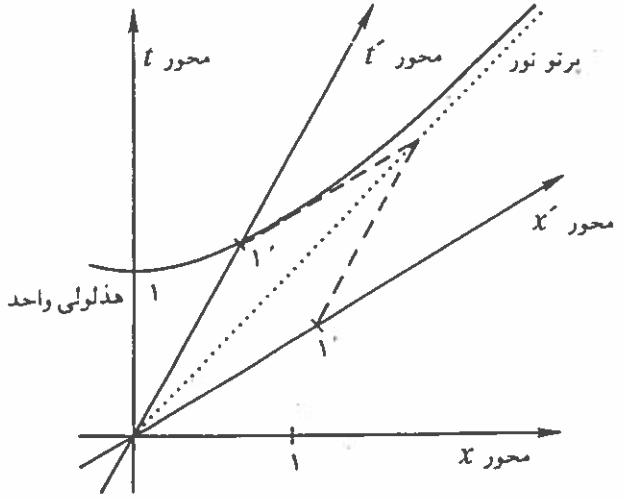
اگر مختص t مربوط به A را می‌دانستیم، می‌توانستیم سرعت پرواز را از نظر زمینیها به‌دست آوریم، زیرا این‌را می‌دانیم که مختص x رویداد A برابر ۲ است و سرعت شما نسبت به‌زمین برابر $v = x / t = 2 / t$ خواهد بود که ما مختصهٔ t را همان t می نامیم. چطور می‌توانیم t را حساب کنیم؟ می‌دانیم که بازهٔ بین A و O برابر یك است. از این‌رو می‌دانیم که $2^2 - t^2 = 1$ بنابراین $t = \sqrt{5} \approx \frac{11}{5}$ و $v = 2 / t \approx \frac{10}{11}$، یعنی حدود ده یازدهم سرعت نور.

چارچوب مرجع دو ناظر را در نظر بگیرید. فرض کنید چارچوب

مرجع ناظری که خودمان باشیم دستگاه xt و چارچوب ناظر متحرك دستگاه $x't'$ باشد. در بحث نسبیت همزمانی این را فرا گرفتیم که اگر محور t' با محور t فرق داشته باشد، در این صورت محور x' نیز با محور x فرق دارد. در واقع، فرا گرفتیم که زاویهٔ بین محورهای t' و t همیشه با زاویهٔ بین x' و x برابر است.

معلوم می‌شود که بین دستگاههای xt و $x't'$ تفاوت دیگری نیز وجود دارد و آن این است که علامتهای درجه بندی محورهای x' و t' نسبت به مبدأ دورتر از علامتهای درجه بندی دستگاه xt هستند.

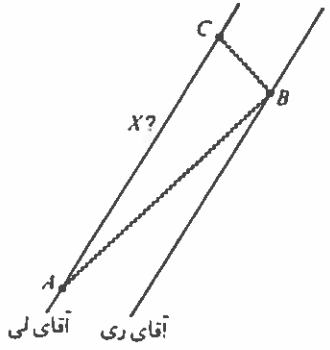
همانگونه که گفته‌ایم، علامت واحد زمان روی محور t' در جایی خواهد بود که محور هذلولی را قطع می کند. این که معلوم شد می توانیم ببینیم کجا باید علامت واحد فضا را روی محور x' قرار بدهیم، زیرا اندازهٔ واحد زمان و واحد فضا یکی است. هرگاه همه چیز را مطابق شکل ۱۰۲ رسم کنیم، می بینیم که سرعت نور هم در دستگاه $x't'$ و هم در دستگاه xt برابر ۱ خواهد بود.



شکل ۱۰۲

مسائل فصل ۵

(۱) در این مسئله برای نسبیت همزمانی بحثی خواهیم داشت که با بحثی که من قبلاً ارائه داده‌ام کمی تفاوت خواهد داشت. یك سکوی صُلب با سرعتی، مثلاً برابر با نصف سرعت نور به‌طرف راست حرکت می کند. در انتهای چپ سکو آقای لی و در انتهای راست آن آقای ری ایستاده‌است (شکل ۱۰۳). آقای لی یك علامت نوری را در امتداد سکو به‌طرف آقای ری می‌فرستد. آقای ری آینه‌ای در دست دارد که علامت نور را به طرف آقای لی بر می گرداند. آقای لی علامت برگشت داده شده را دریافت می کند. این رویدادها را به ترتیب A و B و C بخوانید. آقای لی زمان رویدادهای A و C را روی جهانخط خود یادداشت می کند. او پس از کمی تفکر در می‌یابد رویداد X که با B همزمان است در کجای جهانخطش قرار دارد. او X را کجا قرار می‌دهد و چرا؟



شکل ۱۰۳

(۲) اشخاصی که دیدگاه فضا ـ زمان ایستا را که در فصل ۴ شرح داده شد قبول ندارند دوست دارند ادعا کنند که زمان در حقیقت حرکت می کند و اینکه «حال» وجود دارد اما آینده هنوز به‌هیچ معنایی وجود ندارد. با توجه

به نقل قول زیر این ادعا را مورد ارزیابی قرار دهید:

> به هر حال، وجود گذشت عینی زمان به معنای آن است (یا حداقل معادل با این حقیقت است) که واقعیت از تعداد بی نهایت لایهٔ «حال» که به ترتیب پا به عرصهٔ وجود می گذارند تشکیل شده‌است. اما اگر همزمانی، به آن معنایی که هم اکنون توضیح دادم، چیزی نسبی باشد، واقعیت را نمی‌توان به‌طور عینی و قطعی به‌چنین لایه‌هایی تفکیک کرد. هر ناظر مجموعهٔ «حالهای» خاص خودش را داراست و هیچ یك از این سیستمهای مختلف لایه‌ای نمی‌تواند ادعا کند که امتیاز نمایندگی گذشت عینی زمان از آن اوست[1].

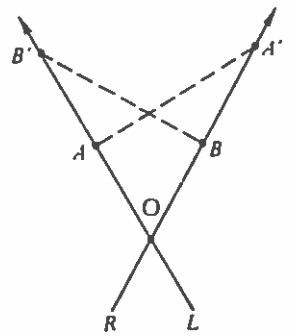
(۳) در این مسئله خواهید دید که چرا کارکردن ساعت شخص در حال حرکت به نظر ناظر ساکن کُند می آید. دو نفر را در نظر بگیرید، R و L، که با سرعتهایی که به نظر ما برابر می آیند در دو جهت مخالف حرکت می کنند. فرض کنیم که عبور آنها را از کنار یکدیگر رویداد O بنامیم. رویداد A را منطبق بر وقتی می گیریم که ساعت L گذشت یك ثانیه از رویداد O را نشان می‌دهد، و رویداد B را منطبق بر وقتی که ساعت R گذشت یك ثانیه از رویداد O را نشان می‌دهد. به‌دلیل تقارن، ما رویدادهای A و B را همزمان درك می کنیم (همان طور که در شکل ۱۰۴ نشان داده شده‌است). اما R خواهد گفت که A با A' همزمان‌است و L خواهد گفت که B با B' همزمان‌است. چرا؟ ناظران R و L در مورد تصور یکدیگر از یك ساعت چه خواهند گفت و چرا؟

(۴) چطور می‌توانید جهانخط خود را آن قسمت از هذلولی $x^2 - t^2 = 1$ قرار دهید که در شکل ۱۰۵ نشان داده شده‌است؟ اگر این جهانخط شما باشد، آیا یك علامت نوری از رویداد O اصلاً می‌تواند به‌شما برسد؟ فاصلهٔ O از شما

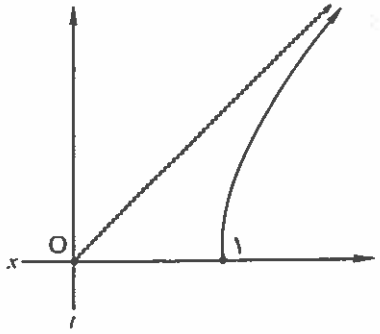
1. K. Godel, "*A Remark about the Relationship between Relativity Theory and Idealistic Philosophy*," in the Schilpp anthology, p. 558.

نسبت به یکی از چارچوبهای مرجع لحظه‌ای شما چقدر است؟

(۵) فرض کنید در یك سفینهٔ فضاپیمای بسیار قدرتمند قرار دارید که می تواند حتی از سفینهٔ مسئلهٔ قبل نیز سریعتر شتاب بگیرد. فرض کنید با چنان شتابی از زمین دور می‌شوید که سیصد هزار کیلومتر اول را در یك ثانیه، سیصد هزار کیلومتر دوم را در نیم ثانیه، سیصد هزار کیلومتر سوم را در ربع ثانیه و غیره طی می کنید. در حالت کلی برای طی مسافت سیصد هزار کیلومتر تقسیم بر $(n+1)$ به $1/2^n$ ثانیه وقت احتیاج دارید. پس از گذشت دو ثانیه کجا خواهید بود؟



شکل ۱۰۴

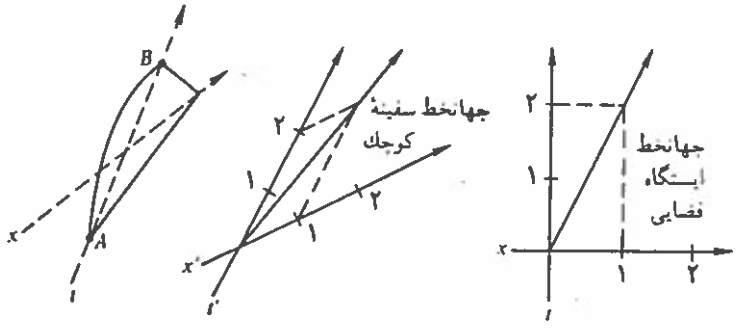


شکل ۱۰۵

(۶) فرض کنید در یك ایستگاه فضایی قرار دارید و با سرعتی برابر با $\frac{1}{2}$ سرعت نور نسبت به‌زمین از آن دور می‌شوید (جهانخطی به‌شیب ۲ در نمودار فضا ـ زمان زمین). سپس سوار یك سفینهٔ کوچك می‌شوید و راه می‌افتید و با سرعتی برابر با $\frac{1}{2}$ سرعت نور نسبت به‌ایستگاه فضایی از آن ایستگاه و زمین دور می‌شوید (جهانخطی با شیب ۲ در نمودار فضا – زمان ایستگاه فضایی). آیا در این صورت شما با سرعت نور از زمین دور می‌شوید؟ دو شکل ۱۰۶ و ۱۰۷ را ترکیب کنید و سرعت خود را نسبت

به‌زمین تخمین بزنید.

(۷) فرض کنید که در حال سفر از رویداد A به رویداد B هستید. اگر شما در سفرتان ساعت با خود حمل کنید، چون در هر لحظه می‌توانید ادعا کنید که بی‌حرکت‌اید ($dx = 0$)، ساعت شما بازه‌ای را که طی کرده‌اید اندازه‌گیری خواهد کرد. کدام یك از سه مسیر بین A و B که در شکل ۱۰۸ نشان داده شده‌اند طولانی‌ترین بازه را داراست؟ به‌عقیدهٔ شما ژئودزیکهای زمان‌گونه این بازه را بیشینه می‌کنند یا کمینه؟



شکل ۱۰۶ شکل ۱۰۷ شکل ۱۰۸

۶

سفر زمانی

بنا بر نظریهٔ نسبیت خاص هیچ شیء مادی نمی‌تواند با سرعت نور حرکت کند و هیچ نوع علامتی هم نمی‌تواند سریعتر از نور حرکت کند.

اینکه هیچ شیء مادی نمی‌تواند از نور سریعتر حرکت کند واقعیتی است که از نظر تجربی آزموده شده‌است. می‌توانیم تا آنجا که دلمان می‌خواهد به یك الکترون در سیکلوترون انرژی بدهیم، ولی الکترون هرگز به سرعت نور نمی‌رسد. یکی از دلایل این امر این‌است که وقتی شیء سریعتر حرکت می‌کند جرم آن افزایش می‌یابد به‌طوری که هر قدر سریعتر برود، واداشتن آن به‌حرکت باز هم سریعتر دشوارتر است.

آیا این بدان معناست که ما هرگز نمی‌توانیم با سرعت نور حرکت کنیم؟ الزاماً این طور نیست. شاید [روزی] ممکن شود (این از مسائل علمی-تخیلی است) که شخص را به‌صورت موج الکتریکی پیچیده‌ای درآوریم و این موج را به کمك رادیو به یك ایستگاه گیرنده انتقال دهیم (امواج رادیویی با سرعت نور حرکت می‌کنند) و در آنجا این شخص را با استفاده از اطلاعاتی

که در موج رادیویی نهفته است بازسازی کنیم.

اگر با سرعت نور حرکت کنیم چه احساسی به ما دست می‌دهد؟ فرض کنید از اینجا تا آن سوی کهکشان را با سرعت نور طی کنید؛ [این کار] به نظرتان چقدر طول می‌کشد؟ از نظر مردمی که در ایستگاه فرستنده و گیرنده مستقرند، برای اینکه علامتی از این طرف تا آن طرف کهکشان را بپیماید چند صد هزار سال وقت لازم است. اما طول سفر از نظر شما لحظه‌ای بیش نیست! شما از یك در قدم به اتاقك ماده‌زدایی می‌گذارید و از طرف دیگر اتاقك خارج می‌شوید بدون اینکه حتی حرکتتان را کند کنید. تنها تفاوت این است که وقتی از طرف دیگر خارج می‌شوید، در زمان ۱۰۰۰۰۰۰ سال بعد و در طرف دیگر کهکشان خواهید بود. اگر ناگهان برای وطن احساس دلتنگی کنید و دوباره در جهت معکوس وارد اتاقك شوید و به زمین باز گردید، در زمان ۲۰۰۰۰۰۰ سال ناقابل بعد از شروع [سفرتان] به آنجا خواهید رسید. و از نظر شما این ۲۰۰۰۰۰۰ سال همه‌اش صرف آن شده است که در طول اتاقك یك بار به جلو و عقب بروید. اگر به‌این ترتیب پنج بار جلو و عقب بروید، این کار شما را به یك میلیون سال آینده خواهد برد، و همین‌طور الی آخر.

دلیل اینکه سفر با سرعت نور ظاهراً به‌هیچ زمانی نیاز ندارد، این است که وقتی به سرعت نور می‌رسیم جهانخط ما در فضای همزمانی ما قرار می‌گیرد. یعنی، برای کسی که با سرعت نور حرکت می‌کند تمام رویدادها در جهانخط او در یك لحظه و در یك مکان به‌وقوع می‌پیوندند! این را با توجه به سه نمودار مینکوفسکی در شکل ۱۰۹ در می‌یابیم؛ به تدریج که شیب خط زمان کم می‌شود، شیب خط فضا زیاد می‌شود و در نهایت وقتی با سرعت نور حرکت می‌کنیم این دو بر هم منطبق می‌شوند.

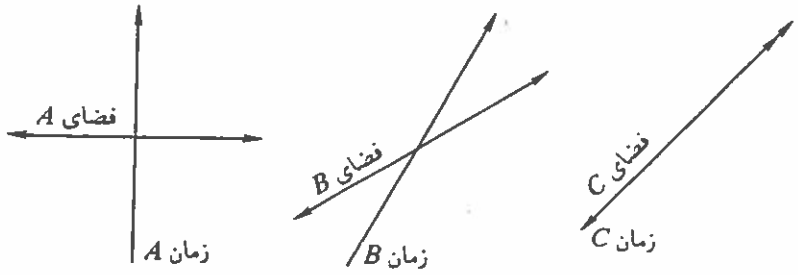
پس اگر با سرعت نور حرکت کنیم، بدون هیچ صرف وقتی، می‌توانیم به هر رویدادی روی مخروط نور آینده دسترسی داشته باشیم. با جلو و عقب رفتن نیز می‌توانیم به هر رویدادی در داخل مخروط نور آینده خود (مثلاً در یك میلیون سال دیگر درست به همین جا) برسیم، بدون آنکه هیچگونه صرف

وقتی کرده باشیم.

اما، بازگشت به گذشته میسر نیست. چرا میسر نیست؟ آیا دلیلی برای اینکه نتوانیم به نحوی به گذشته سفر کنیم وجود دارد؟ شاید دلیلی وجود نداشته باشد، اما برخی مشکلات قابل پیش‌بینی‌اند. فرض کنید روشی برای سفر به گذشته ابداع کنید. یك ساعت به گذشته سفر می‌کنید و خویشتن گذشتهٔ خود را مشاهده می‌کنید که مشغول آماده کردن ماشین زمان است. با لبخندی طنزآمیز از پشت سر تیری به خویشتن گذشتهٔ خود شلیك می‌کنید. در این صورت چه اتفاق می‌افتد؟ چون خویشتن گذشتهٔ شما مرده است شما نمی‌توانسته‌اید وارد ماشین زمان شده باشید تا باز گردید و خویشتن گذشته را به قتل برسانید. پس خویشتن گذشته نمی‌تواند مرده باشد، اما اگر خویشتن گذشتهٔ شما مرده نباشد، شما می‌توانسته‌اید برگردید و او را با تیر بزنید. خویشتن گذشتهٔ شما در صورتی و تنها در صورتی می‌میرد که نمیرد. چنین وضعیتی واقعاً تناقض‌آمیز (یا باطلنما) است.

این نوع باطلنماهاست که باعث می‌شود امکان ارسال علامت سریعتر از نور ظاهراً منتفی شود.

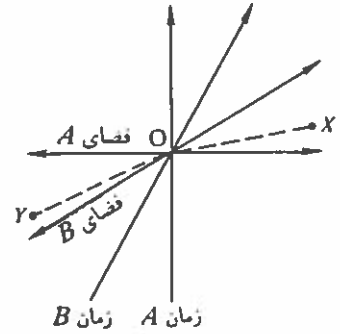
نمودار مینکوفسکی شکل ۱۱۰ را در نظر بگیرید. خط نقطه‌چین OX علامتی را نشان می‌دهد که A از O به X با سرعتی بیشتر از سرعت نور ارسال می‌کند. (B از این ادعا که علامت از O به X رفته است یکه می‌خورد،



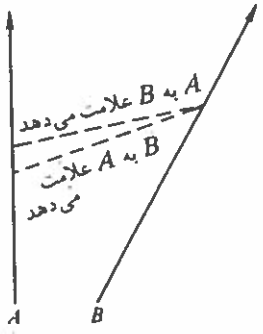
شکل ۱۰۹

زیرا به نظر او رویداد X قبل از رویداد O به وقوع پیوسته است.)

بر عکس، خط نقطه‌چین OY علامتی را نمایش می‌دهد که B از O به Y با سرعتی بیش از سرعت نور ارسال می‌کند. (A از این ادعا که علامت از O به Y می‌رود یکه می‌خورد زیرا به نظر او رویداد Y قبل از رویداد O به‌وقوع می‌پیوندد.)



شکل ۱۱۰



شکل ۱۱۱

از این رو اگر A و B در حال دور شدن از یکدیگر باشند، هر یك از آنها می‌تواند به گذشتهٔ دیگری علامت بفرستد، و این [البته] در صورتی است که آنها بتوانند علائم را با سرعتی ارسال دارند که به اندازهٔ کافی از سرعت نور بیشتر باشد. این می‌تواند به وضعیت تناقض‌آمیز (باطلنما) زیر منجر شود: A به B می‌گوید «من سر ظهر برای تو یك علامت سریعتر از نور می‌فرستم مگر اینکه از تو علامتی سریعتر از نور دریافت کنم» و B به A می‌گوید «من هر وقت که علامتی از تو دریافت کنم یك علامت سریعتر از نور برای تو می‌فرستم». اکنون اگر A علامتی در ظهر بفرستد، B [در جواب] علامتی خواهد فرستاد که قبل از ظهر به A می‌رسد و بنابراین A در ظهر علامتی نخواهد فرستاد. اگر A سر ظهر علامتی ارسال نکند، B هم

علامتی دریافت نخواهد کرد و [در جواب] علامتی نخواهد فرستاد، و از این رو A در ظهر علامتی خواهد فرستاد. به عبارت دیگر، A در صورتی و تنها در صورتی سر ظهر علامتی خواهد فرستاد که A در ظهر علامتی نفرستد (شکل ۱۱۱) و این غیرممکن به نظر می‌رسد.

در واقع، در سالهای اخیر گفته شده است که در حقیقت چیزهایی وجود دارند که از نور سریعتر حرکت می‌کنند، به این چیزها تاکیون می‌گویند («تاکی» به معنی «سریع» است). اما مگر همین الان ثابت نکردیم که چیزی نمی‌تواند از نور سریعتر حرکت کند؟

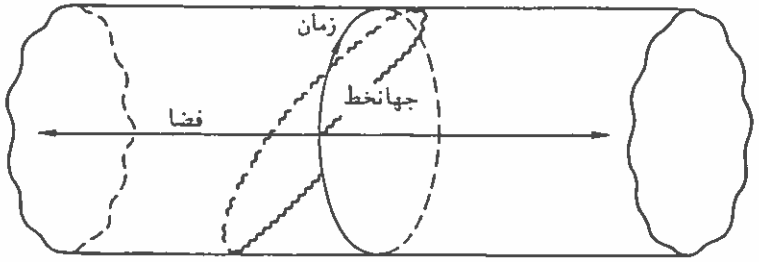
در واقع اشکالی ندارد در اطرافمان تاکیون هم داشته باشیم، البته این در صورتی است که نتوانیم به وجود آنها پی ببریم و در نتیجه نتوانیم برای ارسال علامت از وجودشان استفاده کنیم. اما، فیزیکدانان از چیزهایی که آشکارسازیشان غیرممکن است اکراه دارند. آنها می‌گویند اگر هیچ راه ممکنی برای آشکارسازی چیزی وجود نداشته باشد، دیگر سخن گفتن از وجود آن چیز معنی ندارد. موافقت یا مخالفت با آنها بحثی است اساساً فلسفی. به هر حال، امروزه ظاهراً اتفاق آرا این است که تاکیونهای قابل آشکارسازی وجود ندارند.

برای سفر به گذشته، دو راه دیگر نیز بجز حرکت سریعتر از نور وجود دارد. راه اول این است که ممکن است زمان دوری یا دایره‌ای باشد. یعنی اینکه عالم نه ابتدایی داشته باشد و نه انتهایی. چنین عالمی که یك بعد فضایی مستقیم نامتناهی دارد، مانند شکل ۱۱۲ به نظر می‌رسد.

همان طور که می‌دانیم، اگر با سرعت نور حرکت کنیم، این سفر (برای ما) هیچ طولی نخواهد کشید. راه دیگری برای بیان این مطلب این است که اگر شما با سرعتی به‌اندازه کافی نزدیك به سرعت نور حرکت کنید، می‌توانید سفرتان را هرقدر می‌خواهید کوتاه کنید.

پس اگر طول زمان («طول محیط زمانی عالم») یك هزار میلیارد سال باشد. شما می‌توانید به مدت $\frac{1}{2}$ یك هزار میلیارد سال از زمین دور شوید و

سپس باز گردید و به مدت $\frac{1}{2}$ یك هزار میلیارد سال به‌سوی زمین سفر کنید و از کنار آن رد شوید و آنگاه دور بزنید و $\frac{1}{2}$ یك هزار میلیارد سال دیگر سفر کنید تا به زمین برگردید. اکنون اگر با سرعت نور حرکت کنید این سفر اصلاً وقت شما را نمی گیرد، اما شما به‌اندازهٔ یك هزار میلیارد سال در زمان «به جلو» رفته‌اید. بنابراین وقتی به زمین می‌رسید که تازه حرکت کرده‌اید. اگر فقط کمی کمتر در زمان به جلو حرکت کرده بودید، مثلاً یك هزار میلیارد سال منهای ۲۰۰۰ سال، می‌توانستید از مصلوب شدن مسیح جلوگیری کنید.



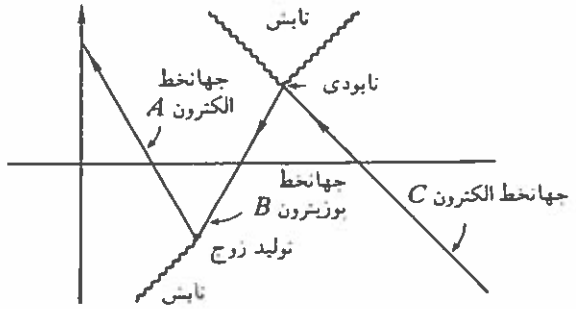
شکل ۱۱۲

این تکنیك سفر در زمان به شرطی امکان‌پذیر است که عالم ساختار مناسبی داشته باشد (و زمان دوره‌ای باشد). کورت گودل فکری شبیه به این را در مقاله‌اش در کتاب شلیپ، که مجموعهٔ مقالاتی دربارهٔ کارهای اینشتین است، پیشنهاد کرده‌است. برای اینکه از تناقضات سفر زمان اجتناب شود، او می‌گوید که در واقع، به‌دلایل عملی، هرگز امکان‌پذیر نخواهد شد که یك سفر یك هزار میلیارد ساله از نوعی که شرح دادیم انجام شود. اولاً برای اینکه به‌اندازهٔ کافی برای این سفر سوخت داشته باشیم احتیاج به سفینه‌ای به‌اندازهٔ یك کهکشان داریم. ثانیاً، جاذبهٔ گرانشی ستاره‌های مختلف و کهکشانهایی که از کنار آنها عبور می کنیم باعث انحراف مسیر می‌شوند و هرگز راه بازگشت به‌زمین را نخواهیم یافت. در فصل بعد ساختارهای ممکن

دیگری را برای فضا ـ زمان مورد بحث قرار خواهیم داد.

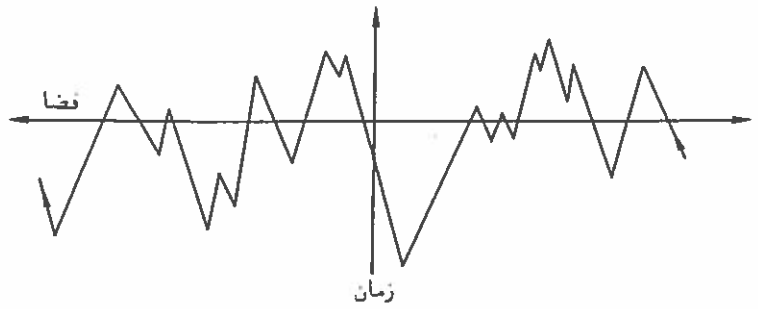
راه دومی که برای سفر به گذشتهٔ زمانی برای اشیا وجود دارد این است که آنها از پادماده تشکیل شده باشند. تا آنجا که می‌دانیم هر نوع ذره، پادذرهٔ نظیر خود را داراست. پادالکترون را پوزیترون گویند. جرم یك پوزیترون برابر با جرم یك الکترون اما بار الکتریکی آن دقیقاً مخالف بار الکترون است. پوزیترونها را می توان بدون مشکل چندانی در آزمایشگاه (با استفاده از شتابدهندهٔ ذرات) به‌وجود آورد. اما پادذره‌ها معمولاً زیاد دوام نمی آورند، چون هرگاه پوزیترونی به یك الکترون نزدیك شود آنها با هم ترکیب شده و یکدیگر را نابود می‌سازند و فقط فورانی از انرژی برجای می‌ماند. از طرف دیگر هرگاه پوزیترونی به‌وجود آید، الکترونی نیز همزمان با آن به‌وجود می آید. نمودار مینکوفسکی شکل ۱۱۳ را در نظر بگیرید. رویدادی در آنجا داریم که عبارت است از به‌وجود آمدن همزمان الکترون A و پوزیترون B این نوع تولید همزمان ذره و پادذره را «تولید زوج» می گویند. رویداد دیگری هم داریم که عبارت است از نابودی متقابل پوزیترون B و الکترون C.

ریچارد فاینمن فیزیکدان پیشنهاد کرده‌است که به‌جای اینکه این نمودار را نمایشگر دو ذرهٔ الکترون و پوزیترون بدانیم، می توانیم آن را نمایشگر تنها یك ذره بدانیم که به‌عنوان الکترون C در زمان به پیش می‌رود، به‌عنوان



شکل ۱۱۳

پوزیترون B در زمان به‌عقب می‌رود و سپس دوباره به‌عنوان الکترون A در زمان به‌پیش می‌رود (شکل ۱۱۴).



شکل ۱۱۴

جنبهٔ حقیقتاً حیرت‌آور نگرش فاینمن این است که در سراسر عالم تنها یك الکترون می‌تواند وجود داشته باشد!

الکترون می‌تواند جهانخط پیچیده‌ای داشته باشد گاهی در زمان به‌پیش برود و گاهی در زمان به‌عقب برگردد. این ذره، وقتی که به جلو می‌رود الکترون است و وقتی که در زمان به‌عقب می‌رود پوزیترون است. اما «در حقیقت» یك الکترون بیشتر نخواهیم داشت. به‌این ترتیب، توضیحی زیبا و ساده برای اینکه چرا بار تمام الکترونها با هم برابر است به‌دست می‌آید.

یك نقطهٔ ضعف این نظریه این است که ظاهراً در دنیا تعداد الکترونها بسیار بیشتر از تعداد پوزیترونها است. بدن شما، برای مثال، پر است از الکترون اما شك داریم که هرگز در هر زمان معین بیش از چند پوزیترون در آن باشد. یك راه خروج از این مشکل آن است که ادعا کنیم ناحیه‌هایی در عالم وجود دارند که در آن توازن برعکس است. یعنی ممکن‌است برخی از کهکشانهایی که در شب رؤیت می‌کنیم تماماً از پادماده درست شده باشند. پاداتمهای آنها مرکب خواهند بود از پوزیترونهایی که به‌دور پادهسته‌هایی متشکل از چند پادنوترون و چند پادپروتون در گردش‌اند.

چه می‌شد اگر به یك چنین پادکهکشانی سفر می‌کردید و روی یك پادسیاره فرود می‌آمدید؟ شما و سفینهٔ شما با تکه‌ای از سیاره ترکیب می‌شد و مقدار خیلی زیادی انرژی به‌وجود می‌آمد. به‌زبان فاینمن، تمام ذرات سفینه و بدن شما با تولید یك جریان عظیم انرژی شروع به‌حرکت در خلاف جهت جریان زمان می‌کرد. آیا در آن صورت، عقب رفتن در زمان را تجربه می‌کردید؟ احتمالاً خیر؛ چون پیچیدن از آن پیچ تند شما را زیاده از حد کوفته خواهد کرد.

اگر به یك پادکهکشان نزدیك شوید و مردم را در یك پادزمین تماشا کنید، چه خواهید دید؟ اتفاق‌نظر واقعی در این مورد وجود ندارد، اما ممکن است زندگی مردم را در خلاف جهت حرکت زمان احساس کنید. گزارش یك پادشخص چیزی شبیه به این خواهد بود:

همه گریه می‌کردند، اشکها از دستمالهایشان می‌چکید و به‌چشمهایشان می‌رفت. آنها عقب عقب تا دم گور رفتند، در آنجا تابوت به‌آهستگی بالا آورده شد، جسد به‌خانه برده و در بستر قرار داده شد. به محض این که کشیش (خانه را) ترك گفت، جسد شروع به‌تنفس کرد. آن پادمرد و پادهمسرش سی سال با یکدیگر در خلاف جهت حرکت زمان زندگی کردند. در روز ازدواجشان لباسهای کثیف را از سبد رخت چرك برداشتند و به اتفاق به‌کلیسا رفتند و پس از مراسم چند بار یکدیگر را ملاقات کردند، اما بعد دیگر از وجود یکدیگر بی‌اطلاع شدند. پادمرد به‌دانشگاه رفت و در آنجا بسیاری چیزها را از یاد برد. او معلوماتش دربارهٔ حساب دیفرانسیل و انتگرال خوب بود اما پس از تکمیل دوره دیگر اصلاً چیزی دربارهٔ آن نمی‌دانست. تکلیف خانه عبارت بود از نوشته‌هایی که او از معلمش دریافت می‌کرد و با استفاده از نوك مدادش آنها را پاك می‌کرد. شاهد زندگی خانوادگی او همراه با والدینش بودیم و سرانجام از راه رفتن باز ماند. در گهواره می‌خوابید و در آنجا مادرش برای او شیشه‌های خالی شیر می‌آورد و او آنها را از دهانش پر می‌کرد. بدن او مدفوعات روی

پوشکهای کثیفی را که مادرش برای او گذاشته بود جذب می کرد. اوضاع آرامتر و مبهمتر می‌شد تا اینکه یك روز پر از شادی او با مادرش به‌زایشگاه رفت و در آنجا دکتر به‌او در رفتن به‌داخل رحم مادرش کمك کرد. او در آنجا به آهستگی تحلیل می‌رفت و پس از نُه ماه دیگر وجود نداشت.

غم‌انگیز بود، این‌طور نیست؟ البته، در واقع، اهالی پادزمین فکر می کردند که دارند مانند ما زندگی می کنند و اگر ما را می‌دیدند فکر می کردند که داریم از آن نوع پادزندگیها که شرحش آمد می کنیم. در حقیقت حق با کیست؟ اکنون شما با این معلوماتی که دارید دیگر نباید چنین سئوالی را مطرح کنید!

مسائل فصل ۶

(۱) یکی از فضانوردان وقتی که در ماه بود کوشید تا یك پیام تله‌پاتی را برای همکارش در زمین بفرستد تا بداند چنین پیامی در همان آن به‌او می‌رسد یا نه. مفهوم ارتباط آنی چه اشکالی دارد؟

(۲) فرض کنیم من و شما در فضا شناور هستیم و هرکدام یك انتهای میله‌ای به طول هزار کیلومتر را در دست گرفته‌ایم. چرا شما نمی توانید با تکان دادن انتهای میله با من ارتباط آنی برقرار کنید؟

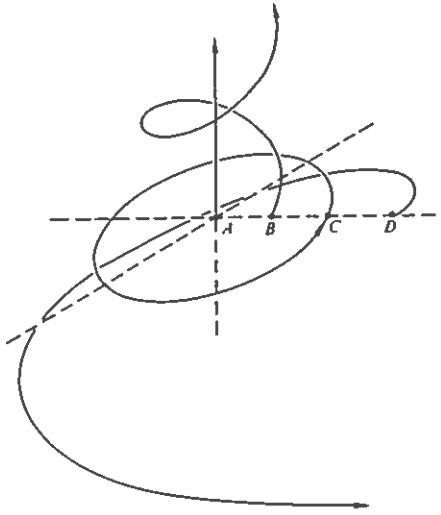
(۳) نشان دهید که اگر این امکان وجود داشت که یك ماشین زمان برای سفر به گذشته ساخته شود، در این صورت دیگر لزومی نداشت که کسی این ماشین را عملاً اختراع کند (نه اینکه از روی آن یکی بسازد).

(۴) گاهی اوقات نویسندگان علوم تخیلی از تناقضهای سفر در زمان اجتناب می ورزند و برای این منظور قائل به‌وجود عالمهای موازی می‌شوند، به‌طوری که وقتی در زمان به‌عقب می‌رویم در واقع فضا ـ زمان عالم اولیهٔ خود را رها می‌سازیم و وارد گذشتهٔ یك عالم موازی می‌شویم. سعی کنید دریابید که چگونه می توان از

این فکر برای حل تناقض (یا باطلنمای) آن مسافر زمان که «خویشتن گذشتهٔ» خود را به‌قتل می‌رساند استفاده کرد.

(۵) فرض کنیم زمان دایره‌ای باشد. یك فرستنده رادیویی خراب نشدنی بسازید و آن را در فضا در نزدیکی زمین شناور کنید. فرض کنید که این فرستنده تا ابد دوام بیاورد و برنامه پخش کند. پس از اینکه یك دستگاه فرستنده از این نوع را به‌فضا فرستادید، چند تای دیگر را باید بتوانید کشف کنید؟ اگر قرار باشد که فرستنده را در صورتی و تنها در صورتی به‌فضا بفرستید که تا قبل از ناهار فرستندهٔ دیگری را در فضا کشف نکنید، آنگاه چه خواهد شد؟

(۶) مدل گودل در واقع کمی با مدل زمان دایره‌ای مورد بحث (که رایخن باخ آن را اختراع کرد) تفاوت دارد. عالم گودل دارای نوعی «چرخش» است که تمام جهانخط هایی را که در نمودار مینوفسکی تخت آباد شکل ۱۱۵ نشان داده شده‌اند امکان‌پذیر می‌سازد. مثلاً از نظر A، D در زمان به عقب حرکت می کند. در این صورت، A در مورد زندگی C چه خواهد گفت؟



شکل ۱۱۵

۷

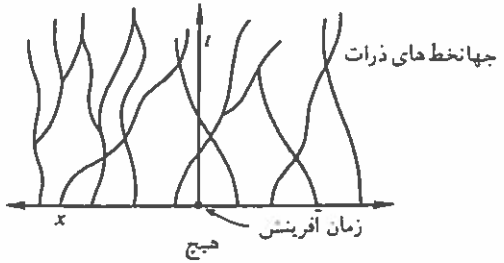
شکل فضا ـ زمان

اگر تنها فضای ۱ بعدی را در نظر داشته باشیم، می‌توانیم فضا ـ زمان را یك ورقهٔ وسیع بدانیم. این ورقه دارای نقشهای دانه‌دانهٔ ریزی است که تشکیل شده‌اند از مخروطهای نوری که تك‌تك رویدادها را در آن پدید آورده‌اند. ساختار ریز این ورقه، موضوع فصل ۵ [این کتاب] بود. این فصل را با بحث دربارهٔ ساختار بزرگ مقیاس ورقه شروع می‌کنیم. آیا این ورقه تخت است، خمیده‌است، متناهی است، نامتناهی است؟

ساختار فضا ـ زمان، به‌عنوان یك کل، موضوع علمی به نام کیهانشناسی است. چون در کیهانشناسی سئوال ما دربارهٔ تمامی فضا و تمامی زمان است. پس موضوع مورد نظر کل عالم، همه جا و همه وقت، است که به‌عنوان یك شیء هندسی بدون تغییر در نظر گرفته می‌شود.

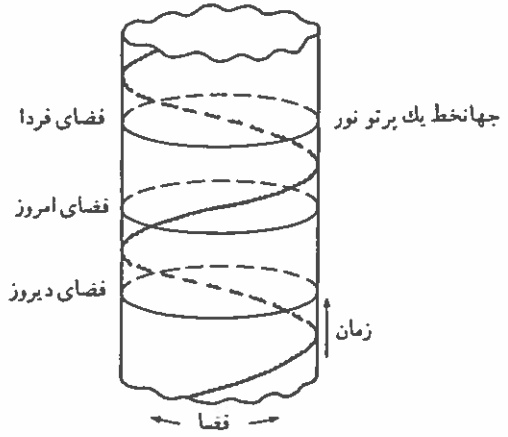
سر آیزاك نیوتون ساده‌ترین نظرگاه را برای عالم پیشنهاد کرد: فضای نامتناهی تخت و زمان نامتناهی. به‌زبان خط آباد، عالم نیوتون چیزی نیست جز صفحهٔ نامتناهی xt. اگر بخواهید با این ادعا که فضا در زمان معلومی در

گذشته به‌وجود آمده‌است عالم نیوتونی را اصلاح کنید، نیمهٔ بالای صفحهٔ xt را خواهید داشت (شکل ۱۱۶).



شکل ۱۱۶

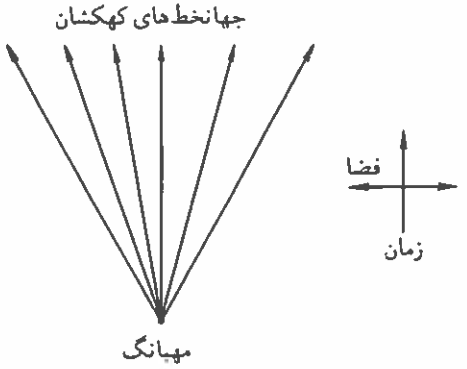
در حدود سال ۱۹۱۷ آلبرت اینشتین اظهار کرد که فضا ـ زمان باید استوانه‌ای باشد. نظر او به این معنی‌است که فضا باید کروی باشد (یعنی، فضای ۳ بعدی ما باید سطح یك ابرکره باشد) و اینکه زمان باید مستقیم باشد (شکل ۱۱۷)



شکل ۱۱۷

اما چیزی نگذشت که کاشف به‌عمل آمد که فضای ما در حال انبساط است، یعنی تمام کهکشانهای قابل مشاهده از ما دور می‌شوند و هر قدر از ما دورتر باشند سرعت دور شدنشان از ما بیشتر است.

اگر یك فضای تخت نامتناهی داشته باشیم، این گونه انبساط می‌تواند بدون مشکل زیادی انجام شود. کافی‌است که یك تکهٔ بزرگ از مادهٔ آغازین را بردارید (به‌این تکه گاهی ایلم[1] گویند) و در جایی از فضا ـ زمان قرار دهید و بگذارید منفجر شود. ناظری که در یکی از این قطعات [انفجاری] باشد، قطعات دیگر را مشاهده می‌کند که دائماً از او دور می‌شوند. قطعات سریعتر از او دور می‌شوند، و او هم از قطعات کندتر دور می‌شود (شکل ۱۱۸).



شکل ۱۱۸

نقص این مدل این است که اصل کیهانشناختی را نقض می‌کند، اصل کیهانشناختی می‌گوید که در فضا به هر کجا که نگاه کنید همهٔ چیزها باید کم و بیش شبیه یکدیگر باشند. اما اگر عالم نتیجه یك مهبانگ در فضای ۳ بعدی معمولی باشد، در این صورت عالم از نظر کسی که روی یکی از قطعات انفجاری سوار است با عالم از نظر کسی که آنقدر از محل فضایی وقوع مهبانگ دور بود که هنوز هیچ قطعه‌ای به او نرسیده است تفاوت خواهد

1. *Ylem.*

داشت.

می‌توانیم از این مشکل اجتناب کنیم و فضای معمولی را نگهداریم (البته) به شرطی که فرض کنیم تمام فضا پر است از کهکشان و همهٔ فضا همیشه در حال انبساط بوده‌است. اما راه‌حل زیباتری نیز وجود دارد و آن استفاده از فضا ـ زمان مخروطی است.

در اینجا منظور این است که عالم استوانه‌ای اینشتین را در نظر داشته باشیم اما اجازه دهیم که محیط عالم با گذشت زمان انبساط یابد. [عالم] باز هم با انفجار بزرگ (مهبانگ) آغاز می‌شود، اما این بار انفجار یك انفجار در فضای ۳ بعدی نیست بلکه انفجار فضای ۳ بعدی است. قبل از مهبانگ فضایی وجود ندارد؛ محیط فضا صفر است!

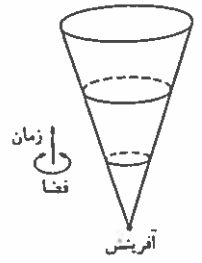
مدلی که در اینجا مطرح است (شکل ۱۱۹) عبارت است از یك فضای کروی در حال انبساط. این‌طور نیست که کهکشانها در یك فضای تخت از یکدیگر دور شوند، بلکه فضای ۳ بعدی یك ابررویهٔ یك ابرکرهٔ در حال انبساط است.

در اینجا هم رویدادی وجود دارد که می‌توان آن را مهبانگ و یا آفرینش عالم نامید. گرچه، اینکه بپرسیم مهبانگ در کجای عالم به وقوع پیوست، در واقع بی معناست زیرا در زمانی که آن اتفاق افتاد در فضا تنها یك نقطه وجود داشت. این بدان معنی‌است که مهبانگ در همه جا اتفاق افتاد.

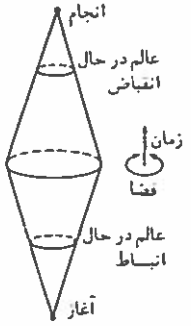
آیا عالم ما تا به‌ابد انبساط خواهد یافت؟ این یك نکتهٔ بحث‌انگیز است. برخی از کیهانشناسان معتقدند که بالاخره نیروی جاذبهٔ گرانشی بین کهکشانها انبساط را کند و حتی آن را معکوس خواهد ساخت، به‌طوری که تمامی عالم در یك زمان آینده خواهد رُمبید و به یك نقطه باز خواهد گشت (شکل ۱۲۰).

برخی دیگر از کیهانشناسان برآنند که عالم تا به‌ابد به‌انبساط خود ادامه خواهد داد. به‌احتمال زیاد نتیجهٔ این بحث در زمان حیات ما به‌طور تجربی تعیین خواهد شد.

اگر فرض کنیم که عالم در زمانی در آینده منقبض می‌شود و به یك نقطه باز می گردد، دو سئوال باقی می‌ماند. پس از پایان عالم چه اتفاقی خواهد افتاد، پیش از آغاز عالم چه اتفاقی افتاد؟



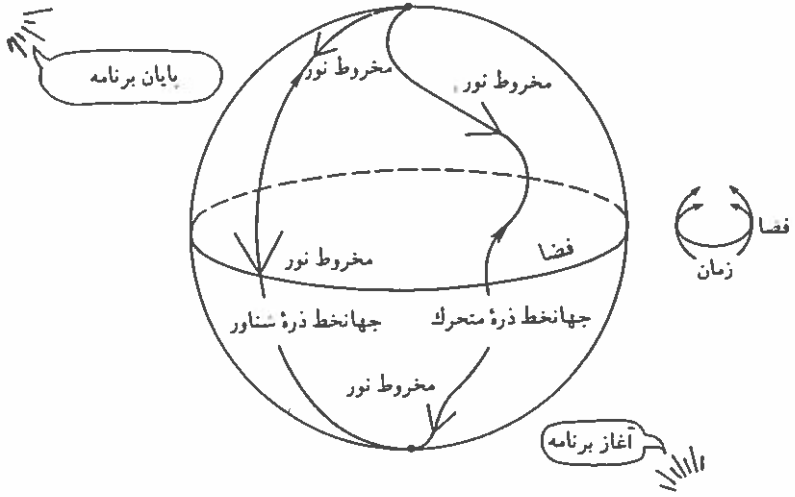
شکل ۱۱۹



شکل ۱۲۰

یك نظر این است که سخن گفتن دربارهٔ رویدادهای پیش از آغاز زمان و پس از انجام زمان بی‌معناست. در شکل ۱۲۱ ما دوباره یك عالم کروی را که از یك نقطه شروع به انبساط می کند و شعاع آن بزرگ می‌شود و سپس منقبض می‌شود و به یك نقطه باز می گردد ترسیم کرده‌ایم. نکتهٔ مهم اینجاست که در این تصویر حرکت وجود ندارد. یعنی، قصد ما این نیست که تصور کنیم دایره در اطراف قطب جنوب تشکیل می‌شود و روی کره بالا می آید و به [دایرهٔ] استوا تبدیل می‌شود و سپس به کلاهك یخ قطب شمال می‌رسد و نهایتاً به یك نقطه تبدیل می‌شود. در عوض، ما باید فکر کنیم که این کره فضا ـ زمان وجود دارد و بس. به قول هرمن وایل، «دنیای عینی فقط وجود دارد، و اتفاق نمی‌افتد». این سئوال که قبل از آغاز عالم چه اتفاق می‌افتد در اینجا کمی شبیه به‌این سئوال است که پرسیده شود در جنوب قطب جنوب چه قاره‌هایی وجود دارند. زمان و فضایی جز آنچه در آن زندگی می کنیم وجود ندارد.

با وجود این، این تصویر با توجه به پایستگی ماده چندان رضایتبخش نیست. بر سر آن همه ذراتی که به قطب شمال می‌رسند چه می آید؟ آن همه ذرات قطب جنوب از کجا آمده‌اند؟ یك راه حل این است که در جهان ماده و پادماده به مقدار مساوی وجود داشته باشد. آنچه در قطب شمال اتفاق می‌افتد نابودی متقابل ذرات است، و آنچه در قطب جنوب اتفاق می‌افتد تولید زوج است. اگر دیدگاه فاینمن در مورد پاد ماده را بپذیریم، جهانخط هایی خواهیم داشت که در هیئت الکترون از جنوب به‌شمال می‌روند و از آن‌طرف در هیئت پوزیترون برخواهند گشت، و به این ترتیب یك منحنی بسته مانند خطوط طول جغرافیایی تشکیل می‌دهند.



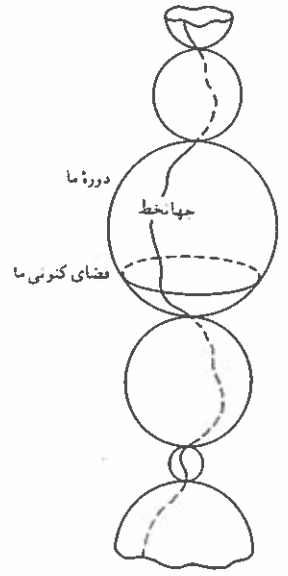
شکل ۱۲۱

یك راه دیگر این‌است که ادعا کنیم همیشه جهان دیگری پس از این جهان وجود خواهد داشت و همیشه جهان دیگری نیز پیش از این جهان وجود داشته‌است. این جهان نوسان کننده یا مدل «رشتهٔ مروارید» است.

هر دورهٔ جهان را با یك کره نمایش می‌دهند. فضا خمیده‌است، در شکل

۱۲۲ [فضا] یك دایرهٔ ۱ بعدی است و در واقع یك ابررویه از یك ابرکره است. زمان خمیده است، به طوری که فضا انبساط می‌یابد و منقبض می‌گردد. اجازه بدهید تأکید کنم که تمام این شکلها مربوط می‌شوند به فضای ۱ بعدی خط آباد. «مرواریدهای» این رشته شبیه کرهٔ شکل ۱۲۱ هستند؛ هر یك از آنها در واقع باید یك ابرکره باشد که ابررویهٔ آن می‌تواند فضا ـ زمان ۴ بعدی باشد.

توجه کنید که هر دورهٔ جهان مختلف است. تصور می‌رود، هر بار که تمام مادهٔ جهان از «گلوگاه» بین دو دوره می‌گذرد، تمام ثابتهای فیزیکی ممکن است دچار تغییر شوند.

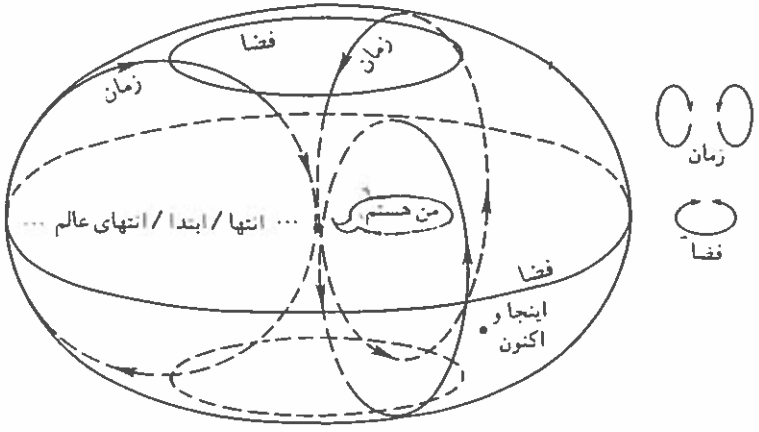


شکل ۱۲۲

این مدل تکینگی نقاط ابتدا و انتها را کمرنگ‌تر می‌کند، اما به‌قیمت بازشناسی یك زمان کیهانی است که در هر دو جهت تا بی‌نهایت ادامه دارد. اکنون مدلی را ارائه خواهیم داد (شکل ۱۲۳) که این وضعیت نامطلوب در آن

نیست و جواب رضایتبخشی برای سئوالهای دربارهٔ آنچه قبلاً بوده و آنچه بعداً خواهد آمد فراهم می‌آورد.

«چنبره» اسم ریاضی پیراشکی حلقه‌ای است، و از این رو این مدل را فضا ـ زمان چنبره‌ای می‌نامیم. این مدل را می‌توانیم به‌این ترتیب به دست آوریم که فضا ـ زمان کروی شکل ۱۲۱ را در نظر بگیریم، قطب شمال را به طرف پایین و قطب جنوب را به طرف بالا آنقدر فشار بدهیم تا به یکدیگر برسند و یك نقطه شوند. این رویهٔ ۲ بعدی دارای ۱ بعد مکان و ۱ بعد زمان است. اگر عالم فضا ـ زمان چنبره‌ای داشته باشد، ما در واقع به‌رویهٔ یك اَبَرابَر چنبره احتیاج داریم.



شکل ۱۲۳

در این مدل ما یك فضای ابرکروی داریم که بعد از یك مهبانگ انبساط می‌یابد و پس از چندی انقباض پیدا می‌کند و به‌حالت اول باز می‌گردد. چون فضای ما هنوز در حال انبساط است، جای ما شاید در آن محلی باشد که «اینجا و اکنون» نوشته شده است. ممکن است بخواهید بپرسید: «من

می توانم بفهمم که فضا مانند دایره‌ای است که از آن سوراخ شروع می‌شود، روی چنبره حرکت می‌کند، آن را دور می‌زند و دوباره به‌سوراخ باز می‌گردد و از آن عبور می‌کند. خوب، تا به حال چند بار این کار را انجام داده‌است؟» این دقیقاً یك سئوال غلط است! بار آخر و بار بعدی در اینجا معنی ندارد، زیرا هیچ چیز در حال حرکت نیست. فضا ـ زمان یك خمینهٔ (مانیفُلد) ۴ بعدی است که ساختار خاصی دارد. آنجا حالت بی زمانی حاکم است. ما حس می‌کنیم که در طول زمان زندگی می‌کنیم، اما این یك توهم است.

اگر بخواهیم در عالم چنبره‌ای از طریق پیشروی در زمان تا رسیدن به‌سوراخ، عبور از آن و دور زدن و توقف در زمانی قبل از شروع حرکت، به گذشته سفر کنیم چه اتفاقی خواهد افتاد؟ اگر چنین مسافرتی زیاد طول بکشد اشکالی ندارد، زیرا، همان‌گونه که در فصل قبل بحث کردیم، به‌شرط اینکه سرعت ما به‌اندازه کافی به‌سرعت نور نزدیك باشد زمان سفر ما به دلخواه کوتاه خواهد شد. در اینجا مسأله این است: هنگامی که از نقطه‌ای که «... انتها / ابتدا/ انتها... ی عالم» نامیده شده‌است عبور کنید، دار فانی را وداع خواهید گفت. چرا؟ زیرا در این نقطه فضا منقبض شده به‌اندازه یك نقطه در می‌آید، معنی آن این است که بدن شما هم، مانند مولکولهایتان، اتمهای درون مولکولها، ذرات درون اتمها و هر چیز دیگر، له خواهد شد. فقط انرژی خالص می‌تواند از این نقطهٔ تکنیه سالم عبور کند.

اما اصلاً چه باعث می‌شود که فضا ـ زمان خمیده شود؟ ماده.

طبق نظریهٔ نسبیت عام اینشتین، ماده انحنای فضا ـ زمان را تولید می‌کند. ذرات در حال سقوط آزاد در امتداد جهانخط هایی حرکت می‌کنند که ژئودزیکهای زمان گونهٔ فضا ـ زمان هستند. چون فضا ـ زمان توسط ماده انحنا یافته‌است، ژئودزیکهای آن خمیده هستند و بنابراین می‌بینیم که ذرات در نزدیکی اجسام سنگین در امتداد جهانخط های خمیده حرکت می‌کنند.

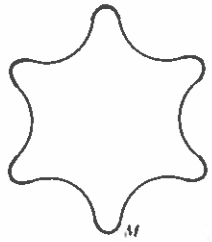
مرسوم چنین بوده‌است که علت خمیده بودن جهانخط ها را در نزدیکی اجسام سنگین «نیروی گرانش» بنامند. طبق نظریهٔ نسبیت عام، «نیرویی»

به آن معنا وجود ندارد و این صرفاً خمیدگی فضا ـ زمان است که انحنا یافتن جهانخط ها را امری طبیعی می‌سازد. از این رو، نسبیت عام برای گرانش توضیحی اساساً هندسی به‌دست می‌دهد.

ماده، دقیقاً، چه نوع انحنایی در فضا ـ زمان تولید می‌کند؟ یك پاره‌خط سنگین را در خط آباد در نظر بگیریم. فعلاً زمان را فراموش کنید و فرض کنید که داریم از جهتی که معمولاً در نمودارهای فضا ـ زمان آن را آینده می‌گویند نگاه می‌کنیم. در این صورت، فضای خط آباد ممکن‌است چیزی شبیه به‌شکل ۱۲۴ به‌نظر آید.

شکل ۱۲۴

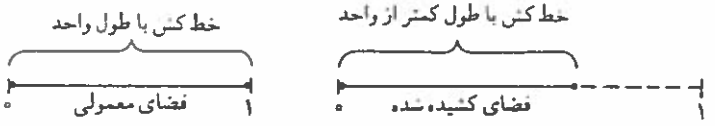
اگر تعدادی از این پاره‌خط های سنگین را در فضای خط آباد توزیع کنیم، آنها می‌توانند این فضا را به صورت یك منحنی بسته، تقریباً دایره‌ای (شکل ۱۲۵)، خم کنند. اینکه فضای ما در حقیقت بسته‌است یا نه ـ یعنی به شکل تقریبی یك ابرکره خم‌شده است یا نه ـ بستگی به این دارد که در عالم ما چه مقدار ماده وجود دارد!



شکل ۱۲۵

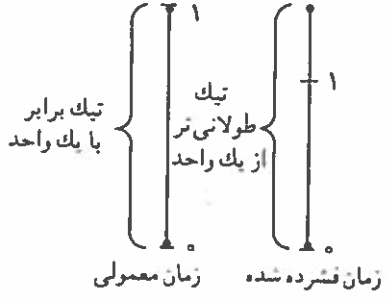
دربارهٔ خم‌شدن فضا ـ زمان در خط آباد، در نتیجهٔ حضور ماده، چه می‌توان گفت؟ دو واقعیت زیر را با آزمایش مشاهده کرده‌ایم: (۱) اگر خط کشی را در نزدیکی جسمی که دارای خاصیت گرانش است قرار دهیم، کوتاهتر به نظر می‌آید (۲) اگر ساعتی را در نزدیکی جسمی که دارای خاصیت گرانش است قرار دهیم، به نظر آهسته‌تر کار می‌کند.

اکنون جهانخط نقطهٔ میانی پاره‌خط سنگین M را در خط آباد در نظر می‌گیریم. واقعیت (۱) به‌ما می‌گوید که باید مختصات فضایی را در نزدیکی جهانخط M بکشیم تا اینکه خط کشی که به‌نزدیکی M برده می‌شود کوتاهتر به‌نظر آید (شکل ۱۲۶).



شکل ۱۲۶

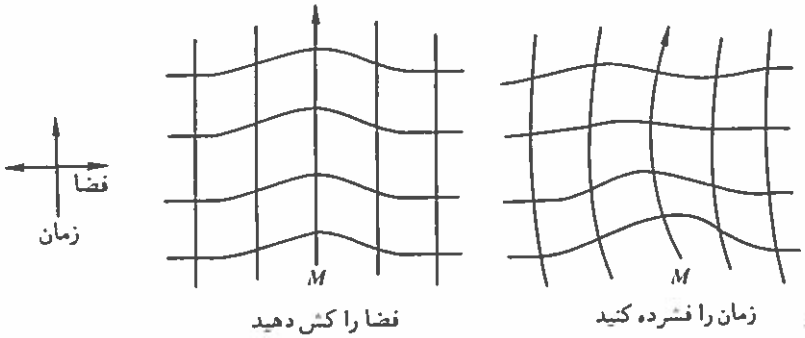
واقعیت (۲) می‌گوید که باید در نزدیکی جهانخط M مختصات زمان را فشرده کنیم تا اینکه تیک‌تیک ساعتی که به‌نزدیکی M برده می‌شود طولانی‌تر به‌نظر آید (و به‌این ترتیب سبب شود که تیک‌زدن ساعت کند به نظر برسد: شکل ۱۲۷).



شکل ۱۲۷

یکی از راههای رسیدن به این دو هدف، یعنی کش دادن فضا و فشرده کردن زمان در نزدیکی جهانخط M به‌نحو زیر است.

ابتدا جهانخط M را به‌جلو ببرید تا فضای نزدیک M کشیده شود. سپس تمام صفحه را به‌طرف مقابل خود خم کنید تا زمان نزدیک به M فشرده شود. اگر این کار را به‌نحوی انجام دهید که خطوط عمودیی که از M دور هستند کشیده نشوند، نتیجه این خواهد شد که خطوط عمودی نزدیک به M فشرده‌تر خواهند شد (شکل ۱۲۸).



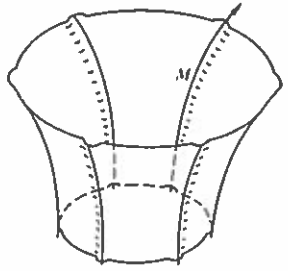
شکل ۱۲۸

بنابراین می‌توان انتظار داشت که فضا ـ زمان خط آبادی که مقدار زیادی ماده دارد، یک عالم دایره‌ای در حال انبساط باشد (شکل ۱۲۹).

در واقع، اینشتین بر مبنای محاسباتی که انجام داده بود، به‌این تصور رسیده بود که فضای ما هم ابرکروی و هم در حال انبساط است، و این قبل از آن بود که ستاره‌شناسان انبساط جهان را کشف کنند.

توجه کنید قسمتی از فضا ـ زمان خط آباد که در شکل ۱۲۹ رسم کرده‌ایم، با تصویری که قبلاً از فضا ـ زمان چنبره‌ای ارائه دادیم به خوبی سازگار است. می‌توانیم شکل ۱۲۹ را بدون هیچ اشکالی در حفرهٔ فضا ـ زمان

چنبره جا بدهیم. اگر به چنبرهٔ فضا ـ زمان نگاه کنیم، این را هم می توانیم ببینیم که انبساط عالم که بر اثر فشرده شدن محور زمان در نزدیکی اجسام سنگین صورت می گیرد، چگونه در نهایت به انقباض فضا تبدیل می شود.



شکل ۱۲۹

آیا این تصاویر، آن طور که در اینجا گفته شد، اثبات می کنند که فضا ـ زمان ما یك چنبرهٔ شیاردار است؟ دلم می خواهد این طور بود، اما تصاویر می توانند گمراه کننده باشند. یك اثبات حقیقتاً علمی باید از فرضیاتی که صریحاً بیان شده اند به طور تحلیلی آغاز کند، هم برای اینکه قابل قبول بودن فرضیات و درستی استدلال مورد ارزیابی قرار گیرد و هم برای اینکه بتوان از آن نظریه پیش بینی های قابل آزمایشی استنباط کرد.

فرمول بندی نسبیت عام از نظر تحلیلی برحسب یك تانسور G، مانند تانسور فصل ۳، انجام گرفته است. در فضا ـ زمان تخت با دستگاه مختصات استاندارد، بازهٔ dl بین دو نقطه به مختصات (x, y, z, t) و $(x+dx, y+dy, z+dz, t+dt)$ از فرمول $dl^2=dt^2-dx^2-dy^2-dz^2$ به دست می آید. در یك فضا ـ زمان خمیده با یك دستگاه مختصات قابل قبول، این امکان وجود دارد که معادلهٔ فوق در برخی نقاط برقرار باشد، اما معادله را نمی توانیم در تمام نقاط برقرار بدانیم، زیرا اگر این معادله در تمام نقاط صادق باشد فضا ـ زمان تخت خواهد بود.

در حالت کلی فقط می توانیم بنویسیم

$$\begin{aligned} dl^2 = g_{11}dx^2 + 2g_{12}\,dxdy + 2g_{13}\,dxdz + 2g_{14}\,dxdt \\ + g_{22}dy^2 + 2g_{23}dydz + 2g_{24}dydt \\ + g_{33}dz^2 + 2g_{34}dzdt \\ + g_{44}dt\,. \end{aligned}$$

مقدار هر یك از g_{ij} ها به (x, y, z, t) ی خاصی که در کنار آن کار می کنید بستگی دارد. معمولاً این ده تابع g_{ij} را با یك تابع منفرد تانسور مقدار $G(x, y, z, t)$ بیان می کنند. البته، در فضا ـ زمان تخت، در تمام نقاط داریم

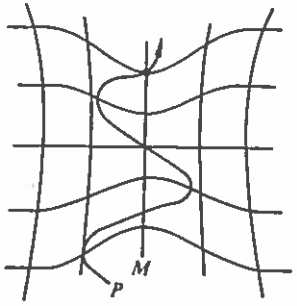
در هر نقطه $$G(x, y, z, t) = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

از نظر تاریخی، مشکلترین قسمت فرمولبندی نسبیت عام عبارت بود از پیداکردن «معادلات میدان» مشخص کنندهٔ تانسور ـ G برحسب توزیع جرم و انرژی در فضا ـ زمان. وقتی تانسور ـ G را در اختیار داشته باشیم، می توانیم با انتگرال گیری (جمع کردن) dl ها در امتداد هر مسیری از فضا ـ زمان، بازهٔ متناظر با آن مسیر را معین کنیم؛ و می توانیم بگوییم کدام مسیرها ژئودزیك یا مستقیم ترین هستند.

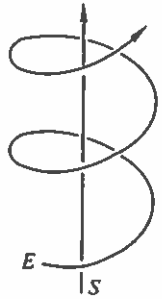
سه نوع ژئودزیك در فضا ـ زمان وجود دارند: فضا گونه، نورگونه و زمان گونه. یك ژئودزیك فضاگونه را، همان طور که انتظار می رود، این شرط که بازهٔ فضاگونه در امتداد آن حداقل باشد تعیین می کند. یك ژئودزیك نورگونه (پوچ) را از این شرط طبیعی که بازهٔ در امتداد آن باید برابر صفر باشد تعیین می کند. اما، شاید تعجب آور باشد که بگوییم در فضا ـ زمان، یك بازه در امتداد ژئودزیك زمان گونه باید حداکثر باشد. می توان نشان داد که این سه شرط، از تعریف «ژئودزیك» به عنوان «کوتاهترین مسیر» حاصل می شوند.

معلوم شده‌است که ژئودزیك زمان‌گونهٔ یك ذرهٔ P، که در نزدیکی پاره‌خط سنگین M حرکت می‌کند، در خط آباد چیزی شبیه به‌شکل ۱۳۰ است (اگر ذره بتواند از M عبور کند). البته این جهانخط متعلق به‌ذره‌ای است که به‌جلو و عقب نوسان می‌کند. جهانخط در نزدیکیهای M «وقت بیشتری» را صرف می‌کند (چون در نزدیکی M مقیاس زمان فشرده می‌شود) و «فضای کمتری» می‌برد (زیرا مقیاس فضا در نزدیکی M کش آمده‌است)، و بدین ترتیب بازهٔ $(= \sqrt{\text{فضا}^2 - \text{زمان}^2})$ حداکثر می‌شود.

ما نمی‌توانیم فضا ـ زمان خمیدهٔ تخت‌آباد حاوی یك جسم سنگین را ترسیم کنیم (زیرا برای این کار به ۴ بعد نیاز داریم)، اما معلوم می‌شود که ژئودزیك زمان‌گونه یك ذرهٔ در حالت سقوط آزاد E در نزدیکی یك ذرهٔ سنگین S چیزی شبیه به‌شکل ۱۳۱ در فضا ـ زمان تخت‌آباد خواهد بود.



شکل ۱۳۰



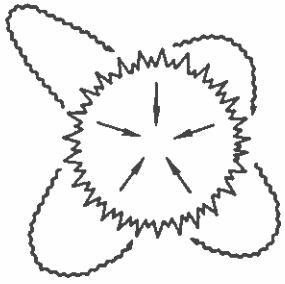
شکل ۱۳۱

این تصویر را می‌توان نمایش‌دهندهٔ حرکت زمین به‌دور خورشید دانست. بنابر نسبیت عام، زمین بر اثر نیروی گرانش به‌دور خورشید در حرکت نیست بلکه با حرکت به دور خورشید موفق می‌شود که بازهٔ در امتداد جهانخط خود را حداکثر کند. باز هم متذکر می‌شویم، زمین از آن جهت «می‌خواهد» بازهٔ در امتداد جهانخط خود را حداکثر کند که دارد آزادانه در فضا ـ زمان حرکت می‌کند و به‌این ترتیب جهانخطی را تعقیب می‌کند که تا

حد امکان مستقیم باشد. (به‌یاد بیاورید می‌توان از راه ریاضی ثابت کرد که مستقیم‌ترین مسیر زمان‌گونه بازه را حداکثر می‌کند.)

چگونه می‌توان دانست که بازهٔ در امتداد جهانخط زمین حداکثر هست؟ نکته در اینجاست که چون زمین در حالت سقوط آزاد است می‌تواند (بنابر تعمیم اصل نسبیت که به‌اصل هم‌ارزی موسوم‌است) خود را بی‌حرکت بداند. اکنون اگر زمین بی‌حرکت باشد، در این‌صورت هرکس که از آن دور شود و پس از مدتی دوباره به آن بپیوندد، نسبت به‌زمین در حال حرکت به‌نظر خواهد رسید. اما به‌یاد بیاورید که اگر کسی نسبت به‌زمین در حرکت باشد، ساعت‌هایش از ساعتهای زمین کندتر کار می‌کنند. پس، این مسافر بازهٔ زمانی بین رفت و برگشت را کوتاهتر از بازهٔ زمانی اندازه‌گیری شده در زمین اندازه می‌گیرد. بنابراین، بازهٔ زمان‌گونهٔ زمین حداکثر است و در نتیجه مسیر آن باید در واقع یك ژئودزیگ زمان‌گونه در فضا ـ زمان خمیده باشد.

// معلوم می‌شود که جهانخط‌های پرتوهای نور ـ ژئودزیکهای صفر ـ نیز در حضور ماده خمیده هستند. پیش‌بینی نظریهٔ نسبیت عام دربارهٔ «وزن نور» برای اولین بار ضمن کسوف سال ۱۹۱۹ آزموده و تأیید شد (ر. ك. کتاب ادینگتون در کتابشناسی). اما هیجان‌انگیزتر از آن این واقعیت است که مسیر پرتو نوری که از یك ستارهٔ فوق‌العاده چگال گسیل می‌شود آنقدر خمیده خواهد شد که پرتو نور دوباره به ستاره برمی‌گردد، و بدین ترتیب ستاره برای ما نامرئی می‌شود (شکل ۱۳۲).

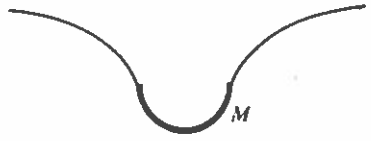


شکل ۱۳۲

این نوع ستاره‌های نامرئی را سیاهچاله گویند. هیچ‌چیز نمی‌تواند از سیاهچاله فرار کند. این ستارگان دقیقاً چگونه به‌وجود می‌آیند؟ بیایید به خط آباد بازگردیم. همان گونه که قبلاً گفتیم، فضای نزدیک به یک پاره‌خط سنگین شبیه به شکل ۱۳۳ می‌شود.

معمولاً هیچ ستاره‌ای تحت نیروی جاذبهٔ گرانشی خودش درهم رمبیده نمی‌شود، زیرا این جاذبه را تمایل به‌انبساطی که در توده‌های گاز وجود دارد خنثی می‌کند، اما اگر ستاره‌ای سرد شود، می‌تواند منقبض گردد و چگالی آن بیشتر شود (شکل ۱۳۴).

شکل ۱۳۴

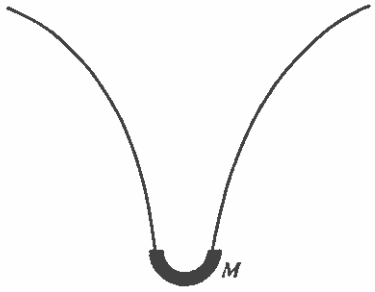


شکل ۱۳۳

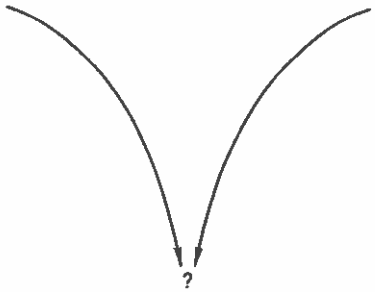
معمولاً [نیروی] دافعهٔ الکتریکی الکترونهای موجود در ستاره نسبت به یکدیگر از ادامهٔ رمبش و چگالترشدن ستاره ممانعت می‌کند، اما اگر جرم ستاره به‌اندازه کافی زیاد باشد براین نیروی دافعه چیره می‌شود و انقباض ادامه پیدا می‌کند (شکل ۱۳۵).

اگر انقباض ستاره از نقطهٔ معینی فراتر رود، ظاهراً هیچ‌چیز برای جلوگیری از اینکه ستاره تا به یک نقطه منقبض شود وجود ندارد. کش آمدن فضا و فشرده شدن زمان در نزدیکی چنین نقطه‌ای به بینهایت میل می‌کند و قوانین فیزیک در چنین نقطه‌ای از اعتبار ساقط می‌شوند و به‌همین دلیل این نقطه را تکینگی می‌گویند (شکل ۱۳۶).

ما نمی‌توانیم امیدوار باشیم که روزی آن تکینگی را که نهایت تحول سیاهچاله است مشاهده کنیم، زیرا اگر انقباض ستاره به اندازهٔ کافی پیش‌رفته



شکل ۱۳۵

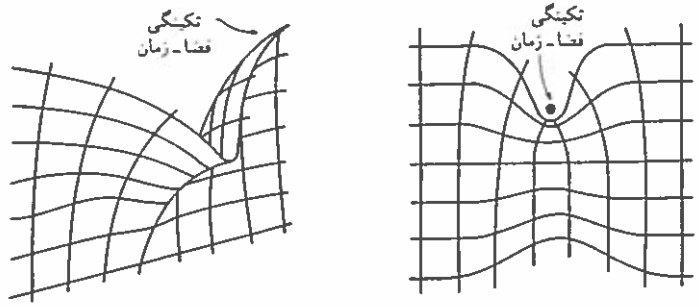


شکل ۱۳۶

باشد دیگر ظاهر آن از بیرون تغییر نمی‌کند. اگر ستاره از آنچه که افق رویداد نامیده می‌شود کوچکتر شود، دیگر هیچ نوع علامتی نمی‌تواند از ان فرار کند. با وجود این، توجه داشته باشید که اگر میدان قوی ما را لِه نمی‌کرد و از صفحهٔ روزگار برنمی‌داشت، علی‌الاصول، در یک بازهٔ زمانی محدود می‌توانستیم به تکینگی سفر کنیم. زیرا، اگرچه کشیدگی فضا بینهایت می‌شود و فاصلهٔ تکینگی از ما نامتناهی به نظر می‌رسد، وقتی که به‌سوی تکینگی به‌حرکت در می‌آییم فشردگی زمان نیز بینهایت می‌گردد و طول عمر شخص بینهایت زیاد می‌شود. اما، این بینهایت‌ها فقط نسبت به‌فضا ـ زمان خارج از افق رویداد هستند. جویندهٔ بی‌پروای سیاهچاله در خواهد یافت که ظاهراً فقط چند ساعت از وقت او برای رسیدن به‌تکینگی صرف شده‌است.

شکل ۱۳۷ دو تصویر از فضا ـ زمان خط آباد را نشان می‌دهد که با داشتن یک پاره‌خط چگال می‌رُمبد و به‌تکینگی می‌رسد. خط همزمانی برای تمامی افراد خط آباد خم می‌شود تا از زیر تکینگی عبور کند، زیرا از دید ناظر خارجی رمبیدن کامل تا ابد طول می‌کشد. این [امر] را تصویر از رو به‌رو به‌وضوح نشان می‌دهد. در تصویر پشت سر می‌توان دید که فاصلهٔ تکینگی نیز بینهایت می‌شود.

اگر به این تصاویر نگاه کنیم و به یاد بیاوریم که یك پرتو نور همیشه جهانخطی را می‌پیماید که زاویهٔ بین محور زمان و محور فضا را نصف می‌کند، در این صورت این را هم به‌وضوح در می‌یابیم که پرتوهای نور گسیل شده از نزدیکیهای تکینگی نمی‌توانند از «فرورفتگی» فرار کنند.



دید از پشت‌سر　　دید از روبرو

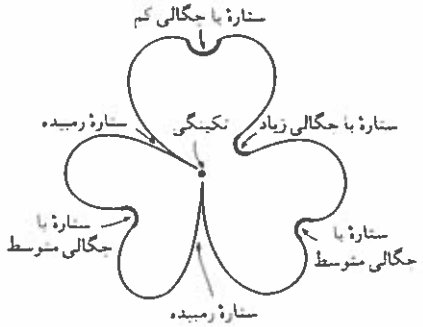
شکل ۱۳۷

در تکینگی حقیقتاً چه اتفاقی می‌افتد؟ اگر یك فضای ابرکروی داشته باشیم، این نظر که تمام تکینگیها نقطهٔ واحدی هستند کاملاً جالب توجه‌است. در شکل ۱۳۸ یك خط آباد با فضای کروی را رسم کرده‌ایم و در آن دو ستاره را که به‌طرف تکینگی رمبیده‌اند نشان داده‌ایم.

اگر این امکان وجود داشت که با عبور از تکینگی جان سالم به در ببریم، آنگاه می‌توانستیم با پرواز به داخل یك سیاهچاله با سرعت زیاد از یك سر دنیا به سر دیگر برویم و انتظار داشته باشیم که از چالهٔ دیگری سر در بیاوریم.

در واقع هم پیشنهاد شده‌است که اگر ستاره‌ای در زمان رُمبش به‌اندازهٔ کافی سریع بچرخد، در این صورت احتمالاً این امکان وجود خواهد داشت که به‌سوی چنین سیاهچاله‌ای پرواز کنیم و از آن صحیح و سالم خارج شویم. فرض کنیم سیاهچالهٔ چرخانی وجود داشته باشد که در آن چیزهایی وارد و از

جایی دیگر خارج شوند، به آن محلی که تمام این چیزها خارج می‌شوند چه می‌توان گفت؟ طبیعتاً یك سفید چاله. این گمان وجود دارد که هر کهکشانی یك سفیدچاله در مرکز خود داشته باشد، به طوری که کهکشان شبیه مجموعهٔ گودالهایی است که در اطراف یك چشمه در کوهستان ایجاد می‌شوند.



شکل ۱۳۸

اگر به چنبرهٔ فضا ـ زمان باز گردیم، تمامی این سناریو را می‌توانیم در فضا ـ زمان به تصور درآوریم. سیاهچاله‌ها شیارهایی خواهند بود در چنبره که عمیق‌تر می‌شوند و چنبره را دور می‌زنند و به‌سوی تکینگی مرکزی پیش می‌روند. سفیدچاله‌ها شیارهای عمیقی خواهند بود که مستقیماً از تکینگی مرکزی خارج می‌شوند و به‌رویه می‌پیوندند و به تدریج که جلو می‌روند تخت‌تر می‌شوند.

بنابراین ممکن است که تمام تکینگیهای شناخته شدهٔ فضا ـ زمان، اعم از ابتدایی، انتهایی، سیاه‌چاله و سفیدچاله، یکی باشند. این تکینگی یگانه را چه باید نامید؟ ظاهراً هیچ نامی کاملاً کفایت نمی‌کند.

ما این فصل را با بررسی ساختار جهان به‌صورت ساختار بزرگ مقیاس فضا ـ زمان آغاز کردیم. سپس نشان دادیم که نسبیت عام چگونه گرانش را به‌صورت انحناهای میان مقیاس فضا ـ زمان توضیح می‌دهد. برخی مؤلفین

پیشنهاد کرده‌اند که وجود ماده را باید به صورت انحنای کوچك مقیاس فضا ـ زمان توضیح داد. در سال ۱۸۷۰ میلادی ویلیام کلیفورد ریاضیدان، مطلب را این گونه بیان کرد (ر. ك. میسنر، تورن وویلر در کتابشناسی):

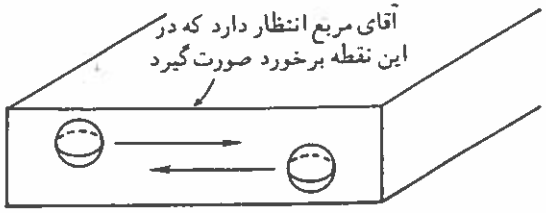
> عقیدهٔ من در واقع این است که (۱) ماهیت قسمتهای کوچك فضا در واقع شبیه تپه های کوچك روی پهنه‌ای است که در مجموع تخت است، یعنی قوانین معمولی هندسه روی آنها معتبر نیستند؛ (۲) این خاصیت خمیده یا چروك بودن به‌طور پیوسته از یك قسمت از فضا، مثل موج، به قسمت دیگر انتقال داده می‌شود؛ (۳) این تغییر انحنا همان چیزی است که در پدیده‌ای که ما آن را حرکت ماده می گوییم، چه ملموس باشد چه اتری، واقعاً اتفاق می‌افتد؛ (۴) در دنیای فیزیکی چیزی جز این تغییرات، که (احتمالاً) از قانون پیوستگی پیروی می کنند، به وقوع نمی‌پیوندد.

نظر دیگری که با نظر فوق کمی اختلاف دارد این است که ذرات سنگین در واقع سیاهچاله ها یا افقهای رویداد کوچولویی در اطراف یك تکینگی هستند. در اینجا هم اگر تمام تکینگیها یك نقطهٔ واحد بودند، در این صورت تمام فضا ـ زمان و همچنین تمام ماده چیزی جز هزار تویی از «شیارها» که به تکینگی مرکزی متصل‌اند نمی‌شد.

پیشنهاد دیگر هم این است که فضای ما در واقع ضخامت مختصری در بعد چهارم دارد، و ذرات بنیادی ابرکره‌های کوچکی هستند که مجبور به حرکت در ابرصفحهٔ ما شده‌اند. این ۴ بعدی بودن جزئی فضای ما ممکن است در پدیده برخورد مستقیم دو ذره که به سوی یکدیگر در حرکت‌اند ولی به نحوی با یکدیگر برخورد نمی کنند قابل مشاهده باشد (ر. ك. شکل ۱۳۹)

این ابرکره‌ها از چه ساخته شده‌اند؟ آیا صرفاً از فضای خمیده ساخته شده‌اند؟ شاید، اما یك امکان جالب توجه دیگر این است که هر یك از این ابرکره‌های کوچك به نحوی با ابرکره بزرگ، که همان فضای ما است، یکسان باشد. من در داستان کوتاه خود، که به نام چنبره‌های فضازمان است، به این

مفهوم پرداخته‌ام.



تخت‌آباد با ضخامتی مختصر در بعد سوم

شکل ۱۳۹

این روزها ظاهراً بهترین نظر در مورد مسألهٔ ساختار کوچك مقیاس فضا ـ زمان این است که وقتی به ابعاد کوچکتر از 10^{-33} سانتیمتر می‌رسیم، دیگر در حقیقت ساختار منحصر به‌فردی وجود ندارد (نگاه کنید به‌فصل آخر کتاب میسنر، تورن و ویلر). نکتهٔ مورد نظر این است که در این ابعاد فضا ـ زمان شبیه به «کف» است و ارتباط بین رویدادهای بسیار دور از یکدیگر به طور پیوسته برقرار و نایدید می‌شود. ویلر حتی پیشنهاد کرده است که پدیدهٔ بار الکتریکی را هم می توان به کمك چنین ساختاری ازفضا که دارای ارتباط چندگانه است، توضیح داد.

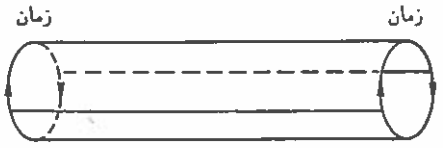
مسائل فصل ۷

(۱) این دو نوع جهان در حال انبساط متفاوت را در نظر بگیرید: فضای تخت: ۱۲ میلیارد سال قبل، تمام مادهٔ [موجود در] جهان در یك نقطه از فضا متمرکز بود. یك انفجار عظیم رخ داد و از آن پس قطعات این انفجار در فضا در حال پروازند و از نقطهٔ انفجار دور می‌شوند. فضای کروی: ۱۲ میلیارد سال قبل شعاع فضای ابرکروی صفر بود. فضا تنها از یك نقطه با چگالی انرژی نامتناهی تشکیل شده بود. یك «انفجار» عظیم رخ داد، و فضا شروع به‌انبساط کرد و اکنون قطعات ماده را همراه با انبساط با خود می برد.

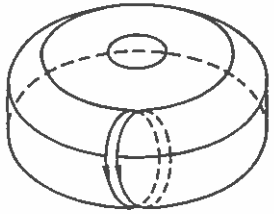
اکنون سؤالهای مربوط به این دو مدُل را جواب بدهید: (الف) محل فضایی ابتدای جهان کجاست؟ (ب) آیا برای ما امکان‌پذیر است که ابتدای جهان را ببینیم (یعنی از آن علامتهای نوری دریافت کنیم)؟ (ج) اگر جهان شروع به انقباض کند، آیا راهی وجود دارد که از رُمبش دوباره به یك نقطه همراه با باقی مادهٔ جهان پرهیز کنیم؟

(۲) در تصاویری که از فضا ـ زمان خط آباد رسم کردیم، یك تکه ماده را به صورت شیاری در فضا ـ زمان تجسم دادیم. چطور می‌توانیم به همان ترتیب تکه‌ای از پادماده را به تصور در آوریم، با در نظر گرفتن اینکه وقتی ماده و پادماده با هم تلاقی کنند هر دو نابود می‌شوند؟

(۳) برای به دست آوردن یك فضا ـ زمان چنبره‌ای می‌توان یك قطعهٔ استوانه‌ای از عالم با زمان ـ مستدیر را، که در فصل ۶ تشریح شد، در نظر گرفت و دو انتهای آن را با جهت‌گیری یکسان به یکدیگر متصل نمود (شکل ۱۴۰). در یك فضای ۶ بعدی این امکان وجود دارد که دو انتها را طوری به یکدیگر وصل کنیم که دوایر زمان در دو جهت مخالف قرار گیرند و [به این ترتیب] یك «فضا ـ زمان بطری کلاین» به وجود آید (آخر فصل ۳ را ببینید). پس از بازگشت از سفر به دور فضای مستدیر یك چنین عالمی، چه خواهید دید؟ آیا در چنین عالمی این امکان وجود دارد که زمانهای شخصی را با یك زمان سازگار جهانی وفق دهیم؟

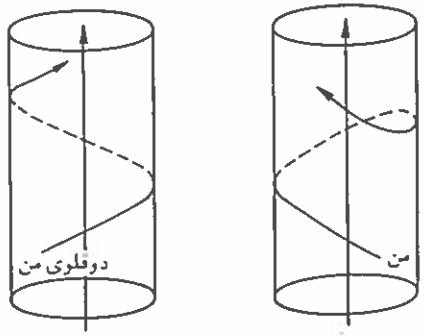


شکل ۱۴۰



دو جهت زمان در فضا ـ زمان چنبره‌ای با یکدیگر جور می‌شوند

(۴) باطلنمای دوقلوها در نسبیت خاص از این قرار است: «برادر دوقلوی من با سرعتی تقریباً برابر با سرعت نور به مدت ده سال از زمین دور می‌شود، و سپس سفینهٔ خود را متوقف می‌سازد و ده سال دیگر از عمرش را صرف بازگشت به زمین می‌کند. وقتی او برمی‌گردد ۲۰ سال از سن من گذشته است، اما از سن او مثلاً یك سال گذشته است. آیا او نمی‌تواند بگوید که تو از من دور شدی و سپس نزد من بازگشتی، در نتیجه ساعت زیست‌شناختی من آهسته‌تر کار کرده است، و بدین ترتیب انتظار داشته باشد که من ۱۹ سال از او جوانتر باشم؟» جواب منفی است، زیرا وقتی که مسافر دور می‌زند چارچوب مرجع اش را تغییر می‌دهد (برای جزییات به کتاب تیلور و ویلر مراجعه کنید). اما اگر فضا ابرکروی باشد، به طوری که مسافر هیچوقت احتیاج به «دور زدن» نداشته باشد، چطور؟



دیدگاه من دیدگاه دوقلوی من

شکل ۱۴۱

۸

خاتمه

اشیای هندسی اشکالی بی‌تغییرند. هدف این کتاب این بوده است که عالم را به عنوان یك شیء هندسی ارائه دهد که برحسب اتفاق از این ویژگی برخوردار است که وجودش توسط ما ادراك می‌شود.

نشان دادیم که چگونه می‌توان عالم را فضا ـ زمانی ۴ بعدی به شمار آورد و از این طریق گذشت زمان و تغییرات ظاهری آن را حذف کرد.

نسبیت همزمانی، بیش از هر چیز دیگر، این دید را بر ما تحمیل می‌کند که زمان در واقع نمی‌گذرد. دلیل این امر در مقالهٔ گودِل، با عنوان «نکته‌ای دربارهٔ رابطهٔ بین نظریهٔ نسبیت و فلسفهٔ آرمانگرا» که در مجموعه مقالات شیلپ آمده، ارائه شده است. فکر گودل این است که اگر همزمانی مفهومی نسبی باشد، غیرممکن است بتوان فضا ـ زمان را مجموعه‌ای از «اکنون»های منحصر به فرد دانست که در پی هم ظاهر می‌شوند و سپس از عرصهٔ هستی خارج می‌گردند. گذشته و آینده واقعاً موجودند.

این نکتهٔ با ارزشی است که باید به خاطر سپرد. همان طور که جان

آپدایك در کتاب *Rabbit Redux* می‌نویسد «زمان جزئی از وجود ماست، نه مهمانی ناخوانده». اشتباه است که منتظر زمانه خوشی باشیم و از زمانهٔ بد بهراسیم. همهٔ اینها قسمتی از شیء ۴ بعدی وجود ماست. بهترین راه نزدیك شدن به ابدیت این است که به اکنون نزدیك شویم، زیرا هیچ وقت هم‌اکنون نیست. سر و کلهٔ زمان موقعی پیدا می‌شود که جهان را با ذهن خردگرای خود ادراك می‌کنیم.

به محض اینکه ما دیدگاه ۴ بعدی را بپذیریم، در نظر گرفتن عالم به عنوان شیء واحدی که ساختار آن قابل بررسی است امکان‌پذیر می‌شود. آنگاه این اصل به وجود می‌آید که هر یك از ویژگیهای عالم را بتوان به صورت یك خاصیت هندسی خمینهٔ فضا ـ زمان بیان کرد. اینشتین، با تبدیل گرانش به انحنای خمینهٔ فضا ـ زمان، اولین گام را در این راه برداشت.

عالم را به صورت یك شیء واحد دیدن امری است بس مهم. ما این کتاب را با نقل قولی از یکی از نامه‌های اینشتین در این مورد خاتمه می‌دهیم:

> انسان، جزئی است از یك کل، که ما آن را «عالم» می‌نامیم، جزئی که محدود به زمان و فضا است. او خود، افکار و احساساتش را به عنوان چیزی جدای از بقیهٔ عالم تجربه می‌کند، که می‌توان آن را نوعی خطای باصره در خود آگاهی‌اش دانست. این خطا برای ما نوعی زندان است که ما را به امیال شخصی و ابراز عواطف نسبت به چند نفری که از همه به ما نزدیکترند محدود می‌کند. وظیفهٔ دشوار ما باید این باشد که خود را از این زندان نجات دهیم و دایرهٔ عواطف خود را گسترش دهیم تا همهٔ موجودات زنده و سراسر طبیعت را با تمام زیباییهایش در بر گیرد. هیچکس قادر نیست کاملاً به این هدف دست یابد، اما تلاش برای نیل به آن خود بخشی از روند آزادی و شالوده‌ای برای امنیت درونی است.

کتابشناسی توصیفی[1]

۱ . ادوین. ا. ابوت، تخت‌آباد[2]

یگانه و بی‌نظیر. تخت‌آباد برای اولین بار در حدود سال ۱۸۸۴ منتشر شد. ابوت، مانند بسیاری از نویسندگانی که در بارهٔ این نوع موضوعها می‌نوشتند، انگلیسی بود و به مناسبت ملیتش از شوخ‌طبعی موقرانه‌ای برخوردار بود. تخت‌آباد کتابی است بسیار خنده‌آور.

این کتاب به صورت زندگینامهٔ آقای مربع به قلم خودش نوشته شده است و دارای دو قسمت است. قسمت دوم ماجراجوییهای ابعادی آقای مربع را شرح می‌دهد و شامل نقطه‌آباد، خط‌آباد، تخت‌آباد، فضا ـ آباد و اندیشه‌آباد است. قسمت اول از این نوع مطالب بسیار کم دارد، و بیش از هر چیز دیگر طنزی اجتماعی به سبک [جاناتان] سویفت [نویسندهٔ سفرهای گالیور] است.

مثلاً، با وجود اینکه آقای مربع خاطراتش را در زندان می‌نویسد، اما هنوز هم می‌تواند رفتار بیرحمانهٔ دولت تخت‌آباد با چند ضلعی‌های نامنظم را (که در تخت‌آباد مشابه افراد فلج هستند) با نظر تأیید و به سبک حزب محافظه‌کاران [انگلستان] شرح دهد: «بگذار طرفداران آنچه به ناحق انسان دوستی نامیده می‌شود، برای لغو قوانین کیفری بی‌نظمی هرچه دلشان می‌خواهد بگویند. من به سهم خود هرگز [چندضلعی] نامنظمی را ندیده‌ام که آن طور که طبیعت به وضوح اقتضا دارد نباشد ـ یعنی یك آدم دورو، ضد بشر، و تا آنجا که در توان دارد تبه‌کار و موذی. ... پیشنهاد من این است که توله‌های نامنظم‌ها از راه لطف، بدون درد، نابود شوند.»

در تخت‌آباد، هرچه تعداد اضلاع یك چندضلعی منظم بیشتر باشد مقام اجتماعی او بالاتر است. زنها [به صورت] پاره‌خط هستند. اظهارات آقای

۱ . کتابهایی که با علامت ● مشخص شده‌اند کتابهای علمی به معنی دقیق کلمه هستند، اما بقیه جنبه‌های داستانی، فلسفی و تخیلی قویتری دارند. (ناشر)

2. *Flatland*, Edvin A. Abbott (Dover reprint, New York, 1952).

مربع در مورد زنان آنقدر بحث‌انگیز بوده است که حتی در قرن نوزدهم نیز اظهار نظرهایی را موجب شده است؛ تا آن حد که در پیشگفتار چاپ دوم (که ظاهراً توسط یکی از آشنایان آقای مربع نوشته شده است) گزارش شده که: «اعتراض شده است که او [آقای مربع] از زنان متنفر است؛ و چون این اعتراض از سوی کسانی که دست بر قضا نیمهٔ بزرگتر نژاد فضا آباد را تشکیل می‌دهند به شدت مطرح شده است، من می‌خواستم تا آنجا که بتوانم صادقانه آن را رد کنم. اما آقای مربع آنقدر با اصطلاحات اخلاقی فضا آباد ناآشناست که اگر من دفاعیهٔ او را از این اتهام به طور تحت‌اللفظی بیاورم، در مورد او بی‌عدالتی خواهد شد.»

یك جنبه از تجربیات فضا آباد آقای مربع در قسمت دوم، ظاهراً به طور خاصی مسأله برانگیز به نظر می‌رسد. این هم به توانایی او در دیدن تصاویر ۲ بعدی از فضا آباد مربوط می‌شود. بدین ترتیب، او مثلاً می‌تواند از بالا به خانه‌اش نگاه کند و داخل هر اتاق را و درون بدن افراد خانواده‌اش را که خواب هستند ببیند. مطمئناً یك شخص ۳ بعدی با یك شبکیهٔ ۲ بعدی اینها را می‌بیند، اما احتمالاً شبکیهٔ آقای مربع ۱ بعدی است و به صورت پاره‌خطی در پشت چشم او قرار دارد.

حرف من در اینجا این است که حتی اگر آقای مربع را از تخت‌آباد بالا ببرند، فضای دید او یك صفحه (صفحهٔ بدن او) باقی خواهد ماند و به صورت یك خط (تصویر روی شبکیه) با روشناییهای مختلف احساس خواهد شد. به همین طریق اگر ما را به ابرفضا بالا ببرند، فضای دید ما یك فضای ۳ بعدی (فضای بدن ما) باقی خواهد ماند و به صورت یك صفحه (تصویر روی شبکیه) با روشناییهای مختلف احساس خواهد شد. پس اگر آقای مربع که در بالای تخت‌آباد سیر می‌کند به این طرف و آن طرف بچرخد، می‌تواند تمام مقاطع ۱ بعدی ممکن را در تخت‌آباد ببیند، و شاید اینها را کنار هم قرار دهد و یك تصویر ۲ بعدی کامل به دست آورد، اما او تمام تخت‌آباد ۲ بعدی را با یك نگاه نخواهد دید. به همین ترتیب، اگر ما وارد ابرفضا می‌شدیم

می توانستیم به فضای خود نگاه کنیم و با این طرف و آن طرف رفتن تمام مقاطع ممکن ۲ بعدی آن را ببینیم، و شاید تمام این تصاویر را در ذهن خود ترکیب می کردیم و تصویر کامل (داخل و خارج) هر آنچه را که در فضای ما است، تشکیل می دادیم. البته اگر وقتی ما را به ابرفضا پرتاب می کنند مجهز به یك کالبد ستاره‌ای و چشم‌های ۴ بعدی باشیم، این مسأله به وجود نمی آید.

۲. خورخه لوئیس بورخس، جُنگ شخصی[1]

در این مجموعه، مقالهٔ جالب توجه از نظر ما «ردیهٔ جدید زمان» است. اما، بقیهٔ داستانها و مقالات نیز بسیار جذاب‌اند. مثلاً، «الف» را می توان توصیفی از شکل احتمالی یك تکینگی فضا ـ زمان دانست. بورخس چند داستان دیگر نیز نوشته است که از لحاظ علمی جالب توجه‌اند، مثلاً، نقل قولی که در ابتدای کتاب دوویت[2] دربارهٔ زمان انشعابی آمده است، از داستان «باغ چندراهه»[3] مجموعهٔ داستانهای تخیلی[4] او گرفته شده است.

در «ردیهٔ جدید زمان»، بورخس ایده آلیسم ماوراءالطبیعی بارکلی و هیوم را تا آنجا که به نظر می رسد که سرانجام گریزناپذیر منطقی آن باشد ادامه می دهد.

«من وجود یك زمان واحد را که در آن تمام رویدادها به یکدیگر متصل می شوند نفی می کنم... هر لحظه‌ای که زندگی می کنیم وجود دارد، و نه ترکیب موهومی این لحظات.» پس تنها حالتهای ذهنی جداگانه هستند که به طور قراردادی با هم در جریان زمان گره می خورند. بورخس برای اینکه نشان دهد چگونه ایده آلیسم تمام عیار جریان زمان را برهم می زند، به این ترتیب استدلال می کند: «ما می توانیم در ذهن یك فرد... دو لحظهٔ یکسان را در نظر بگیریم....

1. *A Personal Anthology*, Jorge Luis Borges (Grove Press, New York, 1967).
2. Dewitt.
3. Garden of Forking Paths.
4. Ficciones.

آیا این دو لحظه یك لحظهٔ واحد نیستند؟» (در اینجا دقت به این نکته جالب توجه است که کورت گودل هم که در مورد غیر واقعی بودن تغییر نوشته است، از استدلالی مشابه برای اثبات اینکه اندیشه‌ها حقیقتی خارج از ما دارند استفاده می کند... زیرا دو شخص مختلف می توانند یك اندیشهٔ واحد داشته باشند.)

این نابودی ایده آلیستی زمان را با نمونهٔ نوشتهٔ زیبایی نشان می دهد. پس از آن بورخس با چند جملهٔ بسیار غم‌انگیز مطلب را به پایان می برد. این جملات چنین آغاز می‌شوند: «و با وجود این، و با وجود این ... نفی توالی زمان، نفی خویشتن، نفی عالم نجومی، نشانه‌هایی از یأس ظاهری و تسلی باطنی هستند» و پایان آنها چنین است: «جهان، بدبختانه، واقعی است؛ من، بدبختانه، بورخس هستم.»

۳. کلود براگدُن، آشنایی با فضای بالاتر[1]

این کتاب کوچك قشنگ برای اولین بار در سال ۱۹۱۳ در روچستر به چاپ رسید. براگدُن انسانی فوق‌العاده بود که، علاوه بر کارهایش در زمینه‌های معماری و طراحی صحنه، در حدود ۱۷ کتاب نیز نوشت. او با بسیاری از فعالیتهای عرفانی و علوم خفیهٔ زمان خود ارتباط داشت، و کتاب او دربارهٔ عرفان و بعد چهارم [به نام] کاوش در بعد چهارم[2] (با عنوان اولیهٔ مناظر ٤بعدی[3]) در سال ۱۹۷۲ توسط یك مؤسسه انتشاراتی[4] در لیك‌مونت، جورجیا تجدید چاپ شد.

۴. دیونیس برگر، گوی‌آباد[5]

گوی‌آباد که در اصل به زبان هلندی نوشته شده است با خلاصه‌ای از کتاب

1. Claude Bragdon, *A Primer of Higher Space* (Omen Press, Tucson, Arizona, 1972).
2. *Explorations into the Fourth Dimension*
3. *Four Dimensional Vistas*
4. CSA Press
5. Dionys Burger, *Sphereland* (Thomas Y. Crowell Co., New York, 1965; Apollo Editions, New York).

تخت‌آباد آبوت شروع می‌شود و سپس روایت را به زبان آقای شش ضلعی که ظاهراً نوهٔ آقای مربع است ادامه می‌دهد.

این کتاب فاقد طنز گزندهٔ تخت‌آباد است، اما به نحوی زیبا و دراماتیك این داستان را شرح می‌دهد که اهالی تخت‌آباد چگونه ممکن است انحنای فضای خود را (به کره) از این واقعیت که مجموع زوایا در یك مثلث به اندازهٔ کافی بزرگ، خیلی بیشتر از ۱۸۰° است کشف کنند. او همچنین شرح داده است که چگونه اهالی تخت‌آباد ممکن است بتوانند دورشدن تجربی اشیای دوردست را با فرض اینکه دنیای خودشان رویهٔ یك کرهٔ در حال انبساط است توضیح دهند. یکی از جوانب عجیب و غریب این داستان این است که اهالی تخت‌آباد تقریباً شبیه پرندگان هستند، یعنی در یك قرص (در مقایسه با جو کروی) زندگی می‌کنند که در مرکز آن یك جرم جاذب قرار دارد. مسیرهای طبیعی آنها دایره‌هایی در اطراف این جرم مرکزی است.)

۵. کارلوس کاستاندا، واقعیتی دیگر[1]

کارلوس کاستاندا یك دوره کتاب چهار جلدی دربارهٔ ملاقاتش با یك جادوگر مکزیکی، به نام دون خوان، نوشته است. واقعیتی دیگر دومین و شاید بهترین کتاب این دوره است.

نکتهٔ اساسی در بطن تعلیمات دون خوان این است که ما دنیای اطرافمان را با فرضیه‌های خود خلق می‌کنیم. دستگاه عقلانی تفسیرکنندهٔ ما مجموعه‌ای از ادراکات را جدا می‌کند، آنها را به نحو خاصی به یکدیگر ربط می‌دهد و اعلام می‌دارد که «دنیا این طور است». دون خوان برای تفهیم این [مطلب] کارلوس را وادار به برداشتن حفاظها و تعبیر کردن واقعیت به شیوه‌هایی کاملاً متفاوت می‌کند. راههای خاصی برای رسیدن به این هدف تشریح شده است: استفاده از مواد مخدر، به عنوان نوعی عبادت، دست کشیدن از حرف زدن درونی با خود،

1. Carlos Castaneda, *A Separate Reality* (Simon and Schuster, New York, 1917).

تمرکز روی صداها به جای تصویرها و سعی در بیدار شدن در حین خواب دیدن.

هدف دون خوان در واقع این نیست که کارلوس را [به وجود] روح یا حرف زدن گرگ صحرایی و غیره معتقد کند، بلکه می‌خواهد به او نشان دهد که این نوع اعتقادات به همان اندازه قابل قبول هستند که، مثلاً محتوای اخبار ساعت ۸ صبح، چیزی که مشاهده می‌کنید بستگی به این دارد که برای مشاهدهٔ چه چیزی آمادگی دارید.

من قبلاً تصور می‌کردم که سعی دون خوان بر این است که کارلوس دنیا را به صورت فضا ـ زمان ببیند. ظاهراً یکی از اتفاقات (که در آن دون خوان از کارلوس می‌خواهد برگی را مشاهده کند که سه بار، پیاپی، از یك درخت می‌افتد) به ویژه مؤید این نظر است. اما اخیراً به این نتیجه رسیده‌ام که تعالیم واقعی دون خوان این است که زمانی که بفهمیم تمام دستگاههای تعبیری به یك اندازه دلخواه هستند، این امکان به وجود خواهد آمد که دنیای عادی‌مان را ترك گوییم و مدتی هم در آنچه ویلر ابرفضا می‌گوید زندگی کنیم.

ممکن است فکر کنیم که اگر تمام دنیاهای ممکن را به طور یکسان معتبر فرض کنیم، در این صورت هر توجیهی برای ملاحظات اخلاقی از بین می‌رود، اما دون خوان به این مسأله پاسخ می‌گوید: «من تصمیم می‌گیرم که زندگی کنم، و بخندم، نه برای اینکه چیز مهمی است بلکه به این دلیل که این تصمیم منطبق بر تمایل و طبیعت من است... یك شخص دانا راهی را قلباً انتخاب می‌کند و به آن ادامه می‌دهد.... چون هیچ چیز از چیز دیگر مهمتر نیست، شخص دانا یکی از آنها را انتخاب می‌کند و طوری بدان عمل می‌کند که گویی برای او مهم است»

۶. برایس دوویت و نیل گراهام، ویراستاران، تعبیر چند جهانی مکانیک کوانتومی[1] ● مقالهٔ اصلی این کتاب جلد شمیزی را، تکنگاری هیو اِورِت «نظریهٔ تابع موج عام»

1. Bryce S. DeWitt and Neil Graham editors, *The - Many Worlds Interpretation of Quantum Mechanics* (Princeton University Press, Princeton, N. J., 1973).

تشکیل می‌دهد. در میان مطالب این کتاب، مقالهٔ «ارزیابی» به قلم جان ویلر، و همین‌طور شرح مقدماتی نظریهٔ اِورت به قلم برایس اس دوویت نیز دیده می‌شود.

نقطهٔ آغاز بحث اورت این است که در مکانیک کوانتومی یك سیستم به دو طریق می‌تواند تغییر کند (که در اینجا به ترتیب معکوس آمده است). فرایند ۲: هرگاه یك سیستم را به حال خود واگذاریم، به طور قطعی در هیچ یك از ویژه حالتها قرار نمی‌گیرد. احتمالهای اینکه [سیستم] در ویژه حالتهای مختلف مشاهده شود، با گذشت زمان به طور پیوسته در تحول است. فرایند ۱: وقتی روی یك سیستم اندازه‌گیری به عمل می‌آید، «سقوط ناپیوسته بردار حالت» صورت می‌گیرد و در نتیجه احتمال یك حالت خاص برابر ۱ و احتمال بقیهٔ حالتها صفر می‌شود.

اکنون فرض کنیم که شما (یا یك گربه) در اتاقی قرار دارید و سر ساعت ظهر روی یك سیستم، اندازه‌گیری انجام می‌دهید. احساس می‌کنید که در آن لحظه بردار حالت سیستم سقوط می‌کند. اما از نظر شخصی که در خارج از اتاق قرار دارد و شما و سیستمی را که دارید اندازه می‌گیرید به عنوان یك سیستم بزرگتر به حساب می‌آورد، اندازه‌گیری شما به یك ویژه حالت منحصر به فرد منجر نمی‌شود مگر اینکه او در را باز کند و شما را ببیند.

بنابراین، اورت می‌گوید که چون همیشه کس دیگری می‌تواند از در وارد شود، چرا فرض نکنیم که خود ما هم بردار حالت هستیم و همزمان در بسیاری از ویژه حالتهای با احتمالهای معین وجود داریم، و اینکه «یکی از ما» تمام نتایج ممکن از تمام آزمایشهایی را که ما انجام می‌دهیم مشاهده می‌کند. تصویری که در اینجا داریم تصویر یك جهان شاخه‌شاخه است، گرچه شاخه‌ها به قدری زیادند که تصویر یك ابرفضای پیوسته از جهانهای ممکن مناسب‌تر است.

اگر جهان واقعاً این طور است، آیا برای ما راهی وجود دارد که مطمئن شویم بار بعدی که سوار هواپیما می‌شویم به آن شاخهٔ انشعابی که در آن هواپیما سقوط می‌کند نمی‌رویم؟ این کافی نیست که بگوییم ما قسمت می‌شویم و یکی از «ما» به هر دو شاخهٔ ممکن آینده می‌رود، زیرا این احساس در ما قوی است که

زندگی ما در واقع با زندگیهای ممکن دیگر فرق دارد. البته، این احساس را می‌توان دوش به دوش این توهم دیگرمان که زمان واقعاً در حال گذشتن است مردود دانست. اما احساس مزاحمی [در ما هست که] به ما می‌گوید باید چیزی بیش از اینها در کار باشد.

سؤالی که هم‌اکنون مطرح شد معادل‌است با این سؤال که این مدل چگونه می‌تواند توزیع احتمالهای مشاهده‌شده را به‌طور صحیح توضیح دهد.

۷. ج. و. دان، آزمایش زمان[1]

این کتاب غیرعادی ابتدا در سال ۱۹۲۷ به چاپ رسید. دان بر اساس برخی تجربیات به یاد ماندنی در مورد آنچه ظاهراً پیش‌بینی رؤیا بود، معتقد شده بود که رؤیاهای ما هم از وقایع گذشته و هم از وقایع آینده تغذیه می‌شوند. در این کتاب او کوششهایش را برای اثبات اینکه پیش‌بینی رؤیا در واقع اتفاق می‌افتد شرح می‌دهد، و همچنین نظریهٔ (زمان متوالی[2]) خود را در مورد اینکه چگونه چنین پدیده‌ای امکان‌پذیراست ارائه می‌دهد.

منظور آزمونهای تجربی این بود که تعداد زیادی از افراد تمام تصاویر خاص رؤیاهایشان را که می‌توانستند هر صبح به خاطر بیاورند یادداشت کنند و مترصد باشند کدام یك از این تصاویر تحقق پیدا می‌کند. برخی از افراد مورد آزمایش دان، این گونه پیش‌بینی رؤیا را در خود مشاهده کردند، اما همانگونه که دان خود متذکر می‌شود، بیشتر این مشاهدات را می‌توان تصادفی یا در اثر تلقین به خود دانست. با وجود این، فکر، فکر جالبی است و مثلاً تجربهٔ من این بوده است که اگر شما به دنبال این پدیده بگردید موارد چشمگیری از آن را خواهید یافت.

نظریهٔ زمان متوالی دان آنچه را که دیوید پارك «کذب نمودار جاندار مینکوفسکی» می‌نامد به سرانجام منطقی آن می‌رساند. یعنی، دان از جهانخط

1. J. W. Dunne, *An Experiment with Time* (Faber and Faber, London, 1969).

2. Serial Time

خود در فضا ـ زمان آغاز می کند، و سپس آگاهی‌اش را در امتداد این جهانخط در حرکت در نظر می گیرد. البته، زمانی که آگاهی او در آن حرکت می کند با آن زمان منجمد فیزیکی متعلق به جهان بلوکی فضا ـ زمان تفاوت زیاد دارد. (در کتاب کشتارگاه شمارهٔ پنج[1]، نوشتهٔ ونه گات هم آگاهی قهرمان داستان در زمانی خارج از فضا ـ زمان فیزیکی در حرکت است.) اکنون چون آگاهی در خارج از فضا ـ زمان وجود دارد، پس می تواند آزادانه بر فضا ـ زمان اشراف داشته باشد، تکه‌ای از اینجا و تکه‌ای از آنجا را بردارد و رؤیاهایش را با آنها بیافد بعلاوه اگر این آگاهی در آیندهٔ فضا ـ زمان فیزیکی آن طور که هست چیز ناخوشایندی کشف کند، می تواند این فضا ـ زمان را تغییر دهد. بدین ترتیب، فضا ـ زمانی داریم که در حین سپری شدن یك زمان دیگر (زمان آگاهی) تغییر می کند.

تمام این سلسله افکار را می توان برای فضا ـ زمان منجمد شدهٔ جهان و آگاهی تکرار کردن، به‌طوری که در نهایت سلسله‌ای از زمانها و آگاهیها داریم که تا بینهایت به عقب بر می گردد. همان طور که در چند جا اشاره کرده‌ام، من بر این عقیده‌ام که احساس گذشت زمان را باید یك توهم و شگردی از هندسهٔ فضا ـ زمان عالم دانست. با وجود این، مفهوم زمان متوالی که توسط دان مطرح شده است کاملاً جالب توجه است و شاید بتوان آن را پیش درآمد مبهمی از مفهوم ابرفضا دانست که در کتاب میسنر، تورن و ویلر شرح داده شده است.

جمله‌ای که در ذهن حك می‌شود این است «در نتیجه، شما، شمایی که در نهایت قرار می گیرید و ناظر هستید، همیشه در خارج از دنیایی قرار دارید که می توانید از آن یك تصویر ذهنی منسجم [برای خود] بسازید».

۸. آرتور ادینگتون، فضا، زمان و گرانش[2] ●

این کتاب ابتدا در سال ۱۹۲۰ منتشر شد. ادینگتون چندین کتاب دربارهٔ آنچه

1. *Slaughterhouse Five.*
2. Arthur S. Eddington, *Space, Time and Gravitation* (Harper & Row, New York, 1959).

می توان بدان هم علم برای همه و هم فلسفهٔ علم اطلاق کرد نوشت که همگی عالی هستند. سبك خوشایند توأم با آرامش، اندکی طنزآلود، اما سراسر جدی ادینگتون را، که متعهدانه است ولی هرگز متعصبانه نیست، کسی به آسانی فراموش نمی کند.

کتاب فضا، زمان و گرانش با پیش‌درآمدی دربارهٔ ماهیت هندسه آغاز می‌شود و این مسأله را به وضوح روشن می کند که منظور ما از اینکه می گوییم طول یك خط کش به اینکه در کجای جهان قرار گرفته است، بستگی دارد یا ندارد، چیست. سپس در این کتاب، توصیف روشنی از نسبیت خاص را برحسب نمودارهای مینکوفسکی می بینیم (که شاید برای اولین بار در کتابی همه‌فهم باشد)، و نسبیت عام به طور نسبتاً مفصل در آن ارائه شده و شرح آزمونهای تجربی نسبیت عام نیز آمده است. فصل ۱۱ کتاب از این نظر منحصر به‌فرد است. تنها منبعی است که در آن نظریهٔ هندسی الکترومغناطیس اچ. وایل برحسب «پیمانه» برای عامهٔ مردم معرفی شده است. (به کتاب نسبتاً مشکل وایل نیز، با عنوان فضا، زمان، ماده[1] مراجعه کنید). کتاب نظریهٔ ریاضی نسبیت[2] ادینگتون که همراه کتاب فضا، زمان و گرانش به چاپ رسیده بود، در سال ۱۹۷۵ توسط چلسی تجدید چاپ شد. کتاب دوم تا حدودی به عنوان مدخلی بر کتاب اول نوشته شده است و خوانندهٔ علاقمند می تواند آن را به این طریق مورد استفاده قرار دهد.

در فصل آخر فضا، زمان و گرانش عقیدهٔ شگفت‌آور ادینگتون ارائه شده است. این عقیده مبنی بر این است که «آنجا که علم از همه جا بیشتر پیشرفت کرده است، ذهن تنها آنچه را که [خود] در طبیعت نهاده است دوباره از طبیعت به دست آورده است.» یعنی، «در واقع تمام نظریهٔ ما بحثی است در مورد کلی‌ترین طریقی که می توان [توهم] مادهٔ دائمی را به کمك روابط ساخت؛ و در واقع این ذهن است که چون اصرار دارد تنها چیزهایی را ببیند که دائمی هستند، این قوانین را بر یك دنیای بی‌تفاوت تحمیل کرده است.» ادینگتون این عقیده را در

1. *Space, Time, Matter*
2. *The Mathematical Theory of Relativity.*

کتاب فلسفهٔ علوم فیزیکی[1] (که برای عامهٔ مردم نوشته شده است) گسترش داده، و در کتاب نظریهٔ بنیادی[2] آن را به منتهای خود رسانده است. در این کتاب آخر (که پس از مرگ او از یادداشتهایش گردآوری شده است)، ادینگتون خواسته است تمام ثابتهای فیزیکی طبیعت (مثلاً، ثابت پلانك، جرم الکترون، شعاع عالم و غیره) را بر مبنای برخی ملاحظات معرفت‌شناختی پیشینی استنتاج کند. این کتاب یکی از اولین کوششهایی است که برای وصلت نسبیت و مکانیك کوانتومی انجام شده است. به قول جان ویلر «یك ازدواج آتشین که هنوز در انتظار زفاف است.»

۹. آلبرت اینشتین، نسبیت: نظریهٔ خاص و نظریهٔ عام[3] ●

قسمت اعظم این کتاب کوچك ترجمه‌ای است از شرحی که اینشتین در سال ۱۹۱۶ برای عامهٔ مردم نوشته است. این کتاب یك پیوست بسیار جالب توجه دارد، با عنوان «نسبیت و مسألهٔ فضا» که در سال ۱۹۵۲ نوشته شده است.

اکثر کارهایی که در معرفی نظریهٔ نسبیت برای عامهٔ مردم نوشته می‌شوند، در حقیقت برگرفته‌هایی از این کتاب کوچك هستند. با وجود این، تقریباً غیرممکن است که بتوان این نوشتهٔ روشن و خودمانی اینشتین را بهتر کرد. در پیوستی که در بالا بدان اشاره شد، این نکات وجود دارد «بنابراین، طبیعی‌تر به نظر می‌رسد که واقعیات فیزیکی را یك موجود ۴ بعدی بدانیم نه اینکه طبق معمول آن را تحول یك موجود ۳ بعدی بپنداریم»، و همچنین «فضا ـ زمان برای خود وجود [مستقلی] قائل نیست، بلکه تنها کیفیت ساختاری میدان را نشان می‌دهد»، و سرانجام هم با شرح مختصری از تلاشهای اینشتین برای رسیدن به یك نظریهٔ میدان وحدت‌یافته پایان می‌پذیرد.

1. *The Philosophy of Physical Science.*
2. *Fundamental Theory.*
3. Albert Einstein, *Relativity : The Special and the General Theory* (Crown Publishers, New York, 1961).

این اثر، بخشی از کتابی است که با عنوان «نسبیت و مفهوم نسبیت» به‌ترجمهٔ محمدرضا خواجه‌پور، توسط انتشارات خوارزمی (۱۳۶۲)، چاپ و منتشر شده‌است.

۱۰. آلبرت اینشتین، فرعیات نسبیت[1] ●

این کتاب بسیار خواندنی، متأسفانه دیگر چاپ نمی‌شود و دسترسی بدان مشکل است. کتاب حاوی ترجمهٔ دو خطابهٔ اینشتین است، یکی «اثیر و نظریهٔ نسبیت» (۱۹۲۰)[2] و دیگری «هندسه و تجربه» (۱۹۲۱)[3].

وقتی برخی از کتابهایی را که برای عامه نوشته شده است می‌خوانیم، تصور می‌کنیم که نسبیت کار «اثیر» را که فیزیکدانان کلاسیك تصور می‌کردند فضای بین ذرات را پر می‌کند و محیطی برای انتقال نور فراهم می‌آورد، تمام کرده است. اینشتین در خطابهٔ اول خود توضیح می‌دهد که این امر به چه معنای محدودی صحیح است: «اصل نسبیت خاص مانع از آن می‌شود که اثیر را متشکل از ذراتی بدانیم که حرکتشان را بتوان در طول زمان دنبال کرد، ولی این نظریه با فرضیهٔ اثیر مانعة‌الجمع نیست.» سپس او نکته‌ای را تشریح می‌کند که از آن جهت نظریهٔ نسبیت عام، در واقع، یك نظریهٔ اثیر است: «پذیرفتن این حقیقت که "فضای تهی" به مفهوم فیزیکی‌اش نه همگن است و نه همسانگرد، مطلبی است که ما را مجبور می‌کند تا حالت فضا را به کمك ده تابع (پتانسیلهای گرانشی $g_{\mu\nu}$) توصیف کنیم، سرانجام این برداشت را که فضا از لحاظ فیزیکی تهی است منسوخ کرده است. اما به مفهوم اثیر مجدداً مضمون مشخصی داده است.»

خطابهٔ «هندسه و تجربه»، به کتاب من بسیار نزدیك است. این نقل قول را در نظر بگیرید: «هندسه، باید از طریق هماهنگ سازی اشیای واقعی تجربی با چارچوب مفهومی تهی هندسهٔ اصل موضوعی، از این خصوصیت صرفاً منطقی ـ صوری خود عاری شود... هندسه‌ای که بدین ترتیب کامل

1. Albert Einstein, *Sidelights on Relativity* (E. P. Dutton and Co., New York, 1923).
2. *Ether and the Theory of Relativity*
3. *Geometry and Experience*

مقاله‌های این کتاب را می‌توان درمجموعه مقالات «فیزیك و واقعیت»، ترجمهٔ محمدرضا خواجه‌پور، انتشارات خوارزمی (۱۳۶۳) یافت.

شده باشد، بوضوح یك علم طبیعی است و در حقیقت می توانیم آن را قدیمی ترین شاخهٔ فیزیك بدانیم.» اینشتین پس از این اظهار نظر، در ادامه این موضوع را که هندسه عالم چه می تواند باشد مورد نظر قرار می دهد. او، برای اینکه از آرای سنتی پوانکاره مبنی بر اینکه جهان اقلیدسی است و هر رفتار غیراقلیدسی اشیای فیزیکی را می توان به «نیروهای» مختلف نسبت داد اجتناب ورزد، این فرض صریح را پیش می کشد که «اگر در جایی برای یك بار معلوم شود که دو قطعه با یکدیگر برابرند، آنها همیشه و در همه جا با یکدیگر برابرند.» یعنی، به جای اینکه بگوییم متر چوبی در نزدیکی یك شیء چگال فشرده می شود، می گوییم که فضا در نزدیکی یك شیء چگال کِش می آید.

او این خطابه را با تشریح تناظر بین کره و «کرهٔ تخت» از طریق تصویر استریویی، و روشی که به کمك آن می توان با تصور اینکه فضای ما یك «ابرکرهٔ تخت» است یك ابرکره را تجسم کرد، به پایان می رساند.

۱۱. آلبرت اینشتین، مفهوم نسبیت[1] ●

قسمت اعظم این کتاب که ابتدا در سال ۱۹۲۲ منتشر شد، شامل متن چهار سخنرانی است که اینشتین در پرینستون ایراد کرده است. در این کتاب، اینشتین به طور فشرده و در سطحی پیشرفته نظریه های خاص و عام نسبیت را عرضه می کند.

یك جواب جالب توجه به این سئوال را که «واقعیت چیست» می توان در صفحهٔ اول این کتاب پیدا کرد: «اشخاص مختلف به کمك تکلم می توانند، تا حدودی، تجربیات خود را با هم مقایسه کنند. از این راه نشان داده می شود که برخی ادراکات حسی اشخاص مختلف نظیر یکدیگر است، در حالی که

1. Albert Einstein, *The meaning of Relativity* (Princeton University Press, Princeton, 1953).

این اثر بخشی از کتاب «نسبیت و مفهوم نسبیت» است که به‌ترجمهٔ محمدرضا خواجه‌پور، توسط انتشارات خوارزمی (۱۳۶۲)، چاپ و منتشر شده‌است.

برای ادراکات حسی دیگر چنین تناظری را نمی توان اثبات کرد. ما عادت داریم که آن دسته از ادراکات حسی را که بین افراد مختلف مشترك هستند و بنابراین، تا حدودی، غیرشخصی هستند، واقعی بدانیم.»

۱۲. آ. اینشتین، ه. لورنتز، ه. وایل و ه. مینکوفسکی، اصل نسبیت[1] ●

اولین مقالهٔ اینشتین دربارهٔ نسبیت، با عنوان «دربارهٔ الکترومغناطیس اجسام متحرك» (۱۹۰۵) در اینجا آمده است و خوانندهٔ غیرحرفه‌ای می تواند مقدمه و دو قسمت اول [از بخش اول] را بدون اشکال چندانی مطالعه کند. این تماس مستقیم با خاستگاه نسبیت می تواند تجربه‌ای مهیج باشد.

مقالهٔ مشهور مینکوفسکی، «فضا و زمان» (۱۹۰۸) هم در این کتاب آمده است و من از خواننده علاقه‌مند حتماً می خواهم که حداقل دو بخش اول این مقاله را مطالعه کند. همین مینکوفسکی بود که تعبیر هندسی نظریهٔ نسبیت را که من مورد استفاده قرار داده‌ام ابداع کرد، و او آن را در اینجا به‌وضوح تمام ارائه می دهد. در این ترجمه در سبك مینکوفسکی نوعی اعتماد به‌نفس وجود دارد: «با این قطعه گچ بسیار نترس، می توانم روی تخته سیاه چهار جهان- محور رسم کنم. چون صرفاً یك محور گچی، همان گونه که هست، تشکیل شده است از مولکولهایی که سراپا هیجان هستند، و بعلاوه در سفر زمین در کائنات [نیز] شرکت می کند، از هم‌اکنون برای ما میدان وسیعی از انتزاع فراهم می آورد: انتزاع بزرگتری که به‌عدد چهار وابسته است، برای ریاضیدانان کار مشکلی نیست.»

۱۳. ج. فریزر، ف. هابر و گ. مولر، ویراستاران، بررسی زمان[2] ●

این کتاب حاوی مقالاتی است که در اولین کنفرانس انجمن بین‌المللی

1. A. Einstein, H. A. Lorentz, H. Weyl and H. Minkowski, *The Principle of Relativity* (Dover Publications, New York, 1952).

2. J. T. Fraser, F. C. Haber and G. H. Muller, editors, *The Study of Time* (Springer - Verlag, Berlin, 1972).

بررسی زمان در سال ۱۹۶۹ ارائه شده‌اند. مقالهٔ «ابعاد حال محسوس» نوشتهٔ هـ. دابس هم، که من مفهوم پدیدهٔ ۴ بعدی معکوس‌سازی مکعب نِکِر را از آن گرفته‌ام، در این کتاب آمده است.

با ارزش‌ترین مقالهٔ این کتاب، «افسانهٔ گذشت زمان» به قلم دیوید پارک است. پارک به نحوی متقاعدکننده در تأیید این موضع که زمان در واقع «نمی‌گذرد» استدلال می‌کند: وقتی که شما نمودار فضا ـ زمان مینکوفسکی را رسم کردید، از اینکه بخواهید این نمودار را با تصور مقطع فضایی خاصی که طی یك زمان دوم به طرف بالا در حرکت است «جان‌دار» کنید، هیچ چیزی عایدمان نمی‌شود.

۱۴. مارتین گاردنر، نسبیت برای همگان[1] ●

این کتاب به وفور و به نحوی جذاب مصور شده است. من برای اولین بار، هنگامی که در سالهای اول دبیرستان بودم، یك نسخه از آن را به دست آوردم. همین کتاب سرشار از مفاهیم و لذت بخش بود که در من امیدی پایدار، برای اینکه روزی بتوانم نسبیت عام را کاملاً بفهمم، برانگیخت.

کتاب [دیگر] گاردنر به نام «جهان دَوالیمینین» محتویاتی جالب توجه در زمینهٔ فضای ۴ بعدی دارد، و مجموعه‌اش با عنوان «کارناوال ریاضی» حاوی بخشی دربارهٔ اَبَرمکعبهاست.

۱۵. س. و. هاکینگ و ج. ف. ر. الیس، ساختار بزرگ مقیاس فضا ـ زمان[2] ●

این اثر تخصصی که به نحوی زیبا مصور شده است، اختصاص دارد به بررسی

1. Martin Gardner, *Relativity for the Million* (Macmillan, New York 1962).

این کتاب با عنوان «نسبیت برای همگان» به ترجمهٔ محمود مصاحب، توسط انتشارات علمی و فرهنگی، چاپ و منتشر شده است.

2. S. W. Hawking and G.F.R. Ellis, *The large Scale Structure of Space - Time* (Cambridge University Press, Cambridge, 1973).

خواص فضا ـ زمان (انحنا، علیت و غیره) و اینکه وقتی به «لبهٔ» فضا ـ زمان، یعنی یك تکینگی، می‌رسیم چه اتفاقی می‌افتد.

مؤلفین این حقیقت را که برخی ملاحظات دال بر «وجود یك تکینگی در گذشته، یعنی در آغاز عصر کنونی انبساط عالم» است، مورد بحث قرار می‌دهند. «این تکینگی، علی‌الاصول، برای ما قابل رؤیت است و آن را می‌توان به آغاز عالم تعبیر کرد.» تعدادی ازنتایج جالب توجه در مورد سیاهچاله‌ها در این کتاب اثبات شده است.

خواننده متوسط نخواهد توانست تفصیل استدلالها را دنبال کند، اما تصاویر آن قطعاً ارزش دیدن را دارند. مثلاً، این کتاب برای فراگیری نمودارهای پِن روز بسیار مناسب است. در صفحهٔ ۱۶۹ آن، طرحی از جهان گودل دیده می‌شود که بخصوص جالب توجه است.

۱۶. دیوید هیلبرت و استفن کوهن ـ وُسِن، هندسه و تخیل[1] ●

این کتاب شرح کوهن ـ وسن بر مجموعهٔ درسهای سال ۱۹۲۰ هیلبرت در گوتینگن است که در ۱۹۳۲ نوشته شده است. بخش ۲۳ این کتاب دوست‌داشتنی بیشتر از بخشهای دیگر به بحث ما در اینجا مربوط می‌شود. در این بخش مؤلفین شش پلی تُوپ منظم ۴ بعدی را معرفی می‌کنند. پنج تا از آنها به پنج چند وجهی منظم ۳ بعدی می‌مانند، و یکی دیگر که ۲۴ ـ سلولی است مشابهی در ابعاد دیگر ندارد. درتمام فضاهای n بعدی، به ازای n بزرگتر از یا مساوی با ۵، تنها سه پلی‌توپ منظم وجود دارد که به مکعب، چهار وجهی و هشت وجهی می‌مانند.

هندسه و تخیل شامل یك فصل مسحورکننده و بسیار تماشایی از هندسهٔ دیفرانسیل نیز هست، و همین طور حاوی یك بحث بسیار کامل در بارهٔ بطری کلاین و صفحهٔ تصویری به عنوان رویه‌های بستهٔ فضای ۴ بعدی است.

1. David Hilbert and Stephan Cohn - Vossen, *Geometry and the Imagination* (Chelsea, New York, 1952).

۱۷ . هاوارد هینتون، بعد چهارم[1] .

هینتون در سال ۱۸۸۸ کتابی با عنوان یک عصر جدید تفکر منتشر کرد. در این کتاب هینتون پیشنهاد می کند که ممکن است فضای ما یك اَبَرضخامت ۴ بعدی جزیی داشته باشد، به طوری که اجزای نهایی دستگاه عصبی ما در واقع دارای ابعادی بالاتر باشند و بدین ترتیب مغز انسان را قادر سازند که فضای ۴ بعدی را تصور کند. هینتون می گوید، «این مسألهٔ خاص که بیش از ده سال است روی آن کار می کنم، کاملاً حل شده است. ذهن ما می تواند مفاهیم فضای بالاتر را به همان خوبی فضای ۳ بعدی ادراك کند و به همان نحو از آن بهره بگیرد.» او سپس به تفصیل تعدادی تمرینهای ذهنی را شرح می دهد که باید به کمك مجموعه‌ای از ۲۷ مکعب رنگی انجام شود. این مکعبها با یکدیگر قابل اتصال‌اند و یك مکعب منفرد بزرگ را می سازند (یك وقت ناشر کتاب هینتون عملاً بسته هایی از این مکعبها را به معرض فروش گذاشته بود. ایده عبارت بود از اینکه انسان می تواند روابط ذاتی «مجاورت» هر مکعب را مستقل از طرز استقرار آن در فضای ۳ بعدی بیاموزد، و اگر بتوانید بیاموزید که مکعب و تصویر آینه‌ای آن را یکسان بپندارید، آنگاه در راه تفکر در فضای ۴ بعدی گام نهاده‌اید.

قسمتی از [کتاب] بعد چهارم نیز به این نوع تمرینها و مطالب مشابه اختصاص دارد. من نمی توانم بگویم که وقت زیادی به تمرینها اختصاص داده‌ام، چون آنها به نظرم به طور غیرقابل تحملی مشکل می آیند و شامل به خاطر سپردن تعداد زیادی برچسب اختیاری هستند. به عقیدهٔ من راههای بهتر و مستقیم‌تری برای آموزش نحوهٔ «ادراك» فضای ۴ بعدی وجود دارد.

با وجود این، هینتون در اجرای روش گام به گام به سوی روشنگری به طور آشکاری موفق بوده است. زیرا بعد چهارم شامل مصادیق جالب توجهی از فضای با بعد بالاتر است. مثلاً تحلیلی مفصل از انواع چرخشهایی که در

1. C. Howard Hinton, *The Fourth Dimension* (Sonnenschein, London 1904).

فضای ۴ بعدی امکان‌پذیر است وجود دارد، که براساس آن می توان الکتریسیته را به صورت یك حلقهٔ گردشار در اثیر ۴ بعدی نمایش داد. همچنین در این اثر، پیش بینی جالب توجه هندسهٔ مینکوفسکی را توسط هینتون مشاهده می کنیم. در هندسه مینکوفسکی به جای فاصله از بازه استفاده می شود.

شاید جالب توجه‌ترین نوشته های هینتون را بتوان در مجموعهٔ دو جلدی ماجراهای علمی[1] یافت. مجموعهٔ اول که در سال ۱۹۰۴ به چاپ رسید، علاوه بر مطالب دیگر حاوی «یك دنیای تخت» است که در آن فیزیکی که در تخت آباد آبوت حاکم است محاسبه شده است. مجموعهٔ دوم در سال ۱۹۰۹ منتشر شد و در آن هینتون مثل همیشه بر اثرات مفید دیدگاه فضای بالاتر تأکید می کند: « و من اغلب وقتی با راه آهن مسافرت می کنم، و می بینم که بین ایستگاههای تاریك زیر زمینی نوجوانان و شاگردان روی روزنامه های با چاپ بد خم می شوند و داستانهای ترسناك می خوانند ـ فکرمی کنم چقدر بهتر بود اگر این جوانان مشغول کاری بودند که من می توانم آن را «ارتباط با فضا» بنامم.» این جلد با یك داستان غریب و مدرن گونه به نام «ارتباط ناتمام» و بی زمان شدن متعاقب او سخن می گوید. این داستان آخر تا حدودی یادآور داستان کوتاه اوسپنسکی، «زندگی عجیب ایوان اوزوکین[2]»، دربارهٔ مردی است که به جوانی باز می گردد و متوجه می شود که مجبور است تمام اشتباهاتی را که مرتکب شده از نو تکرار کند.

۱۸ . ویلیام کافمن، نسبیت و کیهانشناسی[3] ●

این کتاب جلد شمیز که برای عموم نوشته شده است، بحث یك ستاره‌شناس پیرامون پیشرفتهای نظری و تجربی جدید در زمینهٔ کیهانشناسی است. او

1. *Scientific Romances.*
2. *The Strange Life of Ivan Osokin.*
3. William J. Kaufmann, *Relativity and Cosmology* (Harper and Row, New York, 1973).

چند شاهد تجربی قابل ملاحظه در تأیید این فرضیه می آورد که فضای ما به صورت یك ابررویهٔ ابرکره انحنا یافته است، و اینکه سرانجام انبساط فضا پایان خواهد یافت و فضا دوباره به قدری منقبض خواهد شد که به تکینگی برسد. این کتاب همچنین حاوی بحث کنجکاوی برانگیزی است در مورد معمای حل نشدهٔ کوازارها و نیز مطالب نسبتاً تازه‌ای از سیاهچاله ها.

۱۹ . هنری منینگ، ویراستار، توضیح آسان بعد چهارم[1] ●

این کتاب که در اصل در سال ۱۹۱۰ انتشار یافت، مجموعه‌ای از برخی مقالاتی است که در پی تعیین جایزهٔ ۵۰۰ دلاری مجلهٔ ساینتیفیك آمریکن برای مؤلف بهترین توضیح بعد چهارم برای عموم، به این مجله ارسال شده‌اند.

تعداد بسیار زیادی از تشبیه ها و مثالهای بسیار هوشمندانه در آن یافت می‌شود که عموماً از نوع همانهایی هستند که در فصل اول این کتاب بیان کردم. منینگ مقدمهٔ بسیار جامعی فراهم آورده و با دقت جاهایی را که مقاله نویسان مطالبی نادرست گفته‌اند نشان داده است.

۲۰ . چارلز و. میسنر، کیپ س. تورن و جان آرچیبُلد ویلر، گرانش[2] ●

این کتاب به تمام معنی سنگین است. در حدود ۱۲۰۰ صفحه دارد و نظریهٔ نسبیت اینشتین و بسیاری از آزمونهای نوین و کاربردهای این نظریه را توصیف می کند. اگر می‌خواهید اطلاعات جامعی از نسبیت عام، سیاهچاله ها، کیهانشناسی و مانند آن به دست آورید این کتاب را بخوانید.

گرانش در کل کتاب پیشرفته‌ای است، اما مؤلفین آنچه را که در توان داشته‌اند برای خوانندهٔ تفننی انجام داده‌اند. مقدار زیادی مطالب حاشیه‌ای،

1. Henri P. Manning, editor, *The Fourth Dimension Simply Explained* (Dover Publications, New York, 1960).

2. Charles W. Misner, Kip S. Thorne and John Archibald Wheeler, *Gravitation* (W. H. Freeman, San Francisco, 1973).

شکل و نمودار در آن یافت می‌شود، و این امکان وجود دارد که با تورق در تقریباً هر قسمتی از کتاب چیزی عاید ما شود

دو فصل آخر کتاب از این جهت قابل توجه هستند که مؤلفین در مرزهای دانش تخصصی خود آنها را نوشته‌اند.

در فصل ماقبل آخر، «ابرفضا، جولانگاهی برای دینامیك هندسه» مفهوم واقعاً انقلابی پیوستار جهانهای ممکن در هر زمان ارائه شده است. یك فضا ـ زمان یا «برگ تاریخ» ظاهراً زمانی به وجود می آید که خانواده‌ای از فضاهای بسیار محتمل به یکدیگر متصل می‌شوند و یك فضا ـ زمان تشکیل می‌دهند. اما تمام فضاهای با احتمال کمتر نیز وجود دارند، گرچه واضح نیست که کدامیك از فضا ـ زمان‌های ممکن (به غیر از آنچه ما ادراك می کنیم) «واقعی» است.

فصل آخر، «فراسوی پایان زمان»، حاوی نظرهایی است که اکثراً از آن ویلر هستند. من فکر می کردم که فضا ـ زمان چنبره‌ای جواب سؤالی است که تلویحاً در عنوان این فصل وجود دارد. انبوه ارزشمندی از مفاهیم دور از ذهن در این فصل یافت می‌شود که خواندن آنها را قطعاً توصیه می کنم.

۲۱ . رابرت مونرو، سفر به خارج از جسم[1]

اگر شما از خواندن مطالب فضای ۴ بعدی خسته شده‌اید و می‌خواهید بروید و شخصاً آن را ببینید، این کتاب به شما می گوید چگونه به آنجا بروید. متأسفانه، خواندن آن می‌تواند مقدمه‌ای باشد برای رسیدن به جنون.

مونرو روش نسبتاً مؤثری را شرح می‌دهد برای القای این حالت که شخص احساس کند قادر است جسم خود را ترك گوید، از دیوار عبور کند و غیره. گرچه او هرگز به بعد چهارم اشاره‌ای نمی کند، اما تفحص در آن نوع «سفر اثیری» که او تشریح می کند، با توجه به تعبیر پدیده‌های قابل مشاهده

1. Robert A. Monroe, *Journeys out of the Body* (Anchor Press, Doubleday, Garden City, N. Y., 1973).

برحسب ابرفضا، وسوسه‌انگیز است.

روش مطرح شده در این کتاب اساساً «بیدار شدن در میان رؤیا» است. چنین تجربه هایی را گاهی در چرت‌زدنهای روزانه هم شاهدیم، یعنی در حالی که شخص بیدار و آگاه است بدنش همچنان در خواب مانده باشد. اگر کسی دنبال این تجربه برود، تجربه هم برایش بیشتر پیش می آید، و در این صورت سفر اثیری دیگر دور از دسترس نخواهد بود.

من به مدت چند ماه روی آن کار کردم، اما مجبور به ترك آن شدم زیرا مشاهدات بسیار وحشتناك و اضطراب آور بودند. اینکه کاملاً آگاه و هوشیار باشیم و بدانیم در یك دنیای رؤیایی به سر می بریم که در آن هر چیز می تواند اتفاق بیفتد، و سعی کنیم جسممان را بیدار کنیم و نتوانیم- به آسانی قابل تحمل نیست. در واقع هم، پس ازخواندن کتاب این احساس را پیدا می کنیم که مونرو بالاخره آنقدر خود را ترساند که به حمله قلبی دچار شد.

اما اگر به کسی قبلاً هشدار داده شده باشد خود را از قبل آماده می کند، و شاید خواننده متهوری بتواند از این نظریهٔ قدیمی که روحهای انسانی در ابرفضا حرکت می کنند سر در بیاورد.

۲۲ . پ. د. اوسپنسکی، تِرسیوم اورگانوم[1]

این کتاب ابتدا در سال ۱۹۲۲ انتشار یافت و اکنون با جلد شمیز در دسترس است. کلود براگدون در اولین ترجمهٔ انگلیسی آن سهیم بود. اوسپنسکی چند کتاب دیگر نیز نوشته است. کتاب «الگوی جدیدی برای جهان» او حاوی فصول جالب توجهی است در مورد «بعد چهارم» و «عرفان تجربی» (که ظاهراً در مورد حشیش است). کتاب اوسپینسکی تحت عنوان «در جستجوی اعجاز»، به عقیدهٔ من، بهترین شرح موجود دربارهٔ تعالیم گورجیف است.

تِرسیوم اور گانوم دربارهٔ بعد چهارم و تعداد مفاهیم عرفانی و علوم خفیه

1. P. D. Ouspensky, *Tertium Organum* (Random House, New York, 1970).

است که می توان آنها را برحسب بعد چهارم بررسی کرد. مثلاً، اعضای متمایز نژاد انسان را می توان در ارتباط با بعد بالاتر دانست، درست همان گونه که مقاطع جداگانهٔ انگشت شما در تخت آباد همگی اجزای دست ۳ بعدی شما هستند. می توان گفت که آگاهی یك حلزون ۱ بعدی، آگاهی یك اسب ۲ بعدی است، و اینکه هدف عارفان دستیابی به آگاهی ۴ بعدی است.

منطق اوسپنسکی گاهی ناقص است، اما موضوع اساس آگاهی عرفانی که او آن را ۴ بعدی می داند، هم در معنای بی‌زمانی و هم در معنای احساس وحدتی عالی تر در ورای کثرت جهان، درست به نظر می رسد.

۲۳ . رابرت اِل. ریوز، فضا و بعد چهارم[1]

در این کتاب، مؤلف به این مسألهٔ حاد پاسخ می دهد: «با چه توجیهی یك دانشور مسیحی می تواند قاطعانه حقیقتی را که به خانم [ماری بیکر] اِدی الهام شده [به نقل قول دقیق] بر استنتاجات ریاضی- فیزیکی اینشتین ترجیح دهد؟»

۲۴ . هانس رایشنباخ، فلسفهٔ فضا و زمان[2] ●

این کتاب در اصل در سال ۱۹۲۷ در آلمان به چاپ رسید. رایشنباخ تخیل بسیار نیرومندی داشت و کوشید تا چیزهایی مانند فضای نااقلیدسی، بعد چهارم، فضا- زمان و ابرکره را تجسم بخشد.

این کتاب در تحریر کتاب هندسه و واقعیت[3] من بسیار سودمند واقع شد. من برای برخی از مفاهیم فصل دوم و سوم، برای زمان مستدیر که در فصل ۶ بدان اشاره شده (و در صفحهٔ ۲۷۲ کتاب رایشنباخ آمده است) و در استفاده از چنبره برای به دست آوردن رویه‌ای که در آن انبساط یك دایره می تواند آرام آرام به

1. Robert L. Reeves, *Space and the Fourth Dimension* (Crescent Publishers, Grand Rapids, Michigan, 1922).

2. Hans Reichenbach, *The Philosophy of Space and Time* (Dover Publications, New York, 1957).

3. *Geometry and Reality.*

انقباض تبدیل شود، مدیون او هستم.

یکی از بخشهای این کتاب که به ویژه جالب توجه است «تعداد ابعاد فضا» نام دارد. در این بخش رایشنباخ می کوشد با استفاده از رنگ به عنوان بعد چهارم یك دنیای ۴ بعدی را تجسم دهد. یعنی، او از ما می خواهد به یك دنیای ۳ بعدی فکر کنیم که در آن اشیا می توانند، در صورتی که دارای رنگهای (یعنی، وضعیت ۴ بعدی) متفاوتی باشند، از درون یکدیگر عبور کنند. او در این فصل همچنین این اندیشه را مطرح می کند که ذرات بنیادی ممکن است ابرکره‌های بسیار ریزی باشند.

۲۵. ولفگانگ ریندلر، نسبیت پایه[1] ●

این اثر یك کتاب درسی دانشگاهی است و یکی از قابل استفاده‌ترین کتابهایی است که در آن نسبیت خاص، نسبیت عام و کیهانشناسی به طور مستدل ارائه شده است. مؤلف در باطلنماهای نسبیت خاص (مانند تیر چوبی و انبار گندم) کارهای دست اولی انجام داده است و بحث او در مورد آنها واقعاً الهامبخش است.

فصل اول کتاب نسبتاً جامع است و بررسی بسیار واضحی از اصل ماخ و رابطهٔ آن را با اصل هم‌ارزی در نسبیت عام به دست می دهد.

۲۶. پاول آرتور شیلپ، آلبرت اینشتین: فیلسوف دانشمند[2] ●

این کتاب متشکل از مقالاتی است که دربارهٔ کار اینشتین نوشته شده است. همچنین حاوی یك خود زندگینامهٔ علمی ۴۵ صفحه‌ای توسط اینشتین (در آغاز)

1. Wolfgang Rindler, *Essential Relativity* (Van Nostrand Reinhold company, New York, 1969).

این کتاب را رضا منصوری به فارسی ترجمه کرده است، و مرکز نشر دانشگاهی آن را چاپ و منتشر خواهد کرد.

2. Paul Arthur Schilpp, *Albert Einstein: Philosopher – Scientist* (Harper and Row, New York, 1959; Open Court, Lasalle, Ill., 1973).

این اثر را می‌توان با عنوان «زندگینامه علمی» در مجموعهٔ «فیزیك و واقعیت»، ترجمهٔ محمدرضا خواجه‌پور، انتشارات خوارزمی (۱۳۶۳) یافت.

و اظهار نظرهای او در مورد برخی از مقالات (در پایان کتاب) است. این «اظهارنظرهای انتقادی» بسیار جالب توجه هستند زیرا دلایل اینشتین را در نپذیرفتن مکانیك کوانتومی به عنوان نظریهٔ فیزیکی نهایی نشان می دهند[1].

یکی از مهمترین مقالات این کتاب، مقالهٔ کورت گودل «نکته‌ای پیرامون رابطهٔ بین نظریهٔ نسبیت و فلسفهٔ ایده آلیستی است». هدف این مقاله این است که نشان دهد گذشته و آینده به طور ایستا وجود دارند و اینکه زمان در واقع نمی گذرد. نقطه نظر اول گودل این است که چون همزمانی نسبی است، غیرممکن است به طور منحصر به فردی بتوان فضا ـ زمان را برش داد و انبوهی از «اکنون» ها ساخت، و اینکه فرض کنیم دنیا در واقع از دنباله‌ای از این اکنون‌های زودگذر تشکیل می‌شود و گذشته و آینده نیز وجود ندارند، واقع گرایانه نیست. در ادامه، گودل یك مدل جالب توجه از عالم را که اختراع خودش است شرح می‌دهد که در آن «زمانهای محلی ناظرهای خاص... را نمی‌توان به یکدیگر متصل کرد تا جهانخط واحدی بسازند.» این بدان دلیل است که عالمهای گودل (۱) شامل اشخاصی هستند که جهانخط‌هایشان برای ما به صورت نقشی از رویدادهای همزمان به نظر می‌رسند و (۲) اجازه می‌دهند که سفر به نقاط واقع در گذشتهٔ شخص منطقاً امکان‌پذیر باشد. «در نتیجه، استنتاجی که مبنی بر غیر عینی بودن تغییر در بالا به‌عمل آمد، بدون شك دستکم در مورد این جهانها صدق می کند.» من در مسأله ۳ فصل ۷ کوشیدم نمونهٔ خودم را از یك چنین جهانی مطرح کنم.

۲۷. هرمان شوبرت، مقالات و تفریحات ریاضی[1] ●

این کتاب، ترجمهٔ مجموعه‌ای از مقالات است که ابتدا در اواخر سدهٔ نوزدهم منتشر شدند. عنوان مقاله‌ای که در اینجا مربوط به کار ما می‌شود «بعد چهارم» است.

1. Hermann Schubert, *Mathematical Essays and Recreations* (Open Court Publishing Co., Chicago, 1903).

«بعد چهارم» قبل از هر چیز حمله‌ای است بر علیه «زولنر و پیروانش» که ادعا می کرده‌اند ارواح در یك فضای ۴ بعدی، که فضای ما هم در آن مستقر شده است، زندگی می کنند. این مقاله حاوی بحث جالب توجهی است در مورد اینکه آیا ابرفضا واقعاً وجود دارد یا خیر، و منبعی است غنی دربارهٔ فرقه هایی که قائل به وجود روح هستند و با بعد چهارم سر و کار دارند.

شوبرت مقالهٔ خود را با این کلمات تکاندهنده به پایان می رساند: «مرتبهٔ رفیعی که دانش و تمدن بشری اکنون در آن قرار دارد نه با به کار گرفتن بی ملاحظهٔ مفاهیم آسان‌پسند و نه با استمداد از عالم ۴ بعدی بلکه با تلاش سخت و مجدانه و تحقیقات آهسته و پیوسته به‌دست آمده است. بنابراین، تمامی مردان دانش باید با یکدیگر متحد شوند و در مقابل روشهایی که می‌خواهد همهٔ چیزهایی را که اکنون برای ما اسرارآمیزند به کمك مداخلهٔ ارواح مستقل توضیح دهد، جبهه‌ای مستحکم تشکیل دهند.»

۲۸. ویتلی اسمیت، نظریه‌ای از ساز و کار بقا: بعد چهارم و کاربردهای آن[1].

علاقهٔ مردم به بعد چهارم در اوایل قرن بیستم به اوج خود رسید. فلسفهٔ اصالت روح، با روحهای ۴ بعدی، موضوع تمام این جنجالها بود و استفادهٔ اینشتین-مینکوفسکی هم از بعد چهارم در اذهان عمومی به نوعی مشروعیت تلقی شده بود.

کتاب اسمیت با استفاده از تمثیل و به سبك آبوت توصیف زیبایی از بعد چهارم ارائه می‌دهد. جالب توجه اینکه او می‌خواهد موجودات ۲ بعدی در لبهٔ ۱ بعدی یك قرص ۲ بعدی به عقب و جلو بروند، درست مانند اینکه ما موجودات ۳ بعدی مجبور باشیم روی رویهٔ ۲ بعدی یك کرهٔ ۳ بعدی به عقب و جلو برویم. او مفهوم زمان را به عنوان یك بعد بالاتر از طریق تهیهٔ انبوهی از عکسهایی که از دنیای ۲ بعدی برداشته شده و روی هم چیده شده باشند معرفی می کند. در

1. W. Whately Smith, *A Theory of the Mechanism of Survival: The Fourth Dimension and its Applications.* (Dutton & Co., New York, 1920).

قسمت دوم کتاب او تجارب مختلف روح گرایان را نقل می کند (که اجتناب ناپذیرترین آنها خاطرات مردی است که ظاهراً مرده و دوباره زنده شده بود) و می کوشد که این تجارب را با مفهوم بعد چهارم ربط دهد. نظر اسمیت این است که خودآگاه انسان علاوه بر محمل آشنای ۳ بعدی یك محمل ۴ بعدی نیز دارد. اما، این مدل‌سازی تا آنجا ادامه داده نشده است که خیلی متقاعدکننده‌تر از این دیدگاه باشد که هم بعد چهارم و هم پدیده‌های روح گرایانه تا حدودی جنبهٔ متعالی دارند.

یکی از به یاد ماندنی‌ترین جملات کتاب در آن جایی است که اسمیت به عنوان مثالی از توهم و توهم صرف، مردی را توصیف می کند که وارد اتاق نشیمن خانه‌اش می‌شود و «سه شترمرغ سبز را مشاهده می کند که دارند پاسور می‌زنند.»

۲۹. ادوین تیلور و جان ویلر، فیزیک فضا زمان[1] ●

اگر کتابی که در دست دارید باعث شده است که شما بخواهید در مورد نظریهٔ نسبیت خاص بیشتر بیاموزید، این کتاب بهترین جا برای مراجعه است. فیزیک فضا زمان که در اصل برای شروع درس فیزیك پایه نوشته شده است، به این زودیها جانشینی نخواهد داشت. سبك انعطاف‌پذیر کتاب و وفور شکلها و جداول، خواندن آن را دلپذیر ساخته است و ۹۰ صفحه تمرینهای همراه با توضیحات کامل خواننده را به احاطه پیدا کردن واقعی بر موضوع ترغیب می کند. یك فصل زیبا نیز دربارهٔ نظریهٔ گرانش اینشتین در آن گنجانده شده است.

۳۰. باب توبن، جك سرفتی و فرد ولف، فضا-زمان و فراسوی آن[2] ●

این کتاب جلد شمیز با کاغذ گلاسه حاوی ۱۲۰ صفحه طرحها و شعارهای

1. Edwin F. Taylor and John A. Wheeler, *Spacetime Physics* (W. H. Freeman, San Francisco, 1963).

2. Bob Toben, Jack Sarfatti and Fred Wolf, *Space - Time and Beyond* (E. P. Dutton & Co., New York, 1975).

دست نویس باب توبن است که «تفسیرهای علمی» کوتاه جك سرفتی را به دنبال دارد.

برخی از موضوعهای واقعاً جالب توجه (مثلاً کف کوانتومی ویلر، سیاهچاله ها و سفیدچاله های زیراتمی، و جهانهای موازی) مورد بحث قرار گرفته‌اند، اما به نظر می‌رسد که مؤلفین می‌خواهند خواننده را نسبت به اعتبار پدیده‌های روانی نیز متقاعد سازند. مفاهیم علمی بیشتر مورد اشاره قرار گرفته‌اند تا اینکه توضیح داده شده باشند، و با پایان کتاب چیزی بیش از این احساس در خواننده نمی‌ماند که هر چیزی امکان‌پذیر است.

۳۱. یوهان کارل فردریش زولنر، فیزیک متعالی[1].

این کتاب عجیب روایت ماجراهای یك ستاره‌شناس و یك مِدیوم روحی به نام اِسلید است. همان طور که در فصل اول بیان کردم، اسلید زولنر را متقاعد ساخته بود که با ارواح ۴ بعدی به طرق مختلف در تماس است، مثلاً، از آنها می‌خواهد که با یك قطعه گچ پیغامی را روی لوحه‌ای که در جعبه‌ای مهر و موم شده قرار داده شده است بنویسد. اما هر بار که از اسلید خواسته می‌شد کار خاصی را انجام دهد، مثلاً بلورهای یك ترکیب شیمیایی را برگرداند و به صورت بلورهای ترکیبی که مولکولهای آن تصاویر آینه‌ای ترکیب اول باشند درآورد، از عهدهٔ آن برنمی آمد.

اما شور و شوق زولنر به قدری زیاد بود که این ناکامیهای مکرر ظاهراً هرگز او را تکان نداد. اسلید با آنکه نمی‌توانست آنچه را که از او خواسته شده بود انجام دهد، اما همیشه بالاخره کاری صورت می‌داد. مثلاً وقتی از او خواسته شد که صدف یك حلزون را به تصویر آینه‌ای آن مبدل سازد، او به جای این کار آن را از سطح میز عبور داد».

تمام اینها شاید یادآورندهٔ نمایش اخیر تواناییهای روانی یوری گِلنر در مقابل تعدادی از دانشوران علاقه‌مند باشد. در واقع، خود من برای اولین بار

1. Johann Carl Friedrich Zollner, *Transcendental Physics*

در کتاب جالب توجه مارتین گاردنر، عالم ذوالیمینین، بود که به اسم زولنر برخوردم. در کتاب گاردنر اشاراتی به اینکه بالاخره چگونه اسلید اعتبارش را از دست داد نیز یافت می‌شود.