

شريف جزوه



@sharifjozve96

(۱) فرض کنید  $T: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  نگاشتی با ضابطه  $T(x, y, z) = (x, 2(x+y), 3(x+y+z))$  و پایه استاندارد  $\mathbb{R}^3$  باشد.

(الف) نشان دهید  $T$  یک تبدیل خطی است. (۳ نمره)

(ب)  $T_B$ ، نمایش ماتریس  $T$  نسبت به پایه  $B$ ، را بدست آورید.

(ج) مقادیر ویژه  $T_B$  را بدست آورید. آیا  $T_B$  قطری شدنی است؟

(۲) معادله صفحه بوسان منحنی  $\vec{r}(t) = 2\cos t, 2\sin t, t$  را در  $t = 0$  بدست آورید. (۲ نمره)

(۳) پیوستگی یا ناپیوستگی توابع زیر را در مبدا بررسی کنید. (۲ نمره)

$$f(x, y) = \begin{cases} (x+y) \sin \frac{1}{x} \sin \frac{1}{y} & xy \neq 0 \\ 0 & xy = 0 \end{cases} \quad \text{و} \quad f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2} & xy \neq 0 \\ 0 & xy = 0 \end{cases}$$

(۴) فرض کنید  $\begin{cases} x = e^u \cos v \\ y = e^u \sin v \end{cases}$ . نشان دهید زاویه بین دو بردار  $(\frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial u}{\partial y})$  و  $(\frac{\partial v}{\partial x}, \frac{\partial v}{\partial y})$  ثابت است. (۲ نمره)

(۵) نزدیکترین و دورترین نقطه بیضی حاصل از فصل مشترک مخروط  $z = \sqrt{x^2 + y^2}$  و صفحه  $x + 2y + 3z = 3$  را از صفحه  $xy$  بدست آورید. (۲ نمره)

(۶) انتگرال زیر را حساب کنید. (۲ نمره)

$$\int_0^1 \int_{2x}^2 x e^{-\frac{x}{y}} dy dx$$

(۷) اگر  $D$  ناحیه بین منحنیهای  $y = x - 1$ ،  $y = x$ ،  $x + 2y = 0$  و  $x + 2y = 2$  باشد مطلوب است (۲ نمره)

$$\iint_D \frac{x + 2y}{\cos(x - y)} dx dy$$

(۸) فرض کنید  $c$  منحنی بسته، شامل قسمتی از سهمی  $y = x^2$  از  $(0, 0)$  تا  $(2, 4)$  و پاره خط واصل بین این دو نقطه باشد.

صحت قضیه گرین را برای منحنی  $c$  و میدان برداری  $\vec{F}(x, y) = (y^2, 4xy)$  بررسی کنید. (۳ نمره)

(۹) فرض کنید  $S$  سطح مرزی ناحیه محصور به رویه های  $z = 1 - x^2$ ،  $z = 0$ ،  $y = 0$  و  $y = 2$  باشد. مطلوب است شار

گذرنده میدان برداری  $\vec{F}(x, y, z) = (xy, y^2 + e^{xz}, \sin xy)$  از سطح  $S$ . (جهت بردارهای نرمال به سمت خارج) (۲ نمره)

موفق باشید.